

Exercice 1.

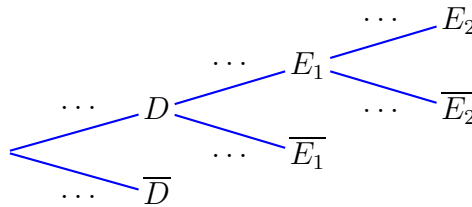
Pour embaucher ses cadres une entreprise fait appel à un cabinet de recrutement. La procédure retenue est la suivante. Le cabinet effectue une première sélection de candidats sur dossier. 40 % des dossiers reçus sont validés et transmis à l'entreprise. Les candidats ainsi sélectionnés passent un premier entretien à l'issue duquel 70 % d'entre eux sont retenus. Ces derniers sont convoqués à un ultime entretien avec le directeur des ressources humaines qui recrutera 25 % des candidats rencontrés.

1. On choisit au hasard le dossier d'un candidat.

On considère les événements suivants :

- D : « Le candidat est retenu sur dossier »,
- E_1 : « Le candidat est retenu à l'issue du premier entretien »,
- E_2 : « Le candidat est recruté ».

- a. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



- b. Calculer la probabilité de l'évènement E_1 .

- c. On note F l'évènement « Le candidat n'est pas recruté ».

Démontrer que la probabilité de l'évènement F est égale à 0,93.

2. Cinq amis postulent à un emploi de cadre dans cette entreprise. Les études de leur dossier sont faites indépendamment les unes des autres. On admet que la probabilité que chacun d'eux soit recruté est égale à 0,07.

On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi ces cinq candidats.

- a. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
- b. Calculer la probabilité que deux exactement des cinq amis soient recrutés. On arrondira à 10^{-3} .
3. Quel est le nombre minimum de dossiers que le cabinet de recrutement doit traiter pour que la probabilité d'embaucher au moins un candidat soit supérieure à 0,999 ?

Exercice 2.

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

Une entreprise produit en grande quantité des stylos. La probabilité qu'un stylo présente un défaut est égale à 0,1.

1. On prélève dans cette production, successivement et avec remise huit stylos. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de stylos présentant un défaut parmi les huit stylos prélevés.
 - a. On admet que X suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.
 - b. Calculer la probabilité des événements suivants :
 A : « il n'y a aucun stylo avec un défaut » ;
 B : « il y a au moins un stylo avec un défaut » ;
 C : « il y a exactement deux stylos avec un défaut ».
2. En vue d'améliorer la qualité du produit vendu, on décide de mettre en place un contrôle qui accepte tous les stylos sans défaut et 20 % des stylos avec défaut.
On prend au hasard un stylo dans la production. On note D l'évènement « le stylo présente un défaut », et E l'évènement « le stylo est accepté ».
 - a. Construire un arbre traduisant les données de l'énoncé.
 - b. Calculer la probabilité qu'un stylo soit accepté au contrôle.
 - c. Justifier que la probabilité qu'un stylo ait un défaut sachant qu'il a été accepté au contrôle est égale à 0,022 à 10^{-3} près.
3. Après le contrôle, on prélève, successivement et avec remise, huit stylos parmi les stylos acceptés.

Calculer la probabilité qu'il n'y ait aucun stylo avec un défaut dans ce prélèvement de huit stylos.

Comparer ce résultat avec la probabilité de l'évènement A calculée à la question 1. b.. Quel commentaire peut-on faire ?

Exercice 3.

Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter les voyageurs.

On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique.

On note :

- S l'événement « le voyageur fait sonner le portique » ;
- M l'événement « le voyageur porte un objet métallique ».

On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique.

1. On admet que :

- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,98 ;
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à 0,98.

a. À l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de $P(M)$, $P_M(S)$ et $P_{\overline{M}}(\overline{S})$.

b. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

c. Démontrer que : $P(S) = 0,021\ 92$.

d. En déduire la probabilité qu'un voyageur porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique. (On arrondira le résultat à 10^{-3} .)

2. 80 personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0,021 92.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les 80 personnes de ce groupe.

a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.

c. Sans le justifier, donner la valeur arrondie à 10^{-3} de :

- la probabilité qu'au moins une personne du groupe fasse sonner le portique ;
- la probabilité qu'au maximum 5 personnes fassent sonner le portique.

d. Sans le justifier, donner la valeur du plus petit entier n tel que $P(X \leq n) \geq 0,9$.

Exercice 4.

Dans une association sportive, un quart des femmes et un tiers des hommes adhèrent à la section tennis. On sait également que 30 % des membres de cette association adhèrent à la section tennis.

Partie A

On choisit au hasard un membre de cette association et on note :

- F l'évènement « le membre choisi est une femme »,
- T l'évènement « le membre choisi adhère à la section tennis ».

1. Montrer que la probabilité de l'évènement F est égale à $\frac{2}{5}$.
2. On choisit un membre parmi les adhérents à la section tennis.
Quelle est la probabilité que ce membre soit une femme ?

Partie B

Pour financer une sortie, les membres de cette association organisent une loterie.

1. Chaque semaine, un membre de l'association est choisi au hasard de manière indépendante pour tenir la loterie.
 - a. Déterminer la probabilité pour qu'en quatre semaines consécutives, il y ait exactement deux fois un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.
 - b. Pour tout entier naturel n non nul, on note p_n la probabilité pour qu'en n semaines consécutives, il y ait au moins un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.

Montrer que pour tout entier n non nul, $p_n = 1 - \left(\frac{7}{10}\right)^n$.

- c. Déterminer le nombre minimal de semaines pour que $p_n \geq 0,99$.
2. Pour cette loterie, on utilise une urne contenant 100 jetons ; 10 jetons exactement sont gagnants et rapportent 20 euros chacun, les autres ne rapportent rien.

Pour jouer à cette loterie, un joueur doit payer 5 € puis tire au hasard et de façon simultanée deux jetons de l'urne : il reçoit alors 20 euros par jeton gagnant. Les deux jetons sont ensuite remis dans l'urne.

On note X la variable aléatoire associant le gain algébrique (déduction faite des 5 €) réalisé par un joueur lors d'une partie de cette loterie.

- a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
- b. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et interpréter le résultat obtenu.