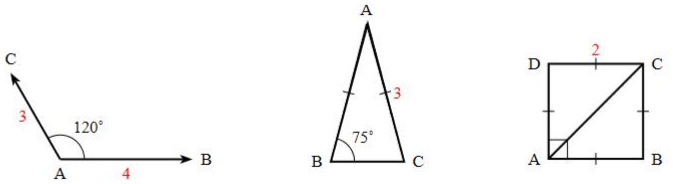
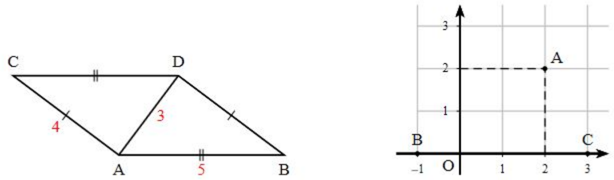
197

Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans les cas suivants :



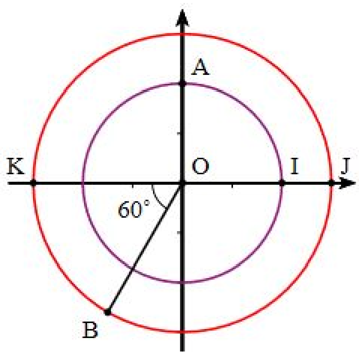
198

Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans les cas suivants :



199

Sur la figure ci-desssous, on a tracé deux cercles de centre O et de rayons respectifs 2 et 3 :



1. Calculer les produits scalaires suivants :

   a. $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{OJ}$ c. $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{OB}$

   b. $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{OK}$ d. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA}$

2. Dans le repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, le point B a pour coordonnées $\left(-\frac{3}{2}\,;\,-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ puis calculer :

   a. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AI}$

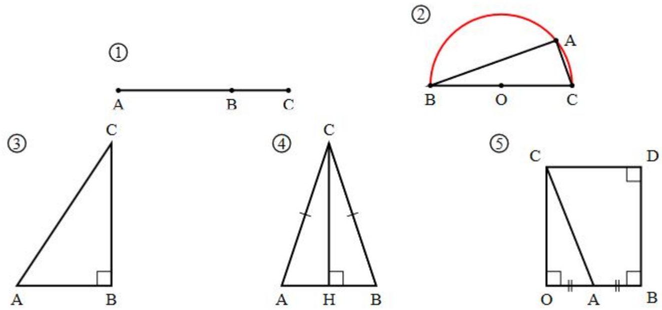
   b. $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IJ}$

   c. $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{BA}$

200

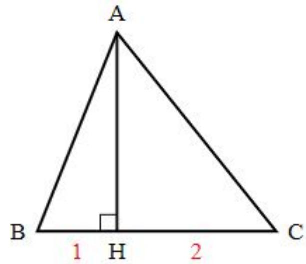
À chacune des figures ci-dessous, associer, parmi les égalités suivantes, celle qui donne le bon résultat du calcul de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$:

1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC$.
2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB^2$.
3. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB^2$.
4. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}AB^2$.
5. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.



201

Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BC}$:



202

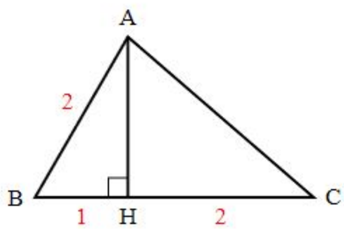
On donne trois points $A(4\,;\,1)$, $B(0\,;\,5)$ et $C(-2\,;\,-1)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. En déduire que $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{1}{\sqrt{5}}$ et en déduire une valeur approchée arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAC}$.

203

En utilisant les renseignements portés sur la figure ci-dessous, calculer les produits scalaires suivants :

1. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH}) \cdot \overrightarrow{AB}$
2. $(\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}) \cdot \overrightarrow{AB}$
3. $(\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}) \cdot (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC})$



204

Dans chacun des cas suivants, calculer $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$ en fonction de m et déterminer le réel m pour que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ soient orthogonaux :

1. $\overrightarrow{u}(-5\,;\,2)$ et $\overrightarrow{v}(m\,;\,-2)$.
2. $\overrightarrow{u}(m\,;\,3-m)$ et $\overrightarrow{v}(2\,;\,-m)$.
3. $\overrightarrow{u}(m-4\,;\,2m+1)$ et $\overrightarrow{v}(2m\,;\,3-m)$.

