

16

E est un ensemble à huit éléments : $\{a; b; c; d; e; f; g; h\}$.

1. Dénombrer les parties de E à 4 éléments qui contiennent :

- (a) a et b ;
- (b) a mais pas b ;
- (c) b mais pas a ;
- (d) ni a ni b .

2. En déduire la relation : $\binom{8}{4} = \binom{6}{2} + 2\binom{6}{3} + \binom{6}{4}$.

17

On tire simultanément 5 cartes dans un jeu de 32 cartes. Combien de tirages peut-on obtenir :

- 1. sans imposer de contraintes sur les cartes ;
- 2. contenant 5 carreaux ou 5 piques ;
- 3. 2 carreaux et 3 piques ;
- 4. au moins un roi ;
- 5. au plus un roi ;
- 6. 2 rois et 3 piques (exactement).

Rappel :

$n \backslash k$	0	1	2	3	4	5	...
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
...

Symétrie

$n \backslash k$	0	1	2	3	4	5	...
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
...

Formule de Pascal

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

18

- 1. (a) À l'aide du triangle de Pascal, donner le développement de $(x + y)^4$.
- (b) Retrouver le résultat des coefficients de ce développement avec les coefficients binomiaux.
- 2. On rappelle la formule du binôme de Newton : pour tous réels a et b et pour tout entier naturel $n \geq 1$,

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$

- (a) Quelle égalité retrouve-t-on si $a = b = 1$?
- (b) Développer $(3x + 2)^3$ à l'aide de la formule du binôme de Newton.