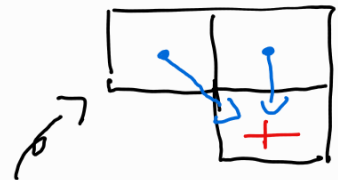


1. POA와 LectureNotes에 있는 내용을 보고 $C(9,4)$ 에 대한 다이나믹 프로그래밍을 위한 표를 작성하시오.

$$\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r}$$

$$\therefore n = 9, r = 4$$

$$r+1$$



	0	1	2	3	4
0	1	/	/	/	/
1	1	1	/	/	/
2	1	2	1	/	/
3	1	3	3	1	/
4	1	4	6	4	1
5	1	5	10	10	5
6	/	6	15	20	15
7	/	/	21	35	35
8	/	/	/	56	70
9	/	/	/	/	126

원하는 값이 맞는지?

Proof!

$$= \frac{9!}{4!5!} = 126 //$$

→ Required answer

• 해법은 순서 : 0열 → 4열, 각 열의 왼쪽 행부터 아래로 진행하며
하위대로 채움.

2. POA 방식대로 Knapsack Algorithm을 다음과 같은 입력데이터를 갖고 다이나믹 알고리즘을 수행하려고 했을 때 테이블을 채워 넣을 것.

$$s_1 = 4, s_2 = 5, s_3 = 7, s_4 = 2, s_5 = 6$$

$$S = 15$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	설명
0	t	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	(0,0)에 모두 f
1	t	f	f	t	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	s1의 size = 3,,
2	t	f	f	t	f	t	f	f	t	f	f	f	f	f	f	f	s2의 size = 5,,
3	t	f	f	t	f	t	f	t	t	f	t	f	t	f	f	t	s3의 size = 7,,
4	t	f	t	t	f	t	f	t	t	t	t	f	t	f	t	t	s4의 size = 2,,
5	t	f	t	t	f	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	t	s5의 size = 6,,

i) t는 바로 아래 행에 상속

ii) j번째 행의 j번째 열 요소는 i-1번째 행의 j-size 열 요소다,
i-1번째 행의 j번째 열 요소 중 하나라도 t이면 t이다

iii) t이면 모두 f를 채우는 방식으로 테이블을 채워 나감.

3. Lecture Note에 있는대로 Knapsack Algorithm의 다이나믹 알고리즘을 수행할 때 한 줄 만으로 가능한가? 가능하다면 방법(알고리즘)을 제시하고, 불가능하다면 $n = 3, S = 10$ 이내의 간단한 반례를 제시하시오.

- 모든 행의 0번째 열은 0이다
- 임의의 i 번째 행에서 j 번째 열이 t 라면 $i+1$ 번째 행의 j 번째 열도 t 이다 (상속받은)
- 상속받은 t 의 인덱스 열 값과 size를 더한 값이 S 를 넘어서면 무시

이 3가지 성질을 활용하여 'Just 1 row'로 표를 만드는 알고리즘을 구상해 보겠다.

1. 0행 0열에 t 를 삽입한 이후, 0행 나머지 열 모두 f 대입
2. 특정 행의 t 가 있는 위치의 열은 배열 $true-j$ 에 저장
ex) 특정 행의 t 가 있는 위치의 열이 0, 3 이라면, $true-j$ 에 $[0, 3]$ 저장
3. 특정 행의 다음 행은 $true-j$ 를 참조하여 해당 열에 모두 t 대입
4. $true-j$ 를 빈 배열로 초기화
5. 해당 행에 올바른 t, f 값을 대입하기 위해 S 열부터 내려와서로 탐색한다. 만약 특정 열의 요소가 t 라면, 해당 열 인덱스 + size 하여 나오는 열의 인덱스에 t 요소 대입. 만약 해당 열 인덱스 + size의 크기가 S 를 넘어서면 t 를 대입하지 않고 무시하여 계속 진행한다.
6. t 가 아닌 위치엔 모두 f 를 대입한다.
7. n 번째 행까지 2~6의 과정을 반복한다.

이 방법이라면, 이런 행을 참조하지 않고, 한 줄만으로 Knapsack 알고리즘의 다이나믹 알고리즘을 수행할 수 있다.

여러 $\frac{2}{2}$ 등 나누자.

ex) $S_1 = 3, S_2 = 5, S_3 = 2 \quad S = 9$

← 탐색 방향

		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	0	t	f	f	f	f	f	f	f	f	f	step.1 → 0행은 0열 제외 모두 f
true-j=[0]	1	t	f	f	t	f	f	f	f	f	f	→ 0 + S ₁ = 3열이 t 대응, 나머지 모두 f
true-j=[0,3]	2	t	f	f	t	f	t	f	f	t	f	→ 3 + S ₂ = 8열, 0 + S ₂ = 5열이 t 대응, 나머지 모두 f
true-j =[0, 3, 5, 8]	3	t	f	t	t	f	t	f	t	t	f	

→ $8 + S_3 = 11 > S$ 이므로 과잉 생략.
 $5 + S_3 = 7$ 열, $3 + S_3 = 5$ 열
 $0 + S_3 = 2$ 열이 t 대응.
 나머지 모두 f

• 검증.

i) 0행의 요소들은 $(0,0) = t$, 이 외엔 모두 f인가? OK

ii) 모든 t 요소들의 위치는 다음 중 둘 중 하나라도 만족하는가? OK

- ↗
 (0행 제외)
1. $t[i,j] := t[i-1,j]$
 2. if $j - S_i \geq 0$ then
 $t[i,j] := t[i,j] \text{ or } t[i-1, j - S_i]$