

図 5.8 局所シェーディングモデルで離れた反射面からのラジオシティの効果をモデリングする。この局所シェーディングモデルでのラジオシティを予測するため、環境照明項を新たに付け加える。球や立方体（左図）の内部で、パッチは他のすべての点とは同じものを見ることになる（左下図）。すると、一定の環境照明項がしばしば許容できるようになる。これより複雑な世界では、ある曲面パッチは囲まれた世界を他のものより少なく見る。たとえば、右図の溝の底におけるパッチはほとんど外の世界を見ることができない。したがって、一定の発散度をもつ無限多角形としてモデリングする（入半球を右下図に示した）

では球の内部)を見ると仮定し、同じ大きさの定数項を各パッチのラジオシティに加えるという方法である。なお、この項の大きさはしばしば推量でしかない。

もう一つに、いくつかのパッチがこの世界を他より少ししか見ることのできない状況においても環境照明項を考慮できる。この状況は世界がパッチの視野を遮蔽する場合である（つまり、パッチが溝の底にあるときである。図 5.8, 右）。環境照明項を考慮するには考慮するパッチが透視できる世界の観点からモデルを作る必要がある。そこで世界を遠くにある大きな多角形としてモデリングし、そこではラジオシティが一定だと考える。このモデルでは、この多角形の視点はいくつかのパッチにより遮蔽される（図 5.8 を参照されたい）。この結果、世界をあまり見ることのできないパッチでの環境項は小さくなる。このモデルはしばしば一定の環境項を加えれば正確となるが、不幸にもモデルから情報を引き出すのが困難となる。これは大域シェーディングモデルと同等の困難さとなってしまう。

## 5.4 応用例: 測光立体視

本節では異なる照明下で撮られた曲面<sup>6</sup>の一連の写真から曲面パッチを再構築する。簡潔にす

<sup>6</sup>訳注: 本章の他の節では surface を「表面」と訳した。しかし、本節では「曲面」と訳す。違いは、物理特性で

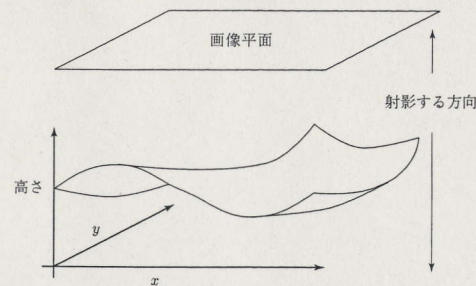


図 5.9 モンジュパッチは曲面の断片を奥行き写像として表現する。測光立体視の例では正射影カメラがモンジュパッチを見ると仮定する。なお、正射影カメラは空間内の  $(x, y, z)$  をカメラ座標の  $(x, y)$  へ写像する。曲面の形状は画像内の位置の関数として表現できることを意味する

るため正射影カメラを考え、空間内の点  $(x, y, z)$  が画像内の点  $(x, y)$  へ射影される座標系を選ぶものとする（ここでの方法は第 1 章の他のカメラモデルでも機能する）。

この場合、曲面の形状を測定するために曲面の奥行きを得る必要がある。これは曲面を  $(x, y, f(x, y))$  と表現することを示唆する。この表現法をモンジュパッチ (Monge patch) と呼ぶ（図 5.9）。これを最初に用いたフランス軍技師の名前にちなんで呼称である。モンジュパッチの魅力は、画像座標を与えるだけで曲面上の一意の点を定めることができることである。なお、ソリッド物体を測定する場合、パッチを再構築するためには物体の背後を観察する必要がある。1 つ以上のモンジュパッチが必要となることには注意されたい。

測光立体視 (photometric stereo) とは、画像データからモンジュパッチとしての数式を復元する方法である。この方法では、固定した視点で光源の場所を変化させて撮った物体の写真を用意して、これらの複数の写真において、物体の曲面の強度値をリーゾニングするものである。この方法は曲面の各画素に対応する点の奥行きを復元する。コンピュータビジョンのコミュニティでは奥行き写像 (height map, depth map, dense depth map)<sup>7</sup> と呼ぶ。

