

STAT404 - 베이지통계입문

Progress Report

평균장 방법과 변분 베이지

Presenter: 윤민서
데이터과학과 2021320322

Scope and Purpose

- 변분 추론
 - 실제 사후 분포에 가깝게 접근하는 최적화 이론에 기반
 - 최적화 이론 덕분에 빠른 속도로 수행이 가능하나, 그 기저의 아이디어는 베이지안 접근에서 통계적 이점을 가져옴
- 평균장 방법
 - 사후 분포를 독립적으로 생각한 뒤, 실제 사후 분포와 가정 사후 분포 사이의 KL Divergence를 최소화하는 방법으로 작동

Scope and Purpose

- 변분 베이지
 - 베이저안 추론 분야에서 계산하기 어려운 변수나 모수를 반복적인 알고리즘 수행을 통해 접근하는 방법
- 목표
 - 수식 전개
 - 두 방법에 대해 각각 서로 다른 subtask에 적용
 - 평균장 방법: 이미지 잡음 제거
 - 변분 베이지: 선형 회귀

Literature Review

- 평균장 방법
 - A Mean-Field Variational Inference Approach to Deep Image Prior for Inverse Problems in Medical Imaging
 - https://openreview.net/forum?id=DvV_bIKLiB4
- 변분 베이지스
 - Variational Bayesian inference for linear and logistic regression
 - <https://arxiv.org/abs/1310.5438>

Literature Review

- 평균장 방법

- KL 분산

- 두 확률 분포 사이의 차이를 측정하는 방법으로, 한 분포가 다른 분포를 얼마나 잘 표현하는지의 정보 손실량

$$\phi^* = \arg \min_{\phi} \text{KL}[q_{\phi}(\mathbf{w}) \parallel p(\mathbf{w})] - \mathbb{E}_{\mathbf{w} \sim q_{\phi}} [\log p(\mathcal{D} \mid \mathbf{w})] \quad (2)$$

using backpropagation without weight decay. This effectively doubles the number of trainable parameters and is known as Bayes by backprop (Blundell et al., 2015). The first term in Eq. (2) is usually approximated with MC integration by

$$\text{KL}[q \parallel p] \approx \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \log q_{\phi}(\mathbf{w}_i) - \log p(\mathbf{w}_i) , \quad (3)$$

Literature Review

- 변분 베이지스

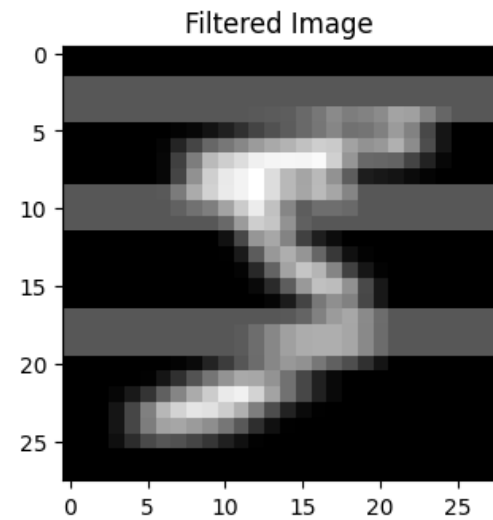
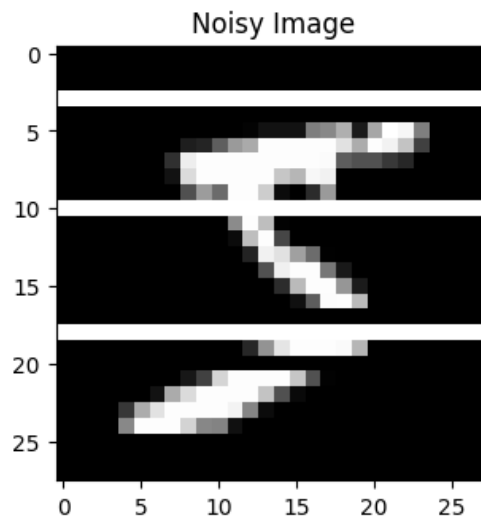
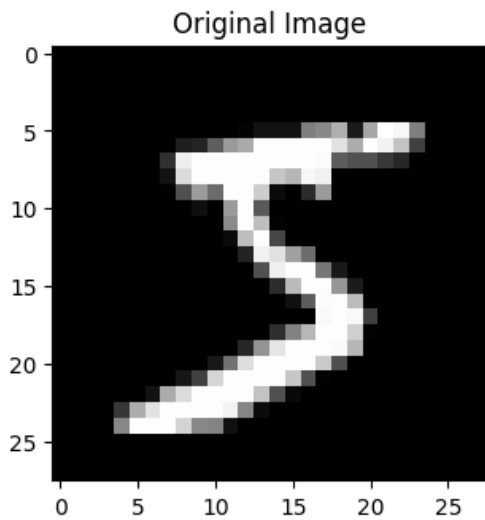
2.2. Variational Bayesian inference. The variational posteriors are found by maximizing the variational bound

