

Forme canonique

35

Dans chaque cas, écrire le trinôme sous sa forme canonique.

1. $x^2 + 6x - 8$
2. $x^2 - 5x + 6$
3. $2x^2 + 6x + 4$
4. $-x^2 + x + 3$
5. $3x^2 + 12x + 12$
6. $-x^2 + 7x - 10$

Résolution d'équation

36

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes à l'aide du discriminant :

1. $x^2 - x - 6 = 0$
2. $x^2 + 2x - 3 = 0$
3. $-t^2 + 2t - 1 = 0$
4. $y^2 + 5y - 6 = 0$
5. $1 - 2t - t^2 = 0$
6. $u^2 + u + 1 = 0$
7. $2x^2 + 18x + 18 = 0$
8. $-3x^2 + 7x + 1 = 0$
9. $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$
10. $s^2 - s - 1 = 0$

37

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes à l'aide du discriminant :

1. $3x^2 - 4\sqrt{7}x - 12 = 0$
2. $\sqrt{2}t^2 - 3t + \sqrt{2} = 0$
3. $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3} = 0$
4. $2x - x^2 - 2 = 0$
5. $x^3 - 8x^2 + 12x = 0$
6. $(2x - 1)^2 + 3 = 0$

38

Pour quelle valeur de m l'équation $x^2 - 4x + m - 1 = 0$ admet-elle une racine double ? Calculer cette racine. Est-ce surprenant ?

39

Soit $m \in \mathbb{R}$ et f la fonction trinôme définie par $f(x) = x^2 - (m + 1)x + 4$.

1. Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle une seule solution ? Calculer alors cette racine.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de m , l'équation $f(x) = 0$ n'a-t-elle aucune solution ?

40

1. Tracer l'allure de la courbe $y = x^2$ et de la droite $y = x + 2$.
2. En déduire le nombre de solutions de l'équation $x^2 - x - 2 = 0$.
3. Résoudre algébriquement $x^2 - x - 2 = 0$.

Factorisation, somme et produit de racines

41

Écrire les trinômes suivants sous la forme d'un produit de facteurs.

1. $f_1(x) = x^2 - 7x + 10$
2. $f_2(x) = 2x^2 - 5x + 2$
3. $f_3(x) = -3x^2 + 4x + 4$
4. $f_4(x) = -12x^2 - 12x + 1$

42

1. Vérifier que -1 est solution de l'équation :

$$x^2 + 3x + 2 = 0.$$

2. À l'aide de la relation entre la somme ou le produit des racines, en déduire l'autre racine.

43

1. Vérifier que 2 est solution de l'équation :

$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

2. À l'aide de la relation entre la somme ou le produit des racines, en déduire l'autre racine.

44

Trouver une racine évidente dans les équations suivantes et en déduire l'autre solution sans calculer le discriminant.

1. $x^2 - 7x + 6 = 0$
2. $-3x^2 + 2x + 5 = 0$
3. $x^2 + 3x - 10 = 0$
4. $x^2 - x\sqrt{2} - 4 = 0$
5. $2x^2 + x\sqrt{5} - 15 = 0$

45

m est un réel donné différent de 1 et on considère l'équation $E_m : (m - 1)x^2 - 2x + 1 - m = 0$. Démontrer que pour tout $m \neq 1$, l'équation E_m possède deux solutions distinctes x_1 et x_2 de signes contraires.

Signe du trinôme

46

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1. $x^2 - 3x + 2 > 0$
2. $x^2 + 4 \geq 0$
3. $m^2 + m - 20 < 0$
4. $x^2 - x + 1 < 0$
5. $3x^2 + 18x + 27 > 0$
6. $-x^2 - 9 \geq 0$
7. $x(x - 2) < 0$
8. $x^2 + 7x + 12 > 0$
9. $-2x^2 - x + 4 > 0$

47

Soit $m \in \mathbb{R}^*$ et f la fonction trinôme définie par :

$$f(x) = mx^2 + 4x + 2(m - 1).$$

1. Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle une seule solution ? Calculer alors cette racine.
2. Quel est l'ensemble de réels m pour lesquels l'équation $f(x) = 0$ a deux racines distinctes.
3. Quel est l'ensemble des réels m pour lesquels $f(x) < 0$ pour tout réel x ?

Équations, inéquations se ramenant au second degré

48

Résoudre les équations suivantes :

1. $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = 2x - 1$
2. $\frac{3x}{x + 2} - \frac{x + 1}{x - 2} = -\frac{11}{5}$
3. $\frac{3x^2 + 10x + 8}{x + 2} = 2x + 5$

49

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1. $\frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 + x - 2} > 0$
2. $(2x - 1)^2 > (x + 1)^2$
3. $(x + 3)(x - 1) < 2x + 6$
4. $\frac{x + 3}{1 - x} \geq -5x + 3$

50

Résoudre dans \mathbb{R} les équations bicarrées suivantes :

1. $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$
2. $2x^4 - x^2 + 1 = 0$
3. $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$
4. $-2x^4 + 12x^2 - 16 = 0$

