



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ _____ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА _____ «Теоретическая информатика и компьютерные технологии»

Рубежный контроль № 1
по курсу «Численные методы линейной алгебры»
«Применение метода LU-разложения»

Студент группы ИУ9-71Б Яровикова А. С.

Преподаватель Посевин Д. П.

Москва 2023

1 Цель работы

Реализовать задачу по вариантам.

2 Задание

Вычисление определителя матрицы через LU- разложение

3 Реализация

Исходный код программы представлен в листинге 1.

Листинг 1: Исходный код

```
1 import numpy as np
2
3 def matrix_norm(matrix):
4     sum = 0
5     for i in range(len(matrix)):
6         sum += abs(matrix[i])
7     return max(sum)
8
9 def generate_symmetrical_matrix(l, r, n):
10     a = np.random.uniform(l, r, (n, n))
11     a = np.tril(a) + np.tril(a, -1).T
12     return a
13
14 def increase_diag_elems(a, diag):
15     n = len(a)
16     for i in range(0, len(a)):
17         a[i][i] = diag * sum(abs(a[i][j]) if j != i else 0 for j in
18                               range(n))
19     return a
20
21 def calc_diagonal_dominance(a):
22     degree = max(abs(a[i][i]) - sum(abs(a[i][j]) if j != i else 0 for j in
23                                     range(len(a))) for i in range(len(a)))
24     return degree > 0
25
26 def LU(A):
27     # A = L * U
28     n = len(A)
29     L, U = np.zeros_like(A), np.zeros_like(A)
```

```

28     for i in range(n): L[i][i] = 1.0
29
30     for i in range(n):
31         for j in range(n):
32             if i <= j:
33                 s = sum(L[i][k] * U[k][j] for k in range(i))
34                 U[i][j] = A[i][j] - s
35             elif i > j:
36                 s = sum(L[i][k] * U[k][j] for k in range(j))
37                 L[i][j] = (A[i][j] - s) / U[j][j]
38     return L, U
39
40 def get_matrix_det(L, U):
41     det = 1
42     n = len(U)
43     for i in range(n):
44         det *= U[i][i]
45     return det
46
47 n = 5
48 A = generate_symmetrical_matrix(10, 40, n)
49 A = increase_diag_elems(A, 3)
50 print(f'matrix A:\n{A}\n')
51
52 L, U = LU(A)
53 print(f'matrix L:\n{L}\n')
54 print(f'matrix U:\n{U}\n')
55 print(f'matrix L*U:\n{L @ U}\n')
56 lu_err = matrix_norm(A - L @ U)
57 print(f'LU decomposition error: {lu_err}\n')
58
59 lib_det = np.linalg.det(A)
60 print(f'matrix det through NumPy: {lib_det}')
61 lu_det = get_matrix_det(L, U)
62 print(f'matrix det through LU decomposition: {lu_det}')
63 print(f'are they equal: {np.allclose(lib_det, lu_det)}')

```

4 Результаты

Результат запуска методов представлены на рисунках 1 - 3.

```
matrix A:
[[381.98116828  30.56884781  31.84514851  33.9158424  30.99721737]
 [ 30.56884781 272.5335853   19.76076835  26.10340504  14.41150724]
 [ 31.84514851  19.76076835 240.93011757  18.01406031  10.69006202]
 [ 33.9158424   26.10340504  18.01406031 339.44882205  35.1162996 ]
 [ 30.99721737  14.41150724  10.69006202  35.1162996  273.64525868]]

matrix L:
[[1. 0. 0. 0. 0.]
 [0.08002711 1. 0. 0. 0.]
 [0.08336837 0.06372864 1. 0. 0.]
 [0.0887893 0.08659875 0.05774553 1. 0.]
 [0.08114855 0.04417421 0.03097052 0.09264014 1.]]

matrix U:
[[381.98116828  30.56884781  31.84514851  33.9158424  30.99721737]
 [ 0. 270.08724884  17.21229324  23.38921829  11.93088961]
 [ 0. 0. 237.1783233  13.69598862  7.34553507]
 [ 0. 0. 0. 333.62109874  30.90670625]
 [ 0. 0. 0. 0. 267.51214522]]

matrix L*U:
[[381.98116828  30.56884781  31.84514851  33.9158424  30.99721737]
 [ 30.56884781 272.5335853   19.76076835  26.10340504  14.41150724]
 [ 31.84514851  19.76076835 240.93011757  18.01406031  10.69006202]
 [ 33.9158424   26.10340504  18.01406031 339.44882205  35.1162996 ]
 [ 30.99721737  14.41150724  10.69006202  35.1162996  273.64525868]]

LU decomposition error: 1.0658141036401503e-14

matrix det through NumPy: 2183826042307.4404
matrix det through LU decomposition: 2183826042307.4443
are they equal: True
```

