定义网络的能量函数为：

注：因为神经元个数是有限的，每个神经元的状态取值均为-1和1，所以E的取值是有限的，故E(t)是有下界的

$$E(t)=-\frac{1}{2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{T} \tag{6.5}$$

令网络能量的改变量为 ΔE，网络状态的改变量为 ΔX，有：

$$\Delta E(t)=E(t+1)-E(t) \tag{6.6}$$

$$\Delta \boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{X}(t+1)-\boldsymbol{X}(t) \tag{6.7}$$

将式(6.4) 和式(6.5) 代入式(6.6)，则网络能量可进一步展开为：

$$\begin{aligned}\Delta E(t)&=E(t+1)-E(t)\\&=-\frac{1}{2}[\boldsymbol{X}(t)+\Delta\boldsymbol{X}(t)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}[\boldsymbol{X}(t)+\Delta\boldsymbol{X}(t)]+[\boldsymbol{X}(t)+\Delta\boldsymbol{X}(t)]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}-[-\frac{1}{2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{T}]\\&=-\Delta\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}(t)-\frac{1}{2}\Delta\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{W}\Delta\boldsymbol{X}(t)+\Delta\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{T}\\&=-\Delta\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{W}\boldsymbol{X}(t)-\boldsymbol{T}]-\frac{1}{2}\Delta\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{W}\Delta\boldsymbol{X}(t)\end{aligned} \tag{6.8}$$

由于定理 6.1 规定按异步工作方式，第 t 个时刻只有 1 个神经元调整状态，设该神经元为 j，将 $\Delta\boldsymbol{X}(t)=[0,\cdots,0,\Delta x_j(t),0,\cdots,0]^{\mathrm{T}}$ 代入上式，并考虑到 $\boldsymbol{W}$ 为对称矩阵，有：

$$\Delta E(t)=-\Delta x_j(t)\Big[\sum_{i=1}^{n}(w_{ij}x_i-T_j)\Big]-\frac{1}{2}\Delta x_j{}^2(t)w_{jj}$$

设各神经元不存在自反馈，有 $w_{jj}=0$，并引入式(6.3)，上式可简化为：

$$\Delta E(t)=-\Delta x_j(t)\mathrm{net}_j(t) \tag{6.9}$$

下面考虑上式中可能出现的所有情况。

情况 a　$x_j(t)=-1$，$x_j(t+1)=1$，由式(6.7) 得 $\Delta x_j(t)=2$，由式(6.1) 知，$\mathrm{net}_j(t)\geqslant 0$，代入式(6.9)，得 $\Delta E(t)\leqslant 0$。

注：因为$x_j>0$, $x_j=\mathrm{sgn}(\mathrm{net}_j)$，则$\mathrm{net}_j\geqslant 0$

情况 b　$x_j(t)=1$，$x_j(t+1)=-1$，所以 $\Delta x_j(t)=-2$，由式(6.1) 知，$\mathrm{net}_j(t)<0$，代入式(6.9)，得 $\Delta E(t)<0$。

情况 c　$x_j(t)=x_j(t+1)$，所以 $\Delta x_j(t)=0$，代入式(6.9)，从而有 $\Delta E(t)=0$。

以上三种情况包括了式(6.9) 可能出现的所有情况，由此可知在任何情况下均有 $\Delta E(t)\leqslant 0$，也就是说，在网络动态演变过程中，能量总是在不断下降或保持不变。由于网络中各节点的状态只能取 1 或 −1，能量函数 $E(t)$ 作为网络状态的函数是有下界的，因此网络能量函数最终将收敛于一个常数，此时 $\Delta E(t)=0$。注：此时E(t)收敛到常数，此时状态趋向于稳态，不会出现有限环或者混沌状态

下面分析当 $E(t)$ 收敛于常数时，是否对应于网络的稳态。当 $E(t)$ 收敛于常数时，有 $\Delta E(t)=0$，此时对应于以下两种情况：

情况 a　$x_j(t)=x_j(t+1)=1$ 或 $x_j(t)=x_j(t+1)=-1$，这种情况下神经元 j 的状态不再改变，表明网络已进入稳态，对应的网络状态就是网络的吸引子。

情况 b　$x_j(t)=-1$，$x_j(t+1)=1$，$\mathrm{net}_j(t)=0$，这种情况下网络继续演变时，$x_j=1$ 将

注：只有$x_j>0$, $\mathrm{net}_j\geqslant 0$，此处取等于，故只有这一种组合情况

不会再变化。因为如果 x_j 由 1 变回到 −1，则有 $\Delta E(t)<0$，与 $E(t)$ 收敛于常数的情况相矛盾。

综上所述，当网络工作方式和权矩阵均满足定理 6.1 的条件时，网络最终将收敛到一个吸引子。

事实上，对 $w_jj=0$ 的规定是为了数学推导的简便，如不作此规定，上述结论仍然成立。此外当神经元状态取 1 和 0 时，上述结论也将成立。