基于单粒子动力学的束流扩散理论模型

张嘉宝[[1]](#footnote-1)

## 相对论力学与运动方程

带电粒子所受Minkovski力为

其中, 为固有时，为电磁场场强张量，具体表达式为

在粒子速度为的参考系中，Minkovski力的时间和空间分量分别对应粒子能量变化率以及Lorentz力方程

选取柱坐标系，其中是x-y平面中的极角，r是到z轴的径向距离

将速度分解为横向与纵向，。相应地，单粒子运动方程也可按此分解。取 ,由于

运动方程的径向分量为

角向分量为

纵向分量为



## 包络方程

### 无限长束流边缘单粒子运动分析

对一束无限长、均匀连续分布的在真空中传播的带电粒子束流，在实验室系中，自生电磁场为

其中为实验室系下的电子数密度。初始条件为

结合角向和纵向运动方程，忽略与可得.横向运动方程化为

考虑到我们最终关心的是束流半径随传输距离的变化，将r变换为z的函数：

其中, .

### 背景离子修正

考虑背景离子的修正，假设在实验室系下测得背景离子数密度为且, 则上述推导中的电场强度应做如下修正。由于离子质量远大于电子，可忽略其运动产生的电流，因此磁场强度不变，由此可得：

其中.

### 发射度修正

考虑束流发射度修正，定义RMS半径与RMS发射度（几何发射度）为

由此可得束流包络方程：

### 有限束团长度修正

考虑有限长度的束团，假设其束团为椭球形，内部粒子数密度均匀，则其自生力是线性的，可解析求解(参见)，包络方程组为

其中分别为横向和纵向几何发射度， ​为束团几何因子，定义为

在椭球形束团假设下，束流强度与束团纵向尺寸 、束团脉宽之间的关系为

### 小结

综上，在不考虑磁场对束流的偏转情况下，根据束流包络方程组结合相应初始条件，已经可以求解束流包络与传输距离的关系。输入参数包括：

## 高轨环境下包络演化规律

参考文献：

[1] Martin Reiser, Theory and Design of Charged Particle Beams, Sec. 5.4.11, Coupled Envelope Equations for a Bunched Beam

1. zhangjiabao21@mails.ucas.ac.cn [↑](#footnote-ref-1)