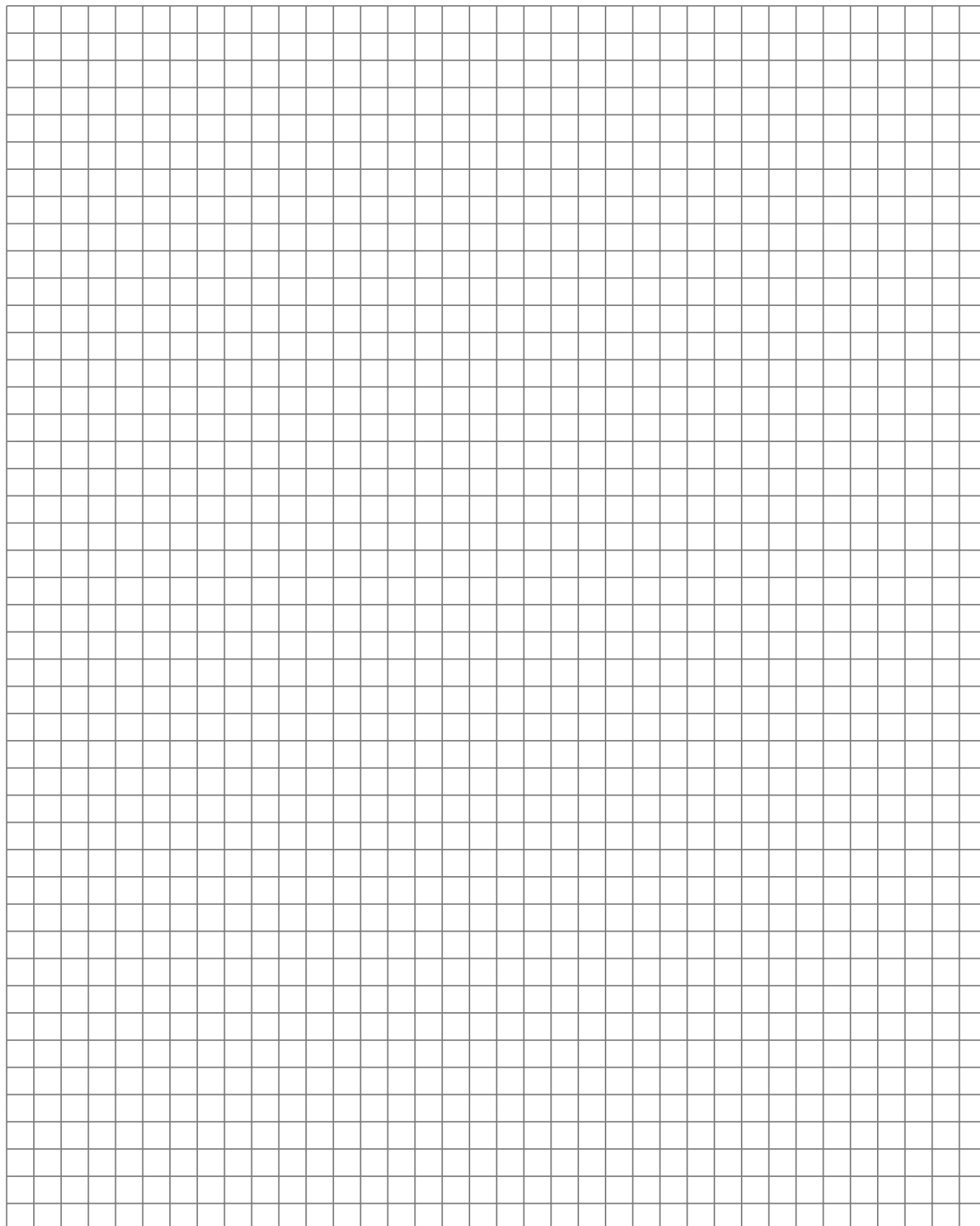


**Exercice 1.** Soit la suite  $u$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n^2 + u_n + \frac{1}{2} \end{cases}$$

1. Vérifier que la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}$  est strictement croissante sur  $[0; 1]$ .
2. Démontrer par récurrence que :  $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 1$ .



---

**Exercice 2\*.** Soit  $a \in \mathbb{N}$ . Démontrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}, (a+1)^n - a(n+1) - 1$  est divisible par  $a^2$ .

