

HW6. Fib 함수

2017/5/6/19 영민(24)

과제자는 각해관 인원: 1명 (Alone)

POA 265. function fib(n)

1. comment Return F_n , the n th Fibonacci number
 2. if $n=0$ then return(0) else # n 이 0이면 0을 리턴한다.
 3. last:=0, current:=1 # last의 초기값: 0, current의 초기값: 1
 4. for i:=2 to n do # 2부터 n까지 값을 증가시키며 반복
 5. temp:=last+current; last:=current; current:=temp
 6. return(current)
- # temp = last + current의 값.
last_{n+1} = current_n # current = temp
∴ current_{n+1} = last_n + current_n

i) $n=2$, fib(2)

3. last:=0, current:=1
4. for i=2 to 2 do
5. temp:=0+1=1; last:=1; current:=1
6. return(1)

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{temp} = 1 \\ \text{last} = 1 \\ \text{current} = 1 \end{cases}$$

$$\therefore \text{fib}(2) = 1$$

ii) $n=3$, fib(3)

3. last:=0, current:=1
4. for i=2 to 3 do
5. $\begin{cases} (i=2) \text{ temp} := 0+1=1; \text{last}:=1; \text{current}:=1 \\ (i=3) \text{ temp} := 1+1=2; \text{last}:=1; \text{current}:=2 \end{cases}$
6. return(2)

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{temp} = 2 \\ \text{last} = 1 \\ \text{current} = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \text{fib}(3) = 2$$

iii) $n=7$, fib(7)

3. last:=0, current:=1
4. for i=2 to 7 do
5. $\begin{cases} (i=2) \text{ temp} := 0+1=1; \text{last}:=1; \text{current}:=1 \\ (i=3) \text{ temp} := 1+1=2; \text{last}:=1; \text{current}:=2 \\ (i=4) \text{ temp} := 1+2=3; \text{last}:=2; \text{current}:=3 \\ (i=5) \text{ temp} := 2+3=5; \text{last}:=3; \text{current}:=5 \\ (i=6) \text{ temp} := 3+5=8; \text{last}:=5; \text{current}:=8 \\ (i=7) \text{ temp} := 5+8=13; \text{last}:=8; \text{current}:=13 \end{cases}$
6. return(13)

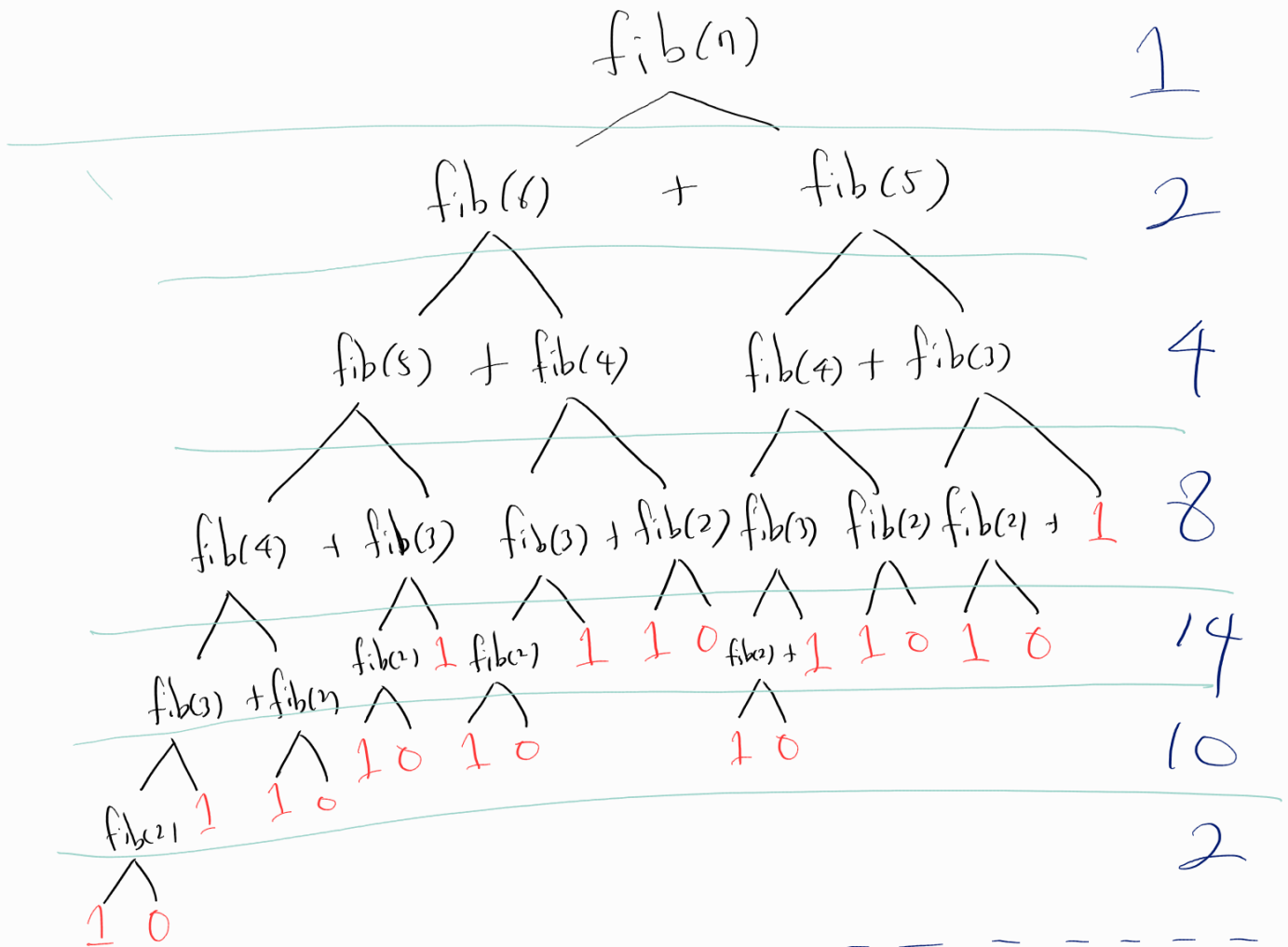
$$\Rightarrow \begin{cases} \text{temp} = 13 \\ \text{last} = 8 \\ \text{current} = 13 \end{cases}$$

