1. Извадка без връщане, с наредба: k от n. Брой възможности:

$$P_{n,k} = n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

   В частност $P_{n,n} = n!$
   Пример: По колко начина могат да се наредят 6 книги на рафт? По колко начина могат да се наредят 4 книги от 6-те? *Отг.:* $6!; P_{6,4} = 6!/2!$.

2. Извадка без връщане, без наредба: k от n. Брой възможности:

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

   Пример: По колко начина може да се наредят в редица m мъже и n жени? *Отг.:* $\binom{n+m}{n}$.

3. Извадка с връщане: k от n. Брой възможности: $\mathbf{n^k}$.
   Пример: В група от k човека, каква е вероятността поне двама да имат общ рожден ден? *Отг.:* $1 - \frac{P_{365,k}}{365^k}$.

Биномиална теорема:

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

ЗАДАЧИ:

1. Основният елемент на едно цифрово изображение се нарича пиксел. Всеки пискел се кодира двоично в съответната степен на скала на сивото. Например с два бита може да се кодира пиксел в четиристепенна скала на сивото с нива 00, 01, 10 и 11. Колко нива на сивото може да се кодират с четири битов код? Колко бита са необходими за 32-степенна скала? *Отг.:* $16; 5$.

2. Пет вида обвивки за оптичен кабел ще бъдат подложени на тест при много ниски температури. Редът на тестване е случаен. Колко наредби за реда на тестване на различните материали има? Ако два вида обвивки имат един и същ производител, колко начина има те да се окажат една след друга при теста. Каква е вероятността да се случи това? *Отг.:* $5!; 2!4!$.

3. Изследва се ефективността на три вида полимери. Всеки от тях трябва да се тества при четири различни температури и три нива на радиация. Колко различни експериментални условия се определят по този начин? Ако при всяко експериментално условие трябва да се проведат по пет повторения на теста, колко общо експеримента ще бъдат проведени? *Отг.:* $12; 180$.

4. Провежда се тест за скоростта на пет различни компилатора на един и същ език за програмиране. Колко сравнения могат да бъдат направени, ако компилаторите се сравняват два по два? *Отг.:* 10.

5. Във фирма работят 10 програмиста, 8 тестера, 4 компютърни инженера и 3 статистика. Избира се екип за дългосрочен проект, в който трябва да се включат 3 програмиста, 2 тестера, 2 компютърни инженера и 1 статистик. По колко начина може да се избере такъв екип? Ако клиентът настоява в проекта да работи определен инженер, с който са работили и преди, по колко начина може да се избере екипът? *Отг.:* $60480; 30240$.

6. Колко възможни 128-битови съобщения с точно две грешки (смяна на бита) има? Колко са съобщенията с до две грешки? Каква е вероятността да се получи съобщение с не повече от две грешки? *Отг.:* $8128; 8257; 8257/2^{128}$.

7. Фирма предлага на клиентите си да получат при покупката на компютър безплатно 10 софтуерни пакета, като могат да избират от 25 налични. По колко начина може да се направи такъв избор? Пет от наличните пакети са игри. Ако три от избраните са игри, колко са начините, по които може да бъде направен такъв избор? *Отг.:* $3268760; 775200$.

8. Компютърна система има парола, която е съставена от пет латински букви, последвани от една цифра. Колко възможни пароли има? Колко пароли съдържат три пъти A и два пъти B и завършват на четна цифра? Ако сте забравили паролата си, но знаете, че отговаря на горното условие, каква е вероятността от първия път да я улучите? *Отг.:* $118813760; 50; 1/50$.

9. Фенерче работи с две батерии. Ако разполагате с 8 батерии, три от които са изтощени, но вие не знаете кои точно и опитвате случайно, в колко от случаите фенерчето ще работи и в колко - не? Каква е вероятността фенерчето да проработи с първите две батерии, които вземете? *Отг.:* $10/28$.

10. Колко са начините да се разпределят k неразличими обекта в n кутии? А ако обектите са различими? *Отг.:* $\binom{k+n-1}{k}; n^k$.

11. Колко са всички частни производни от n-ти ред на функция на k променливи? *Отг.:* $\binom{n+k-1}{n}$.

12. Ако A_1, A_2, $\ldots A_n$ са крайни множества, докажете че:

$$|\bigcup_{i=1}^{n} A_i| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| - \sum_{i<j} |A_iA_j| + \sum_{i<j<k} |A_iA_jA_k| + \cdots + (-1)^{n-1}|A_1A_2\cdots A_n|$$

13. Резултатът от обработката на данни от проведена анкета с 1000 лица е следният: английски език владеят 811 души, френски - 752, руски - 418, английски и руски - 356, английски и френски - 570, френски и руски - 348, английски, френски и руски - 297. Верен ли е резултатът? *Отг.:* не.

14. Докажете:

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \cdots + (-1)^n\binom{n}{n} = 0$$
$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$$

15. Докажете:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$
$$\sum_{0\le k\le n} \binom{k}{m} = \binom{0}{m} + \binom{1}{m} + \cdots + \binom{n}{m} = \binom{n+1}{m+1}$$
$$\sum_{0\le k\le n} \binom{r}{k}\binom{s}{n-k} = \binom{r+s}{n}$$

16. Имаме n обекта, от които n_1 са от тип t_1, n_2 от тип t_2, $\ldots n_k$ от тип t_k. Ако обектите от всеки тип се считат за неразличими, колко са начините за наредба на всичките n обекта? *Отг.:* $\frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}$.

17. Експеримент се състои в следното: избира се случайно цифра от 0 до 9, като всяка цифра има еднакъв шанс да бъде избрана, присвояваме стойността на избраната цифра на променливата A и изпълняваме следния код:

```
IF A < 2 THEN B = 12; ELSE B = 17;
IF B = 12 THEN C = A - 1; ELSE C = 0;
```

Каква е вероятността A да бъде четно число? Каква е вероятността C да бъде отрицателно? Каква е вероятността $C = 0$? Каква е вероятността $C \le 1$? *Отг.:* $1/2; 1/10; 9/10; 1$.

18. Колко плочки за игра на домино могат да се образуват с числата от 1 до n, ако на всяка плочка има по две числа и има симетрични плочки (с една и съща стойност от двете страни на плочката)? *Отг.:* $n(n+1)/2$.

19. Ако n различни топки се поставят в n кутии, каква е вероятността да остане точно една празна кутия? *Отг.:* $\binom{n}{2}n!/n^n$.