

理論演習 II Essay

05-201564 Shun Yamasaki

2022 年 1 月 6 日

1 Abstract (200 words)

線形連立一次方程式を解くことは周知の通り様々な場面で非常に重要な問題である。線形連立一次方程式は

$$A\vec{x} = \vec{b} \tag{1}$$

と表される。今回は、 \vec{x} 自体を知る必要はないが、ある行列 M を用いて $\vec{x}^\dagger M \vec{x}$ と表されるような \vec{x} に関係した量を求めたい場合を考える。 A が行あたり最大 s 個の non-zero 成分を持つ $N \times N$ の行列であり、条件数 (condition number)^{*1}を κ とすると、知られている最速の古典アルゴリズムでは $\vec{x}, \vec{x}^\dagger M \vec{x}$ を計算するのに $N\sqrt{\kappa}$ の時間スケールで計算できる。一方、今回紹介する量子アルゴリズムでは \vec{b} に対応する状態 $|b\rangle$ が用意できた時、残りの $\vec{x}^\dagger M \vec{x}$ を $\log(N), \kappa$ を求める計算ステップは多項式時間スケールで計算することができる。これは古典コンピュータに比べて指数関数的なスピードアップである。

2 Introduction (1.5-2 pages)

量子コンピュータは量子力学を利用し、現状わかっている古典コンピュータによるアルゴリズムでは実現できない計算を含む計算を実現する装置である。Shor のアルゴリズムのように、ある特定の問題に対しては量子コンピュータは古典コンピュータよりはるかに早い時間で計算できる。この論文では線形連立一次方程式の解の特徴について考えていく。

線形方程式は科学技術・工学においてほぼ全ての分野で応用^{*2}され、非常に重要であると言える。古典コンピュータでは N 次の線形方程式を解くのに、一般的に少なくとも N オーダーの時間がかかる。

^{*1} condition number の説明を入れる

^{*2} 「HHL から引用」と示す