束流传输理论边界分析

待考虑问题：

1. 加速器参数及边界：
   1. ~~能量无理论上限，需人为设置上限；理论下限无意义~~
   2. 考虑加速器出束，流强存在理论上限（空间限制电流），但远高于需求，可不考虑；理论下限无意义；
   3. 发散度是否存在理论下限，存疑；为简单起见，可先取0；理论上限无意义；
   4. 脉宽理论下限应对应连续束流，是否存在理论上限，存疑；
   5. 初始半径是否存在理论上下限，存疑；数量级上采用分析范围cm量级；
2. 空间环境参数及边界：
   1. 空间磁场强度范围（绝对数值），梯度范围（空间变化率），是否随时间变化，依赖变量（轨道高度、经纬度）；
   2. 大气压强/中性粒子数密度、等离子体密度范围，随经纬度是否变化，随时间是否变化
   3. 太阳风、宇宙射线等不可控因素；
3. 传输距离与到靶注量率边界

根据上述输入参数，通过理论分析可得出：

* 1. 一定传输距离下，到靶注量率；
  2. 一定到靶注量率下，传输/打击距离
  3. 不同粒子束（电子束、质子束、中性束）各自分析并比较；

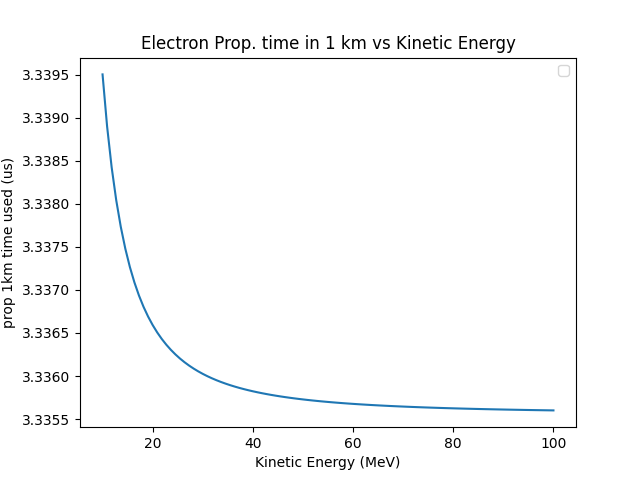
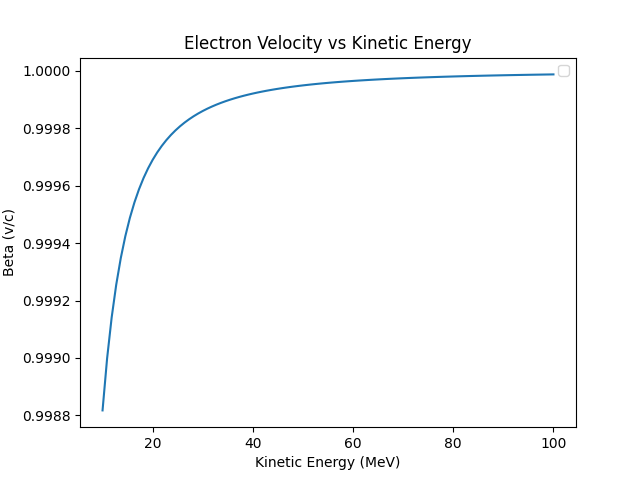
1. 各输入参数及边界分析
2. 加速器参数及边界
3. 束流能量（单粒子动能）

束流能量理论上不受限制，一般用电子伏特(eV)表示。加速器根据加速粒子种类不同，具有不同的典型能量。由于粒子质量不同，相同动能下对应粒子的速度也相差极大，甚至达到相对论性与非相对论性的本质区别。不考虑高能物理中用于科学研究的大装置，一般的小型加速器所能达到的能量范围如下表：

