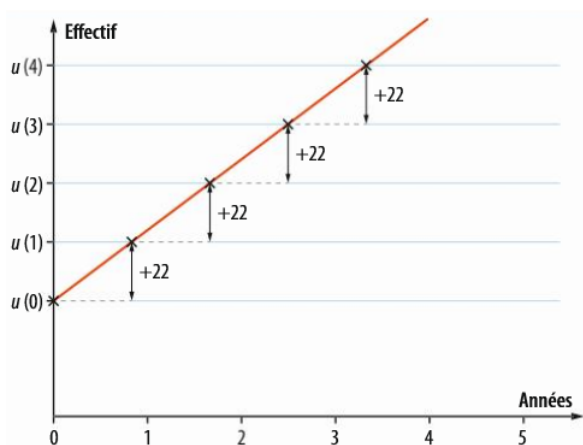


**Document 1. Un premier modèle.**

Dans un aquarium, une population de 50 poissons-clowns a été recensée en 2005.

On considère de manière théorique qu'en prenant compte les décès, les naissances et les rajouts de nouveaux poissons par le propriétaire, cette population augmente de 22 poissons par an. La représentation graphique de la fonction  $u$  est un **nuage de points alignés** sur la droite dont l'ordonnée à l'origine  $u(0)$  et le coefficient directeur est 22.

Ce modèle de croissance est appelé « modèle linéaire » et est utilisé de manière plus générale lorsqu'on étudie une population dont l'effectif diminue ou augmente chaque année d'une même valeur.

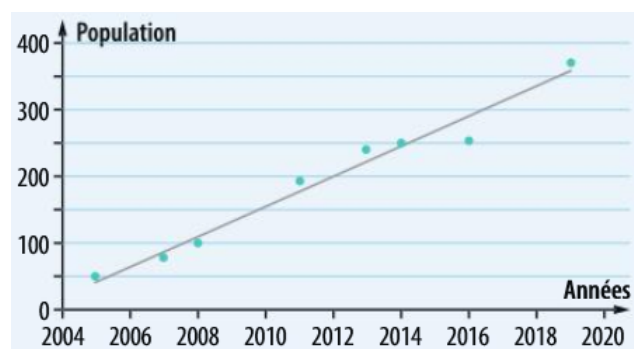
**Document 2. Utiliser un modèle linéaire pour une étude démographique**

Dans une situation réelle et non théorique, les points du nuage peuvent être relativement proches du modèle sans coïncider totalement. À l'aide d'un tableur, on peut trouver la droite adaptée à ce nuage de points. C'est le principe de la **régression linéaire** qui est utilisé pour effectuer des prévisions.

Année	Population
2005	50
2007	80
2008	100
2011	194
2013	240
2014	252
2016	255
2019	370
2025	?

**Protocole.**

1. Saisir les abscisses des points dans une première colonne et les ordonnées correspondantes dans la colonne voisine.
2. Sélectionner l'ensemble des données (abscisses et ordonnées) puis, dans le menu Graphiques, choisir « Nuage de points » puis « Avec marques » pour obtenir le nuage de points.
3. Faire un clic droit sur l'un des points et choisir « Ajouter une courbe de tendance ».
4. Dans « Type », choisir « Linéaire » et dans Options, cocher la case « Afficher l'équation sur le graphique ».

**Document 3. Le modèle exponentiel ou malthusien.**

Le Niger est le pays d'Afrique qui possède le plus fort taux de natalité. L'INED (Institut National des Études Démographiques) permet de suivre l'évolution de sa population.

On suppose que l'augmentation de la population est de 3,8% par an.

Dans ce cas, la définition du taux de variation donne :  $\frac{v(n+1) - v(n)}{v(n)} = 0,038$  et donc :

$$v(n+1) - v(n) = 0,038v(n).$$

Année	2019	2020	2021	2035
Population	23 310 000			



**Thomas Malthus (1766-1834).**

Britannique, il a identifié le déséquilibre entre croissance de la population et ressources disponibles. Ses propositions de réduire la natalité des pauvres ont généré de nombreuses polémiques.

