207

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$. Calculer $f'(x)$ dans les cas suivants :

1. $f_1(x) = x^2 + \cos x$
2. $f_2(x) = \sin(2x)$
3. $f_3(x) = \cos(x)\sin(x)$
4. $f_4(x) = (\sin x)^2$

208

Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes dérivables sur $\mathbb{R}$:

1. $f_1(x) = \cos(5x^2)$
2. $f_2(x) = \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)$
3. $f_3(t) = a\sin(\omega t + \phi)$
4. $f_4(x) = \sin(\cos x)$

209

Sans vous soucier de l'ensemble de définition, calculer $f'(t)$ dans les cas suivants :

1. $f(t) = \cos t \times \sin t$
2. $f(t) = -3\cos^2 t$
3. $f(t) = \sin^4 t + \cos(4t)$
4. $f(t) = \tan(t)$

210

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(t) = \cos^2(t) + \sin^2(t).$$

1. Calculer $f'(t)$ pour tout réel t.
2. Montrer que f est constante. Quelle formule retrouve-t-on ?

211

Pour chaque question, montrer que la fonction f admet T pour période :

1. $f(t) = \sin(6t - 3)$ et $T = \frac{\pi}{3}$.
2. $f(t) = \tan\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ et $T = \frac{\pi}{3}$.
3. $f(t) = (\cos t)^2 - (\sin t)^2$ et $T = \pi$.
4. $f(t) = \left|\cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)\right|$ et $T = \frac{\pi}{2}$.

212

À l'aide du cercle trigonométrique, résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $\cos(2x) = \frac{1}{2}$ sur $I =]-\pi\,;\,\pi]$.
2. $\sin(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $I =]-\pi\,;\,\pi]$.

213

À l'aide du cercle trigonométrique, résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $I =]-\pi\,;\,\pi]$.
2. $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $I =]-\pi\,;\,\pi]$.

214

1. Démontrer que $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.
2. En déduire les limites des suites $(u_n)_{(n\in\mathbb{N}^*)}$ définies par :
   a. $u_n = n\sin\left(\frac{1}{n}\right)$
   b. $u_n = n^2\sin\left(\frac{1}{n}\right)$

215

Pour n entier, $n \geqslant 3$, on considère un polygone régulier à n côtés inscrit dans un cercle de rayon 1. On note p_n son périmètre.

1. Montrer que pour $n \geqslant 3$, $p_n = 2n\sin\frac{\pi}{n}$.
2. Déterminer la limite de p_n quand ne tend vers $+\infty$ et interpréter géométriquement le résultat obtenu.

216

Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction cosinus sur $[0\,;\pi]$ et A le point d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

1. a. Faire un schéma représentant $\mathscr{C}$ et A.
   b. Conjecturer graphiquement la position de $\mathscr{C}$ par rapport à la tangente (T_a) à $\mathscr{C}$ en A.
2. a. Déterminer une équation de (T_a).
   b. Étudier le sens de variation de la fonction f définie sur $[0\,;\pi]$ par :
   $$f(x) = \cos x + x - \frac{\pi}{2}.$$
   c. De la valeur de $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$, déduire le signe de $f(x)$.
   d. En déduire la position de $\mathscr{C}$ par rapport à (T_a).

217

Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,2\pi]$ par :

$$f(x) = 2\cos x + \sqrt{2}.$$

1. Montrer que $f(x) \geqslant 0 \iff \cos x \geqslant -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. En déduire le tableau de signes de la fonction f sur $[0\,;\,2\pi]$.

218

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2\cos(2x) + \sin^2 x.$$

1. Montrer que f est paire.
2. Montrer que f est périodique de période π.
3. Tracer la courbe représentant f sur $[-2\pi\,;\,2\pi]$. Expliquer la démarche.

219

Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,\pi]$ par :

$$f(x) = (1 - \cos x)\sin x.$$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Montrer que $f'(x) = (1 + 2\cos x)(1 - \cos x)$.
3. En déduire le sens de variation de f.