Рис. 1 — Разложения и погрешности для матрицы A размером 5x5

```

matrix L*U:
[[648.69872721  30.76944062  22.70536468  20.22297594  17.95995004
   11.42212498  29.78341217  28.11602961  22.56365313  32.6899579 ]
 [ 30.76944062 601.39527812  16.23531618  31.99562743  19.47555678
   34.65282916  17.0017009  12.18607562  11.66708979  26.48145622]
 [ 22.70536468  16.23531618 805.01397681  34.17345507  20.68175376
   39.88982133  30.59467256  35.75797736  30.0380599  38.26157144]
 [ 20.22297594  31.99562743  34.17345507 630.17748898  35.55806937
   35.72204264  11.75318245  15.84715133  10.45838058  14.32827819]
 [ 17.95995004  19.47555678  20.68175376  35.55806937 669.39040537
   18.976841  13.70561597  27.18159691  31.51597572  38.07477557]
 [ 11.42212498  34.65282916  39.88982133  35.72204264  18.976841
   655.18925405  23.00539343  28.89514518  11.54851323  14.28370707]
 [ 29.78341217  17.0017009  30.59467256  11.75318245  13.70561597
   23.00539343 541.28213696  19.1641758  17.37829779  18.0409279 ]
 [ 28.11602961  12.18607562  35.75797736  15.84715133  27.18159691
   28.89514518  19.1641758  660.84863595  25.15563585  27.979091 ]
 [ 22.56365313  11.66708979  30.0380599  10.45838058  31.51597572
   11.54851323  17.37829779  25.15563585 539.69038691  19.57118965]
 [ 32.6899579  26.48145622  38.26157144  14.32827819  38.07477557
   14.28370707  18.0409279  27.979091  19.57118965 689.1328649 ]]

LU decomposition error: 2.1316282072803006e-14

matrix det through NumPy: 1.0886696825884764e+28
matrix det through LU decomposition: 1.088669682588473e+28
are they equal: True

```

Рис. 2 — Разложения и погрешности для матрицы A размером 10x10

```

matrix L*U:
[[3652.28084603    38.08049966    28.50106093 ...   33.47302939
   16.72643776    28.81729233]
 [ 38.08049966 3504.25903641    28.15449113 ...   18.86962047
   24.13573051    14.67247473]
 [ 28.50106093    28.15449113 3512.97624667 ...   10.9924008
   19.49250897    22.16669614]
 ...
 [ 33.47302939    18.86962047    10.9924008 ... 3416.00070264
   39.50756529    18.546603 ]
 [ 16.72643776    24.13573051    19.49250897 ...   39.50756529
 3509.30719257    13.61023232]
 [ 28.81729233    14.67247473    22.16669614 ...   18.546603
 13.61023232 3765.01230065]]

LU decomposition error: 4.973799150320701e-13

matrix det through NumPy: 5.814173465971436e+177
matrix det through LU decomposition: 5.814173465971575e+177
are they equal: True

```

Рис. 3 — Разложения и погрешности для матрицы A размером 50x50

5 Выводы

В результате выполнения данной работы был реализован метод поиска определителя матрицы через LU-разложение.