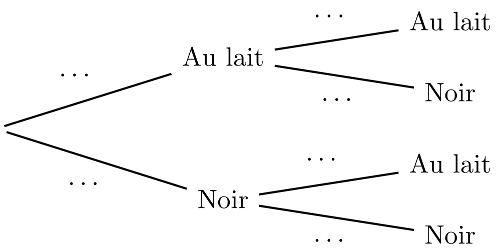
130

Une boîte de chocolats contient quatre chocolats au lait et six chocolats noirs. On choisit au hasard un chocolat dans la boîte, puis un deuxième.

1. Compléter l'arbre suivant :



2. Cette expérience est-elle une succession d'épreuves indépendantes ? Justifier.
3. Quelle est la probabilité de manger un chocolat de chaque sorte ?

131

Une urne contient dix boules blanches et deux boules rouges. On pioche successivement et au hasard trois boules avec remise.

1. À l'aide du produit cartésien, lister les issues possibles.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir exactement deux boules blanches.

132

Un examen consiste à passer trois épreuves indépendantes.

- **Épreuve 1 :** on a 80% de chances de réussir.
- **Épreuve 2 :** on a 60% de chances de réussir.
- **Épreuve 3 :** on a 25% de chances de réussir.

On est reçu à l'examen si l'on réussit au moins deux épreuves sur trois.
Calculer la probabilité de réussir à l'examen.

133

Dans une urne contenant cinq boules numérotées de 1 à 5, on tire au hasard une boule, puis sans la remettre, on tire une seconde boule. On note b le numéro porté par la première boule et c le numéro porté par la seconde.
X est la variable aléatoire qui, à un tirage, associe le nombre de solutions de l'équation du second degré :

$$x^2 + bx + c = 0.$$

Déterminer la loi de probabilité de X.

134

Une entreprise dispose d'un parc de 600 ordinateurs neufs. La probabilité que l'un d'entre eux tombe en panne pendant la première année est de $0,1$. La panne de l'un des ordinateurs n'affecte pas les autres machines du parc.

1. Justifier que cette situation correspond à un schéma de Bernoulli et donner ses paramètres.
2. On considère la variable aléatoire X correspondant au nombre d'ordinateurs tombant en panne durant la première année. Quelle est la loi de probabilité de X ?
3. Calculer la probabilité que 20 appareils tombent en panne la première année.
4. Calculer la probabilité que 40 appareils au moins tombent en panne durant la première année.

135

Dans une entreprise, un stage de formation à l'utilisation d'un nouveau logiciel de gestion a été suivi par 25 % du personnel. On choisit dix personnes dans l'entreprise, qui possède un effectif suffisamment grand pour assimiler ce choix à un tirage avec remise. On note X le nombre de personnes choisies qui ont suivi le stage.

1. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
2. Calculer $\mathbb{P}(X = 3)$. Que représente ce nombre ?
3. Calculer la probabilité que quatre personnes au plus parmi les dix choisies aient suivi le stage.
4.
5. Calculer la probabilité qu'au moins cinq personnes parmi les dix choisies aient suivi le stage.

136

Une variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 35$ et $p = 0,71$.
Calculer à 10^{-3} près les probabilités suivantes :

1. $\mathbb{P}(X = 25)$
2. $\mathbb{P}(X \leqslant 30)$
3. $\mathbb{P}(X < 20)$
4. $\mathbb{P}(X > 21)$
5. $\mathbb{P}(X \geqslant 12)$

137

X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale telle que :

$$\mathbb{P}(X = 4) = \binom{13}{4} \times 0,3^4 \times 0,7^9$$

Déterminer $\mathbb{P}(X = 8)$.

138

X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale telle que :

$$\mathbb{P}(X = 5) = \binom{17}{5} \times 0,2^5 \times \cdots^{12}$$

1. Compléter les pointillés précédents.
2. Inventer un énoncé de situation faisant intervenir cette variable aléatoire.

139

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres $n=4$ et p est partiellement donné ci-dessous.

x_i	0	1	2	3	4
$\mathbb{P}(X=x_i)$	$\frac{16}{81}$				

1. Déterminer la valeur du paramètre p.
2. Compléter le tableau précédent.

140

On considère la fonction Python suivante :

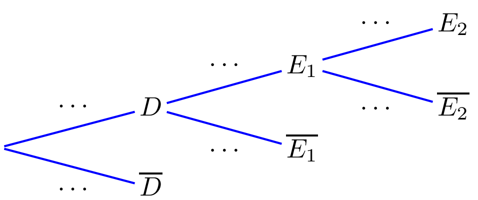
```
from random import randint
def expe():
        C=0
        for i in range(8):
                A=randint(1,7)
                if A>5:
                        C=C+1
        return C
```

Dans l'expérience aléatoire simulée par cette fonction, on appelle X la variable aléatoire prenant la valeur C.
Quelle est la loi suivie par X ? Préciser les paramètres de cette loi.

