20

Un hôtel propose trois formules d'hébergement :
- nuit avec petit-déjeuner
- demi-pension
- pension complète

la directrice de l'hôtel s'intéresse aux durées des séjours de ses clients pendant l'année 2019 et les classe en deux catégories :
- séjour d'une semaine ou moins
- séjour de plus d'une semaine

Voici quelques-unes des informations dont elle dispose :
- 5 000 clients ont fréquenté l'hôtel en 2019.
- 3 100 clients ont séjourné une semaine ou moins. 750 clients ont séjourné en pension complète.
- 3 500 clients ont choisi la demi-pension et. parmi ceux-ci, 1 050 sont restés plus d'une semaine.
- 420 clients ont séjourné en pension complète pendant plus d'une semaine.

1. Combien de clients ont séjourné plus d'une semaine à l'hôtel ?
2. Compléter le tableau ci-dessous :

Séjours	Nuit avec petit-déjeuner	Demi-pension	Pension complète	Total
Une semaine ou moins				
Plus d'une semaine				
Total				5 000

3. Quel pourcentage de clients a séjourné plus d'une semaine ?
4. Parmi les clients qui ont séjourné une semaine ou moins, quelle est la proportion de ceux qui ont choisi la demi-pension ?

   Arrondir à l'unité de pourcentage.
5. On interroge au hasard un des clients de l'hôtel en 2019.

   Quelle est la probabilité qu'il ait séjourné à l'hôtel en pension complète sachant qu'il est resté plus d'une semaine ?

   Arrondir au centième.

21

Un restaurant propose dans son menu trois formules :
- formule A : entrée + plat
- Formule B : plat + dessert
- Formule C : entrée + plat + dessert

On note le choix des clients venus pour déjeuner à midi (ensemble noté M) ou pour diner le soir (ensemble noté S). les effectifs sont répertoriés dans le tableau ci-dessous.

	Formule A	Formule B	Formule C	Total
Déjeuner M	27	31		75
Dîner S	12	20	53	85
Total	39	51	70	160

1. Quel effectif doit-on écrire dans la case vide du tableau ?
2. **a.** Définir l'événement $M \cap A$ et calculer sa probabilité.

   b. Définir l'événement $S \cup B$ et calculer sa probabilité.

   c. Montrer que la fréquence en pourcentage-de clients venus diner le soir parmi ceux qui ont choisi la formule B est au dixième près égale à $39,2\,\%$.
3. Calculer la fréquence en pourcentage des clients ayant déjeuné le midi dans ce restaurant.
4. Le patron du restaurant déclare : « J'ai une carte des desserts très attractive car plus des trois quarts des clients choisissent une formule avec dessert. ».

   A-t-il raison ? Justifier.

22

Soit A et B deux événements tels que :
$\mathbb{P}(A) = 0,4$, $\mathbb{P}_A(B) = 0,2$ et $\mathbb{P}_{\overline{A}}(B) = 0,7$.
Construire un arbre pondéré et calculer $\mathbb{P}(B)$.

23

Soit A, B, C et E quatre événements tels que A, B et C forment une partition de l'univers et tels que :
$\mathbb{P}(A) = 0,2$, $\mathbb{P}(B) = 0,3$, $\mathbb{P}_A(E) = 0,4$, $\mathbb{P}_B(E) = 0,5$, et $\mathbb{P}_C(E) = 0,6$.
Construire un arbre pondéré et calculer $\mathbb{P}(E)$.

24

Soit A et B deux événements tels que :
$\mathbb{P}(A) = 0,3$, $\mathbb{P}(B) = 0,6$ et $\mathbb{P}(A \cup B) = 0,8$.
Calculer $\mathbb{P}(A \cap B)$, $\mathbb{P}_B(A)$ et $\mathbb{P}_A(B)$.

25

Dans une population, la probabilité de naissance d'un garçon est estimée à 0,52.
On sait que 2% des filles et 1% des garçons présentent à la naissance une luxation congénitale de la hanche.
On choisit au hasard un nouveau-né.

1. Quelle est la probabilité qu'il souffre de cette luxation ?
2. Quelle est la probabilité qu'un bébé atteint soit une fille ?

26

Un tiroir T_1 contient cinq pièces d'or et cinq pièces d'argent, un tiroir T_2 en contient quatre d'or et six d'argent.
On choisit au hasard l'un des tiroirs et dans ce tiroir, on prend une pièce au hasard.

1. Construire un arbre.
2. Calculez la probabilité de prendre une pièce d'or.
3. On extrait une pièce d'or.

   Quelle est la probabilité qu'elle provienne de T_1 ?

27

La proportion de pièces défectueuses dans un lot est de 0,04. Le contrôle de fabrication des pièces est tel que :
- si la pièce est bonne, elle est acceptée avec la probabilité de 0,97.
- • si la pièce est mauvaise, elle est refusée avec la probabilité de 0,98.

On prend au hasard une pièce et on la contrôle.

1. Calculez la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle.
2. Calculez la probabilité qu'une pièce acceptée soit mauvaise.

28

La chocolaterie « Choc'o » fabrique des tablettes de chocolat noir, de 100 grammes, dont la teneur en cacao annoncée est de $85\,\%$.

À l'issue de la fabrication, la chocolaterie considère que certaines tablettes ne sont pas commercialisables : tablettes cassées, mal emballées, mal calibrées, etc.

