

Численное решение задачи о сжатии газа из покоя в покой

С. П. БАУТИН*, Ю. В. НИКОЛАЕВ

Снежинский физико-технический институт национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Снежинск, Россия

*Контактный автор: Баутин Сергей Петрович, e-mail: sbautin@usurt.ru

Поступила 22 апреля 2020 г., доработана 24 июля 2020 г., принята в печать 3 августа 2020 г.

Представлены результаты численного решения математической модели перемещения под действием двух поршней одномерного слоя газа из одного состояния покоя (начальный момент) в покой с большим значением плотности (финальный момент). Один из поршней движется со стороны оси или центра симметрии в сторону второго неподвижного поршня. Приводятся конкретные значения масс газа и его плотностей в финальный момент, сжатие которых возможно безударным способом. Траектория сжимающего поршня получена в виде табличной зависимости. Алгоритм численного решения реализован на основе метода характеристик и использует свойство решения, что на сжимающем поршне в финальный момент сжатия возникает особенность. В особой точке решение описывается формулами централизованной волны Римана, а в ее окрестности — обобщением централизованной волны Римана.

Ключевые слова: безударное сжатие газа, метод характеристик, одномерные течения.

Цитирование: Баутин С.П., Николаев Ю.В. Численное решение задачи о сжатии газа из покоя в покой. Вычислительные технологии. 2020; 25(5):55–65. DOI:10.25743/ICT.2020.25.5.005.

Введение

Управляемый термоядерный синтез — практически неограниченный источник энергии, и уже несколько десятилетий ученые занимаются его изучением для случая, когда термоядерную реакцию хотят вызвать без использования энергии атомного взрыва. Для этого придумано и создано много типов мишеней, один из примеров приведен в работе [1]. Мишень является дейтериево-тритиевым цилиндром, находящимся внутри бериллиевого цилиндрического слоя. Энерговложение в бериллий приводит к росту давления, его расширению и последующему сжатию дейтериево-тритиевой смеси. В патенте [2] предложена мишень, в которой роль сжимающего поршня выполняют грани тетраэдра или треугольной призмы. Повышение устойчивости течений сжатия достигается за счет того, что грани сжимающего поршня выпуклы к центру тетраэдра или оси симметрии призмы.

В настоящей работе приводится численный расчет требуемого закона движения сжимающего поршня, реализующего сжатие мишени из работы [2]. Для этого расчета используется математическая модель идеального газа, течения которого описываются решением системы уравнений газовой динамики.

1. Постановка задачи

Имеется плоский ($\nu = 0$), цилиндрический ($\nu = 1$) или сферический ($\nu = 2$) слой однородного политропного газа с уравнением состояния $p = \rho^\gamma/\gamma$, в котором p — давление, ρ — плотность, γ — показатель адиабаты (политропы). Считается, что все течения, возникающие в газе, будут одномерными и изэнтропическими. Термином “безударные” называются такие течения газа, в которых искомые течения могут отделяться как друг от друга, так и от известных течений только слабыми разрывами, но не ударными волнами.

Рассмотрена следующая конфигурация газовых течений: в начальный момент времени t_0 газ однороден с плотностью ρ_0 , а скорость газа равна нулю. Это состояние 1 газа. Состояние газа в момент времени $t_* > t_0$ такое: газ однороден, его плотность равна некоторому $\rho_* > \rho_0$, при этом газ покоится. Это состояние 2. Требуется найти течения газа, возникающие при безударном переходе (сжатии) одномерного газового слоя из состояния 1 в состояние 2 под действием двух непроницаемых поршней, один из которых неподвижен. При этом газ находится левее неподвижного поршня, а поршень, производящий сжатие, движется вправо, сжимая цилиндрический или сферический слой изнутри, когда радиус поршня растет.

