

Exercice 1. Quand il joue au bowling, Arthur a une probabilité de 0,1 pour faire un strike. Il lance 10 fois la boule de manière indépendante. Pour tout entier i entre 1 et 10, X_i est la variable aléatoire prenant 1 s'il réussit un strike et 0 sinon, au i -ème lancer.

1. Que peut-on dire de la variable aléatoire X définie par $X = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_{10}$?
2. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice 2. On lance 30 dés équilibrés à 6 faces numérotées de 1 à 6. On considère la variable aléatoire Z donnant le nombre de 4 obtenu sur les 30 dés.

1. Déterminer une loi de probabilité associée à 30 variables aléatoires indépendantes Z_1, Z_2, \dots, Z_{30} telle que $Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \cdots + Z_{30}$.
2. Calculer $E(Z)$ et en donner une interprétation.

Exercice 3. On lance 100 dés équilibrés à 6 faces numérotées de 1 à 6. On considère la variable aléatoire X donnant la somme des résultats de tous les dés.

1. Décomposer X en une somme de variables aléatoires indépendantes suivant toutes une même loi de probabilité que l'on précisera.
2. Calculer $E(X)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 4. X est une variable aléatoire d'espérance 5,6 et d'écart-type $\frac{1}{4}$. On considère un échantillon de taille n , $(X_1; \dots, X_n)$ de variables aléatoires suivant la loi de X ainsi que les variables aléatoires $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ est $M_n = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$.

1. Calculer $E(S_n)$ et $V(S_n)$.
2. Calculer $E(M_n)$ et $V(M_n)$.

Exercice 5. Soit Y une variable aléatoire. Compléter les pointillés :

1. $Y \in]0; 10[\iff |Y - \dots| < \dots$
2. $Y \in [45; 51] \iff |Y - \dots| \leq \dots$
3. $Y \in]-\infty; 12] \cup [16; +\infty[\iff |Y - \dots| \geq \dots$
4. $Y \in]-\infty; 2[\cup]24; +\infty[\iff |Y - \dots| > \dots$

Exercice 6. Soit B une variable aléatoire telle que $p(|B + 12| \geq 12) \leq 0,11$. Donner une minoration de $p(|B + 12| < 12)$.

Exercice 7. Soit Z une variable aléatoire tel que $p(Z \in [7; 8]) = 0,25$ et $p(Z \in]8; 13]) = 0,3$;

1. Déterminer $p(|Z - 10| \leq 3)$.
2. En déduire $p(|Z - 10| > 3)$.