1 Algorithm

1.1 $\mathcal{O}$ notation

与えられた関数 $g(n)$ に対して、$\mathcal{O}(g(n))$ によって関数の集合

$$\mathcal{O}(g(n)) = \{f(n) : \text{ある正の定数 } c, n_0 \text{が存在して、すべての } n \geq n_0 \text{に対して } 0 \leq f(n) \leq cg(n) \text{ を満たす } \}$$

を表現する。

入力が一定数以下はオーバーヘッドがあったりで、ノイズなので入力が一定数以上を表現するために n_0 を設けている。

2 統計

2.1 条件つき確率

2 つの事象 A,B に対し、A が起こった状況のもとで B が起こる条件つき確率といい、以下のように表す

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

考え方としては、$P(B|A)$ を given として与えられている事象 A の個数と事象 A かつ B の個数と捉えて以下のように導く

$$\begin{aligned} P(B|A) &= \frac{n(A \cap B)}{n(A)} \\ &= \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(U)}}{\frac{n(A)}{n(U)}} \qquad \text{(分子, 分母を n(U) で割る)} \\ &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \end{aligned}$$

条件付き確率を以下の形にしたものを乗法定理という。

$$P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

2.2　ベイズの定理

$$
\begin{aligned}
P(X \cap Y) &= \frac{n(X \cap Y)}{n(U)} \\
&= \frac{n(X \cap Y)}{1} \cdot \frac{1}{n(U)} \\
&= \frac{n(X \cap Y)}{n(X)} \cdot \frac{n(X)}{n(U)} \\
&= P(Y|X) \cdot P(X) \\
\text{同様に} & \\
P(X \cap Y) &= \frac{n(X \cap Y)}{n(U)} \\
&= \frac{n(X \cap Y)}{1} \cdot \frac{1}{n(U)} \\
&= \frac{n(X \cap Y)}{n(Y)} \cdot \frac{n(Y)}{n(U)} \\
&= P(X|Y) \cdot P(Y) \\
\text{従って} & \\
P(Y|X)P(X) &= P(X|Y)P(Y)
\end{aligned}
$$

$$
\underbrace{P(X|Y)}_{\text{事後確率}} = \underbrace{P(X)}_{\text{事前確率}} \cdot \underbrace{\frac{P(Y|X)}{P(Y)}}_{\text{修正項}}
$$