אלגוריתמים בראייה ממוחשבת

046746
Quiz 9

דניאל טייטלמן – 207734088
Daniel.tei@campus.technion.ac.il
יאיר נחום – 034462796
nahum.yair@campus.technion.ac.il

שאלות:

1. נוכיח כי ניתן לתאר את E בצורה הבאה:

$$E = [t_x]R, t = -RdC$$

הוכחה:

נבצע הוכחה דומה להוכחה בכתה בעבור הזהות הנתונה. נסתכל על נקודה p' בנקודת המבט של מצלמה אחת על כן נקודה זאת עוברת את הטרנספורמציה הבאה: $Rp' + T$. כעת נשים לב כי הוקטור T וההטלה של הנקודה $Rp' + T$ נמצאים על באותו מישור, נקבל כי המכפלה הוקטורית ביניהם תיתן וקטור במישור הניצב.

$$T \times (Rp' + T\ ) = T \times Rp'$$

בגלל ש p נמצאת גם על אותו מישור היא גם מאונכת ל $T \times Rp'$ לכן:

$$p^T(T \times Rp') = 0$$

נציג זאת כעת באמצעות מכפלה מטריצית:

$$p^T[T_\times]Rp' = 0$$

לכן:

$$E = [T_\times]R$$

במקרה שלנו טרנסלציה הרלוונטית היא:

$$T = -RdC$$

בין שתי הנקודות במישורים.

2. כעת נתונות המטריצות הפונדמנטליות הבאות F_{12}, F_{13}, F_{23}:

א. נראה כי במקרה הכללי כאשר נתונות p_1, p_2, p_3 והמטריצות הפונדמנטליות נוכל לדעת היכן p_3:

נשים לב כי:

$$p_2^T F_{12} p_1 = 0, p_3^T F_{13} p_1 = 0, p_3^T F_{23} p_2 = 0$$

נשאלת השאלה האם אנו יכולים לדעת את p_3 כלומר עלינו לפתור את סט המשוואת:

$$p_3^T F_{23} p_2 = 0$$
$$p_3^T F_{13} p_1 = 0$$

נזכור כי ל $p_3 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$ שני משתנים לא ידועים ולכן יש לנו שתי משוואות בשני נעלמים וניתן לפתור אותם.

$$(x \quad y \quad 1)\begin{pmatrix} F_{23_1} & F_{23_2} & F_{23_3} \\ F_{23_4} & F_{23_5} & F_{23_6} \\ F_{23_7} & F_{23_8} & F_{23_9} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_{2x} \\ p_{2y} \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$(x \quad y \quad 1)\begin{pmatrix} F_{23_1}x + F_{23_2}y + F_{23_3} \\ F_{23_4}x + F_{23_5}y + F_{23_6} \\ F_{23_7}x + F_{23_8}y + F_{23_9} \end{pmatrix} = 0$$

$$x\left(F_{23_1}p_{2x} + F_{23_2}p_{2y} + F_{23_3}\right) + y\left(F_{23_4}p_{2x} + F_{23_5}p_{2y} + F_{23_6}\right) + F_{23_7}p_{2x} + F_{23_8}p_{2y} + F_{23_9} = 0$$

באופן דומה:

$$x\left(F_{13_1}p_{1x} + F_{13_2}p_{1y} + F_{13_3}\right) + y\left(F_{13_4}p_{1x} + F_{13_5}p_{1y} + F_{13_6}\right) + F_{13_7}p_{1x} + F_{13_8}p_{1y} + F_{13_9} = 0$$

כלומר עלינו לפתור את המערכת הבאה:

$$\begin{pmatrix} F_{13_1}p_{1x} + F_{13_2}p_{1y} + F_{13_3} & F_{13_4}p_{1x} + F_{13_5}p_{1y} + F_{13_6} \\ F_{23_1}p_{2x} + F_{23_2}p_{2y} + F_{23_3} & F_{23_4}p_{2x} + F_{23_5}p_{2y} + F_{23_6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{13_7}p_{1x} + F_{13_8}p_{1y} + F_{13_9} \\ F_{23_7}p_{2x} + F_{23_8}p_{2y} + F_{23_9} \end{pmatrix}$$

אם המטריצה הפיכה הפתרון פשוט:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{13_1}p_{1x} + F_{13_2}p_{1y} + F_{13_3} & F_{13_4}p_{1x} + F_{13_5}p_{1y} + F_{13_6} \\ F_{23_1}p_{2x} + F_{23_2}p_{2y} + F_{23_3} & F_{23_4}p_{2x} + F_{23_5}p_{2y} + F_{23_6} \end{pmatrix}^{-1} \dots$$
$$\dots \begin{pmatrix} F_{13_7}p_{1x} + F_{13_8}p_{1y} + F_{13_9} \\ F_{23_7}p_{2x} + F_{23_8}p_{2y} + F_{23_9} \end{pmatrix}$$

אם המטריצה איננה הפיכה ניתן לשערך באמצעות משערך *LS*.

ב. נתאר מקרה של 3 מצלמות בו לא ניתן לקבוע את המטריצות בצורה יחידה. ניקח את המקרה בו שתי מצלמות מתוך ה – 3 (כלומר מצלמות 1 ו 2) מצלמות בדיוק מאותה פוזיציה ובאותו כיוון, על כן המטריצה איננה הפיכה, ואנו חוזרים להיות תלויים באלגוריתם 8 *point*.

3. נסתכל על נקודה תלת ממדית ונראה כי אם בשני מצלמות היא מועברת לנקודה $p' = (0,0)$ ו - $p = (0,0)$ אזי $F(3,3) = 0$.

הוכחה:

$$F = K'^{-T}EK^{-1} = K'^{-T}[t_\times]RK^{-1}$$

נרצה שיתקיים:

$$p'^T Fp = 0$$

כלומר:

$$(0,0,1)\begin{pmatrix} F_1 & F_2 & F_3 \\ F_4 & F_5 & F_6 \\ F_7 & F_8 & F_9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$(0,0,1)\begin{pmatrix} F_3 \\ F_6 \\ F_9 \end{pmatrix} = F_9 = 0$$

וקיבלנו את האילוץ הנדרש.