カメラと曲面の位置を固定し、曲面の大きさと比較して非常に遠い位置から点光源を用いて曲面を照らす。局所シェーディングモデルを採用し、環境照明はないと仮定する（環境照明項については後ほど詳説する）。すると、曲面の点  $P$  でのラジオシティは

$$B(P) = \rho(P)N(P) \cdot S_1$$

となる。なお、 $N$  を単位法線とし、 $S_1$  を光源ベクトルとする。また、このカメラモデルでは 1 点  $P$  のみが画像の各々の点  $(x, y)$  に対する曲面上にあるので、 $B(x, y)$  を  $B(P)$  と書くことができる。

はなく形状の議論をしていることである。ただし、物理特性にも関係するため「表面」の意味も含むものとして読んでいただきたい。

<sup>7</sup>訳注: height map, depth map, dense depth map はすべて同じ意味で、奥行き写像や高さ写像と呼ぶ。なお、第 18 章で距離画像 (range image) を取り扱うが、これも類似した意味であり注意されたい。距離画像の場合には奥行きを能動型のセンサによりハードウェア的に求める。



さて、「カメラ応答は曲面のラジオシティについて比例する」と仮定する。すると、 $(x, y)$  の画素の値は

$$\begin{aligned} I(x, y) &= k B(x, y) \\ &= k \rho(x, y) N(x, y) \cdot S_1 \\ &= g(x, y) \cdot V_1 \end{aligned}$$

となる。なお、 $k$  を入力放射輝度のカメラ応答に関する定数とする。また、 $g(x, y) = \rho(x, y) N(x, y)$  とし、 $V_1 = k S_1$  とする。これらの方程式で  $g(x, y)$  は曲面を記述し、 $V_1$  はカメラの照明特性を示す。すると、ベクトル場  $g(x, y)$  とベクトル  $V_1$  の内積を得る。これらは測定可能なものである。したがって、これらの内積が十分であれば  $g$  を再構築でき、曲面を再構築できる。

#### 5.4.1 多視点からの法線とアルベド

さて、 $V_i$  の既知な  $n$  個の光源があり、これら各々の  $V_i$  を既知の行列  $V$  に入れ

$$V = \begin{pmatrix} V_1^T \\ V_2^T \\ \vdots \\ V_n^T \end{pmatrix}$$

とする。また、各画像点における測定結果をベクトルにして

$$i(x, y) = \{I_1(x, y), I_2(x, y), \dots, I_n(x, y)\}^T$$

とする。ここで、画像の点ごとに1つのベクトルであることに注意されたい。以上で、各々のベクトルはその点で観察するさまざまな光源による画像輝度の情報をすべて含んだものとなる。すると、

$$i(x, y) = V g(x, y)$$

となり、 $g$  はこの線形系<sup>8</sup>を解けば得られることになる。一般に  $n > 3$  のとき最小2乗法が妥当である。解の剰余誤差により測定結果をチェックできるという利点がある。

以上の方法は、本質的な曲面領域が1つの光源の影のなか（もしくは他の光源の影のなか）に位置すれば難点をもつ（図5.10を参照されたい）。この危険は十分にあるが、この問題に対処する簡単なトリックがある。環境照明が本当になれば、画像ベクトルを対角行列の形にして両辺に掛け合わせることである。このトリックを使えば、影の点をすべての方程式から除去できる。つまり、まず

$$I(x, y) = \begin{pmatrix} I_1(x, y) & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I_2(x, y) & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & I_n(x, y) \end{pmatrix}$$

を形成して、

$$I i = I V g(x, y)$$

<sup>8</sup>なお、全体として線形系を形成するのではなく、画像点ごとに線形系を形成する。

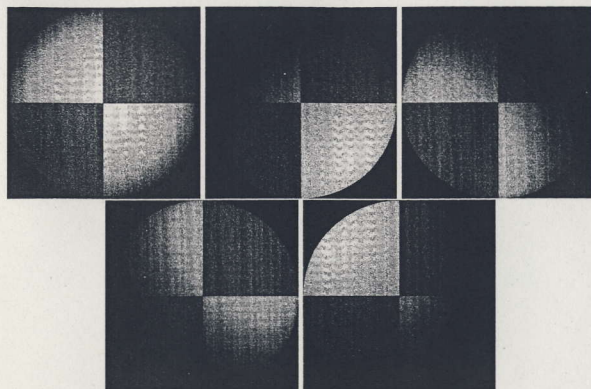


図 5.10 異なる照明下での「球」の統合画像 5 枚を示す。これらはすべて同じ視点位置から正射影カメラで見たものである。これらの画像は離れた点光源を用いて局所シェーディングモデルでシェーディングした。球は凸の物体なので、光源の方向が視線方向と平行であるときのみに見える影は存在しない。異なる光源下で発生する各種の明るさは曲面形状を符号化する。

