

Nombre premier

Un **entier naturel** p est dit **nombre premier** s'il admet **exactement**

..... diviseurs :
et

Exemples.

1. 2 est premier car 2 a exactement deux diviseurs 1 et lui-même.
2. 1 n'est pas premier car 1 a un seul diviseur : lui-même.

Propriété

Tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 s'écrit soit comme une puissance d'un nombre premier soit comme produit de puissances de nombres premiers. Cette écriture est unique, à l'ordre des facteurs près.

Exemple : décomposons 924 en produit de facteurs premiers :

$$\begin{array}{r|l} 924 & 2 \\ 462 & 2 \\ 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

donc $924 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 11$

11

1. Décomposer 558 et 775 en produit de facteurs premiers.
2. Rendre irréductible la fraction $\frac{558}{775}$.

12

1. Décomposer en produit de facteurs premiers 56 et 45.
2. 56 et 45 sont-ils premiers entre eux ?
3. Dresser la liste des diviseurs de 45 puis de 56.

13

1. Décomposer en produit de facteurs premiers 25×72 et 54×12 .
2. En déduire le PGCD de $(25 \times 72; 54 \times 12)$.

14

1. Décomposer en produit de facteurs premiers 375.
2. (a) Démontrer que 375 n'est pas un carré parfait.
(b) Par quel plus petit entier naturel n doit-on multiplier 375 pour obtenir un carré parfait ? Justifier.

15

1. Donner la définition d'un nombre pair.
2. Démontrer que si a est un entier pair, il en est de même pour a^2 .
3. Reprendre les deux questions précédentes avec impair.

16

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elles sont vraies ou fausses et justifier.

1. Il n'existe pas de nombre pair multiple de 3.
2. Si un nombre est multiple de 4 et de 10, alors il est multiple de 40.
3. Le triple d'un nombre impair est un nombre impair.

17

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

1. $A = 5(x + 4)$
2. $B = -4(x - 6)$
3. $C = (5x + 2)(3x + 1)$
4. $D = (2x - 1)(3 - 2x)$
5. $E = 5(-6 - x) - 4(2x - 5)$

18

On donne $f(x) = 5(2x - 1) + 6$.

1. Calculer $f(4)$ et $f(-6)$.
2. Développer et réduire $f(x)$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 7$.

19

On donne $f(x) = (x + 6)(x - 6)$.

1. Calculer $f(-6)$ et $f(1)$.
2. Développer et réduire $f(x)$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = -36$.