

Exercice 1.

/10

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par

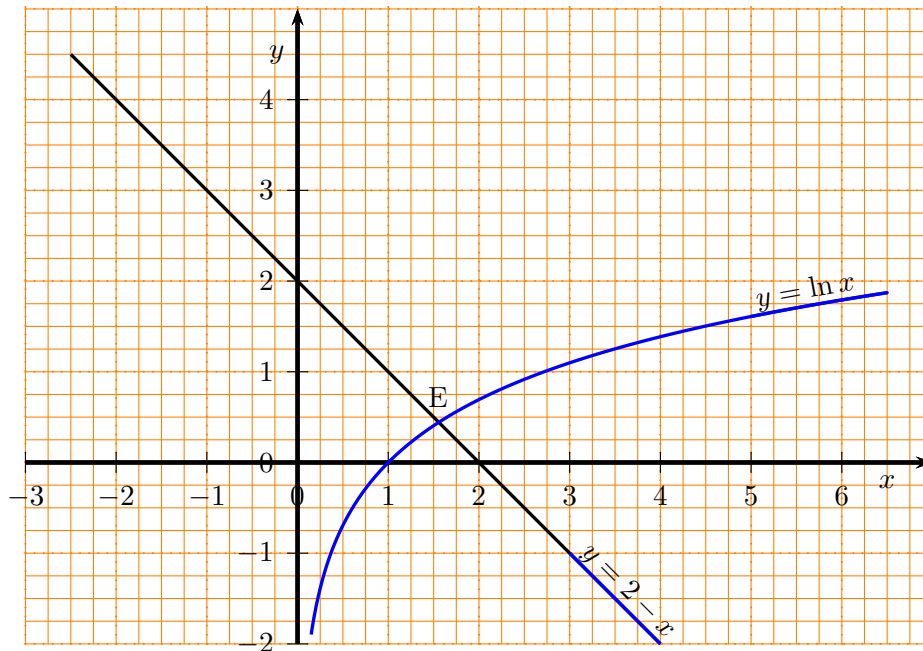
$$f(x) = \ln x - 2 + x.$$

1. Calculer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f puis dresser son tableau de variations.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
Donner un encadrement du nombre α à 10^{-2} près.

PARTIE B

Le plan est muni d'un repère orthonormal.

On considère sur le graphique ci-dessous, la courbe représentative \mathcal{C} de la fonction \ln , ainsi que la droite \mathcal{D} d'équation $y = 2 - x$. On note E le point d'intersection de la courbe \mathcal{C} et de la droite \mathcal{D} .



On considère l'aire en unités d'aire, notée \mathcal{A} , de la partie du plan située au dessus de l'axe des abscisses et au dessous de la courbe \mathcal{C} et de la droite \mathcal{D} .

1. Déterminer les coordonnées du point E.
2. Soit $I = \int_1^{\alpha} \ln x \, dx$.
 - (a) Donner une interprétation géométrique de I .
 - (b) À l'aide d'une intégration par parties, montrer que I peut aussi s'écrire $I = -\alpha^2 + \alpha + 1$ sachant que $f(\alpha) = 0$.
3. Calculer l'aire \mathcal{A} en fonction de α .

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0; 16]$ par

$$f(x) = \ln(x+1) \quad \text{et} \quad g(x) = \ln(x+1) + 1 - \cos(x).$$

Dans un repère du plan, on note \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives des fonctions f et g .

Ces courbes sont données ci-dessous.

Comparer les aires des deux surfaces hachurées sur ce graphique.

