

1 Algorithm

1.1 \mathcal{O} notation

与えられた関数 $g(n)$ に対して、 $\mathcal{O}(g(n))$ によって関数の集合

$\mathcal{O}(g(n)) = \{f(n) : \text{ある正の定数 } c, n_0 \text{ が存在して、すべての } n \geq n_0 \text{ に対して } 0 \leq f(n) \leq cg(n) \text{ を満たす} \}$

を表現する。

入力が一定数以下はオーバーヘッドがあったりで、ノイズなので入力が一定数以上を表現するために n_0 を設けている。

2 統計

2.1 条件つき確率

2つの事象 A, B に対し、A が起こった状況のもとで B が起こる条件つき確率といい、以下のように表す

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

考え方としては、 $P(B|A)$ を given として与えられている事象 A の個数と事象 A かつ B の個数と捉えて以下のように導く

$$\begin{aligned} P(B|A) &= \frac{n(A \cap B)}{n(A)} \\ &= \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(U)}}{\frac{n(A)}{n(U)}} \quad (\text{分子, 分母を } n(U) \text{ で割る}) \\ &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \end{aligned}$$

条件付き確率を以下の形にしたものを乗法定理という。

$$P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

2.2 ベイズの定理

$$\begin{aligned}P(X \cap Y) &= \frac{n(X \cap Y)}{n(U)} \\&= \frac{n(X \cap Y)}{1} \cdot \frac{1}{n(U)} \\&= \frac{n(X \cap Y)}{n(X)} \cdot \frac{n(X)}{n(U)} \\&= P(Y|X) \cdot P(X)\end{aligned}$$

同様に

$$\begin{aligned}P(X \cap Y) &= \frac{n(X \cap Y)}{n(U)} \\&= \frac{n(X \cap Y)}{1} \cdot \frac{1}{n(U)} \\&= \frac{n(X \cap Y)}{n(Y)} \cdot \frac{n(Y)}{n(U)} \\&= P(X|Y) \cdot P(Y)\end{aligned}$$

従って

$$\begin{aligned}P(Y|X)P(X) &= P(X|Y)P(Y) \\P(X|Y) &= P(X) \cdot \frac{P(Y|X)}{P(Y)}\end{aligned}$$

$P(X|Y)$ を事後確率、 $P(X)$ を事前確率という。この式を事後確率 = 事前確率 * 修正項とみることができる