

1. (a) Comme 20 % du médicament est éliminé par minute, il en reste 80 % ; prendre 80 % d'un nombre c'est multiplier par $C_M = 0,8$ donc pour tout entier naturel n on a $u_{n+1} = 0,8 u_n$: u_{n+1} s'écrit sous la forme $q \times u_n$ avec $q = 0,8$ ce qui prouve que la suite (u_n) est géométrique de raison 0,8 et de premier terme $u_0 = 10$.
- (b) $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 \times q^n$ c'est-à-dire, $u_n = 10 \times 0,8^n$.
- (c) La quantité de médicament est inférieure à 2 % de la quantité initiale quand $u_n < \frac{2}{100} \times u_0$ c'est-à-dire $u_n < 0,2$.

```

1 def seuil():
2     n=0
3     u=10
4     while u>0.2:
5         u=0.8*u
6         n=n+1
7     return(n)

```

En utilisant un tableau de valeurs de la suite (u_n) , on trouve à la calculatrice que $u_{17} \simeq 0,115 > 0,2$ et $u_{18} \simeq 0,092 < 0,2$ c'est donc au bout de 18 minutes que la quantité de médicament dans le sang devient inférieure à 2 % de la quantité initiale.

2. (a) Le tableau ci-dessous donne la quantité restante de médicament minute par minute :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
v_n	10	8	6,4	5,12	4,10	3,28	2,62	2,10	1,68	1,34	1,07	0,86	0,69	0,55	0,44	0,35

- (b) Les 15 premières minutes, le patient a absorbé 10 mL au début, puis 4 mL les minutes 4, 7, 10 et 13 soit 16 mL ; ce qui fait un total de 26 mL.
- (c) On programme la machine afin qu'elle injecte 2 mL de produit lorsque la quantité de médicament dans le sang est inférieure ou égale à 6 mL et qu'elle s'arrête au bout de 30 minutes.
3. (a) Comme 20 % du médicament est éliminé chaque minute, il en reste 80 % donc on multiplie par 0,8. De plus, toutes les minutes, on rajoute 1 mL.
On peut donc dire en déduire que pour tout entier naturel n , $w_{n+1} = 0,8w_n + 1$.
- (b) Pour tout entier naturel n , on pose $z_n = w_n - 5$, donc $w_n = z_n + 5$.

$$\begin{aligned}
 z_{n+1} &= w_{n+1} - 5 \\
 &= 0,8w_n + 1 - 5 \\
 &= 0,8(z_n + 5) - 4 \\
 &= 0,8z_n + 4 - 4 \\
 &= 0,8z_n
 \end{aligned}$$

$z_0 = w_0 - 5$; or à l'instant 0, on injecte 10 mL donc $w_0 = 10$. On a donc $z_0 = 5$.

La suite (z_n) est donc la suite géométrique de premier terme $z_0 = 5$ et de raison $q = 0,8$.

- (c) $\forall n \in \mathbb{N}, z_n = z_0 \times q^n$ donc $z_n = 5 \times 0,8^n$.
Or $w_n = z_n + 5$ donc, pour tout entier naturel n , $w_n = 5 \times 0,8^n + 5$.
- (d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n$ car $-1 < 0,8 < 1$, par suite on a donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5 \times 0,8^n + 5 = 5$. Ainsi la suite (w_n) est convergente et a pour limite 5.
Cela veut dire que, si on poursuit ce traitement, la quantité de médicament présente dans le sang du patient se limitera à 5 mL.