



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ _____ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА _____ «Теоретическая информатика и компьютерные технологии»

Летучка № 3
по курсу «Численные методы линейной алгебры»
«Расчет параметров электрической цепи»

Студент группы ИУ9-71Б Яровикова А. С.

Преподаватель Посевин Д. П.

Москва 2023

1 Цель работы

Реализовать метод узловых точек для заданной схемы.

2 Задание

Используя метод узловых точек и закон Кирхгофа рассчитать токи в заданной схеме

3 Реализация

Исходный код программы для решения СЛАУ методом Гаусса представлен в листинге 1.

Листинг 1: Исходный код

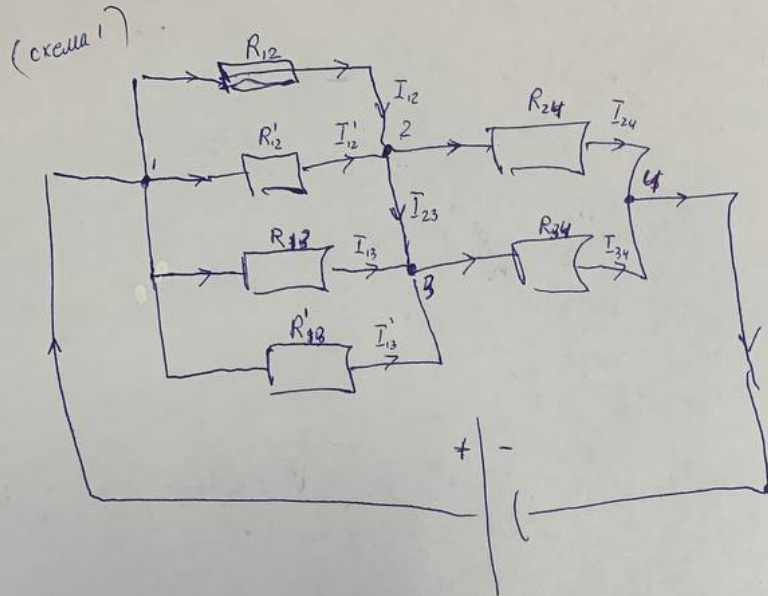
```
1 def gauss(matrix, vec):
2     n = len(matrix)
3     A = deepcopy(matrix)
4     b = deepcopy(vec)
5     x = np.zeros(shape=(n, ))
6     # towards
7     for i in range(n - 1):
8         if A[i][i] == 0:
9             for j in range(i + 1, n):
10                if A[j][i] != 0:
11                    A[i], A[j] = A[j], A[i]
12                    break
13
14            for j in range(i + 1, n):
15                c = - A[j][i] / A[i][i]
16                A[j] += c * A[i]
17                b[j] += c * b[i]
18
19     # backwards
20     for i in range(n - 1, -1, -1):
21         x[i] = b[i] / A[i][i]
22         for j in range(i - 1, -1, -1):
23             b[j] -= A[j][i] * x[i]
24
25     return np.array(x)
```

4 Результаты

Результат работы представлен на рисунках 1 - 3.

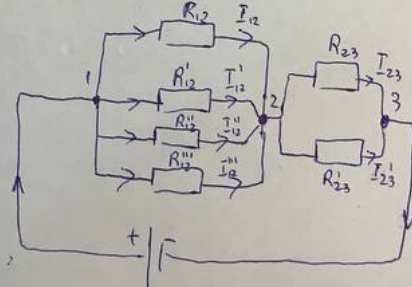
Гребенкин А.
ИУ9-715

$R_{ij} = 1 \text{ Ом}$ $\forall i, j$
 $\xi = 9 \text{ В}$ Рассчитать токи



$$\begin{aligned}\varphi_4 &= 0 \\ \varphi_1 - \varphi_4 &= \xi \\ \varphi_1 - \varphi_2 &= R_{12} I_{12} + R'_{12} I'_{12} \\ \varphi_1 - \varphi_3 &= R_{13} I_{13} + R'_{13} I'_{13} \\ \varphi_2 - \varphi_4 &= R_{24} I_{24} \\ \varphi_3 - \varphi_4 &= R_{34} I_{34} \\ \varphi_2 - \varphi_3 &= 0\end{aligned}$$

Перепишем схему с учетом
схлопывания токов:



Запишем систему для схемы 1 переписанной:

$$\begin{cases} \varphi_3 = 0 \\ \varphi_1 - \varphi_3 = \xi \\ \varphi_1 - \varphi_2 = I_{12} R_{12} \\ \varphi_1 - \varphi_2 = I'_{12} R'_{12} \\ \varphi_1 - \varphi_2 = I_{13} R_{13} \\ \varphi_1 - \varphi_2 = I'_{13} R'_{13} \\ \varphi_2 - \varphi_3 = I_{23} R_{23} \\ \varphi_2 - \varphi_3 = I'_{23} R'_{23} \end{cases} \quad I_{12} + I'_{12} + I_{13} + I'_{13} = I_{23} + I'_{23}$$

