

位运算

每一个整数都是以二进制的形式存储

how does computer store an integer

- Position : 31 — — — > 0 (high to low)
- Binary : (0 0 0 0 0... 1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0)
- decimal: $2^1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11}$
- (最高位是符号位) The highest bit is the sign bit
- 0 : positive number
- 1: negative number

(正数)Positive number

- 1 sign bit, 31 value bit
- 1个符号位, 31个数值位

- 有符号32位最大的正整数(biggest signed integer of 32 bits)
- (0 1 1 1 1 1 1 1 ... 1 1 1 1 1 1 1 1) = 2147483647

负数(negative number)

- $-2147483648 = (1000\ 0000\ 0000\ \dots\ 0000)$
- $-2147483647 = (1000\ 0000\ 0000\ \dots\ 0001)$
- $-2 = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\dots\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0)$
- $-1 = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\dots\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$
- -1 is the biggest negative number

magic

- $3 - 2 = 3 + (-2)$
- 0 0 0 0 0... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 (3)
- 1 1 1 1 1... 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 (-2)
- 0 0 0 0 0... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 (1)
- 通过合理的设计负数的表示方法，我们只需要一个加法器就能让计算机同时实现正数与负数的运算
- 对于计算机本身而言，它并没有正负之分，它只是将一串串的01码进行了加法运算而已
- 人类通过合理的设计将运算对应到了我们能理解的方式

why

- 将八点钟调到五点钟可以逆时针调节三小时
- 也可以顺时针调节 $12 - 3 = 9$ 小时
- 取模!
- -2的原码是(100...00...010)
- 原码取反再加1即为补码，补码就是顺时针拨时针的数量
- 所以负数以补码的形式保存就相当于调节时针的原理
- 最大的数再加1就成了最小的数
- 所有的数构成了一个环，循环往复

与 & (and)

- $7 \& 6 = 6$
- 0111
- 0110
- 0110

或 (or)

- $3 \mid 6 = 7$
- 011
- 110
- 111

异或[^] (xor)

- $7 \wedge 6 = 1$
- 111
- 110

左移 << (left shift)

- $4 \ll 1 = 8$
- $1 \ll 10 = 1024$

右移>>(right shift)

- $4 \gg 1 = 2$
- $4 \gg 2 = 1$
- $6 \gg 2 = 1$

输出一个数的二进制表示

output a number in binary

```
int x = 123456789;
for (int i = 31; i >= 0; i--) {
    if(x & (1LL << i)) {
        cout << 1;
    } else {
        cout << 0;
    }
}
```

枚举n个数的所有组合

enumerate all the combination of n numbers

```
int a[] = {1, 2, 3, 4, 5};  
for (int i = 0; i < (1 << n); i++) {  
    for (int j = 0; j < n; j++) if(i & (1 << j)) {  
        cout << a[j] << " ";  
    }  
    cout << endl;  
}
```

- 一个整数的二进制可以表示一个状态
- 10111
- 表示选择了第一个，第二个，第三个，第五个
- 子结构就是那些1的位置是它的子集的数，比如10011，
10001

- 去掉某一个位置可以表示为 $\text{mask} \wedge (1 \ll j)$
- $\text{mask} | (1 \ll j)$ 合并某一个位置的信息 到达新状态
- 判断二进制的某一位是否是1, $\text{mask} \gg j \& 1$

汉密尔顿通路

- 给你一副图，求从某个点出发经过每个点恰好一次的最短路
- $dp[1 \ll n][n]$
- $dp[mask][i]$ 表示经过了mask状态的点，停留在i号点的最短路
- 转移的时候枚举i的邻接点即可
- 初始状态 $dp[1 \ll i][i] = 0$,表示枚举每个出发点
- <https://vjudge.net/problem/LightOJ-1316>

麦当娜的梦想poj 2411

- 用 1×2 的砖块去铺满 $n \times m$ 的网格，有几种拼法
- $dp[i][mask]$ 表示前 i 行已经铺满，第 $i+1$ 行的状态为 $mask$
- 暴力dfs去将 $mask$ 填满然后得到新的下一行的状态去转移
- 细节较多，有些繁琐
- <http://poj.org/problem?id=2411>

		0	0
0	1		

- 考虑逐格转移，状态是一条轮廓线，轮廓线上方的格子已经铺满了，轮廓线上的状态用滚动数组记录，转移的时候首先要将上方的那个红色格子填充掉，只需要考虑当前格子的左边与上方格子的情况就可以了

-

SRM 667 div2 T2

- 给你一个 20×20 的01矩阵，你可以任意的选择行的顺序，假如当前选择的行上有 K 个1位置所在的列都是新增的，这一次选择这一行的代价就是 $k \times k$ ，你需要合理的安排行被选择的顺序，是总代价最小
- 111
- 101
- 010
- 答案是5

- $dp[mask]$ 表示选了 $mask$ 的状态的行花费的最小代价，枚举一个没有选择过的行去转移到一个新状态，每一个状态都对应着一个列的覆盖情况，需要记录下来
- $dp[(1 \ll n) - 1]$ 就是答案

lowbit

- 由二进制的基础知识可以得到
- $x \& -x$ 可以计算出 x 的最后一个1位代表的二的幂次
- 利用这个我们可以在转移的时候快速的遍历一个二进制所有的1位或者0位，优化不少常数

srm 449div1 T2

- 给你一个蜂窝形状的图形，有一些格子已经被占据，求将剩下的格子用 1×2 的砖块尽可能的铺满的总方案数

DNA序列

- <https://vjudge.net/problem/LightOJ-1073>