1 Rappels sur la colinéarité

1

Le plan est muni d'un repère quelconque.
On donne les points $A\,(-5\,;\,3)$, $B\,(-4\,;\,1)$ et $C\,(1\,;\,-4)$.

1. Déterminer les coordonnées de I, milieu de $[AC]$.
2. Déterminer les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

2

Le plan est muni du repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath}\,,\ \vec{\jmath}\right)$dont on donne les points $A\,(-9\,;\,-10)$, $B\,(2\,;\,9)$, $C\,(5\,;\,3)$, $D\,(-1\,;\,-8)$ et $E\,(3\,;\,0)$.

1. Les points C, D et E sont-ils alignés ?
2. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

3

Le plan est muni du repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath}\,,\ \vec{\jmath}\right)$. On considère les points $A\,(-2\,;\,2)$, $B\,(-3\,;\,-3)$, $C\,(5\,;\,1)$ et $D\,(2\,;\,4)$. E est le milieu du segment $[BC]$.

1. Montrer que $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?
2. Montrer que $ABED$ est un parallélogramme.
3. Déterminer si O appartient à la droite (AE).

4

$ABCD$ est un parallélogramme.
A' est le symétrique de A par rapport à B et E est le milieu de $[BC]$.

1. Déterminer les coordonnées des points A', E et D dans le repère $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{AD}\right)$
2. Montrer que les points A', E et D sont alignés.

5

On considère les points $A\,(-1\,;\,2)$, $B\,(1\,;\,3)$ et $C\,(195\,;\,100)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB). À l'aide de cette équation déterminer si A, B et C sont alignés.
2. La droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = \dfrac{1}{2}x + 1$ est-elle parallèle à (AB) ?
3. Le point C appartient-il à la droite Δ passant par le point $J\,(0\,;\,1)$ et de coefficient directeur $\dfrac{3}{5}$?

6

On donne $A(1\,;\,2)$, $B(2\,;\,1)$ et $C(-3\,;\,0)$. Déterminer les équations cartésiennes des droites suivantes :

1. $\mathcal{D} = (BC)$;
2. $\mathcal{D}'$ passant par C et de vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$;
3. Δ parallèle à $\mathcal{D}$ passant par A ;
4. Δ' parallèle à $\mathcal{D}'$ passant par B.

7

ABC est un triangle non aplati. I et J sont les point tels que $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

1. Dans le repère $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{AC}\right)$, déterminer les coordonnées des points I et J.
2. Déterminer une équation cartésienne des droites (BC) et (IJ).
3. Montrer que la droite (IJ) passe par le milieu O du segment $[BC]$.

8

On donne les équations cartésiennes des droites (d) et (d') suivantes :

$$(d)\ :\ 7x - 3y + 2 = 0 \text{ et } (d')\ :\ 5x - 2y - 8 = 0.$$

1. Démontrer que les droites (d) et (d') sont sécantes.
2. Calculer les coordonnées de leur point d'intersection.

9

Les droites (d_1) et (d_2) ont respectivement comme équation cartésienne $(d_1)\ :\ 3x - 2y - 8 = 0$ et $(d_2)\ :\ 5x + 4y - 6 = 0$. La droite (Δ) a pour équation cartésienne :

$$2mx - (m+1)y - 8 = 0.$$

Comment choisir le paramètre m pour que ces trois droites soient concourantes ?

10

Les *deux questions sont indépendantes.*

1. Trouver une équation cartésienne de la droite Δ passant par le point $A(-1\,;\,4)$ et parallèle à la droite (d) d'équation $3x - 2y + 1 = 0$.
2. Pour quelle valeur du paramètre m la droite (d) d'équation $mx - 3y + 2 = 0$ est-elle parallèle à la droite (Δ) d'équation $3x - 2y + 4 = 0$.

2 Vecteur normal

11

(d) est la droite d'équation cartésienne $3x - y + 5 = 0$.