La chocolaterie dispose de deux chaînes de fabrication :

- la chaîne A, lente, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est égale à 0,98.
- la chaîne B, rapide, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est 0,95.

À la fin d'une journée de fabrication, on prélève au hasard une tablette et on note :

A l' évènement : « la tablette de chocolat provient de la chaîne de fabrication A » ;

C l'évènement : « la tablette de chocolat est commercialisable ».

On note x la probabilité qu'une tablette de chocolat provienne de la chaîne A.

1. Montrer que $\mathbb{P}(C) = 0,03x + 0,95$.
2. À l'issue de la production, on constate que 96 % des tablettes sont commercialisables et on retient cette valeur pour modéliser la probabilité qu'une tablette soit commercialisable.

   Justifier que la probabilité que la tablette provienne de la chaîne B est deux fois égale à celle que la tablette provienne de la chaîne A.

29

Un supermarché laisse le choix au client d'utiliser seul des bornes automatiques de paiement ou bien de passer par une caisse gérée par un opérateur.

L'étude commandée par le gérant conduit à la modélisation suivante :

- parmi les clients ayant choisi de passer à une borne automatique, 86 % attendent moins de 10 minutes ;
- parmi les clients passant en caisse, 63 % attendent moins de 10 minutes.

On choisit un client du magasin au hasard et on définit les évènements suivants :

B : « le client paye à une borne automatique » ;

$\overline{B}$: « le client paye à une caisse avec opérateur » ;

S : « la durée d'attente du client lors du paiement est inférieure à 10 minutes ».

Une attente supérieure à dix minutes à une caisse avec opérateur ou à une borne automatique engendre chez le client une perception négative du magasin. Le gérant souhaite que plus de 75 % des clients attendent moins de 10 minutes.

Quelle est la proportion minimale de clients qui doivent choisir une borne automatique de paiement pour que cet objectif soit atteint ?

30

Soient A et B deux événements tels que
$\mathbb{P}(A) = 0,8$; $\mathbb{P}(B) = 0,3$ et $\mathbb{P}(A \cup B) = 0,86$.

1. Calculer $\mathbb{P}_B(A)$.
2. A et B sont-ils indépendants ?

31

Dans un lycée, 48 élèves se sont inscrits dans les clubs photo et théâtre ; on en compte 32 dans le club théâtre et 24 dans le club photo.

On sort au hasard la fiche d'un élève inscrit.

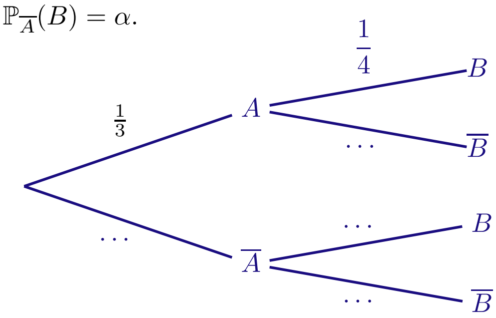
Soit T : « être adhérent du club théâtre » et F : « être adhérent du club photo ».

1. Déterminer $\mathbb{P}(T)$, $\mathbb{P}(F)$ et $\mathbb{P}(T \cap F)$.
2. Les événements T et F sont-ils indépendants ?

32

Soit A et B deux événements associés à une même expérience aléatoire.

On pose $\mathbb{P}_{\overline{A}}(B) = \alpha$.



1. Montrer que les événements A et B sont indépendants si et seulement si α prend une valeur α_0 que l'on précisera.
2. Compléter l'arbre pondéré.
3. Imaginer une expérience aléatoire qui puisse être illustrée par cet arbre pondéré.

33

Deux archers A et B tirent simultanément sur une même cible de façon indépendante.

A touche la cible avec la probabilité 0,9 alors que B la touche avec une probabilité de 0,7.

1. Quelle est la probabilité que les deux touchent la cible ?
2. Quelle est la probabilité que l'un exactement touche la cible ?
3. Quelle est la probabilité que l'un au moins touche la cible ?

34

Une urne contient au départ 3 boules blanches et 1 boule noire indiscernables au toucher.

On tire au hasard une boule de l'urne ;

- si elle est blanche, on la remet dans l'urne et on ajoute 1 boule blanche supplémentaire ;
- si elle est noire, on la remet dans l'urne et on ajoute n boules noires supplémentaires avec $n \in \mathbb{N}^*$.

On tire ensuite au hasard une seconde boule de l'urne et on note :

- B_1 : « on obtient une boule blanche au premier tirage » ;
- B_2 : « on obtient une boule blanche au deuxième tirage ».

1. Faire un arbre pour illustrer la situation.
2. **a.** Déterminer $\mathbb{P}_{B_1}(B_2)$ et $\mathbb{P}(B_1 \cap B_2)$.

   b. Montrer que $\mathbb{P}(B_2) = \dfrac{12n + 63}{20(n + 4)}$.

   c. Existe-t-il une valeur de n pour laquelle les événements B_1 et B_2 sont indépendants ?
3. On désigne par D l'événement : « les deux boules sont de couleurs différentes ».

   a. Calculer $\mathbb{P}_{B_1}(D)$.

   b. Montrer que $\mathbb{P}(D) = \dfrac{3n + 27}{20(n + 4)}$.

   c. Existe-t-il une valeur de n pour laquelle les événements B_1 et D sont indépendants ?