

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №2
З дисципліни «Методи оптимізації та планування»
Тема: ПРОВЕДЕННЯ ДВОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З
ВИКОРИСТАННЯМ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ

ВИКОНАВ:
Студент II курсу ФІОТ
Групи ІО-92
Рожко М.М.

ПЕРЕВІРИВ:
асистент
Регіда П.Г.

Київ 2021 р.

Мета:

Провести двофакторний експеримент, перевірити однорідність дисперсії за критерієм Романовського, отримати коефіцієнти рівняння регресії, провести натуралізацію рівняння регресії.

Варіант завдання:

№ _{варіанта}	X ₁		X ₂	
	min	max	min	max
217	20	70	5	40

$$y_{max} = (30 - 17) * 10 = 130$$

$$y_{min} = (20 - 17) * 10 = 30$$

Розруківка коду програми:

```
from random import *
from math import *
import numpy
import plotly.figure_factory as ff

x1_min, x1_max = 20, 70
x2_min, x2_max = 5, 40
y_max = (30-17)*10 #130
y_min = (20-17)*10 #13
m = 5

x1_x2 = [[-1,1,-1],[-1,-1,1]]
x1_x2_ref = [[20, 70, 20], [5, 5, 40]]
y_arr = [[randint(y_min, y_max) for i in range(m)] for j in range(3)]

y_average = [sum(i)/len(i) for i in y_arr]

sigma = [sum([(y_arr[i][j] - y_average[i]) ** 2 for j in range(m)]) / m for i in range(3)]

sigma_zero = sqrt(2 * (2 * m - 2) / (m * (m - 4)))

fuv = [sigma[0]/sigma[1], sigma[2]/sigma[0], sigma[2]/sigma[1]]

tetauv = [(m-2)/m*i for i in fuv]

ruv = [abs(i-1)/sigma_zero for i in tetauv]

r_kr = 2

m_x1 = sum(x1_x2[0]) / 3
m_x2 = sum(x1_x2[1]) / 3
my = sum(y_average)/len(y_average)
a = [(x1_x2[0][0]**2 + x1_x2[0][1]**2 + x1_x2[0][2]**2)/3,
      (x1_x2[0][0]*x1_x2[1][0] + x1_x2[0][1]*x1_x2[1][1] +
```

```

x1_x2[0][2]*x1_x2[1][2]) / 3,
(x1_x2[1][0] ** 2 + x1_x2[1][1] ** 2 + x1_x2[1][2] ** 2) / 3]

aij = [sum([x1_x2[j][i] * y_average[i] for i in range(3)]) / 3 for j in
range(2)]

first = numpy.array([[1, m_x1, m_x2], [m_x1, a[0], a[1]], [m_x2, a[1],
a[2]]])
second = numpy.array([my, aij[0], aij[1]])
result = numpy.linalg.solve(first, second)

revision = [result[0] + result[1]*x1_x2[0][i] + result[2]*x1_x2[1][i] for i
in range(len(result))]

delta_x1 = abs(x1_max-x1_min)/2
delta_x2 = abs(x2_max-x2_min)/2
x10 = (x1_max+x1_min)/2
x20 = (x2_max+x2_min)/2
a0 = result[0] - result[1]*x10/delta_x1 - result[2]*x20/delta_x2
a1 = result[1]/delta_x1
a2 = result[2]/delta_x2

last_revision = [a0 + a1*x1_x2_ref[0][i] + a2*x1_x2_ref[1][i] for i in
range(3)]

data = [['X1', 'X2', 'Y1', 'Y2', 'Y3', 'Y4', 'Y5'],
[x1_x2[0][0], x1_x2[1][0]] + y_arr[0],
[x1_x2[0][1], x1_x2[1][1]] + y_arr[1],
[x1_x2[0][2], x1_x2[1][2]] + y_arr[2]]

fig = ff.create_table(data)
fig.show()

print("\n4. Перевіримо однорідність дисперсії за критерієм Романовського:\n
1) Знайдемо середнє значення функції відгуку в рядку: ")
for i in range(len(y_average)): print('    {0} =
{1}'.format("y"+str(i+1)+"_avg", y_average[i]))
print("\n    2) Знайдемо дисперсії по рядках: ")
for i in range(len(sigma)): print("    σ²{0} =
{1}".format("{y"+str(i)+str('')}", round(sigma[i], 4)))
print("\n    3) Обчислимо основне відхилення:\n    σ0 = ', round(sigma_zero,
4))
print('\n    4) Обчислимо Fuv:')
for i in range(len(fuv)): print('    {0} = {1}'.format('Fuv'+str(i+1),
fuv[i]))
print('\n    5) teta:')
for i in range(len(tetauv)): print('    {0} = {1}'.format('θuv'+str(i+1),
tetauv[i]))
print('\n    6) Ruv:')
for i in range(len(ruv)): print('    {0} = {1}'.format('Ruv'+str(i+1),
ruv[i]))

print('\n    7) Оскільки m=5 (в таблиці немає даних для такого значення),\n
візьмемо значення Rкр = 2 для m=6 і довірчою ймовірністю p=0.9:')
for i in range(len(ruv)): print('    {0} = {1} < Rкр =
{2}'.format("Ruv"+str(i), round(ruv[i],4), r_kr))
print("    Отже, дисперсія однорідна.\n")

print("5. Розрахунок нормованих коефіцієнтів рівняння регресії. ")
print('m_x1 = ', round(m_x1,4))
print('m_x2 = ', round(m_x2,4))
print('my', round(my,5))

