Chapitre 5

Résolution graphique d'équations, d'inéquations

***

I. Résolution graphique d'équations

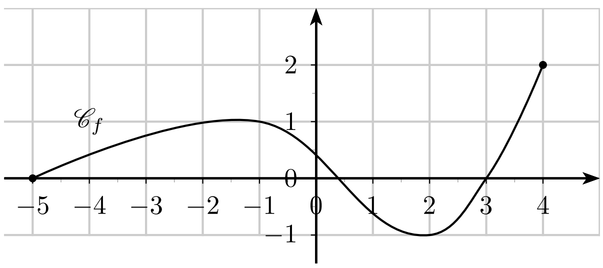
1. Équations du type $f(x) = k$

Ce genre d'équations ont déjà été traitées dans le chapitre 3.
Rappel : pour résoudre **graphiquement** l'équation $f(x) = k$, on utilisera la méthode ci-dessous :

Méthode.

1. On trace, si besoin (si elle n'est pas donnée), $\mathscr{C}_f$ dans un repère (orthogonal) ;
2. On trace la droite d'équation $y = k$, c'est-à-dire la droite passant par le point de coordonnées $(0\,;\,k)$ et parallèle à l'axe des abscisses ;
3. on recherche les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de la droite d'équation $y = k$.

Exemple 1. Résoudre l'équation $f(x) = -1$:



....

....

....

....

....

....

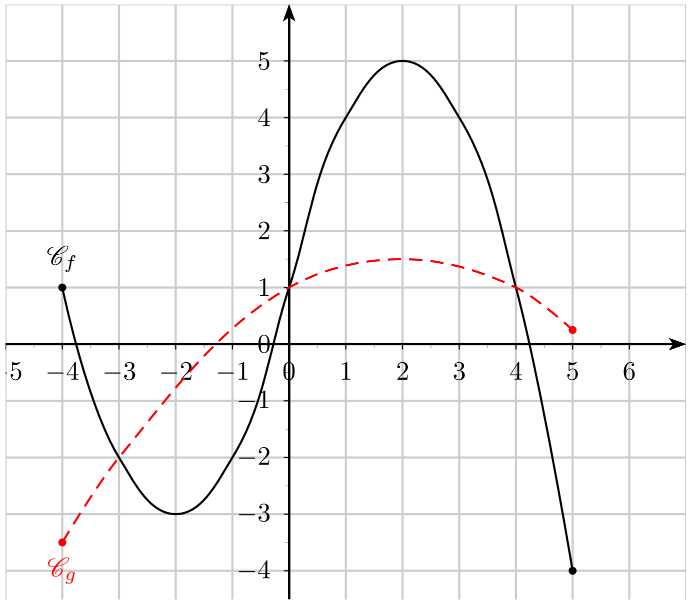
....

....

2. Équation du type $f(x) = g(x)$

On cherche à résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$. Cela revient à chercher graphiquement (pour le moment) les éléments de l'ensemble de départ qui ont **même image** par f et g dont les courbes sont notées respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$. Autrement dit, on cherche les **abscisses** des points d'intersection éventuels entre $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exemple 2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$:



. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

II. Résolution graphique d'inéquations

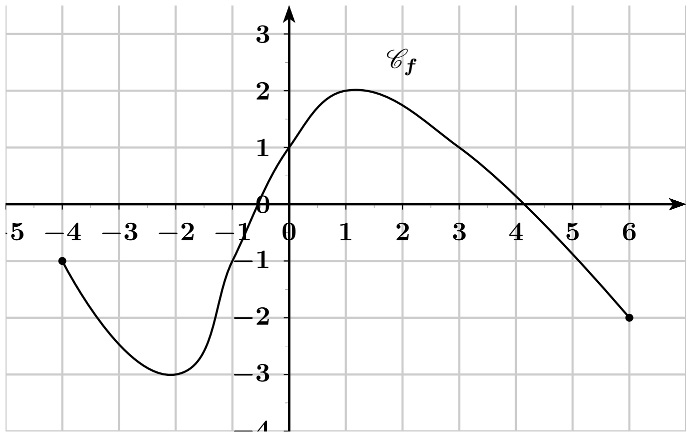
1. Premier type

On souhaite résoudre graphiquement les inéquations de la forme $f(x) \leqslant k$.

Méthode.

1. On trace $\mathscr{C}_f$ dans un repère (orthogonal) ;
2. on trace la droite d'équation $y = k$, c'est-à-dire la droite passant par le point de coordonnées $(0\,;\,k)$ et parallèle à l'axe des abscisses ;
3. on recherche les points de la courbe situés **sous** la droite ;
4. l'ensemble des solutions est constitué des abscisses de ces points.

Exemple 3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) \leqslant 1$:



....

....

....

Remarques.

1. On résout de la même façon les inéquations du type $f(x) \geqslant k$.
   On retient alors les abscisses des points situés *au-dessus* de la droite d'équation $y = k$.
   Dans l'exemple précédent,
   $$f(x) \geqslant 1 \iff x \in \ \ldots\ldots\ldots\ldots$$
2. De même pour les inéquations strictes $f(x) < k$ ou $f(x) > k$ on **exclura alors les abscisses des points d'intersection de la courbe et de la droite.** Dans l'exemple précédent,
   $$f(x) < -1 \iff \ \ldots\ldots\ldots\ldots$$

2. Deuxième type

On souhaite résoudre les inéquations de la forme $f(x) \leqslant g(x)$.

Méthode.

1. On commence par tracer soigneusement les deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ dans un repère orthogonal ;
2. l'ensemble des solutions est constitué des abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ situés en dessous de $\mathscr{C}_g$.

Exemple 4.

Reprenons l'exemple de l'exemple 2 et résolvons l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

....

Remarques.

1. On résout de la même manière les inéquations du type $f(x) \geqslant g(x)$. On retient alors les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ situés au dessus de $\mathscr{C}_g$.

   Dans l'exemple précédent,
   $$f(x) \geqslant g(x) \iff \ \ldots\ldots\ldots\ldots.$$
2. De même pour les inégalités strictes $f(x) > g(x)$ ou $f(x) < g(x)$, on exclura alors les abscisses des points d'intersection des deux courbes.

   Dans l'exemple,
   $$f(x) < g(x) \iff \ \ldots\ldots\ldots\ldots.$$