51

Avec un changement de variable approprié, résoudre les équations suivantes :

1. $(x^2 - x)2 = 14(x^2 - x) - 24$
2. $x - 3\sqrt{x} - 4 = 0$

52

Résoudre les systèmes suivants :

1. $(S_1) : \begin{cases} x + y = 18 \\ xy = 65 \end{cases}$
2. $(S_2) : \begin{cases} x + y = -1 \\ xy = -42 \end{cases}$
3. $(S_3) : \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 5 \end{cases}$

Variation de la fonction trinôme

53

Déterminer le tableau de variation des fonctions suivantes :

1. $f_1(x) = 2(x - 4)^2 + 3$
2. $f_2(x) = -3(x + 1)^2 - 5$
3. $f_3(x) = x(x - 8)$

54

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 13.$$

1. Déterminer la forme canonique de la fonction f .
2. En déduire le maximum de f et la valeur de x pour lequel il est atteint.

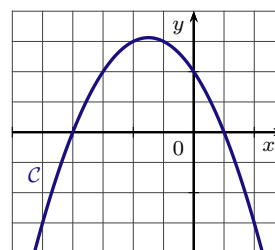
Représentation graphique

55

On considère un trinôme du second degré P défini sur \mathbb{R} par :

$$P(x) = ax^2 + bx + c.$$

La représentation graphique de P est donnée ci-contre. En utilisant celle-ci, choisir pour chacune des questions suivantes la seule réponse exacte.



1. Le coefficient a est :
 - a. strictement positif
 - b. strictement négatif
 - c. on ne peut pas savoir
2. Le coefficient b est :

- a. strictement positif
 - b. strictement positif
 - c. on ne peut pas savoir
3. Le coefficient c est :
- a. strictement positif
 - b. strictement positif
 - c. on ne peut pas savoir
4. Le discriminant Δ :
- a. strictement positif
 - b. strictement positif
 - c. on ne peut pas savoir

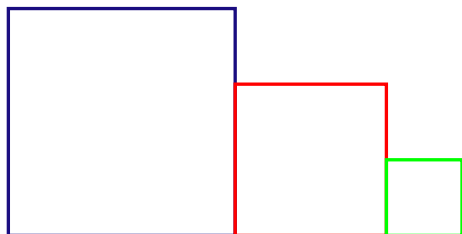
Problèmes

56

n joueurs participent à un jeu. La règle prévoit que le joueur gagnant reçoit n € de la part de chacun des autres joueurs. Au cours d'une partie, le gagnant a reçu 20 €. Combien y-a-t-il de joueurs ?

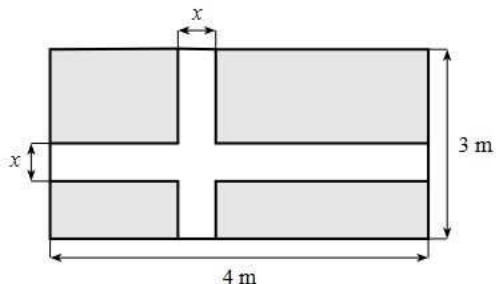
57

Peut-on trouver trois carrés ayant pour côtés des entiers consécutifs et dont la somme des aires est 15 125 ? Si oui préciser quelles sont les valeurs que doivent avoir les côtés. Même question avec 15 127.



58

Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ?



59

Une entreprise produit et commercialise des casques audios au prix unitaire de 120 €.

On note x le nombre de dizaines de casques produits avec $0 \leq x \leq 16$. Le coût total de production, en millier d'euros, de ces x dizaines d'unités est donnée par :

$$C(x) = 0,08x^2 + 0,2x + 0,48.$$

1. L'entreprise a vendu 160 casques. A-t-elle réalisé un bénéfice ?
2. Quel est le nombre de casques produits lorsque le coût de production est égal à 15 480 € ? Quel est alors le montant du bénéfice par l'entreprise ?
3. Déterminer le nombre de casques que l'entreprise doit produire et vendre pour que sa production soit rentable.

60

1. Soit N la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$N(t) = -5t^2 + 50t + 1\,000$$

- a. Dresser le tableau de variation de la fonction N sur \mathbb{R} . En déduire le maximum de la fonction N .
 - b. Établir le tableau de signes de $N(t)$. En déduire les solutions de l'inéquation $N(t) \geq 0$.
2. Des biologistes étudient l'impact d'un bactéricide sur une culture de bactéries. Ils estiment que le nombre de bactéries présentes dans la culture en fonction du temps (en min) est donné par :

$$N(t) = -5t^2 + 50t + 1\,000.$$

Utiliser les résultats des questions précédentes pour répondre aux suivantes :

- a. Quel est le nombre maximal de bactéries observables ?
- b. Combien de temps faut-il pour tuer l'ensemble des bactéries ?

61

On dispose d'une ficelle de longueur 1 mètre que l'on coupe en deux. Avec un des morceaux on forme un carré, et avec l'autre on forme un rectangle dont la longueur est le double de sa largeur.



Peut-on couper la ficelle de telle sorte que la somme des aires du carré et du rectangle soit minimale ?