141

Pour embaucher ses cadres une entreprise fait appel à un cabinet de recrutement. La procédure retenue est la suivante. Le cabinet effectue une première sélection de candidats sur dossier. 40 % des dossiers reçus sont validés et transmis à l'entreprise. Les candidats ainsi sélectionnés passent un premier entretien à l'issue duquel 70 % d'entre eux sont retenus. Ces derniers sont convoqués à un ultime entretien avec le directeur des ressources humaines qui recrutera 25 % des candidats rencontrés.

1. On choisit au hasard le dossier d'un candidat.
   On considère les évènements suivants :
   — D : « Le candidat est retenu sur dossier »,
   — E_1 : « Le candidat est retenu à l'issue du premier entretien »,
   — E_2 : « Le candidat est recruté ».
   a. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



   b. Calculer la probabilité de l'évènement E_1.
   c. On note F l'évènement « Le candidat n'est pas recruté ».
   Démontrer que la probabilité de l'évènement F est égale à $0,93$.
2. Cinq amis postulent à un emploi de cadre dans cette entreprise. Les études de leur dossier sont faites indépendamment les unes des autres. On admet que la probabilité que chacun d'eux soit recruté est égale à $0,07$.
   On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi ces cinq candidats.
   a. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
   b. Calculer la probabilité que deux exactement des cinq amis soient recrutés. On arrondira à 10^{-3}.
3. Quel est le nombre minimum de dossiers que le cabinet de recrutement doit traiter pour que la probabilité d'embaucher au moins un candidat soit supérieure à $0,999$?

142

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

Une entreprise produit en grande quantité des stylos. La probabilité qu'un stylo présente un défaut est égale à $0,1$.

1. On prélève dans cette production, successivement et avec remise huit stylos. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de stylos présentant un défaut parmi les huit stylos prélevés.
   a. On admet que X suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.
   b. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   A : « il n'y a aucun stylo avec un défaut » ;
   B : « il y a au moins un stylo avec un défaut » ;
   C : « il y a exactement deux stylos avec un défaut ».
2. En vue d'améliorer la qualité du produit vendu, on décide de mettre en place un contrôle qui accepte tous les stylos sans défaut et 20 % des stylos avec défaut.
   On prend au hasard un stylo dans la production. On note D l'évènement « le stylo présente un défaut », et E l'évènement « le stylo est accepté ».
   a. Construire un arbre traduisant les données de l'énoncé.
   b. Calculer la probabilité qu'un stylo soit accepté au contrôle.
   c. Justifier que la probabilité qu'un stylo ait un défaut sachant qu'il a été accepté au contrôle est égale à $0,022$ à 10^{-3} près.
3. Après le contrôle, on prélève, successivement et avec remise, huit stylos parmi les stylos acceptés.

   Calculer la probabilité qu'il n'y ait aucun stylo avec un défaut dans ce prélèvement de huit stylos.
   Comparer ce résultat avec la probabilité de l'évènement A calculée à la question **1. b.**. Quel commentaire peut-on faire ?

143

Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter les voyageurs.

On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique.

On note :

- S l'événement « le voyageur fait sonner le portique » ;
- M l'événement « le voyageur porte un objet métallique ».

On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique.

1. On admet que :

- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à $0,98$;
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à $0,98$.

a. À l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de $P(M)$, $P_M(S)$ et $P_{\overline{M}}(\overline{S})$.

b. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

c. Démontrer que : $P(S) = 0{,}021\ 92$.

d. En déduire la probabilité qu'un voyageur porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique. (On arrondira le résultat à 10^{-3}.)

2. 80 personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0,021 92.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 80 personnes de ce groupe.

a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

c. Sans le justifier, donner la valeur arrondie à 10^{-3} de :

- la probabilité qu'au moins une personne du groupe fasse sonner le portique ;
- la probabilité qu'au maximum 5 personnes fassent sonner le portique.

d. Sans le justifier, donner la valeur du plus petit entier n tel que $P(X \leqslant n) \geqslant 0,9$.

144

Dans une association sportive, on sait que 30 % des membres de cette association adhèrent à la section tennis. Pour financer une sortie, les membres de cette association organisent une loterie. Chaque semaine, un membre de l'association est choisi au hasard de manière indépendante pour tenir la loterie.

1. Déterminer la probabilité pour qu'en quatre semaines consécutives, il y ait exactement deux fois un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.

2. Pour tout entier naturel n non nul, on note p_n la probabilité pour qu'en n semaines consécutives, il y ait au moins un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.

Montrer que pour tout entier n non nul,

$$p_n = 1 - \left(\frac{7}{10}\right)^n.$$

3. Déterminer le nombre minimal de semaines pour que $p_n \geqslant 0,99$.