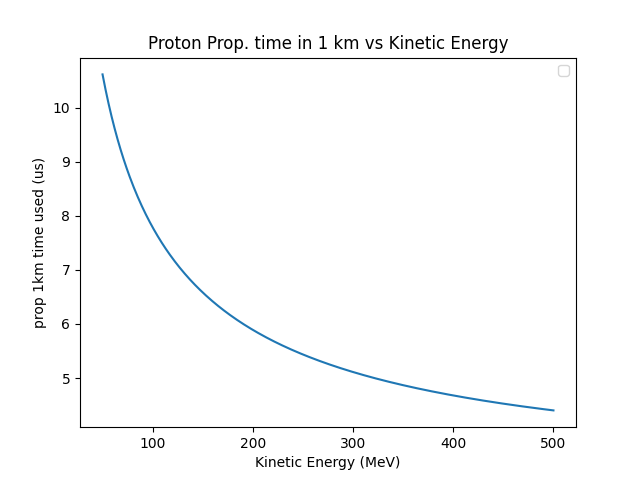
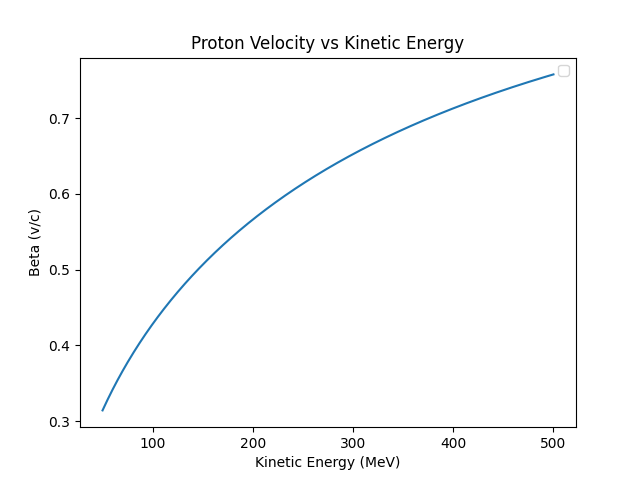
表 1 小型加速器粒子动能与速度范围

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 粒子束种类 | 粒子质量(MeV/c2) | 典型动能(MeV) | 相对论因子 | 粒子速度(c) |
| 电子束(e) | 0.511 | 10-100 | 21-197 | 0.9988176-0.999987 |
| 质子束(p) | 938 | 50-500 | 1.1-1.5 | 0.31-0.76 |
| 中性束(H) | 938.5 | 50-500 | 1.1-1.5 | 0.31-0.76 |

从长程传输的角度看，相同传输距离下，粒子能量直接影响传输耗时，这对带电粒子束（电子束、质子束）尤为重要，因为传输耗时会影响到带电粒子束在磁场作用下的偏转程度，以及其在自生电场下的扩散程度。



(a) (b)



(c) (d)

图 1 带电粒子束速度与动能的关系(a)(c)、传输1km所用时间与动能的关系(b)(d)，其中(a) (b)是电子束，(c) (d)是质子束

由图 1可见，随着粒子束动能的提高，其速度并非线性增加，相应传输耗时也并非线性降低。对电子束，所考虑动能范围内电子速度已接近光速，动能增加导致的速度增加几乎可以忽略；对质子束，所考虑动能范围内速度增加较为明显，但非相对论近似导致的线性规律逐渐失效。

1. 束流流强

考虑到带电粒子束从加速器出射后，部分动能会转换为自生磁场能。当束流流强增大时，磁场能正比于流强的平方，因此存在限制电流。对电子束，该限制电流在数量级上约为17kA，对质子束则约为34MA，远大于项目实际关心的束流流强范围(mA-A量级)，因此可认为束流流强不存在上限。

1. 发射度

发射度是衡量束流品质的物理量，它由粒子束在相空间所占面积决定。如果在任意时刻，束流中所有粒子均处于同一位置，且具有相同动量，则发射度为0。实际中这显然是无法实现的，对相对论性束流，常采用归一化发射度的定义：

其中是定义在迹空间的发射度，称为RMS发射度，

由于，定义中动量被归一化至mc，因此称为归一化发射度。对脉冲粒子束团，存在横向和纵向两个发射度，一般认为它们是相互独立的。

量子理论中的不确定关系决定了归一化发射度的理论下限为

对电子束、质子束和中性氢原子束，该下限分别为0.2nm-mrad, 0.1pm-mrad.