Одномерные изэнтропические течения газа определяются функциями $u = u(t, r)$ и $c = c(t, r)$, которые являются решениями системы уравнений газовой динамики:

$$\begin{cases} c_t + uc_r + \frac{\gamma-1}{2}c \left(u_r + \frac{\nu u}{r} \right) = 0, \\ u_t + \frac{2}{\gamma-1}cc_r + uu_r = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $u = u(t, r)$ — скорость газа, а $c = c(t, r)$ связана с плотностью газа ρ соотношением $c = \rho^{(\gamma-1)/2}$ и является скоростью звука в газе.

Данная задача для случая безударного сжатия одномерного газового слоя при движении сжимающего поршня в сторону оси или центра симметрии будет называться сжатием снаружи. Задача рассмотрена в работе [3].

В работе [4] доказано существование решения задачи о сжатии из покоя в покой в случае, когда газ сжимается двумя поршнями, один из которых покоится в точке $r = r_w > 0$ (“w” от англ. wall — стенка), а второй сжимает газ снаружи, т. е. координата второго поршня все время больше r_w . Поставленная задача сведена к трем начально-краевым задачам для системы уравнений газовой динамики, и доказано существование локально-аналитических решений. Однако не получены конкретные значения для массы газа и значения плотности газа, до которой возможно сжатие безударным способом. Но установлено, что в финальный момент сжатия в решении возникнет особенность на сжимающем поршне и что решение в некоторой окрестности точки с особенностью описывается обобщением центрированной волны Римана для случая цилиндрических и сферических течений, а в самой особой точке (t_*, r_*) описывается формулами центрированной волны Римана для плоских течений:

$$\begin{cases} c = c_0 - \frac{\gamma-1}{2}u, \\ u = \frac{2}{\gamma+1} \frac{r-r_*}{t-t_*} + \frac{2}{\gamma+1}c_0, \quad c_0 = \rho_0^{(\gamma-1)/2}. \end{cases} \quad (2)$$

Там же указано, что, поскольку координата неподвижного поршня $r = r_w$ строго положительна, факт существования решения задачи сжатия из покоя в покой имеет место и при сжатии газового слоя изнутри.

Для системы уравнений (1) стандартным образом вводятся безразмерные переменные: $\tilde{f} = f/f_0$, где \tilde{f} — безразмерное значение величины f , а f_0 — масштабное значение величины f . Используя физические характеристики газа в состоянии 1, получаем

$$\tilde{c} = \frac{c}{c_0}, \quad \tilde{r} = \frac{r}{r_0}.$$

Положим в качестве масштаба скорости $u_0 = c_0$, откуда $t_0 = r_0/u_0 = r_0/c_0$, и тогда

$$\tilde{u} = \frac{u}{u_0}, \quad \tilde{t} = \frac{t}{t_0}.$$

В дальнейших расчетах, не ограничивая общности, принимаем, что плотность газа в первоначальном покое ρ_0 равна единице и координата $r = r_p(t)$ сжимающего поршня в начальный момент также равна единице. Введение этих величин позволяет масштабировать остальные физические величины u , ρ , t . Расстояние r от центра симметрии до второго поршня (неподвижной стенки r_w) является расчетной величиной и определяется при задании массы m сжимаемого газа.

Использованный в данной работе алгоритм основан на методе характеристик [5]. Рассчитывается характеристическая сетка, узлами которой являются точки пересечения характеристик C^+ - и C^- -семейств, а также вычисляются значения искомых функций в этих узлах. Характеристики определяются при аппроксимации решений обыкновенных дифференциальных уравнений

$$C^- : \frac{dr}{dt} = u(t, r) - c(t, r), \quad C^+ : \frac{dr}{dt} = u(t, r) + c(t, r)$$

с соответствующими начальными условиями.

Вводятся инварианты Римана R , L , вычисляемые по формулам

$$R = u + \frac{2}{\gamma - 1}c, \quad L = u - \frac{2}{\gamma - 1}c.$$

2. Алгоритм счета

Цель данной работы — модифицировать проверенный в [4, 6–11] алгоритм и выполнить расчет решения поставленной выше задачи о сжатии из покоя в покой. В частности, необходимо, используя известные свойства решения и метод характеристик, определить закон движения непроницаемого поршня, реализующего требуемое сжатие, и указать конкретные значения масс газа и финальные значения плотности газа, для которых возможно безударное сжатие.