$$\therefore \text{fib}(7) = 13$$

POA 276. function fib(n)

comment Return F_n , the n th Fibonacci number.

1. if $n \leq 1$ then return(n) # $n \leq 1$ 이면 n 을 return
2. else return (fib(n-1) + fib(n-2)) # 아니면 매개변수 $n-1, n-2$ 을 각각 넣어 재귀호출



호출 횟수 : 41번 //

$$\therefore \text{fib}(7) = 1 \times 13 + 0 \times 8 = 13 //$$

POA.277

function fib(n)

comment Return (F_{n-1}, F_n)

1. if n is odd then
2. $(a, b) := \text{even}(n-1)$
3. return $(b, a+b)$
4. else return $(\text{even}(n))$

function even(n)

comment Return (F_{n-1}, F_n) when n is even

1. if $n=0$ then Return $(1, 0)$
2. else if $n=2$ then Return $(1, 1)$
3. else if $n=4$ then Return $(2, 3)$
4. $(a, b) := \text{fib}(n/2 - 1)$
5. $c := a + b; d := b + c$
6. return $(b \cdot d + a \cdot c, c \cdot (d + b))$

$\therefore \text{fib}(7)$

1. 7 is odd then
2. $(a, b) := \text{even}(6)$

~~(even(n) 실행)~~

4. $(a, b) := \text{fib}(\frac{6}{2} - 1) = \text{fib}(2)$

1. 2 is not odd

2. return $(\text{even}(2))$

~~(even(n) 실행)~~

2. else if $n=2$ then return $(1, 1)$

4. $(a, b) := (1, 1)$

5. $c := 1 + 1; d := 1 + 2$

6. return $(1 \cdot 3 + 1 \cdot 2, 2 \cdot (1 + 3))$
 $= \text{return}(5, 8)$

2. $(a, b) := (5, 8)$

3. return $(8, 13)$

$\therefore \text{fib}(7) = (8, 13)$

even 함수 : 2번 실행

꼬리 재귀(Tail Recursion)

꼬리 재귀에 대해 알아보기 전에, '재귀'의 정확한 정의에 대해 한 번 짚고 넘어가보겠다. 재귀함수란, 한 마디로 '자기 자신을 호출하는 함수'이다. 구조는 비슷하지만 더 작은 문제로 쪼갤 수 있는 문제를 풀 때 유용한 접근 방법이다. 재귀를 사용하면 코드가 짧아지고 내용도 직관적으로 파악할 수 있어 가독성이 높아진다는 장점이 있다. 한 번 호출 될 때마다 함수의 매개변수, 결과값, 그리고 리턴 후 돌아갈 위치 등이 스택에 쌓이게 된다. 허나 재귀는 앞서 말했듯, 호출의 호출의 호출의 호출의...를 반복하는 구조이다보니 '스택 오버 플로우' 현상을 일으킬 수 있다는 위험성을 가지고 있다. 재귀는 위와 같은 이유로 장점이 분명하지만, 자칫하면 위험하기 때문에 주의해서 사용해주어야 하는데, 재귀함수의 장점은 살리고 단점을 보완하는 방법 중 하나가 바로 '꼬리재귀'이다.