实际上加速器出射束流，归一化发射度下限取决于粒子源的发射度，一般在mm-mrad量级。

1. 脉宽

脉宽决定单个粒子束团的纵向尺寸，考虑10ns的脉宽与典型粒子束对应动能范围，单个束团的纵向尺寸如下表：

表 1 10ns脉宽对应粒子束团纵向尺寸与动能关系

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 粒子束种类 | 典型动能(MeV) | 粒子速度(c) | 纵向尺寸(m) |
| 电子束(e) | 10-100 | 0.9988176-0.999987 | 2.99645-2.99996 |
| 质子束(p) | 50-500 | 0.31-0.76 | 0.93-2.28 |
| 中性束(H) | 50-500 | 0.31-0.76 | 0.93-2.28 |

对脉冲式粒子加速器，单个束团内粒子数是系统设计的固定参数，此时束流流强与脉宽成反比；上表数据显示，对10ns以上的束团，其纵向长度均在m量级，这远大于一般束团的横向尺寸。

1. 初始半径
2. 空间环境参数及边界
3. 传输距离与到靶注量率边界分析

在空间中，即使是微弱的地磁场也可以对电子束的运动轨迹产生显著影响。记为垂直于电子束运动方向的磁场分量，则电子束在其作用下将以半径作圆周运动：

其中g为磁场强度单位高斯。对典型的地磁场强度0.25g，考虑10MeV-35MeV的电子束，其回转半径如下表：

表 2 电子束在横向磁场中回转半径与能量的关系

|  |  |
| --- | --- |
| 电子束能量（MeV） | 回转半径（km） |
| 10 | 1.33 |
| 15 | 2.00 |
| 20 | 2.66 |
| 25 | 3.33 |
| 30 | 4.00 |
| 35 | 4.66 |

为使粒子束能精确打击靶目标，理论上可以通过调整载荷平台方位和磁铁线圈控制出束方向。实际上这种调控的准确度取决于对载荷附近地磁场的精确测量（包括大小和方向）、对靶目标距离的精确测量以及对束流动能稳定性的控制。

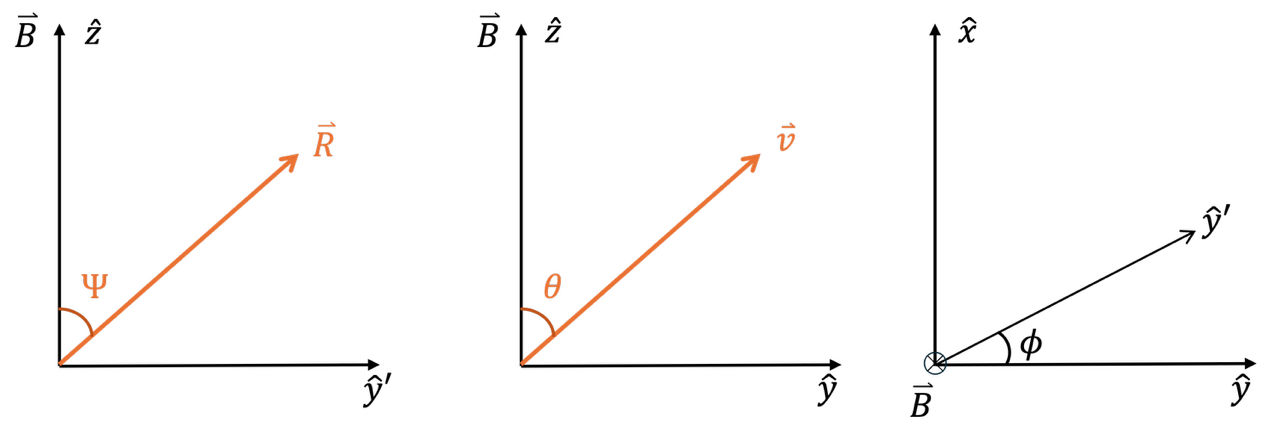


图 2 计算处于横向磁场中的电子束轨迹的坐标系

图 1的设置逻辑为：首先假设磁场沿方向，即 ；其次令靶目标位置矢量与磁场方向成角，所在平面为平面；最后假设电子沿与磁场方向成角出射，取其出射平面为平面，夹角为。

在具体计算之前，我们首先对该问题的物理图像进行分析。考虑两个平面，将靶目标位置矢量与电子速度矢量均分解为沿磁场的纵向分量和垂直磁场的横向分量，则靶目标可以被打击到的必要条件是：

其中是电子在磁场中的回旋半径，是回旋频率。第一式给出了打击所需时间，第二式给出了最大射程. 显然，如想要快速打击到目标，则发射角越小越好；但发射角也存在下限，即要保证目标在最大射程内。具体判定能否打击到需要精确计算粒子的轨迹。由相对论力学可得：

