169

Un jeu consiste à lancer un dé cubique. On gagne 5€ si on obtient un multiple de 3 et on perd 4€ sinon. On note G la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

1. Quel est l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire G ?
2. Donner les issues réalisant l'événement $\{G = -2\}$.
3. Donner les issues réalisant l'événement $\{G > 0\}$.

170

X est une variable aléatoire qui suit la loi de probabilité donnée dans le tableau suivant :

x_i	-2	3	4	7	10
$\mathbb{P}(X = x_i) = p_i$	$0,24$	$0,12$	$0,2$	$0,4$	$0,04$

1. Calculer $\mathbb{P}(X \leqslant 7)$.
2. Calculer $\mathbb{P}(X < 5)$.

171

X est une variable aléatoire qui suit la loi de probabilité donnée dans le tableau suivant :

x_i	5	10	15	20
$\mathbb{P}(X = x_i) = p_i$	$0,2$	a	$0,15$	$0,35$

1. Calculer la valeur de a.
2. En déduire $\mathbb{P}(X \geqslant 10)$.

172

Dans une urne contenant deux boules rouges, trois vertes et dix oranges, on tire une boule au hasard.
On gagne 3 € si la boule est verte, on perd 1 € si elle est orange et on gagne 2 € sinon.
On appelle G la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.
Déterminer la loi de probabilité de G.

173

Lors d'une tombola, on a une chance sur dix de gagner un lot d'une valeur de 100 € et autant de chances de gagner un lot de 20 € que de ne rien gagner. On appelle G la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

1. Déterminer la loi de probabilité de G.
2. Calculer $E(G)$ puis interpréter ce résultat.
3. Déterminer la probabilité de gagner à ce jeu.

174

Une urne contient cinq boules numérotées de 1 à 5. On tire au hasard, successivement, et sans remise deux boules dans la boîte. On note S la variable aléatoire égale à la somme des deux numéros obtenus.

1. Représenter cette situation par un arbre pondéré.
2. Calculer $\mathbb{P}(X = 6)$.
3. Calculer $\mathbb{P}(X < 5)$.
4. Calculer $\mathbb{P}(X \geqslant 7)$.

175

Une urne contient douze boules, des bleues, des vertes et des blanches. Six sont bleues et une est blanche.
On tire au hasard une boule de l'urne et on définit une variable aléatoire X égale au gain algébrique obtenu sachant que :

- on perd 3 € si la boule tirée est bleue ;
- on gagne 1 € si la boule tirée est verte ;
- on gagne 7 € si la boule tirée est blanche.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Déterminer l'espérance de X.
3. Déterminer l'écart-type de X.

176

Les caractéristiques de deux jeux sont données dans les tableaux ci-dessous :

1. **Jeu 1 :**

Gain	-2	5
Probabilité	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

2. **Jeu 2 :**

Gain	-1	3
Probabilité	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$

À quel jeu est-il préférable de jouer ? Argumenter.

177

Une agence de voyage propose des formules week-end à Londres au départ de Paris pour lesquelles le transport et l'hôtel sont compris. Les clients doivent choisir entre les deux formules : « avion + hôtel » ou « train + hôtel » et peuvent compléter ou non leur formule par une option « visites guidées ».

Une étude a produit les données suivantes :

- 40 % des clients optent pour la formule « avion + hôtel » et les autres pour la formule « train + hôtel » ;
- parmi les clients ayant choisi la formule « train + hôtel », 50 % choisissent aussi l'option « visites guidées » ;
- 12 % des clients ont choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées ».

On interroge au hasard un client de l'agence ayant souscrit à une formule week-end à Londres. On note :

A l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » ;
T l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « train + hôtel » ;
V l'évènement : le client interrogé a choisi l'option « visites guidées ».

1. **a.** Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
   b. Quelle est la probabilité de l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées » ?
   c. Calculer la probabilité $\mathbb{P}_A(V)$.
2. **a.** Montrer que la probabilité pour que le client interrogé ait choisi l'option « visites guidées » est égale à 0,42.

b. Calculer la probabilité pour que le client interrogé ait pris l'avion sachant qu'il n'a pas choisi l'option « visites guidées ». Arrondir le résultat au millième.

