21

Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher :

4 jetons blancs marqués 0 ;
3 jetons rouges marqués 7 ;
2 jetons blancs marqués 2 ;
1 jeton rouge marqué 5.

1. On tire simultanément 4 jetons du sac. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2. On suppose que tous les tirages sont équiprobables, et on considère les évènements suivants :

   A : « Les quatre numéros sont identiques ».

   B : « Avec les jetons tirés, on peut former le nombre 2020 ».

   C : « Tous les jetons sont blancs ».

   D : « Tous les jetons sont de la même couleur ».

   E : « Au moins un jeton porte un numéro différent des autres ».

   (a) Montrer que la probabilité de l'évènement B, est $\dfrac{4}{105}$.

   (b) Calculer la probabilité des évènements A, C, D, E.

22

Une urne contient n boules blanches ($n \in \mathbb{N}$ et $n \geqslant 2$), 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne .

1. Déterminer le nombre de tirages possibles en fonction de n.
2. (a) Déterminer le nombre de tirages comportant deux boules blanches.

   (b) En déduire la probabilité de tirer deux boules blanches.
3. On note $p(n)$ la probabilité de tirer deux boules de même couleur.

   (a) Montrer que $p(n) = \dfrac{n^2 - n + 26}{(n+8)(n+7)}$

   (b) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} p(n)$. Interpréter ce résultat.

23

Pour les questions 1 *et* 2*, on donnera les résultats sous forme de fraction et sous forme décimale approchée par défaut à* 10^{-3} *près.*

Un enfant joue avec 20 billes : 13 rouges et 7 vertes. Il met 10 rouges et 3 vertes dans une boîte cubique et 3 rouges et 4 vertes dans une boîte cylindrique.

1. Dans un premier jeu, il choisit simultanément trois billes au hasard dans la boîte cubique et il regarde combien de billes rouges il a choisies. On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de billes rouges choisies.

   (a) Déterminer la loi de probabilité de X.

   (b) Calculer l'espérance mathématique de X.
2. Un deuxième jeu est organisé de telle sorte que l'enfant choisisse d'abord au hasard une des deux boîtes, puis qu'il prenne alors une bille, toujours au hasard, dans la boîte choisie. On considère les évènements suivants :

   C1 : « L'enfant choisit la boîte cubique »,

   C2 : « L'enfant choisit la boîte cylindrique »,

   R : « L'enfant prend une bille rouge »,

   V : « L'enfant prend une bille verte ».

   (a) Représenter par un arbre pondéré la situation correspondant à ce deuxième jeu.

   (b) Calculer la probabilité de l'évènement R.

   (c) Sachant que l'enfant a choisi une bille rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boîte cubique ?