写为分量形式并结合初始条件可求得

其中是电子在磁场中回旋频率，是回旋半径。

针对典型数值（电子能量取35 MeV, 磁场取0.25 g, 夹角）计算并绘制粒子轨迹如下：

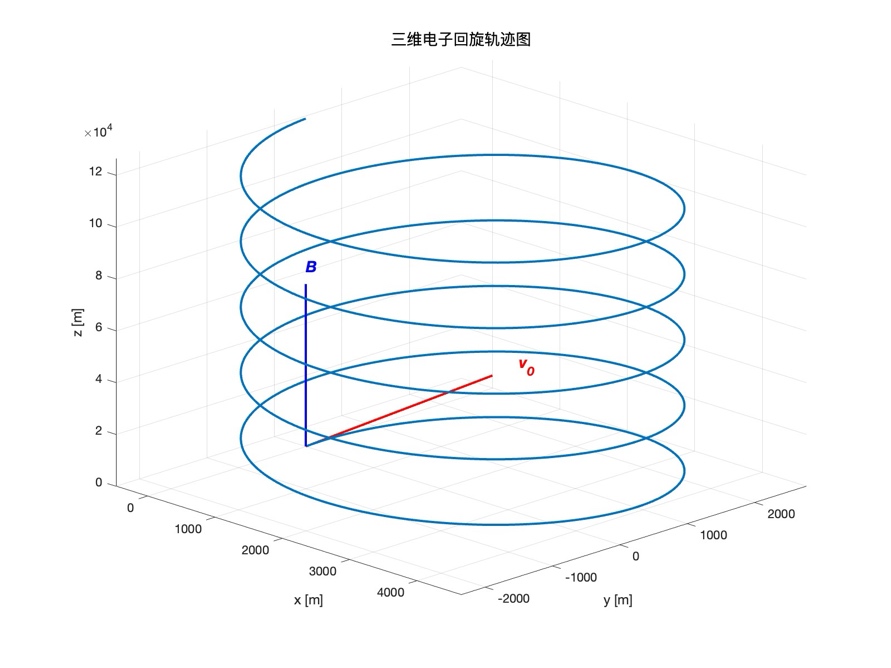


图 3 典型数值下三维电子回旋轨迹

由上图可见，并不是所有的目标都会在电子的轨迹上。假设某一目标恰好处于电子的轨迹上，且经过时间后抵达，则

结合最后两式可得：

由于，则，即最大射程，这与上文的分析是一致的。给定打击距离R和夹角，磁场强度B和电子能量，通过数值求解上式如可获得合适的发射角，则目标可被打击；如果无解，则意味着目标不在射程内。图 3中我们绘制了不同靶目标方位角下，瞄准角度与打击距离的关系，默认取电子能量35 MeV, 磁场0.25 g。从中可以得出如下两个结论：

1. 当靶目标很近时，瞄准角度近似等于靶目标方位角，即使其方位角较大（接近）也成立。对此的解释：高能电子束短距离打击目标时可忽略磁场的偏转作用。
2. 在靶目标方位角很小的情况下，瞄准角度近似等于靶目标方位角，即使打击距离较远（10公里）也成立。对此的解释：靶目标几乎沿磁力线，磁场的横向分量很小，偏转作用可忽略。

