

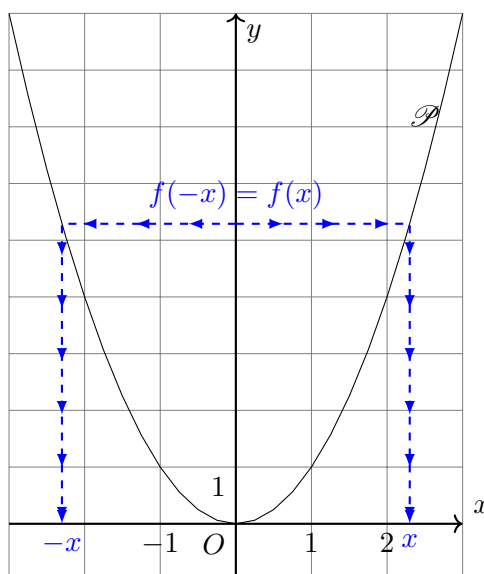
Fonction carré, fonction racine carré

I. La fonction carré

1. Définition et premières propriétés

Définition.

La **fonction carré** est la fonction f qui à tout réel x associe son carré soit $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ et on appelle parabole \mathcal{P} la courbe représentative de cette fonction carré.



Propriété.

1. **Un carré** est toujours positif ou nul dans \mathbb{R} .
Pour tout réel x , on a $x^2 \geq 0$: la parabole \mathcal{P} est toujours située au dessus de l'axe des abscisses.
2. **Un nombre et son opposé** ont le **même** carré.
Pour tout réel x , on a $x^2 = (-x)^2$: la parabole \mathcal{P} est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées : on dit que la fonction carré est **paire**.

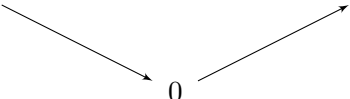
2. Sens de variation de la fonction carré

Propriété.

La fonction carré est :

1. *strictement décroissante* sur $] -\infty ; 0]$; autrement dit, la fonction carré *ne conserve pas l'ordre des réels négatifs* : si $u < v \leq 0$ alors _____.
2. *strictement croissante* sur $[0 ; +\infty[$; autrement dit, la fonction carré *conserve l'ordre des réels positifs* : si $0 \leq u < v$ alors _____.

On résume ces variations dans un tableau :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variation de f			



Exercice 1.8. Sans calcul, comparer les carrés de :

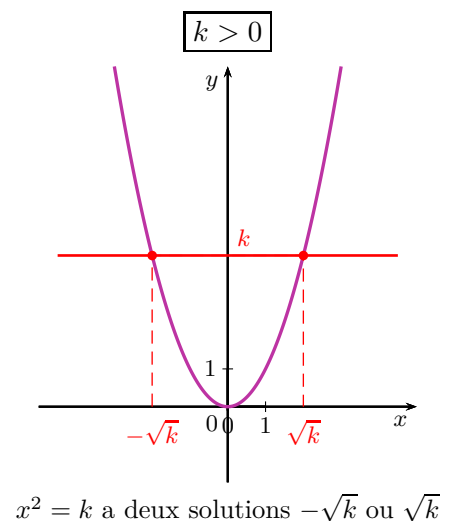
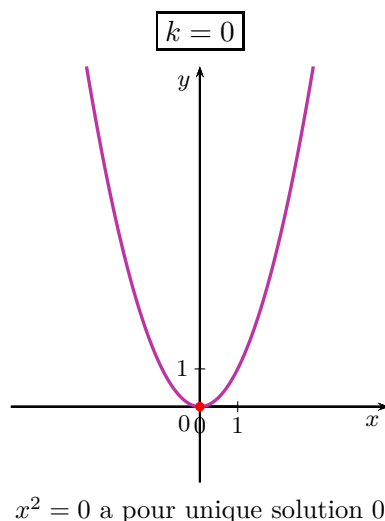
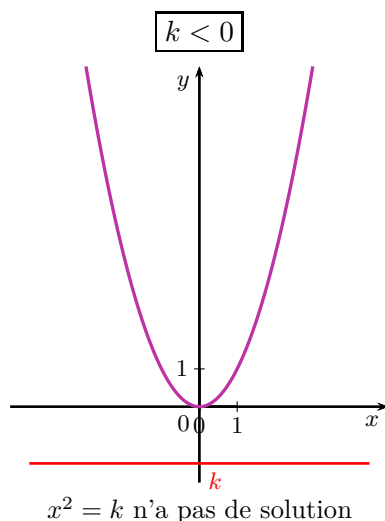
1. π et 3,14

2. $-0,96$ et $-0,8$

3. $0,2$ et $-0,3$

Propriété.

1. Si $k < 0$, comme un carré est positif, l'équation $x^2 = k$ n'a pas de solution.
2. Si $k = 0$, l'équation $x^2 = 0$ a pour unique solution $x = 0$.
3. Si $k > 0$, $x^2 = k \Leftrightarrow x^2 - k = 0 \Leftrightarrow (x + \sqrt{k})(x - \sqrt{k}) = 0$.
On obtient les deux solutions $x = -\sqrt{k}$ ou $x = \sqrt{k}$.



Exercice 2.8. Résoudre graphiquement les équations suivantes :

1. $x^2 = 16$

2. $x^2 = -2$

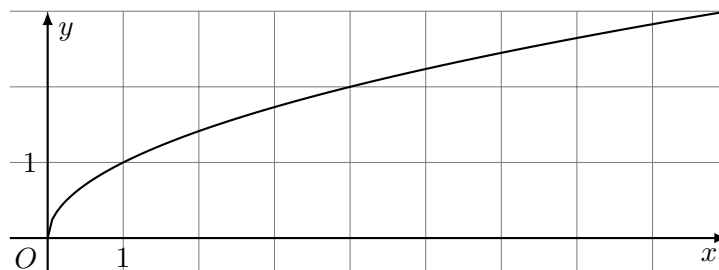
3. $x^2 = 0$

II. La fonction racine carré

1. Définition et courbe représentative

Définition.

La fonction *racine carré* est la fonction qui à tout réel x positif ou nul associe sa racine carré : $x \mapsto \sqrt{x}$.



2. Sens de variation

Propriété.: L

a fonction racine carré *conserve* l'ordre dans les réels positifs.

Autrement dit, si $0 \leq u < v$ alors $\sqrt{u} < \sqrt{v}$, elle est donc *strictement croissante* sur $[0; +\infty[$.

x	0	$+\infty$
Variation de \sqrt{x}	0	\nearrow

 **Exercice 3.8.** Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1. $\sqrt{x} < 2$

2. $\sqrt{x} - 3 \geq 0$

Propriété.

Pour tous nombres réels a et b positifs :

1. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

2. Si $b \neq 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

3. Si a et b sont non nuls, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

 **Exercice 4.8.**

1. Écrire $\sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{3}$.

2. Simplifier $\sqrt{\frac{4}{9}}$.

3. Démontrer que $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$ est un entier.