

1. Étude d'un polynôme de degré 2

1. Définition

Une fonction polynôme de degré 2 est une fonction f définie sur \mathbb{R} dont l'expression algébrique peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont des réels avec $a \neq 0$. Les réels a, b et c sont appelés **coefficients** de la fonction polynôme et la courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2 est **une parabole**.

Exemples :

- $f(x) = 4x^2 - 5x + 7$: $a = \dots$, $b = \dots$ et $c = \dots$
- $g(x) = -6x^2 + 13x$: $a = \dots$, $b = \dots$ et $c = \dots$

2. Variation et représentation graphique

Soit f une fonction polynôme de degré 2 telle que, pour tout réel x , $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.
On pose :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = f(\alpha)$$

On retiendra les résultats suivants :

Cas $a > 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
Variation de f			

Cas $a < 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
Variation de f			

Exemples. Dresser le tableau de variations des fonctions f et g définies sur $[0; 10]$ par : $f(x) = 5x^2 - 10x + 9$ et $g(x) = -x^2 + 4x + 65$ après avoir identifié les valeurs de a, b et c puis calculé α et β .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

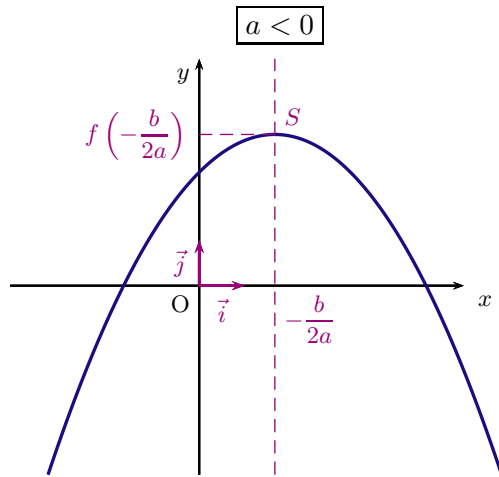
.....

.....

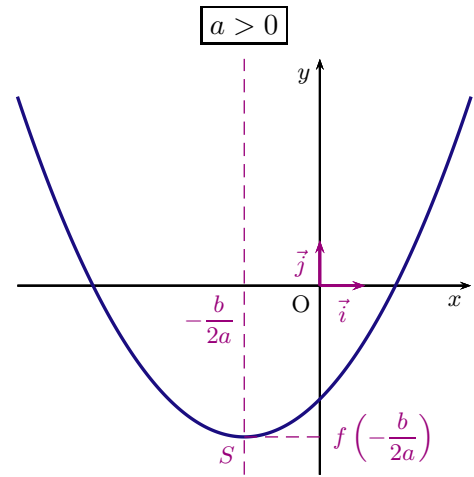
.....

.....

.....



La parabole est tournée vers le bas



La parabole est tournée vers le haut

2. Les identités remarquables

Pour tous réels a et b ,

1. $(a+b)^2 = \dots\dots\dots$

2. $(a-b)^2 = \dots\dots\dots$

3. $(a+b)(a-b) = \dots\dots\dots$

Exemples. Développer, réduire et ordonner :

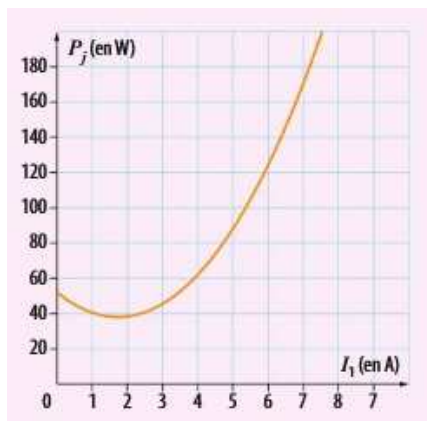
1. $(3 - I_1)^2$

.....

2. $2(4 - I_2)^2$

.....

Exercice. Deux centres de production d'énergie électrique sont susceptibles d'alimenter une usine. On admet que la puissance perdue par effet Joule en fonction de I_1 est donnée par : $P_j(I_1) = 2I_1^2 + 3(3 - I_1)^2 + 27$.



- Démontrer que $P_j(I_1) = 5I_1^2 - 18I_1 + 54$.
- On a représenté ci-contre la courbe représentative de la fonction P . Déterminer graphiquement une valeur approchée de I_1 qui rend les pertes minimales par effet Joule.
- Retrouver par la calcul le résultat de la question précédente.