3. L'agence pratique les prix (par personne) suivants :

Formule « avion + hôtel » : 390 €
Formule « train + hôtel » : 510 €
Option « visites guidées » : 100 €

Quel montant du chiffre d'affaires l'agence de voyage peut-elle espérer obtenir avec 50 clients qui choisissent un week-end à Londres ?

178

Un propriétaire d'une salle louant des terrains de squash s'interroge sur le taux d'occupation de ses terrains. Sachant que la location d'un terrain dure une heure, il a classé les heures en deux catégories : les heures pleines (soir et week-end) et les heures creuses (le reste de la semaine). Dans le cadre de cette répartition, 70 % des heures sont creuses.

Une étude statistique sur une semaine lui a permis de s'apercevoir que :

- lorsque l'heure est creuse, 20 % des terrains sont occupés ;
- lorsque l'heure est pleine, 90 % des terrains sont occupés.

On choisit un terrain de la salle au hasard. On notera les évènements :

- C : « l'heure est creuse »
- T : « le terrain est occupé »

1. Représenter cette situation par un arbre de probabilités.

2. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé et que l'heure soit creuse.

3. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé.

4. Montrer que la probabilité que l'heure soit pleine, sachant que le terrain est occupé, est égale à $\dfrac{27}{41}$.

Dans le but d'inciter ses clients à venir hors des heures de grande fréquentation, le propriétaire a instauré, pour la location d'un terrain, des tarifs différenciés :

- 10 € pour une heure pleine,
- 6 € pour une heure creuse.

On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la recette en euros obtenue grâce à la location d'un terrain de la salle, choisi au hasard. Ainsi, X prend 3 valeurs :

- 10 lorsque le terrain est occupé et loué en heure pleine,
- 6 lorsque le terrain est occupé et loué en heure creuse,
- 0 lorsque le terrain n'est pas occupé.

5. Construire le tableau décrivant la loi de probabilité de X.

6. Déterminer l'espérance de X.

7. La salle comporte 10 terrains et est ouverte 70 heures par semaine.
Calculer la recette hebdomadaire moyenne de la salle.

179

Dans un salon de coiffure pour femmes, le coloriste propose aux clientes qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires :

— une coloration naturelle à base de plantes qu'il appelle « couleur-soin »,

— des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, qu'il appelle « effet coup de soleil ».

Ce coloriste a fait le bilan suivant sur ces prestations :

— 40 % des clientes demandent une « couleur-soin ».

— parmi celles qui n'en veulent pas, 30 % des clientes demandent un « effet coup de soleil ».

— de plus, 24 % des clientes demandent les deux à la fois.

On considère une de ces clientes.
On notera C l'évènement « *la cliente souhaite une "couleur-soin"* ».
On notera M l'évènement « *la cliente souhaite un "effet coup de soleil"* ».

1. Calculer la probabilité de M sachant C.

2. Construire un arbre pondéré qui illustre la situation.

3. Calculer la probabilité que la cliente ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».

4. Montrer que la probabilité de l'évènement M est égale à 0,42.

5. Les évènements C et M sont-ils indépendants ?

6. Une « couleur-soin » coûte 35 euros et un « effet coup de soleil » coûte 40 euros.

a. Compléter sans justifier le tableau suivant donnant la loi de probabilité du gain en euros du coloriste par client :

x_i	75	40	35	0
p_i	0,24			0,42

b. Donner l'espérance E de cette loi.

180

Un magasin commercialise des canapés et des tables de salon.
Quand un client se présente, il achète au plus un canapé et au plus une table de salon. Une étude a montré que :

- la probabilité pour qu'un client achète un canapé est $0,24$;
- la probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il a acheté un canapé est $0,25$;
- la probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il n'achète pas de canapé est $0,1$.

On choisit un client au hasard parmi ceux ayant participé à l'étude. On note :

- C l'évènement « le client achète un canapé » et $\overline{C}$ son évènement contraire ;
- T l'évènement « le client achète une table de salon » et $\overline{T}$ son évènement contraire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2. Calculer la probabilité que le client achète un canapé et une table de salon.

3. Montrer que la probabilité $P(T)$ est égale à $0,136$.

4. Dans ce magasin, le prix moyen d'un canapé est de 1 000 € et le prix moyen d'une table de salon est de 300 €. On note X la variable aléatoire correspondant à la somme payée par le client.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance de X.
Donner une interprétation de ce nombre dans le contexte de l'exercice.