```

```

for i in range(len(a)): print("{0} = {1}".format("a"+str(i+1),
round(a[i],4)))
print('a11 = {0}, a22 = {1}'.format(round(aij[0],4), round(aij[1],4)))
print('\n')
for i in range(len(result)): print('{0} = {1}'.format("b"+str(i+1),
round(result[i],4)))

print('\nОтже, нормоване рівняння регресії:\ny = {0} + ({1}*x1) +
({2}*x2)'.format(round(result[0],4), round(result[1],4), round(result[2],4)))
print("\nЗробимо перевірку: ")
print([round(i, 4) for i in revision])
print("Результат збігається з середніми значеннями.")

print("\n6. Проведемо натуралізацію коефіцієнтів: ")
print("delta_x1 = ", round(delta_x1,4))
print("delta_x2 = ", round(delta_x2,4))
print('x10 = ', round(x10,4))
print('x20 = ', round(x20,4))
print('a0 = ', round(a0,4))
print('a1 = ', round(a1,4))
print('a2 = ', round(a2,4))

print('\nЗапишемо натуралізоване рівняння регресії:')
print('y = a0 + a1*x1 + a2*x2 = {0} + {1}*x1 + {2}*x2'.format(round(a0,4),
round(a1,4), round(a2,4)))
print("Зробимо перевірку по рядках:")
print([round(i, 4) for i in last_revision])
print('Отже, коефіцієнти натуралізованого рівняння регресії вірні.')

```

Результат програми:

x1	x2	y1	y2	y3	y4	y5
-1	-1	65	36	45	121	84
1	-1	126	97	129	83	62
-1	1	84	71	97	50	35

```
C:\Users\Ymka\PycharmProjects\mope_labs\venv\Scripts\python.exe C:/Users/Ymka/PycharmProjects/mope_labs/lab2.py
```

4. Перевіримо однорідність дисперсії за критерієм Романовського:

1) Знайдемо середнє значення функції відгуку в рядку:

$y1_{avg} = 70.2$

$y2_{avg} = 99.4$

$y3_{avg} = 67.4$

2) Знайдемо дисперсії по рядках:

$\sigma^2\{y0\} = 920.56$

$\sigma^2\{y1\} = 651.44$

$\sigma^2\{y2\} = 503.44$

3) Обчислимо основне відхилення:

$\sigma_0 = 1.7889$

4) Обчислимо Fuv:

$Fuv1 = 1.4131155593761515$

$Fuv2 = 0.5468845050838619$

$Fuv3 = 0.7728110033157313$

5) teta:

