

Neural Network Basic Assignment 1

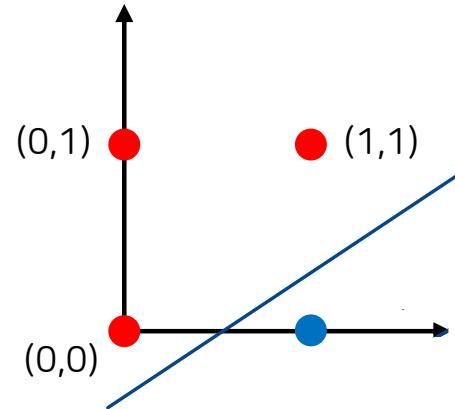
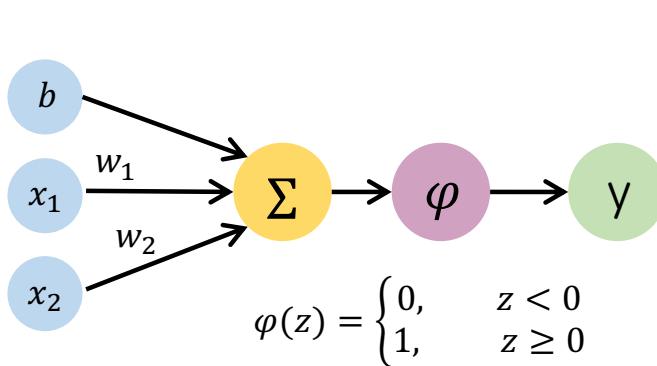
이름: 설유인

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\frac{d\sigma(z)}{dz} = \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ●(=1), ●(=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



- 2-1. ●, ●를 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

Let $b = 1, w_1 = -1, w_2 = 1$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \varphi \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- 2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

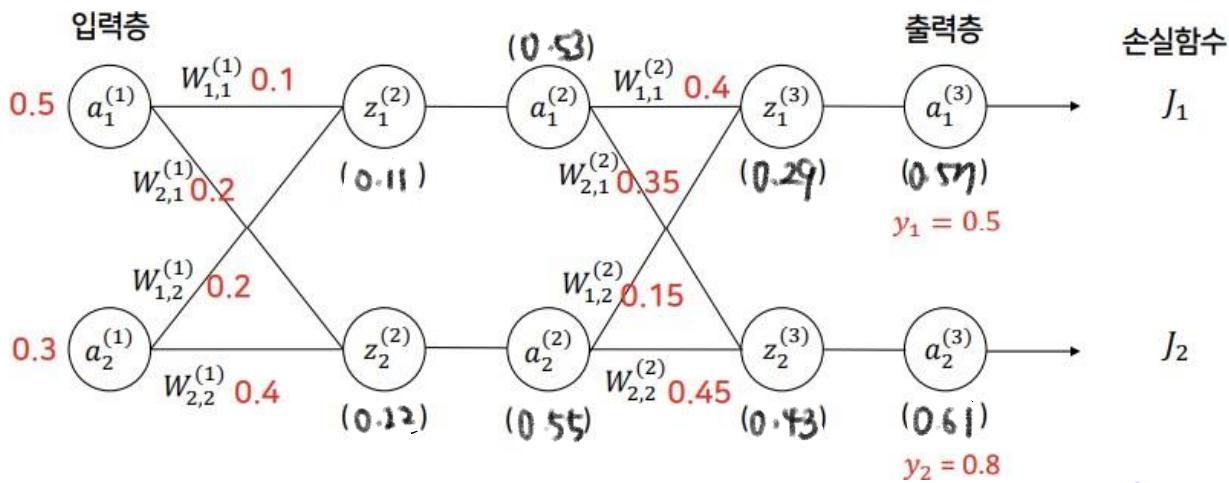
Let $\eta = 0.1$

$$b = 1 \rightarrow b = 1 + 0.1(0-1) = 0.9$$

$$w_1 = -1 \rightarrow w_1 = -1 + 0.1(0-1) \cdot 1 = -1.1$$

$$w_2 = 1 \rightarrow w_2 = 1 + 0.1(0-1) \cdot 0 = 1$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\begin{bmatrix} z_1^{(1)} \\ z_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.11 \\ 0.22 \end{bmatrix} \rightarrow a_1^{(2)} = \sigma(z_1^{(2)}) = \frac{1}{1+e^{-0.11}} \approx 0.53$$

$$a_2^{(2)} = \sigma(z_2^{(2)}) = \frac{1}{1+e^{-0.22}} \approx 0.55$$

$$\begin{bmatrix} z_1^{(2)} \\ z_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.15 \\ 0.35 & 0.45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.53 \\ 0.55 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0.29 \\ 0.43 \end{bmatrix} \rightarrow a_1^{(3)} = \frac{1}{1+e^{-0.29}} \approx 0.57$$