$$\mathcal{L}(Q) = \iiint Q(\mathbf{w}, \tau, \alpha) \ln \frac{P(\mathbf{Y}|\mathbf{X}, \mathbf{w}, \tau)P(\mathbf{w}, \tau|\alpha)P(\alpha)}{Q(\mathbf{w}, \tau, \alpha)} d\mathbf{w}d\tau d\alpha \leq \ln P(\mathcal{D}), \quad (5)$$

where $P(\mathcal{D})$ is the model evidence. To maximize this bound, we assume that the variational distribution $Q(\mathbf{w}, \tau, \alpha)$, which approximates the posterior $P(\mathbf{w}, \tau, \alpha|\mathcal{D})$, factors into $Q(\mathbf{w}, \tau)Q(\alpha)$.

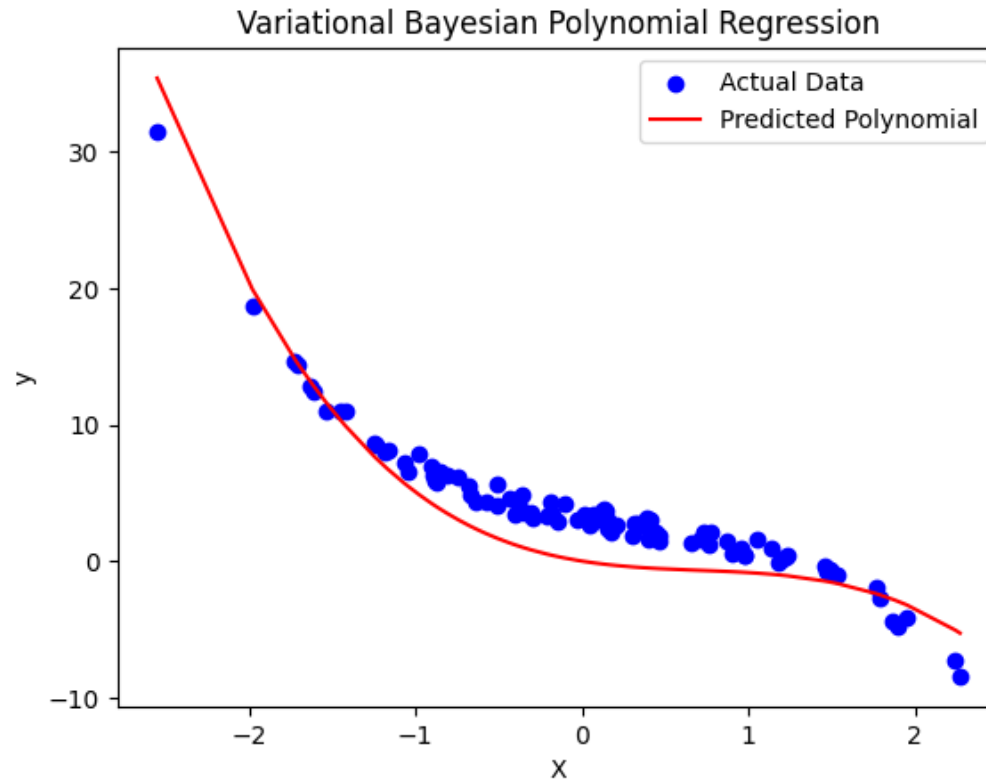
Progress

- 평균장 방법



Progress

- 변분 베이지스



Remaining Work

- 수식 전개
- 모델 성능 향상
- 시간이 된다면 더욱 다양한 task에 적용
- 추가 아이디어
 - Hyperparameter를 베이지안 최적화 방법으로 조정

Expected results

- 평균장 방법을 통해 이미지 처리 과정에서 상당한 잡음 감소와 이미지 품질의 개선을 기대
 - 이 방법은 특히 'salt-and-pepper' 잡음이 포함된 이미지에 효과적
 - 결과적으로 더 명확하고 정제된 이미지를 얻을 수 있을 것으로 예상
- 변분 베이지스 방법을 통해 데이터의 복잡한 패턴과 구조를 더 정확하게 모델링할 수 있을 것으로 기대
 - 이 방법은 고차원 데이터셋과 복잡한 데이터 구조에 적합
 - 예측 정확도의 향상 및 불확실성의 감소를 통해 더 신뢰할 수 있는 통계적 추론을 제공

Questions?
