Exercice 1.

1. Écrire la matrice carrée d'ordre 3 telle que pour tous entiers naturels $1 \leqslant i \leqslant 3$ et $1 \leqslant j \leqslant 3$:

$$a_{ij} = \begin{cases} i & \text{si } i = j, \\ 0 & \text{si } i < j, \\ -1 & \text{si } i > j \end{cases}$$

2. Soit la matrice $A = (a_{ij})$ telle que $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

   Calculer les sommes suivantes :

   (a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{3} a_{i3}$ (b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{4} a_{ii}$ (c) $\displaystyle\sum_{i=1}^{4} a_{i,5-i}$

Exercice 2.

Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Vérifier que $A = -3I_2 + T$.
2. Calculer T^2 et en déduire l'expression de A^2 en fonction de I_2 et T.
3. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $A^n = (-3)^n I_2 + n(-3)^{n-1}T$.

Exercice 1.

1. Écrire la matrice carrée d'ordre 3 telle que pour tous entiers naturels $1 \leqslant i \leqslant 3$ et $1 \leqslant j \leqslant 3$:

$$a_{ij} = \begin{cases} i & \text{si } i = j, \\ 0 & \text{si } i < j, \\ -1 & \text{si } i > j \end{cases}$$

2. Soit la matrice $A = (a_{ij})$ telle que $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

   Calculer les sommes suivantes :

   (a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{3} a_{i3}$ (b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{4} a_{ii}$ (c) $\displaystyle\sum_{i=1}^{4} a_{i,5-i}$

Exercice 2.

Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Vérifier que $A = -3I_2 + T$.
2. Calculer T^2 et en déduire l'expression de A^2 en fonction de I_2 et T.
3. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $A^n = (-3)^n I_2 + n(-3)^{n-1}T$.