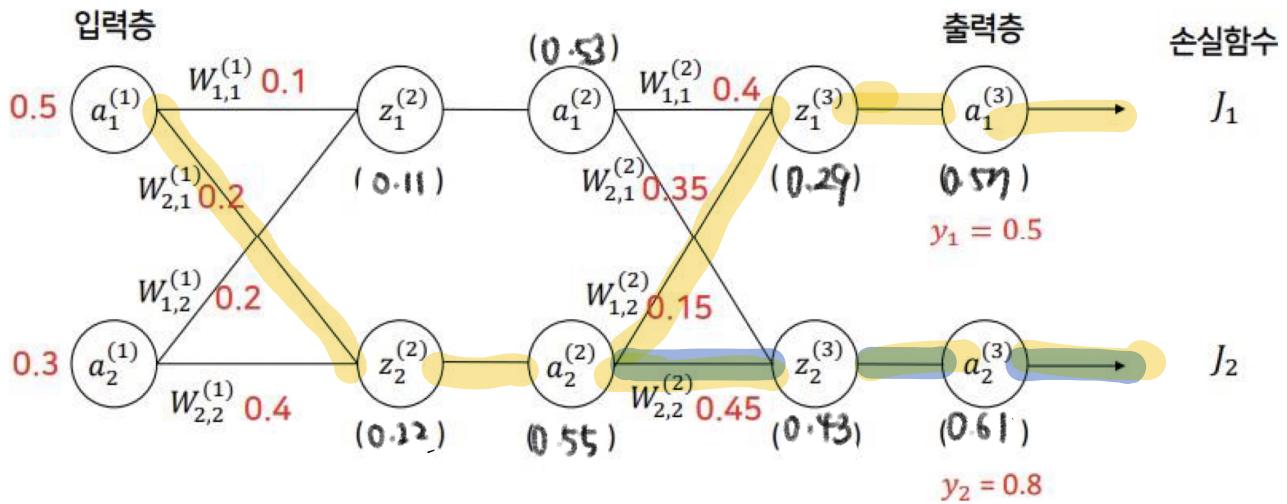
$$a_2^{(3)} = \frac{1}{1+e^{-0.43}} \approx 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$MSE = \frac{1}{2N} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$J_1 = \frac{1}{2} (0.5 - 0.57)^2 = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (0.8 - 0.61)^2 = 0.01805$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $W_{2,2}^{(2)}$ 과 $W_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.

단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $W_{2,1}^{(1)}$ 과 $W_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = (-0.19) \cdot 0.229 \cdot 0.55 \approx -0.025$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} = \frac{\partial}{\partial a_2^{(3)}} \frac{1}{2}(a_2^{(3)} - 0.8)^2 = a_2^{(3)} - 0.8 = 0.61 - 0.8 = -0.19$$

$$\frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} = \frac{\partial}{\partial z_2^{(2)}} \frac{1}{1+e^{-z_2^{(2)}}} = \frac{e^{-z_2^{(2)}}}{(1+e^{-z_2^{(2)}})^2} = \frac{e^{-0.29}}{(1+e^{-0.29})^2} \approx 0.239$$

$$\frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial}{\partial W_{2,2}^{(2)}} (W_{2,1}^{(2)} a_1^{(2)} + W_{2,2}^{(2)} a_2^{(2)}) = a_2^{(2)} = 0.55$$

$$W_{2,2}^{(2)} \leftarrow W_{2,2}^{(2)} - 0.1 \cdot (-0.025) = 0.45 + 0.0025 = 0.4525$$

$$\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} = \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial a_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial a_2^{(1)}} = (-0.018) \cdot 0.239 \cdot 0.2 \approx -0.001$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial a_2^{(1)}} = \frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(3)}} + \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} = \frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(3)}} \frac{\partial a_1^{(3)}}{\partial z_1^{(2)}} \frac{\partial z_1^{(2)}}{\partial a_2^{(1)}} + \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial a_2^{(1)}}$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(3)}} = \frac{\partial}{\partial a_1^{(3)}} \frac{1}{2}(a_1^{(3)} - 0.5)^2 = a_1^{(3)} - 0.5 = 0.57 - 0.5 = 0.07$$

$$\frac{\partial a_1^{(3)}}{\partial z_1^{(2)}} = \frac{\partial}{\partial z_1^{(2)}} \frac{1}{1+e^{-z_1^{(2)}}} = \frac{e^{-z_1^{(2)}}}{(1+e^{-z_1^{(2)}})^2} = \frac{e^{-0.29}}{(1+e^{-0.29})^2} \approx 0.245$$

$$\frac{\partial z_1^{(2)}}{\partial a_2^{(1)}} = \frac{\partial}{\partial a_2^{(1)}} (W_{1,1}^{(2)} a_1^{(2)} + W_{1,2}^{(2)} a_2^{(2)}) = W_{1,2}^{(2)} = 0.15$$

$$\frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(1)}} = -0.19$$

$$\frac{\partial a_2^{(1)}}{\partial z_1^{(2)}} \approx 0.239$$

$$\frac{\partial z_1^{(2)}}{\partial a_2^{(1)}} = W_{2,1}^{(1)} = 0.45 \quad \approx -0.018$$

$$\frac{\partial z_1^{(2)}}{\partial a_1^{(1)}} = \frac{\partial}{\partial a_1^{(1)}} (W_{2,1}^{(1)} a_1^{(1)} + W_{2,2}^{(1)} a_2^{(1)}) = W_{2,1}^{(1)} = 0.2$$

$$W_{2,1}^{(1)} \leftarrow W_{2,1}^{(1)} - 0.1 \cdot (-0.001) = 0.2 + 0.0001 = 0.2001$$

$$0.07 \cdot 0.245 \cdot 0.15 + (-0.19) \cdot 0.229 \cdot 0.45$$

$$= 0.0025725 - 0.0204345$$

$$= -0.017862$$