205

On donne $A(-4\,;\,1)$, $B(-1\,;\,2)$ et $C(1\,;\,-4)$.

1. Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.
2. En déduire la nature du triangle ABC.

206

On donne les trois points $A(1\,;\,3)$, $B(-1\,;\,1)$ et $C(3\,;\,-2)$.

1. Calculer BC puis $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.
2. On note H le projeté orthogonal de A sur (BC).
   - **a.** Exprimer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ en fonction de H.
   - **b.** Justifier que H est un point du segment $[BC]$.
   - **c.** En déduire les distances BH et HC.

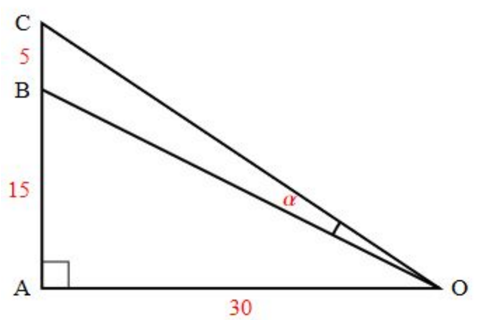
207

$ABCD$ est un parallélogramme tel que $AB = 4$, $AD = 2$ et $\widehat{BAD} = 60°$.

1. Démontrer que $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})^2 = 28$ et $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD})^2 = 12$.
2. En déduire les longueurs AC et BD ainsi qu'une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

208

1. A, B, C sont trois points alignés dans cet ordre. O est un point pris sur la perpendiculaire en A à la droite (AB).
   Démontrer que $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. Dans le cas de la figure ci-dessous, calculer l'angle α :



209

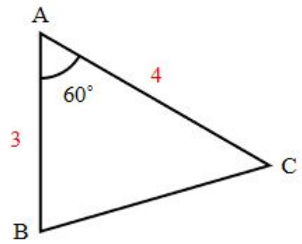
ABC est un triangle. Dans chacun des cas suivants, calculer les longueurs des côtés et les mesures des angles manquants.

1. $AB = 8$, $AC = 3$ et $\widehat{BAC} = 60°$.
2. $AB = 48$, $AC = 43$ et $BC = 35$.

210

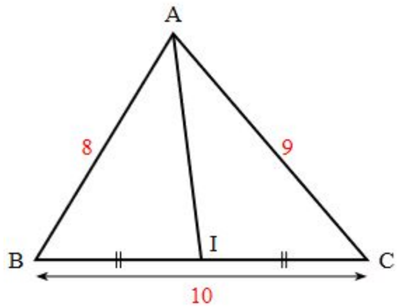
Dans la figure ci-dessous, calculer :

1. L'aire du triangle ABC.
2. Le périmètre du triangle ABC.



211

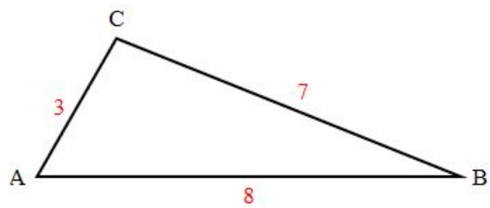
On donne la figure ci-dessous :



1. **a.** Exprimer $AB^2 + AC^2$ en fonction de AI et BC.
   b. En déduire la longueur AI.
2. Calculer les longueurs des deux autres médianes.

212

On donne la figure ci-dessous :



1. **a.** En précisant le théorème utilisé, calculer $\cos(\widehat{BAC})$.
   b. En déduire $\sin(\widehat{BAC})$.
2. Calculer l'aire du triangle ABC.

213

$ABCD$ est un parallélogramme tel que $AB = 7$ $AD = 3$ et $AC = 8$.

1. **a.** Démontrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 3$.
   b. En calculant $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ d'une autre façon, déterminer la valeur de $\cos(\widehat{BAD})$.
   En déduire que $\sin(\widehat{BAD}) = \dfrac{4\sqrt{3}}{7}$.
2. **a.** Calculer l'aire du triangle BAD.
   b. En déduire l'aire du parallélogramme ABCD.