

对于输出层, 式(3.15a) 可写为:

$$\Delta w_{jk} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{jk}} = -\eta \frac{\partial E}{\partial \text{net}_k} \frac{\partial \text{net}_k}{\partial w_{jk}} \quad (3.16a)$$

对隐层, 式(3.15b) 可写为:

$$\Delta v_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial v_{ij}} = -\eta \frac{\partial E}{\partial \text{net}_j} \frac{\partial \text{net}_j}{\partial v_{ij}} \quad (3.16b)$$

对输出层和隐层各定义一个误差信号, 令:

$$\delta_k^o = -\frac{\partial E}{\partial \text{net}_k} \quad (3.17a)$$

$$\delta_j^y = -\frac{\partial E}{\partial \text{net}_j} \quad (3.17b)$$

综合应用式(3.7) 和式(3.17a), 可将式(3.16a) 的权值调整式改写为:

$$\Delta w_{jk} = \eta \delta_k^o y_j \quad (3.18a)$$

综合应用式(3.9) 和式(3.17b), 可将式(3.16b) 的权值调整式改写为:

$$\Delta v_{ij} = \eta \delta_j^y x_i \quad (3.18b)$$

可以看出, 只要计算出式(3.18) 中的误差信号 δ_k^o 和 δ_j^y , 权值调整量的计算推导即可完成。下面继续推导如何求 δ_k^o 和 δ_j^y 。

对于输出层, δ_k^o 可展开为:

$$\delta_k^o = -\frac{\partial E}{\partial \text{net}_k} = -\frac{\partial E}{\partial o_k} \frac{\partial o_k}{\partial \text{net}_k} = -\frac{\partial E}{\partial o_k} f'(\text{net}_k) \quad (3.19a)$$

对于隐层, δ_j^y 可展开为:

$$\delta_j^y = -\frac{\partial E}{\partial \text{net}_j} = -\frac{\partial E}{\partial y_j} \frac{\partial y_j}{\partial \text{net}_j} = -\frac{\partial E}{\partial y_j} f'(\text{net}_j) \quad (3.19b)$$

下面求式(3.19) 中网络误差对各层输出的偏导。

对于输出层, 利用式(3.12), 可得:

$$\frac{\partial E}{\partial o_k} = -(d_k - o_k) \quad (3.20a)$$

对于隐层, 利用式(3.13), 可得:

$$\frac{\partial E}{\partial y_j} = -\sum_{k=1}^l (d_k - o_k) f'(\text{net}_k) w_{jk} \quad (3.20b)$$

将以上结果代入式(3.19), 并应用式(3.11), 得:

$$\delta_k^o = (d_k - o_k) o_k (1 - o_k) \quad (3.21a)$$

$$\begin{aligned} \delta_j^y &= \left[\sum_{k=1}^l (d_k - o_k) f'(\text{net}_k) w_{jk} \right] f'(\text{net}_j) \\ &= \left(\sum_{k=1}^l \delta_k^o w_{jk} \right) y_j (1 - y_j) \end{aligned} \quad (3.21b)$$

至此两个误差信号的推导已完成, 将式(3.21) 代回到式(3.18), 得到三层感知器的 BP 学习算法权值调整计算公式为:

$$\begin{cases} \Delta w_{jk} = \eta \delta_k^o y_j = \eta (d_k - o_k) o_k (1 - o_k) y_j \end{cases} \quad (3.22a)$$

$$\begin{cases} \Delta v_{ij} = \eta \delta_j^y x_i = \eta \left(\sum_{k=1}^l \delta_k^o w_{jk} \right) y_j (1 - y_j) x_i \end{cases} \quad (3.22b)$$