

Exercice 1.

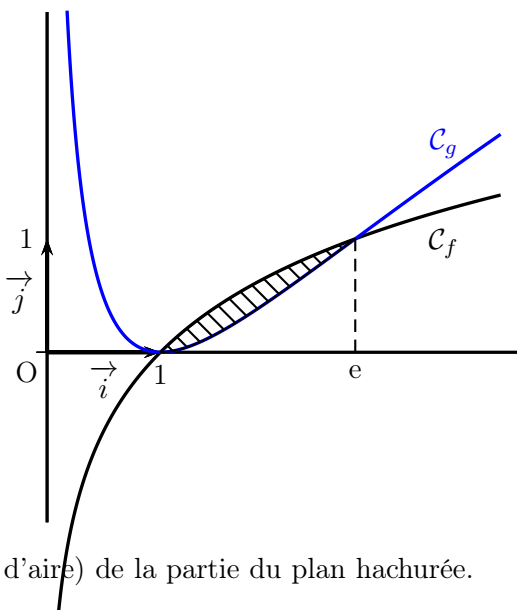
On considère la suite d'intégrales (I_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$I_n = \int_1^e (\ln x)^n dx$$

1. Calculer I_0 .
2. Démontrer que pour tout entier naturel n , à l'aide d'une intégration par parties que :

$$I_{n+1} = e - (n+1)I_n$$

3. Les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g données ci-dessous représentent respectivement, dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) , les fonctions f et g définies sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = \ln x$ et $g(x) = (\ln x)^2$.



Calculer l'aire \mathcal{A} (en unités d'aire) de la partie du plan hachurée.

Exercice 2.

Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 1 + \cos(x) + \frac{1}{2} \cos(2x)$.

1. Démontrer que 2π est une période de f et que f est paire.
2. Déterminer l'intervalle d'étude de la fonction f .
3. On admet que pour tout réel a on a $\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a)$.
 - (a) Calculer la fonction dérivée f' et démontrer que $f'(x) = -\sin(x)(1 + 2 \cos(x))$.
 - (b) Déterminer avec soin le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; \pi]$.
 - (c) En déduire le tableau de variation de f sur $[-\pi; \pi]$.
4. Tracer la courbe représentative de la fonction f sur $[-2\pi; 2\pi]$.