После получения численного решения задачи сжатия из покоя в покой проводится его сравнение с решением задачи о сжатии конфигурации Мизеса [12]. В этой задаче для слоя одномерного политропного газа рассматривается следующая конфигурация газовых течений: пусть в момент времени $t = t_0$ газ покоится, т. е. его скорость u равна нулю, газ однороден с плотностью ρ_0 . В конечный момент времени $t = t_* > t_0$ плотность газа равна или больше некоторого любого наперед заданного значения ρ_* ,

превышающего ρ_0 . Требуется найти течения газа, возникающие под действием одного непроницаемого поршня при безударном переходе одномерного газового слоя из однородного состояния покоя с плотностью ρ_0 в однородное состояние с наперед заданным значением плотности $\rho_* > \rho_0$. Скорость газа может быть произвольной, что отличает ее от задачи сжатия из покоя в покой. В частности, необходимо указать закон движения поршня, под действием которого производится требуемое сжатие. В таком виде задача Мизеса сформулирована в работе [4].

Данная конфигурация течений рассмотрена Р. Мизесом [12] для случая плоских течений. В работе [4] продолжено исследование этой задачи для случая цилиндрически и сферически симметричных течений, доказано, что решение поставленной задачи существует и единственно в классе аналитических решений. Для этого поставленная задача Мизеса сводится к двум начально-краевым задачам для системы уравнений газовой динамики. Для обеих задач доказаны теоремы существования и единственности локально-аналитических решений, но не получены конкретные значения массы газа, сжатие которого возможно безударным способом, а также не установлены значения плотности газа $\rho = \rho_*$, до которых возможно сжатие безударным способом.

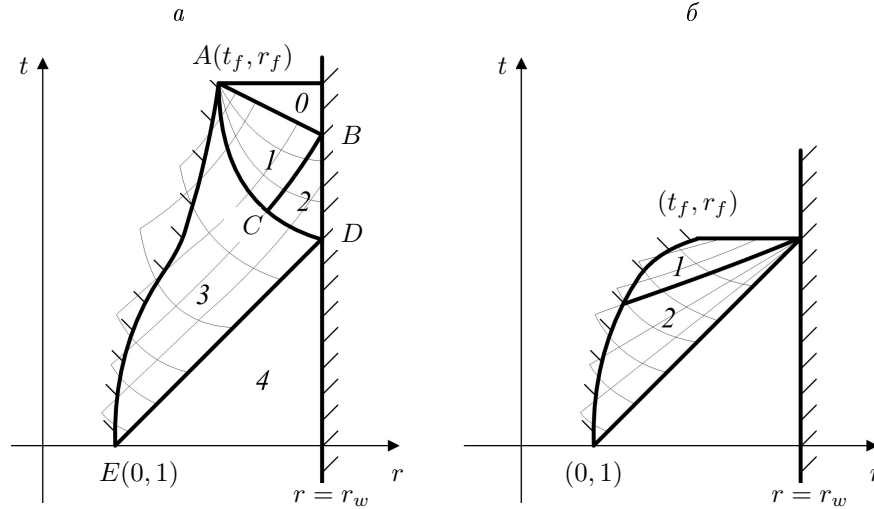
Конфигурация течений сжатия из покоя в покой отличается от конфигурации Мизеса следующим. В обоих случаях получения требуемого сжатия в момент $t = t_*$ в течении возникнет особенность: в случае конфигурации Мизеса особенность будет на характеристике, отделяющей покоящийся газ от волны сжатия, а в конфигурации сжатия из покоя в покой особенность появляется на сжимающем поршне. Эта особенность в случае $\nu = 0$ описывается центрированной волной Римана, а при $\nu = 1, 2$ — обобщением центрированной волны Римана. Алгоритм расчета газовых течений учитывает установленную особенность и для ее раскрытия использует формулу (2).