とする。これは  $I$  の影領域への寄与をゼロにする効果をもつ。なぜなら、影のなかの点に対応する行列の要素はゼロだからである。ここでもう一度画像点ごとに1つの線形系を形成する。各々の点でこの線形系を解けば、その点での  $g$  ベクトルを復元できる。

#### アルベドの測定

この場合、 $N$  は単位法線なので、 $g$  を測定すればアルベドを引き出すことができる。つまり、 $|g(x, y)| = \rho(x, y)$  となる。ここにおいても測定のチェックが可能である。アルベドは0と1の間なので、 $|g|$  が1より大きい画素は怪しい。この場合、画素が機能していないか、 $V$  が正しくないかのいずれかである。図5.11はこの方法により図5.10の画像から復元したアルベドを示す。

#### 法線の復元

同様にこの場合法線は単位ベクトルなので、 $g$  から法線を引き出すことができる。つまり、

$$N(x, y) = \frac{1}{|g(x, y)|} g(x, y)$$

となる。図5.12は図5.10の画像から復元した法線の値を示す。

#### 5.4.2 法線からの形状

曲面は  $(x, y, f(x, y))$  なので、関数として法線  $(x, y)$  を書くと

$$N(x, y) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\partial f}{\partial x}^2 + \frac{\partial f}{\partial y}^2}} \left\{ -\frac{\partial f}{\partial x}, -\frac{\partial f}{\partial y}, 1 \right\}^T$$

となる。奥行き写像を復元するには単位法線の測定値から  $f(x, y)$  を決定する必要がある。



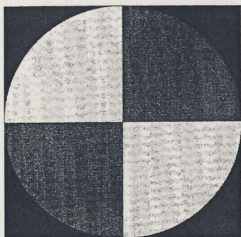


図 5.11 図 5.10 の入力データから復元されたベクトル場  $g(x, y)$  の大きさを画像として表現する。これは曲面の反射率 (reflectance) である

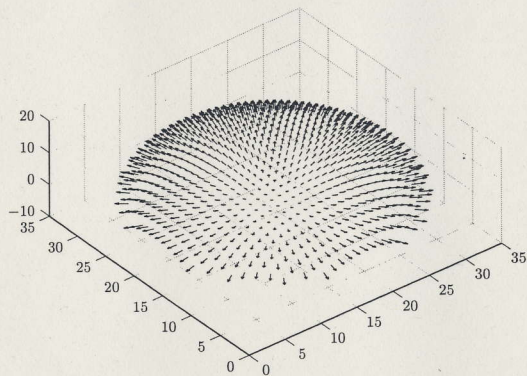


図 5.12 図 5.10 の入力データから復元した法線の場合

ある点  $(x, y)$  での単位法線の測定値が  $(a(x, y), b(x, y), c(x, y))$  だと仮定する。すると、

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{a(x, y)}{c(x, y)}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{b(x, y)}{c(x, y)}$$

となる。一方、

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

なので、

$$\frac{\partial \left( \frac{a(x, y)}{c(x, y)} \right)}{\partial y} = \frac{\partial \left( \frac{b(x, y)}{c(x, y)} \right)}{\partial x}$$

は各々の点で小さいと期待できる。これが実際に正しいかをデータ集合でチェックする。原理的にこれはゼロだが、これらの偏微分を解析的に推定する必要がある。そのため小さな値でも受け入れるようにしなければならない。このテストは「積分可能性 (integrability) のテスト」として知られ、ビジョンの応用事例では、「混合 2 次偏微分が等しいかどうか」をチェックする。