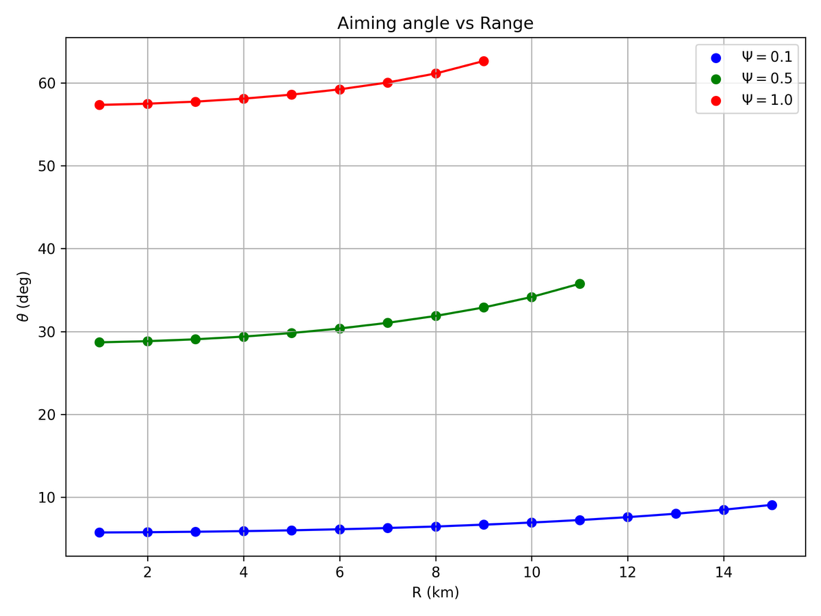


图 4 不同靶目标方位角下，瞄准角度与打击距离的关系

解得瞄准角度后，即可得到打击时间，图 4绘制了靶目标方位角时，电子束打击时间与打击距离的关系，并做了线性拟合，得出，换算得出打击速度为。

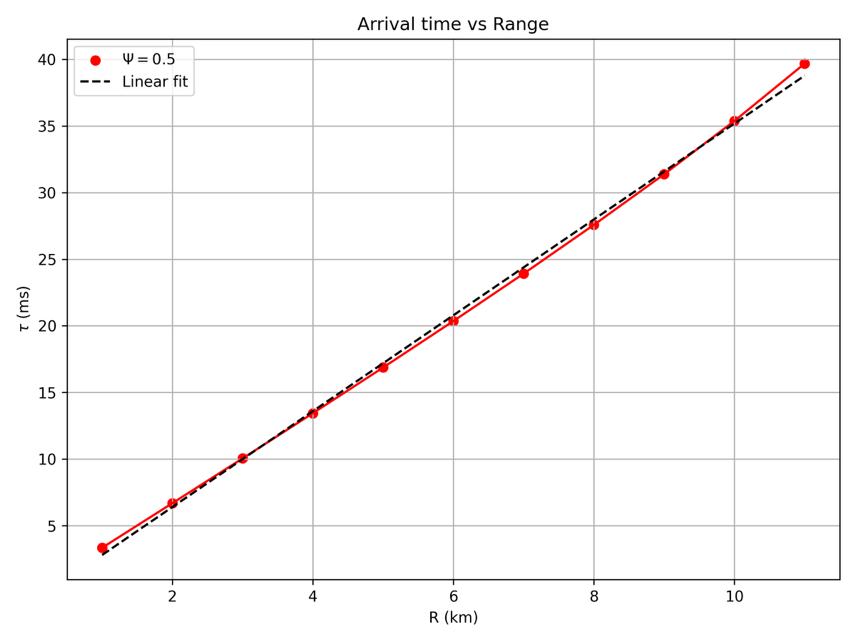


图 5 打击时间与打击距离的关系，靶目标方位角

现在我们可以绘制出给定参数下，电子束打击预定位置靶目标的轨迹示意图。取，示意图如下：

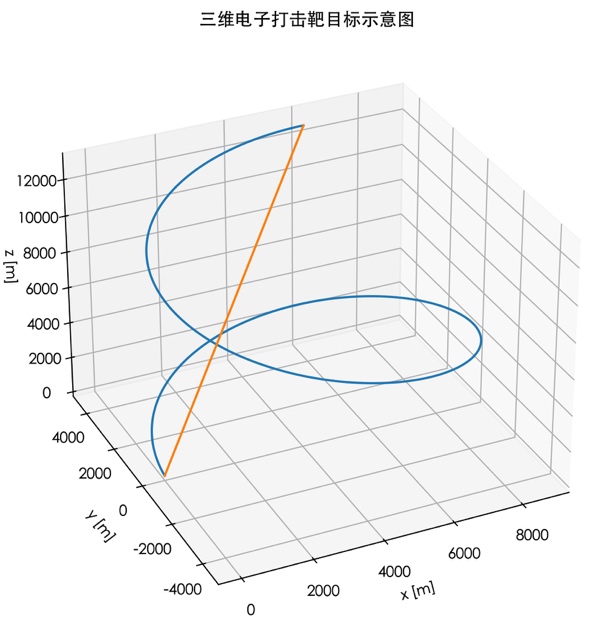


图 6 电子束打击靶目标三维示意图

参考文献：

[1] /Bruce\_Miller/Beam Propagation in a Weakly Ionized Plasma 2-15-23 rbm.docx>>3.2 Beam Aiming Algorithm