### Document 4. Évaluer un temps de doublement de population dans le modèle malthusien.

Les tableurs permettent de visualiser l'évolution d'un effectif de population sous l'hypothèse du modèle de Malthus. On peut ensuite déterminer au bout de combien de temps l'effectif dépassera le double de la valeur initiale. C'est ce qu'on appelle le **temps de doublement** d'une population.

	A	B	C
1	Année	Effectif	Taux de variation
2	2019	1000	4%
3	2020	1040	
4	2021	1081,6	
5	2022	1124,864	
6	2023	1169,85856	
7	2024	1216,6529	
8	2025	1265,31902	
9	2026	1315,93178	

### Consignes.

1. **Traduire** mathématiquement l'hypothèse faite de l'augmentation de 22 poissons à l'année (document 1).  
**Exprimer** ensuite  $u(1)$ ,  $u(2)$ ,  $u(3)$  et  $u(4)$  en fonction de  $u(0)$ .  
**Conjecturer** enfin l'expression de  $u(n)$  en fonction de  $u(0)$  et  $n$  afin d'obtenir l'effectif de la population après  $n$  années dans ce modèle.
2. **Exprimer**  $v(n+1)$  en fonction de  $v(n)$  (doc 4). **Exprimer** ensuite  $v(1)$ ,  $v(2)$ ,  $v(3)$  et  $v(4)$  en fonction de  $v(0)$  puis conjecturer l'expression de  $v(n)$  en fonction de  $n$  et  $v_0$ .
3. **Spé Maths.** Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$ ? Préciser sa raison et son premier terme et l'expression explicite de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
4. À l'aide d'un tableur, **représenter** le nuage de points correspondant aux données du doc 2. **Effectuer** une régression linéaire et **donner** une équation de la droite obtenue puis en déduire l'effectif prévu en 2025.
5. Sous l'hypothèse d'une croissance démographique annuelle de 3,8%, **compléter** le tableau du document 3.  
**Justifier** que l'augmentation n'est pas linéaire.
6. Dans le document 4, **indiquer** quelle formule saisir dans la cellule B3 pour calculer automatiquement l'effectif en 2020 à partir de celui de

2019 (cellule B2) et du taux de variation (cellule C2).

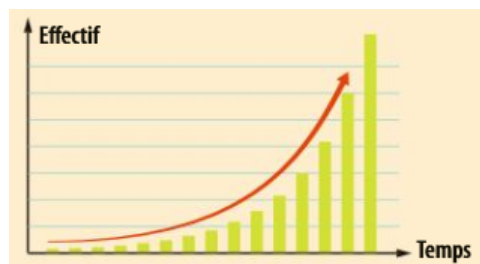
7. **Réaliser** ce fichier sur un tableur et **déterminer** le temps de doublement de la population.



*Le coin des Maths.*

### Modèle exponentiel ou modèle malthusien.

- Dans ce modèle élaboré par Malthus, on constate que la variation de la population n'est pas constante, mais proportionnelle à l'effectif initial de chaque étape. Le modèle ainsi obtenu n'est donc pas **le modèle linéaire**.
- Dans ce modèle, si le taux d'évolution est **positif** (cas d'une augmentation), l'effectif croît de plus en plus vite vers l'infini et s'il est **négatif** (cas d'une diminution), l'effectif décroît de moins en moins vite vers 0.



### Modélisation d'un effectif d'une population.

- On représente le plus souvent les relevés démographiques d'une population au cours du temps par un **nuage de points**. Ces points ont pour abscisses les dates des relevés et pour ordonnée les effectifs correspondants.
- On considère en général par une fonction  $u$  de la variable entière l'évolution de l'effectif de cette population au cours du temps où  $u(0)$  est l'effectif relevé à une étape de référence et  $u(n)$  est l'effectif après  $n$  étapes.

**Principe de la régression linéaire :** chercher la droite la plus ajustée à un nuage de points. Cette droite est telle que la somme des carrés des écarts entre les valeurs réelles et les valeurs du modèle est **minimale**.