#### アルゴリズム 5.1: 測光立体視

異なる照明下, 固定視点で多数の写真を撮る。

光源とカメラの情報から行列  $\mathcal{V}$  を決定する。

アルベド, 法線 (3 成分),  $p, q$  の配列を作成する; なお,  $p$  と  $q$  を,  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$  の観測値とする。

foreach (画像配列の各々の点)

画像の値をベクトル  $i$  に置く。

対角行列  $\mathcal{I}$  を構築する。

$\mathcal{I}\mathcal{V}g = \mathcal{I}i$  を解き, この点での  $g$  を獲得する。

この点でのアルベドは  $|g|$ , 法線は  $\frac{g}{|g|}$ ,  $p$  は  $\frac{N_1}{N_3}$ ,  $q$  は  $\frac{N_2}{N_3}$  となる。

end

安全性チェック:  $\left( \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial q}{\partial x} \right)^2$  がどこでも小さいかをチェックする。

奥行き写像の左上のコーナーをゼロと考える。

foreach (奥行き写像の左の列における各画素)

奥行き値 = 元の奥行き値 + 対応する  $q$  の値

end

foreach (各々の行)

foreach (一番左を除いた各々の行の要素)

奥行き値 = 元の奥行き値 + 対応する  $p$  の値

end

end

#### 積分による形状

偏導関数がこの積分可能性の安全性チェックを通ったとする。すると, 奥行き誤差の定数因子に依存して曲面を復元できる。偏導関数は曲面の奥行きの  $x$  か  $y$  方向に対して微小な大きさだけ変更を加える。つまり, これらのある道筋に沿う奥行きの変化を足し合わせれば曲面を得ることを意味する。特に、

$$f(x, y) = \oint_C \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) \cdot dl + c$$

を得る: なお,  $C$  をある固定された点から  $(x, y)$  に至る曲線,  $c$  を積分定数とし, この積分定数は出発点の曲面の (未知の) 奥行きを意味する。復元された曲面は曲線の選択によらない (章末の練習問題を参照されたい)。

曲線の選択によらないので, たとえば, 直線  $x = 0$  に沿う  $y$  導関数を  $(0, 0)$  から  $(0, v)$  まで足し合わせ, 直線  $y = v$  に沿う  $x$  導関数を  $(0, v)$  から  $(u, v)$  まで足し合わせればよい。つまり、

$$f(u, v) = \int_0^v \frac{\partial f}{\partial y}(0, y) dy + \int_0^u \frac{\partial f}{\partial x}(x, v) dx + c$$



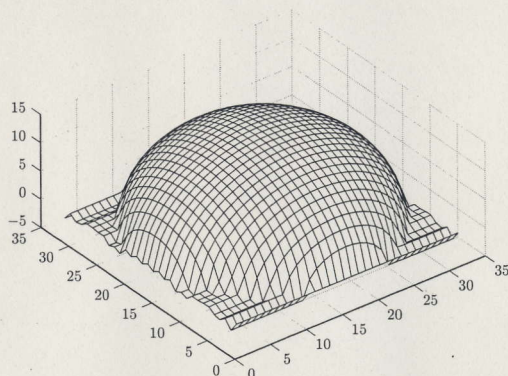


図 5.13 本文で記述した方法を用いて図 5.12 の法線場を積分して得た奥行き場

とすればよい。これはアルゴリズム 5.1 に示した積分の経路である。多くの異なる経路を使って導関数の推定誤差が分散するように平均するのがおそらくベストであろう。しかし他の経路でもできる。図 5.13 は図 5.10 のデータから得た再構築を示す。

形状を復元する別のアプローチは、偏導関数を測定した偏導関数に最も類似する関数  $f(x, y)$  を選択することである。6.5.2 項で同様の問題に対してこのアプローチの詳細を述べる。

## 5.5 相互反射：大域シェーディングモデル

局所シェーディングモデルは誤った印象を与えがちである。なぜなら、現実の世界で各表面パッチを照らすのは光源のみではなく、他の表面パッチが反射する光にもよるからである。他の表面パッチが反射する光を相互反射 (interreflection) と呼ぶ。また、相互反射を考慮するモデルを大域シェーディングモデル (global shading model) と呼ぶ。相互反射はいまだに十分には解明されておらず、さまざまなシェーディング効果をもたらして複雑なものとなる。不幸にもこれらの相互反射は広く起こる。大域シェーディングモデルを本質的な定性的な特性を失わずに簡潔化する方法は知られていない。

