Chapitre 12

Fonction cube, fonction inverse

***

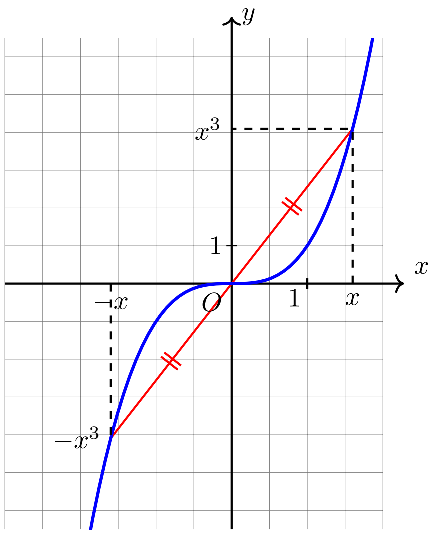
I. Fonction cube

1. Définition et représentation graphique

Définition.

La fonction ***cube*** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^3$.

Remarque. la courbe est symétrique par rapport à l'origine du repère. En effet, $f(-x) = -f(x)$, donc les points de coordonnées $\begin{pmatrix} -x \\ -x^3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x \\ x^3 \end{pmatrix}$ sont sur la courbe et sont symétriques par rapport à O. On dit que la fonction f est ***impaire*** et sa courbe représentative est la suivante :



2. Variations

Propriété.

La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^3	↗	0	↗

Propriété.

Pour tous réels a et b, on a :

$$a^3 = b^3 \Leftrightarrow a = b \qquad \text{et} \qquad a^3 > b^3 \Leftrightarrow a > b$$

Exemple. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^3 > 27$.

II. Fonction inverse

Définition.

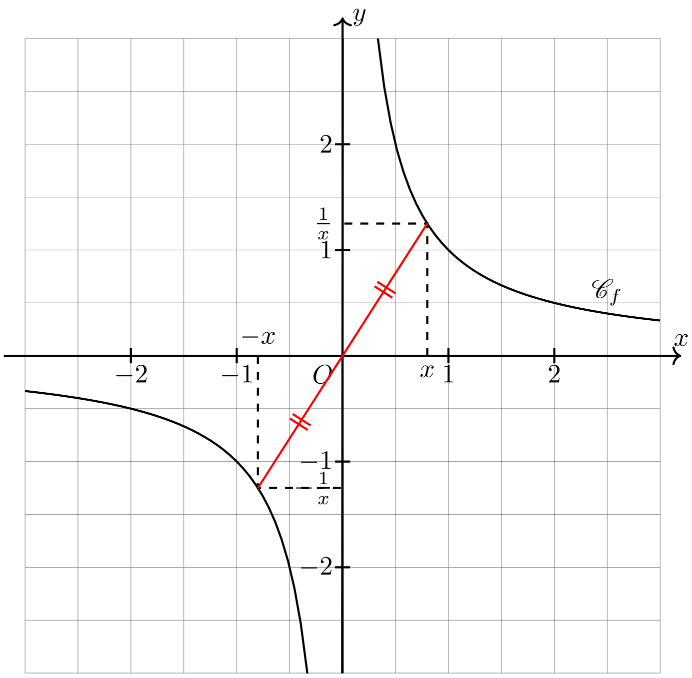
La fonction ***inverse*** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^\star =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

Propriété.

La fonction inverse est décroissante sur $]-\infty; 0[$ et encore décroissante sur $]0; +\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
variations de f	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$



Définition.

On appelle la courbe représentative de la fonction inverse une ***hyperbole***.

Remarque. La courbe est de nouveau symétrique par rapport à l'origine du repère. En effet, $f(-x) = -f(x)$, donc les points de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ \dfrac{1}{x} \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -x \\ -\dfrac{1}{x} \end{pmatrix}$

sont situés sur l'hyperbole et sont symétriques par rapport à O.