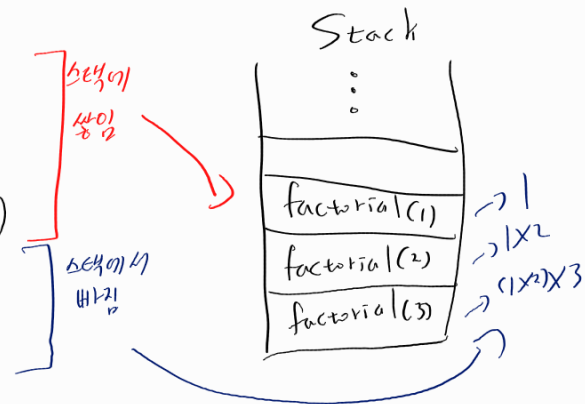
꼬리 재귀는 '재귀 호출이 끝나면 아무 일도 하지 않고 결과만 바로 반환되도록 하는 방법'이다. 이 방식을 사용하면 이전 함수의 상태를 유지하지도 않고 추가 연산을 하지도 않아서 스택이 넘쳐나는 문제를 해결할 수 있게 된다. 꼬리 재귀 함수는 이름처럼 항상 함수의 꼬리부분에서 실행되는데, return 되기 전에 값이 정해지며 호출당한 함수의 결과값이 호출하는 함수의 결과값으로 반환된다.

예를 들어보겠다.

• 일반 재귀 방식

```
function factorial(n){
  if (n==1){
    return 1;
  }
  return n * factorial(n-1)
}
```

ex) factorial(3)

$$\begin{aligned}
 &= 3 \times \text{factorial}(2) \\
 &= 3 \times (2 \times \text{factorial}(1)) \\
 &= 3 \times (2 \times 1) \\
 &= 3 \times 2 \\
 &= 6
 \end{aligned}$$


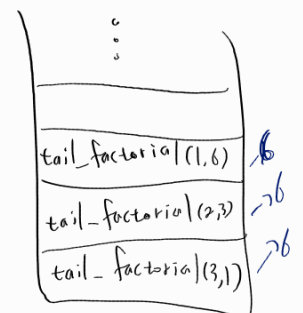
• 꼬리 재귀 방식

```
function tail_factorial(n, total=1){
  if (n==1){
    return total;
  }
  return factorial(n-1, n * total);
}
```

ex) tail_factorial(3, 1)

$$\begin{aligned}
 &\text{tail_factorial}(2, 3) \\
 &\text{tail_factorial}(1, 6)
 \end{aligned}$$

6
6
6



둘은 언뜻 비슷해보일 수 있지만, 가장 큰 차이는 값들을 반환할 때 나타난다. 그림을 보면 가장 마지막으로 계산된 total 값인 6이 그대로 return 되는 것을 알 수 있다. 각 함수들은 별도의 연산 없이 이 값을 "전달만 하는 것"이다. 일반 재귀 함수는 값을 받으면, "그 값에 연산을 하고 다른 함수에게 전달을 해줘야 했다." 하지만 꼬리재귀는 "아무것도 하지 않고 값을 전달"한다.

알아보다보니 오늘 푼 문제 중, POA 277번과 비슷하다고 생각했는데, 꼬리재귀함수에 대해 찾아보니 POA 277번이 꼬리재귀함수라는 것을 깨달았다. 갑자기 이유없이 꼬리재귀함수를 알아오라고 말씀하실 교수님이 아니실텐데... 싶었는데 역시 오늘 푼 문제와 연계해서 조사하고 생각해보라는 교수님의 깊은(?) 뜻이 아니신가 싶다.

* 출처 : <https://jooning.tistory.com/m/entry/%EC%9E%AC%EA%B7%80-%E2%86%92-%EA%BC%AC%EB%A6%AC-%EC%9E%AC%EA%B7%80-Tail-Recursion> *