たとえば、図 5.14 は 2 つの部屋の内部を示す。一方は黒い壁の部屋で内部に黒い物体を置き、もう一方は白い壁の部屋で内部に白い物体を置く。2 つの部屋はそれぞれ遠い点光源により (適度に) 照らされている。光源の強度が妥当に調整されているとすると、局所シェーディングモデルでは「これらの写真は区別がつかない」と予測する。実際、黒い部屋には白い部屋より「より暗い影」があり、多面体の面と面との境に「より明瞭な境界」がある。これは、黒い部屋の表面が他の表面 (それらはより暗い) に反射する光が少ないからである。一方、白い部屋では他の表

面が放射光源として機能する。図に示すようにラジオシティへのカメラ応答の断面は<sup>9</sup>、場所により定性的に大きく異なる。局所シェーディングモデルの予想するとおり、黒い部屋ではすべてのパッチのラジオシティは一定となる。しかし、白い部屋では一般にゆっくりとした画像勾配<sup>10</sup>となる。これは凹のコーナーで起こり、そこでは物体面が互いに光を反射し合う。

点光源の照らす部屋において、白い部屋での例は局所シェーディングモデルが予想する<sup>11</sup>鋭い照明勾配を示さない理由を示す。白い部屋の壁と床は照明を反射し返しコーナーを明るくする傾向にある。なぜなら、反射しなければ暗いはずだからである。

### 5.5.1 相互反射モデル

さて、どのように拡散面のパッチ集合のラジオシティを予想するかは十分可能であろう。パッチを出力するラジオシティの合計  $B(P)$  はそのパッチの発散度  $E(P)$  と全パッチから反射するラジオシティ  $B_{\text{反射}}(P)$  を加えればよい。また、発散度は光源を除いてすべてゼロである。したがって、

$$B(P) = E(P) + B_{\text{反射}}(P)$$

となる。

われわれのパッチの視点では、「発散度により他のパッチから出力されるエネルギー」と「反

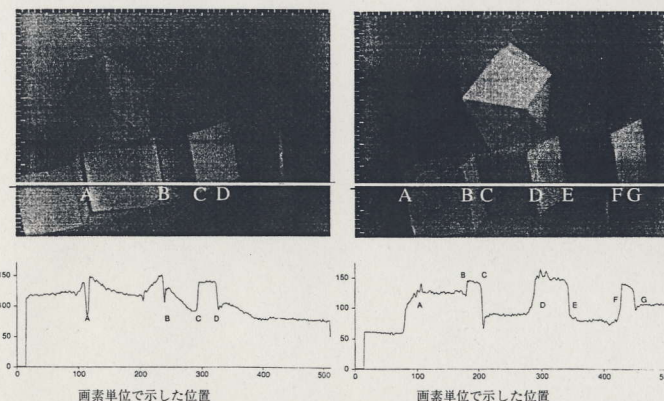


図 5.14 左図の列は数個の黒色 (艶消し) の多面体が存在する黒色 (艶消し) の壁をもつ部屋からのデータを示す。一方、右図の列は白色の多面体が存在する白色の壁をもつ部屋を示す。黒の部屋は暗い影とはっきりとした境界をもち、白い部屋は凹のコーナーで明るいフレックスをもつ。したがって、これらの画像は定性的に異なる。グラフは画像内の対応する直線に沿った画像強度の断面を示す。 ("Mutual Illumination," by D.A. Forsyth and A.P. Zisserman, *Proc. CVPR*, 1989. © 1989 IEEE)

<sup>9</sup> 「ラジオシティへのカメラ応答の断面」は、拡散面へのラジオシティに比例する。

<sup>10</sup> 訳注: 「ゆっくりとした画像勾配」は、左の黒い部屋のように A, B, C, D の部分で鋭い勾配にはなっていないことを見るとよい。

<sup>11</sup> 5.2.2 項を参照されたい。