1　剰余の定理

$P(a)$をaに関する多項式とする

$$P(a) = (a-k)Q(a) + R \qquad (P(a)\text{を}(a-k)\text{で割る})$$

ここで､$a = k$を代入すると

$$P(k) = (k-k)Q(k) + R$$

$$P(k) = R$$

$$\text{よって}P(a) = (a-k)Q(a) + P(k)$$

$$\text{つまり}P(k) = 0 \Leftrightarrow P(a)\text{を}(a-k)\text{で割り切れる。}$$

具体例

$P(a) = a^n - b^n$ とすると、$P(b) = b^n - b^n = 0$ なので、$(a-b)$は$a^n - b^n$を割り切れる

実際に、$a^n - b^n = (a-b)(\sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k} b^k)$

$n = 3$のとき､$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

2　$-1 \times -1 = 1$の証明

$$-1 + 1 = 0 \qquad (\text{マイナスの定義} - a + a = 0)$$

$$-1 \times (-1 + 1) = -1 \times 0 \qquad (-1\text{をかける})$$

$$(-1) \times (-1) + (-1) \times 1 = 0 \qquad (\text{分配法則と､}a \times 0 = 0)$$

$$(-1) \times (-1) + (-1) = 0 \qquad (a \times 1 = a)$$

$$(-1) \times (-1) = 1 \qquad (\text{両辺に}1\text{を足す})$$

..

Hello