Первоначально задаются значения массы m сжимаемого газа и плотности сжатого газа ρ_* , приведенные ниже результаты расчетов дают ответ о возможности безударного сжатия в случае этих значений массы и плотности. После выбора m, ρ_* определяется координата неподвижной стенки $r = r_w$, по которой находится (из формул объема и массы слоя газа) координата $r = r_f$ сжимающего поршня в финальный момент сжатия $t = t_*$:

$$\begin{aligned} \text{в случае } \nu = 0 \quad r_w &= m + 1, \quad r_f = r_w - \frac{m}{\rho_*}; \\ \text{в случае } \nu = 1 \quad r_w^2 &= \frac{m}{\pi} + 1, \quad r_f^2 = r_w^2 - \frac{m}{\rho_*\pi}; \\ \text{в случае } \nu = 2 \quad r_w^3 &= \frac{3m}{4\pi} + 1, \quad r_f^3 = r_w^3 - \frac{3m}{4\rho_*\pi}. \end{aligned}$$

Для численных расчетов использован известный метод характеристик [5]. На рисунке (а) показаны исследованные в данной работе области построения течений в конфигурации сжатия из покоя в покой. Для сравнения на рисунке (б) приведены области течений в конфигурации Мизеса, масштабы переменных t, r соответствуют рисунку сжатия из покоя в покой.

В задаче сжатия из покоя в покой характеристическая сетка строится в обратном направлении изменения времени из точки $A(t_f, r_f)$. Для этого на C^- -характеристике AB , отделяющей покоящийся сжатый газ в области 0 от течений сжатия, выбираются n_0 точек (в них известны параметры газа), из которых выпускаются C^+ -характеристики. Из точки A (в этой точке особенность) выпускаются C^- -характеристики в количестве n_1 штук, и с использованием метода характеристик строится сетка в области 1. За-



Области построения течений в конфигурации из покоя в покой (а) и Мизеса (б)
Regions of flow construction for rest to rest (a) and Mises (b) configuration

тем полученные C^- -характеристики продолжают до пересечения с линией $r = r_w$, достраивается сетка в области 2 до тех пор, пока в точке пересечения очередной C^- -характеристики не будет достигнута плотность $\rho = 1$. С этого момента (точка D) выпускается C^+ -характеристика DE и на ней выбираются n_2 точек, из которых выпускаются C^- -характеристики до пересечения с продолжением C^+ -характеристик из областей 1 и 2 в прямом направлении изменения времени. Так строится сетка в области 3. Течения области 3 гладко примыкают к области 4 (здесь газ находится в покоящемся несжатом состоянии). Одновременно с построением характеристической сетки из точки A в обратном направлении изменения времени строится траектория сжимающего поршня AE . Из простых соображений понятно, что линия траектории сжимающего поршня лежит в области 3. Сетку в области 3 достаточно строить до пересечения с линией траектории движения поршня, что позволяет сократить объем компьютерных вычислений.

В расчетах момент времени сжатия (координата t точки A) полагается равным 1. После того как течения сжатия и траектория сжимающего поршня построены до некоторого момента старта поршня $t = t_s$, выполняется сдвиг координаты времени всех расчетных областей и траектории сжимающего поршня на величину t_s , так что новая координата старта поршня становится равной нулю. Этот сдвиг возможен, если учесть, что система уравнений (1) инвариантна относительно сдвига по времени.

Учитывая, что газ через неподвижную стенку $r = r_w$ не течет, а значит, его скорость на стенке равна нулю, из формул инвариантов Римана следует $R = -L$, а значит, расчет с помощью формул метода характеристик изменения инварианта L вдоль C^- -характеристики в области 2 определит изменение R , из которых найдется значение плотности газа в точках сетки на линии $r = r_w$.

