

假设我们已经有一个转移矩阵为 $Q$ 马氏链( $q(i, j)$ 表示从状态 $i$ 转移到状态 $j$ 的概率, 也可以写为 $q(j|i)$ 或者 $q(i \rightarrow j)$ ), 显然, 通常情况下

$$p(i)q(i, j) \neq p(j)q(j, i)$$

也就是细致平稳条件不成立, 所以 $p(x)$ 不太可能是这个马氏链的平稳分布。我们可否对马氏链做一个改造, 使得细致平稳条件成立呢? 譬如, 我们引入一个 $\alpha(i, j)$ , 我们希望

$$p(i)q(i, j)\alpha(i, j) = p(j)q(j, i)\alpha(j, i) \quad (19)$$

取什么样的 $\alpha(i, j)$  以上等式能成立呢? 最简单的, 按照对称性, 我们可以取

$$\alpha(i, j) = p(j)q(j, i) \quad \alpha(j, i) = p(i)q(i, j)$$

于是(19)式就成立了。所以有

$$p(i) \underbrace{q(i, j)\alpha(i, j)}_{Q'(i, j)} = p(j) \underbrace{q(j, i)\alpha(j, i)}_{Q'(j, i)} \quad (20)$$

于是我们把原来具有转移矩阵 $Q$ 的一个很普通的马氏链, 改造为了具有转移矩阵 $Q'$ 的马氏链, 而 $Q'$ 恰好满足细致平稳条件, 由此马氏链 $Q'$ 的平稳分布就是 $p(x)$ !

在改造 $Q$ 的过程中引入的 $\alpha(i, j)$ 称为接受率, 物理意义可以理解为在原来的马氏链上, 从状态 $i$ 以 $q(i, j)$ 的概率转跳转到到状态 $j$ 的时候, 我们以 $\alpha(i, j)$ 的概率接受这个转移, 于是得到新的马氏链 $Q'$ 的转移概率为 $q(i, j)\alpha(i, j)$ 。