~~$\varphi_3 = 0$~~
 ~~$\varphi_1 - \varphi_2 = I_{12} R_{12}$~~
 ~~$\varphi_1 - \varphi_2 = I'_{12} R'_{12}$~~
 ~~$\varphi_1 - \varphi_2 = I_{13} R_{13}$~~
 ~~$\varphi_1 - \varphi_2 = I'_{13} R'_{13}$~~
 ~~$\varphi_2 - \varphi_3 = I_{23} R_{23}$~~
 ~~$\varphi_2 - \varphi_3 = I'_{23} R'_{23}$~~
 ~~$\varphi_1 - \varphi_3 = \xi$~~

Рис. 1 — Дано, схема и система

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned} \varphi_3 &= 0 \\ \varphi_1 - \varphi_3 &= \xi \\ \varphi_1 - \varphi_2 &= I_{12} R_{12} \\ \varphi_1 - \varphi_2 &= I_{12}' R_{12}' \\ \varphi_1 - \varphi_2 &= I_{12}'' R_{12}'' \\ \varphi_1 - \varphi_2 &= I_{12}''' R_{12}''' \\ \varphi_2 - \varphi_3 &= I_{23} R_{23} \\ \varphi_2 - \varphi_3 &= I_{23}' R_{23}' \\ I_{12} + I_{12}' + I_{12}'' + I_{12}''' &= I_{23} + I_{23}' \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \varphi_3 &= 0 \\ \varphi_1 - \varphi_3 &= \xi \\ \left(\frac{1}{R_{12}}\right) \varphi_1 - \left(\frac{1}{R_{12}}\right) \varphi_2 &= I_{12} \\ \left(\frac{1}{R_{12}'}\right) \varphi_1 - \left(\frac{1}{R_{12}'}\right) \varphi_2 &= I_{12}' \\ \left(\frac{1}{R_{12}''}\right) \varphi_1 - \left(\frac{1}{R_{12}''}\right) \varphi_2 &= I_{12}'' \\ \left(\frac{1}{R_{12}'''}\right) \varphi_1 - \left(\frac{1}{R_{12}'''}\right) \varphi_2 &= I_{12}''' \\ \left(\frac{1}{R_{23}}\right) \varphi_2 - \left(\frac{1}{R_{23}}\right) \varphi_3 &= I_{23} \\ \left(\frac{1}{R_{23}'}\right) \varphi_2 - \left(\frac{1}{R_{23}'}\right) \varphi_3 &= I_{23}' \\ I_{12} + I_{12}' + I_{12}'' + I_{12}''' &= I_{23} + I_{23}' \end{aligned} \right. \\
 \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \varphi_3 &= 0 \\ \varphi_1 - \varphi_3 &= \xi \\ \left(\frac{1}{R_{12}}\right) \varphi_1 - \left(\frac{1}{R_{12}}\right) \varphi_2 + \left(\frac{1}{R_{12}'}\right) \varphi_1 - \left(\frac{1}{R_{12}'}\right) \varphi_2 + \left(\frac{1}{R_{12}''}\right) \varphi_1 - \left(\frac{1}{R_{12}''}\right) \varphi_2 + \left(\frac{1}{R_{12}'''}\right) \varphi_1 - \left(\frac{1}{R_{12}'''}\right) \varphi_2 &= \left(\frac{1}{R_{23}}\right) \varphi_2 - \left(\frac{1}{R_{23}}\right) \varphi_3 + \left(\frac{1}{R_{23}'}\right) \varphi_2 - \left(\frac{1}{R_{23}'}\right) \varphi_3 \end{aligned} \right. \\
 \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} 0 \cdot \varphi_1 + 0 \cdot \varphi_2 + 1 \cdot \varphi_3 &= 0 \\ 1 \cdot \varphi_1 + 0 \cdot \varphi_2 + (-1) \cdot \varphi_3 &= \xi \\ \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{12}'} + \frac{1}{R_{12}''} + \frac{1}{R_{12}'''}\right) \varphi_1 + \left(-\frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{R_{12}'} - \frac{1}{R_{12}''} - \frac{1}{R_{12}'''} - \frac{1}{R_{23}} - \frac{1}{R_{23}'}\right) \varphi_2 + \left(\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{23}'}\right) \varphi_3 &= 0 \end{aligned} \right. \\
 \\
 & \text{где } R_{ij} = 1 \text{ Ом} \\
 & \text{Токи системы: } \vec{\varphi} \\
 & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 4 & -6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \xi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \xi = 9 \text{ В} \\
 \\
 & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 4 & -6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Решаем} \\ \text{методом} \\ \text{Гаусса} \\ \text{и получаем} \end{array} \quad \begin{aligned} \varphi_1 &= 9 \\ \varphi_2 &= 6 \\ \varphi_3 &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \\
 \\
 & \Rightarrow \begin{aligned} U_{12} &= \varphi_1 - \varphi_2 = 9 - 6 = 3 \text{ В} \\ U_{12}' &= \varphi_1 - \varphi_2 = 9 - 6 = 3 \text{ В} \\ U_{23} &= \varphi_2 - \varphi_3 = 6 - 0 = 6 \text{ В} \end{aligned} \quad \begin{aligned} I_{12} &= \frac{U_{12}}{R_{12}} = 3 \text{ А} \\ I_{12}' &= I_{12}'' = I_{12}''' = I_{12} = 3 \text{ А} \\ I_{23} &= \frac{U_{23}}{R_{23}} = 6 \text{ А} \quad I_{23}' = \frac{U_{23}}{R_{23}'} = 6 \text{ А} \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Рис. 2 — Решение системы и СЛАУ. Вычисление токов