$\theta_{uv1} = 0.8478693356256909$

$\theta_{uv2} = 0.3281307030503171$

$\theta_{uv3} = 0.46368660198943873$

6) Ruv:

$Ruv1 = 0.08504362675079018$

$Ruv2 = 0.37558635499362075$

$Ruv3 = 0.29980830379887885$

7) Оскільки $m=5$ (в таблиці немає даних для такого значення), візьмемо значення $R_{кр} = 2$ для $m=6$ і довірчою ймовірністю $p=0.9$:

$Ruv0 = 0.085 < R_{кр} = 2$

$Ruv1 = 0.3756 < R_{кр} = 2$

$Ruv2 = 0.2998 < R_{кр} = 2$

Отже, дисперсія однорідна.

5. Розрахунок нормованих коефіцієнтів рівняння регресії.

$m_{x1} = -0.3333$

$m_{x2} = -0.3333$

$m_y = 79.0$

$a1 = 1.0$

$a2 = -0.3333$

$a3 = 1.0$

$a11 = -12.7333, a22 = -34.0667$

$b1 = 83.4$

$b2 = 14.6$

$b3 = -1.4$

Отже, нормоване рівняння регресії:

$y = 83.4 + (14.6 \cdot x1) + (-1.4 \cdot x2)$

Зробимо перевірку:

$[70.2, 99.4, 67.4]$

Результат збігається з середніми значеннями.

6. Проведемо натуралізацію коефіцієнтів:

$\Delta x1 = 25.0$

$\Delta x2 = 17.5$

$x10 = 45.0$

$x20 = 22.5$

$a0 = 58.92$

$a1 = 0.584$

$a2 = -0.08$

Запишемо натуралізоване рівняння регресії:

$y = a0 + a1 \cdot x1 + a2 \cdot x2 = 58.92 + 0.584 \cdot x1 + -0.08 \cdot x2$

Зробимо перевірку по рядках:

$[70.2, 99.4, 67.4]$

Отже, коефіцієнти натуралізованого рівняння регресії вірні.

Process finished with exit code 0

Контрольні запитання:

1) Що таке регресійні поліноми і де вони застосовуються?

Важливою частиною теорії планування експерименту є оцінка результатів вимірів. При цьому використовують апроксимуючі поліноми, за допомогою яких ми можемо описати нашу функцію. В ТПЕ ці поліноми отримали спеціальну назву - регресійні поліноми, а їх знаходження та аналіз - регресійний аналіз. Найчастіше в якості базисної функції використовується ряд Тейлора, який має скінченну кількість членів.

2) Визначення однорідності дисперсії.

Однорідність дисперсій означає, що серед всіх дисперсій немає таких, які б значно перевищували всі інші. Для перевірки однорідності дисперсій у всіх точках спектра плану використовується або критерій Кохрена G, або критерій Фішера F.

Критерій Фішера дозволяє порівнювати дві дисперсії і визначається зі співвідношення $F = S_{\max}^2 / S_{\min}^2$.

Критерій Кохрена заснований на розподілі відносини максимальної дисперсії до суми всіх $G = S_{i\max}^2 / \sum_{i=1}^N S_i^2$ дисперсій:

3) Що називається повним факторним експериментом?

Для знаходження коефіцієнтів у лінійному рівнянні регресії застосовують повний факторний експеримент (ПФЕ). Якщо в багатofакторному експерименті використані всі можливі комбінації рівнів факторів, то такий експеримент називається повним факторним експериментом. Якщо ми маємо справу з k факторами, кожен з яких може встановлюватися на q рівнях, то для того, щоб здійснити повний факторний експеримент необхідно поставити $n = q^k$ дослідів.

Висновок:

Проведено двофакторний експеримент, перевірено однорідність дисперсії за критерієм Романовського, отримано коефіцієнти рівняння регресії та проведено натуралізацію рівняння регресії. Лабораторна робота виконана успішно, результати виконання роботи наведені вище.