149

On considère les fonctions u, v, w et z définies pour tout réel strictement positif par :
$u(x) = 5x+3$, $v(x) = \sqrt{x}$, $w(x) = x^2$ et $z(x) = \dfrac{1}{x}$.
Donner l'expression de la dérivée de ces fonctions.

150

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x| + x$.

1. Écrire f sous forme de deux fonctions u et v.
2. En déduire l'ensemble de définition de la dérivabilité de la fonction f.
3. Donner l'expression de la fonction u sans valeur absolue.
4. En déduire l'expression de la fonction dérivée de f sur les intervalles $]-\infty\,;0[$ et $]0\,;+\infty[$.

151

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (-3x+7)(5x+1).$$

1. Quelles sont les fonctions u et v telles que $f = uv$?
2. En déduire la fonction dérivée de f.
3. Donner la forme développée de f puis retrouver le résultat précédent.

152

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{3x^2+4}.$$

1. Quelle est la fonction u telle que : $f = \dfrac{1}{v}$?
2. En déduire la fonction dérivée de f.

153

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x) = \frac{-3x-7}{x^2}.$$

1. Quelles sont les fonctions u et v telles que :
$$f = \frac{u}{v}\,?$$
2. En déduire la fonction dérivée de f.

154

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2+2x+4}{2x^2+5}.$$

1. Quelles sont les fonctions u et v telles que :
$$f = \frac{u}{v}\,?$$
2. En déduire la fonction dérivée de f.

155

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (8x-9)^6.$$

1. Montrer que $f(x)$ est écrite sous la forme $f(x) = g(mx+p)$ en précisant l'expression de g ainsi que les valeurs de m et p.
2. En déduire la fonction dérivée de f.

156

Soit la fonction f définie sur $[2\,;+\infty[$ par

$$f(x) = x^2\sqrt{2x-4}.$$

1. Écrire f sous la forme d'un produit de deux fonctions u et v dont on précisera les expressions.
2. En déduire l'expression de la fonction dérivée de f sans se soucier de l'ensemble de dérivabilité.

157

Donner la fonction dérivée des fonctions suivantes en précisant l'ensemble de définition et de dérivabilité :

1. $n(x) = (-4x+6)^3$
2. $o(x) = (8-x)(2x^2-x+7)$
3. $p(x) = \dfrac{5}{2-7x}$
4. $q(x) = \dfrac{-2x^2+x}{x-1}$

158

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par
$f(x) = \dfrac{3x-2}{x+1}$ et $g(x) = \dfrac{-5}{x+1}$.

1. Déterminer les fonctions dérivées des fonctions f et g. Que remarque t-on ?
2. Calculer $f(x) - g(x)$.
Pouvait-on prévoir la remarque de la question **1.**

159

Pour les fonctions suivantes déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f point d'abscisse a.

1. $f(x) = -x^2+2x-8$ avec $a = -2$.
2. $f(x) = \dfrac{x+3}{1-2x}$ avec $a = -1$.
3. $f(x) = x+1+\dfrac{1}{x-1}$ avec $a = 0$.

160

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 4$.

1. La courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f admet une tangente en chacun de ses points. Justifier.
2. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f'(x) = 0$.
   b. Interpréter graphiquement ce résultat.
3. Déterminer les abscisses des points de $\mathscr{C}$ en lesquels la tangente à $\mathscr{C}$ a un coefficient directeur égal à 3.

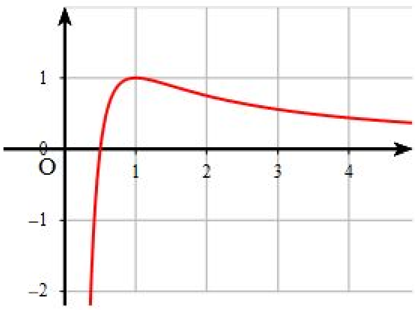
161

f est la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{2x}{x+1}$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

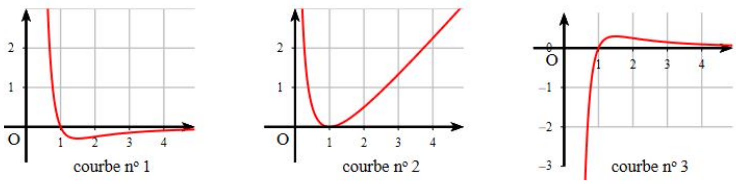
1. Déterminer les points de $\mathscr{C}$ en lesquels la tangente à $\mathscr{C}$ est parallèle à la droite d'équation $y = 4x$.
2. Existe-t-il des tangentes à $\mathscr{C}$ passant par l'origine O ?

162

La figure ci-contre est la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f dérivable sur $]0\,;+\infty[$.



Parmi les trois courbes ci-dessous, quelle est celle qui est susceptible de représenter la fonction dérivée f? de f :



163

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 2x + 15.$$

1. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de la fonction f.
2. Calculer $f(3)$ puis en déduire le signe de la fonction f.

164

Soit f une fonction définie sur $[0\,;8]$ dont on donne le signe de $f'(x)$ suivant :

x	0		3		8
signe de $f'(x)$		+	0	−	

Sachant que $f(2) = 0$ et $f(8) = 3$, dresser le tableau de variation et le tableau de signes de f sur $[0\,;8]$.

165

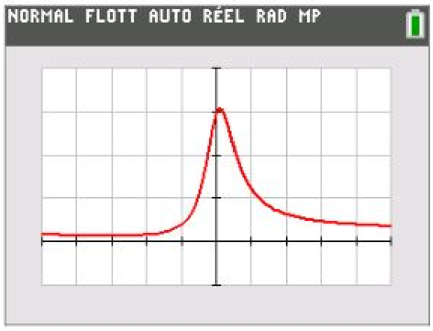
On considère la fonction f définie sur $[-3\,;2]$ par :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 4$$

1. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
2. Dresser le tableau de variation de f sur $[-3\,;2]$.
3. Quel est le maximum de f sur $[-3\,;2]$? Pour quelle(s) valeur(s) de x est-il atteint ?
4. Quel est le minimum de f sur $[-3\,;2]$? Pour quelle(s) valeur(s) de x est-il atteint ?

166

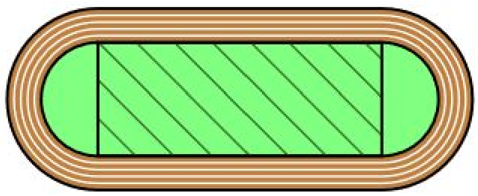
On donne la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = \dfrac{x^2+2x+3}{4x^2+1}$:



La fonction f admet-elle un minimum en 0 ? Justifier.

167

Un stade olympique a la forme d'un rectangle avec deux demi-cercles aux extrémités. La longueur de la piste intérieur est imposée et mesure 400 m.
Quelle dimensions doit-on donner au stade pour que la surface rectangulaire hachurée soit maximale ?



168

Un laboratoire pharmaceutique fabrique un produit solide conditionné sous la forme d'un petit parallélépipède rectangle (pavé droit) dont le volume est 576 mm^3. On note y la hauteur et la largeur et la longueur sont respectivement x et $2x$ où x et y sont exprimées en mm.

1. Exprimer y en fonction de x.
2. Calculer la surface totale $S(x)$ en mm^2, de ce pavé droit en fonction de x.
3. x est nécessairement compris entre 3 et 12 mm.
   Étudier le sens de variation de S en fonction de x. En déduire la valeur de x qui rend S minimum.