1. Déterminer les coordonnées d'un vecteur normal à (d).
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) passant par $A(1\,;\,2)$ et perpendiculaire à (d).

12

Dans chacun des cas suivants, dites si les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires :

1. $(d_1)\ :\ x - 2y + 4 = 0$ et $(d_2)\ :\ 6x + 3y - 7 = 0$.
2. $(d_1)\ :\ y = 2x + 5$ et $(d_2)\ :\ x - 2y + 1 = 0$.
3. $(d_1)\ :\ (1+\sqrt{2})x - y + 3 = 0$ et $(d_2)\ :\ (1-\sqrt{2})x + y = 0$.

3 Équation de cercles

13

Trouver l'équation cartésienne du cercle dans les cas suivants :

1. de centre $A(1\,;\,-2)$ et de rayon 5 ;
2. de centre $A(-1\,;\,2)$ et passant par $B(3\,;\,4)$;
3. de centre $A(1\,;\,-4)$ et tangent à l'axe des abscisses.

14

Dans chacun des cas suivants, démontrer que l'équation proposée est celle d'un cercle dont on précisera les coordonnées du centre et le rayon :

1. $x^2+y^2-x-3y-5=0$;
2. $(x-2)(x+5)+(y-1)(y-4)=0$;
3. $3x^2+3y^2-6x-9y-1=0$.

15

Soit les points $I(4\,;\,-1)$ et $A(1\,;\,5)$.
$\mathscr{C}$ est le cercle de centre I passant par A.
Démontrer que la droite (d) d'équation $y=\dfrac{1}{2}x+9$ est tangente en A au cercle $\mathscr{C}$.

16

On donne le point $A(1\,;\,2)$ et la droite (d) d'équation $x+2y=0$.
Démontrer que le cercle de centre A passant par l'origine O est tangent à (d).

17

$\mathscr{C}$ est le cercle d'équation $x^2+y^2-4x+4y-2=0$ et (d) la droite d'équation $x+3y-6=0$.

1. Déterminer les coordonnées du centre du cercle $\mathscr{C}$ ainsi que son rayon.
2. Faire une figure.
3. Vérifier les points $A(3\,;\,1)$ et $B(5\,;\,-1)$ appartiennent à $\mathscr{C}$.
   - **a.** La droite (d) est-elle tangente à $\mathscr{C}$ au point A ?
   - **b.** Déterminer une équation cartésienne de la droite (d)? tangente à $\mathscr{C}$ au point B.

18

Dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, on considère les points A $(3\ ;\ 1)$, B $(-3\ ;\ 3)$ et C $(2\ ;\ 4)$.

1. Montrer que l'équation $x+3y-6=0$ est une équation cartésienne de la droite (AB).
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite d, perpendiculaire à la droite (AB) et passant par le point C.
3. En déduire les coordonnées du point K, projeté orthogonal du point C sur la droite (AB).
4. Calculer la distance AB et déterminer les coordonnées du milieu M du segment [AB].
5. En déduire une équation du cercle de diamètre [AB].

19

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité 1 cm.
On considère la droite $\mathcal{D}$ d'équation $x+3y-5=0$.

1. Montrer que le point A de coordonnées $(2\ ;\ 1)$ appartient à la droite $\mathcal{D}$ et tracer la droite $\mathcal{D}$ dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
2. Montrer que la droite $\mathcal{D}'$ passant par le point B de coordonnées $(4\ ;\ 2)$ et perpendiculaire à la droite $\mathcal{D}$, admet pour équation $3x-y-10=0$.
3. Soit H le projeté orthogonal de B sur la droite $\mathcal{D}$.
   Déterminer, par le calcul, les coordonnées de H.
4. On considère le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [AB] et on note Ω son centre.
   - **a.** Déterminer une équation de $\mathcal{C}$; préciser son rayon et les coordonnées de Ω.
   - **b.** Le point H appartient-il à $\mathcal{C}$? Justifier.