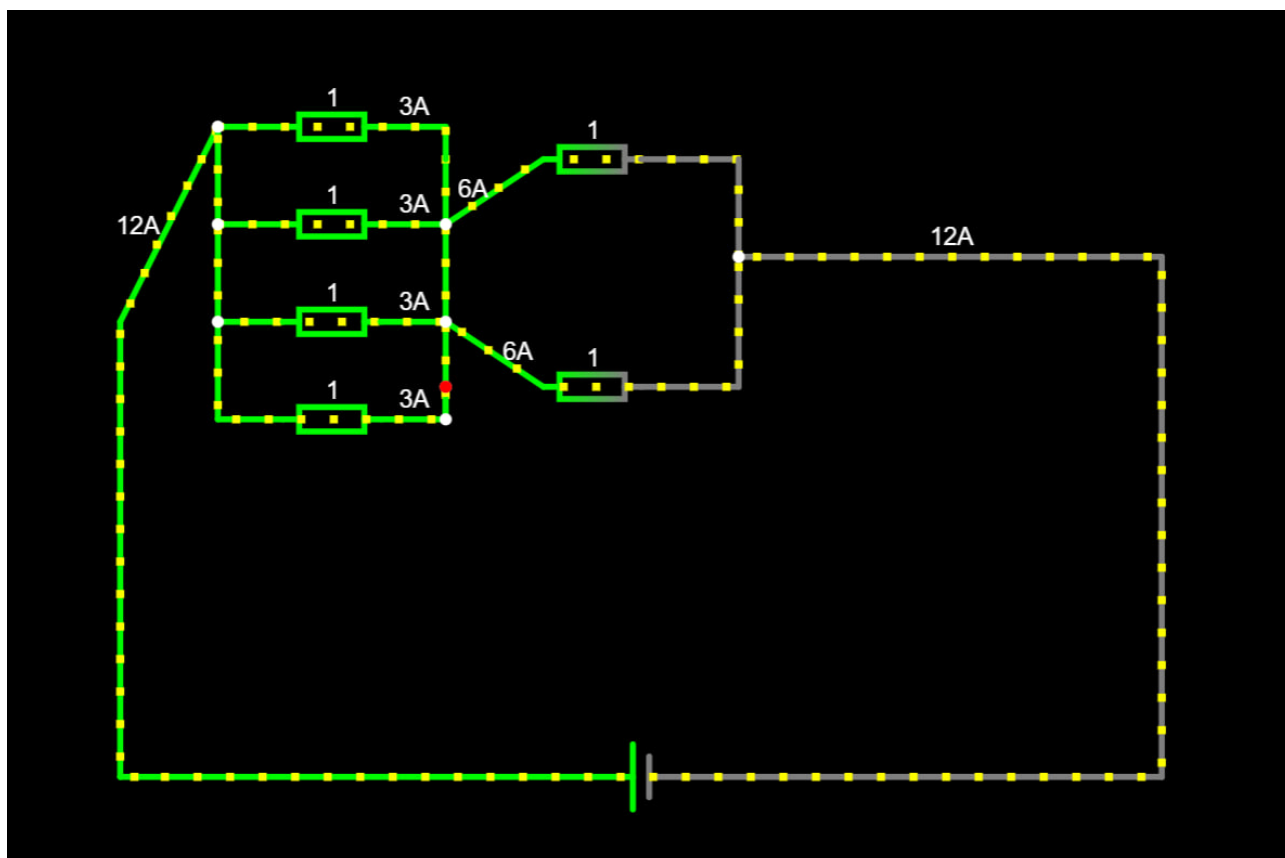


Рис. 3 — Проверка с помощью falstad.com

5 Выводы

В результате выполнения данной работы был реализован метод узловых точек и произведен расчет параметров электрической цепи. Результаты ручного расчета и расчета с помощью приложения совпали.