**Exercice 1.** **/8**

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35 % des plants proviennent de l'horticulteur $\mathrm{H}_1$, 25 % de l'horticulteur $\mathrm{H}_2$ et le reste de l'horticulteur $\mathrm{H}_3$. Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.

La livraison de l'horticulteur $\mathrm{H}_1$ comporte 80 % de conifères alors que celle de l'horticulteur $\mathrm{H}_2$ n'en comporte que 50 % et celle de l'horticulteur $\mathrm{H}_3$ seulement 30 %.

1. Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock.
   On envisage les événements suivants :
   — $H_1$ : ≪ l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur $\mathrm{H}_1$ ≫,
   — $H_2$ : ≪ l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur $\mathrm{H}_2$ ≫,
   — $H_3$ : ≪ l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur $\mathrm{H}_3$ ≫,
   — $C$ : ≪ l'arbre choisi est un conifère ≫,
   — $F$ : ≪ l'arbre choisi est un arbre feuillu ≫.

   (a) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
   (b) Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur $\mathrm{H}_3$.
   (c) Justifier que la probabilité de l'évènement $C$ est égale à $0,525$.
   (d) L'arbre choisi est un conifère.
   Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur $\mathrm{H}_1$ ? On arrondira à $10^{-3}$.

2. On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.
   On appelle $X$ la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.
   (a) Justifier que $X$ suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   (b) Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ?
   On arrondira à $10^{-3}$.
   (c) Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus ?
   On arrondira à $10^{-3}$.
   (d) Sur 1000 arbres, combien y a-t-il en moyenne de conifères ? Justifier.

**Exercice 2.** **/3**

Un chercheur du laboratoire étudie l'élimination au contact de la lumière d'un composant de la crème solaire. La concentration de ce composant est modélisée par une fonction $f$.

Lorsque $t$ représente le temps d'exposition à la lumière en heures, $f(t)$ représente la concentration en $\mathrm{g}\cdot\mathrm{L}^{-1}$ de ce composant restant dans la crème.

On admet que la fonction $f$ définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ est solution de l'équation différentielle suivante :

$$(E)\ :\quad y' + 0{,}4y = 0.$$

1. On sait qu'à l'instant $t = 0$, la concentration du composant est égale à $1,3$ g$\cdot L^{-1}$.
   Montrer alors que pour tout réel $t$ de $[0\ ;\ +\infty[$, $f(t) = 1,3\mathrm{e}^{-0,4t}$.
2. Déterminer le sens de variation de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0\ ,\ +\infty[$.
   Ce résultat est-il cohérent avec la situation étudiée ? Pourquoi ?

**Exercice 3.** **/9**

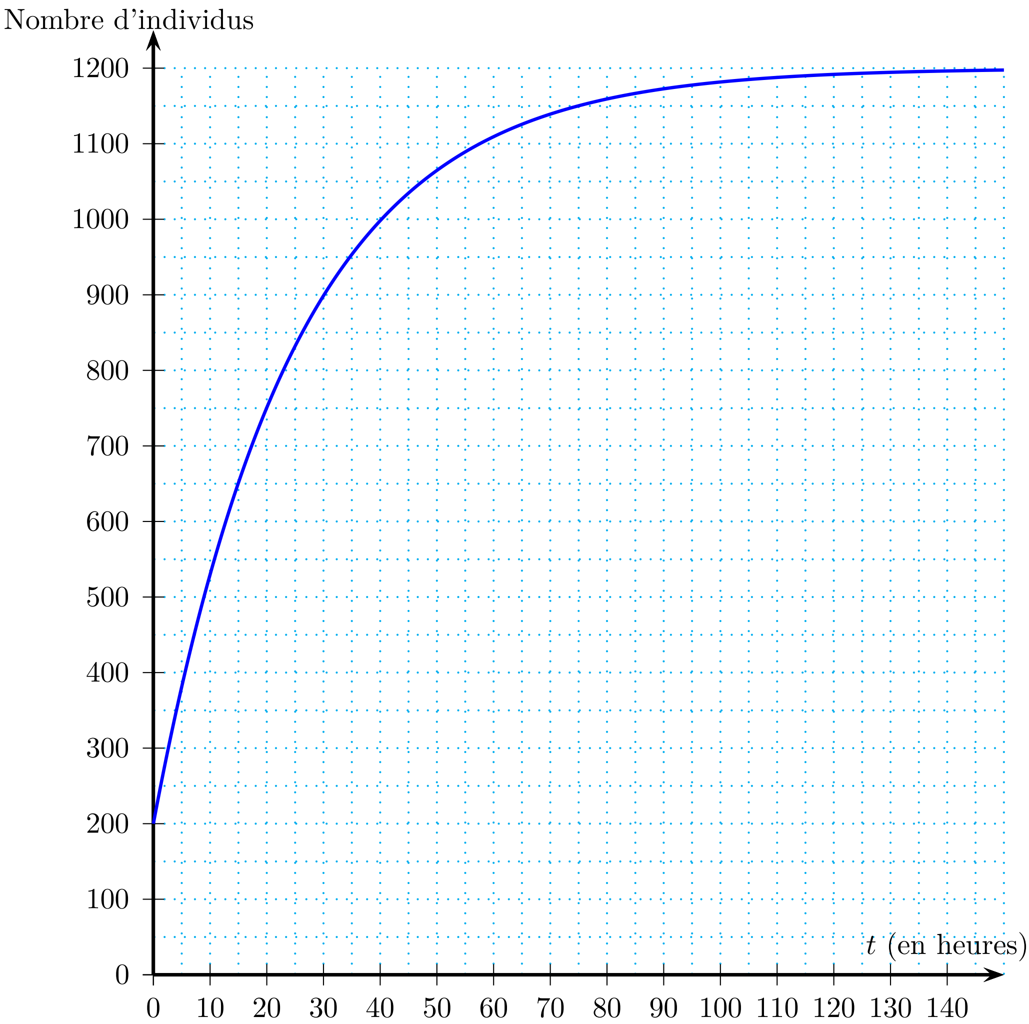
On étudie le comportement d'organismes vivants placés dans une enceinte close dont le milieu nutritif est renouvelé en permanence.

On modélise cette situation par une fonction $f$ définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ qui à chaque instant $t$ (exprimé en heures) associe le nombre d'individus, en milliers, présents dans l'enceinte à cet instant.

On sait que $f$ est solution de l'équation différentielle $(E)$ : $y' + 0,04y = 48$.

Dans le repère orthogonal donné en annexe 3, on a tracé la courbe représentative $(\mathcal{C})$ de la fonction $f$.

1. La courbe $(\mathcal{C})$ est donnée en page 3. Préciser la valeur de $f(0)$.
2. (a) Résoudre dans $[0\ ;\ +\infty[$, l'équation différentielle $(E)$.
   (b) En déduire que pour tout réel $t$ de $[0\ ;\ +\infty[$, $f(t) = 1\ 200 - 1\ 000\mathrm{e}^{-0,04t}$.
3. (a) La courbe $(\mathcal{C})$ suggère l'existence d'une asymptote horizontale.
   Donner une équation de cette asymptote et justifier ce résultat par un calcul de limite puis la représenter graphiquement sur la feuille donnée en page 3.
   (b) Donner une interprétation concrète de ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. On appelle vitesse d'évolution du nombre d'individus à l'instant $t$, exprimée en nombre d'individus en milliers par heure, le nombre $f'(t)$.
   (a) Pour tout réel $t$ positif ou nul, calculer $f'(t)$ où $f'$ désigne la fonction dérivée de $f$.
   (b) En déduire le sens de variation de $f$ sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   (c) i. Démontrer qu'il existe un temps $T_0$ à partir duquel le nombre d'individus aura été multiplié par 5.
   ii. Déterminer ce temps $T_0$ à la minute près.
   (d) Déterminer une valeur arrondie à $10^{-1}$ de la vitesse d'évolution du nombre d'individus, en milliers par heure, à l'instant $t = 50$ heures.
   (e) On appelle (T) la tangente à la courbe $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 50.
   Tracer cette tangente sur le graphique donné en annexe 3 à rendre avec la copie. On expliquera la méthode employée.
   (f) La vitesse d'évolution du nombre d'individus, en milliers par heure, diminue au cours du temps.
   Comment cela se traduit-il sur le graphique de l'annexe 3 ?


Nombre d'individus
1200
1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
$t$ (en heures)
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140