В точке $A(t_f, r_f)$, согласно установленному в [4] свойству решения, имеет место скачок плотности. В этой точке скорость газа и скорость звука в газе связаны соотношением

$$u_i = 2 \frac{c_* - c_i}{\gamma - 1},$$

где $\{c_i\}$ — разбиение отрезка от $c_* = \rho_*^{(\gamma-1)/2}$ до нуля на n_1 равных частей. Это и определяет число C^- -характеристик, выпущенных из точки A .

Точность результатов вычислений зависит от входных параметров счета (разбиение расчетной области на ячейки — параметры n_0, n_1, n_2). В расчетах для каждого варианта входные данные подбирались отдельно опытным путем так, чтобы относительная погрешность масс δm была менее 1 %, где

$$\delta m = \frac{|m_* - m_0|}{m_*} 100 \%,$$

m_0, m_* — массы сжатого газа до и после сжатия. Они вычисляются через координату r сжимающего поршня в момент старта t_s и в момент финиша t_f соответственно:

$$\text{для } \nu = 0 \quad m_0 = r_w - r_s, \quad m_* = (r_w - r_f)\rho_*,$$

$$\text{для } \nu = 1 \quad m_0 = 2\pi(r_w^2 - r_s^2), \quad m_* = 2\pi(r_w^2 - r_f^2)\rho_*,$$

$$\text{для } \nu = 2 \quad m_0 = \frac{4}{3}\pi(r_w^3 - r_s^3), \quad m_* = \frac{4}{3}\pi(r_w^3 - r_f^3)\rho_*.$$

Так как сжатие производится непроницаемым поршнем, массы газа до и после сжатия должны совпадать. Но из-за погрешностей численного расчета наблюдается различие масс газа до и после сжатия. Поэтому чем меньше значение δm , тем точнее выполнены расчеты траектории сжимающего поршня и всего течения в целом.

Работа, производимая сжимающим поршнем, рассчитывается по формуле

$$A_p = \int_{V_1}^{V_2} p dv,$$

которая при численной аппроксимации и различных видах симметрии принимает следующий вид:

$$\text{для } \nu = 0 \quad A_p = \sum_l \frac{p(t_{l+1}, r_{l+1}) + p(t_l, r_l)}{2} [r_{l+1} - r_l],$$

$$\text{для } \nu = 1 \quad A_p = \pi \sum_l \frac{p(t_{l+1}, r_{l+1}) + p(t_l, r_l)}{2} [r_{l+1}^2 - r_l^2],$$

$$\text{для } \nu = 2 \quad A_p = \frac{4}{3}\pi \sum_l \frac{p(t_{l+1}, r_{l+1}) + p(t_l, r_l)}{2} [r_{l+1}^3 - r_l^3].$$

Здесь (t_l, r_l) — координаты траектории сжимающего поршня, а $p(t_l, r_l)$ — давление газа в этих точках.

3. Результаты счета

В табл. 1 приведены входные данные расчетов и полученная погрешность расчетов. Здесь указаны номер варианта счета, параметры газа ν, γ, ρ_*, m . Параметры алгоритма счета: n_0 — число-разбиение характеристики, отделяющей сжатый газ от течений сжатия; n_1 — число разбиения “скачка” плотности для раскрытия особенности на поршне в момент сжатия (число C^- -характеристик, выпущенных из точки (t_f, r_f)); n_2 — число-разбиение характеристики, отделяющей еще несжатый газ от течений сжатия; N_{net} — количество ячеек в рассчитанной характеристической сетке; N_p — количество точек в

рассчитанной траектории сжимающего поршня; δm — полученная в расчетах относительная погрешность масс.

В табл. 2 приведены результаты расчетов задачи о сжатии из покоя в покой, а также для сравнения результаты расчетов решения задачи в конфигурации Мизеса. В столбцах таблицы указаны: номер варианта счета (для сопоставления с вариантами в

Т а б л и ц а 1. Варианты входных данных

№	ν	γ	ρ_*	m	n_0	n_1	n_2	N_{net}	N_p	δm
1	0	1.4	32	1	500	500	500	126 232	1228	0.69
2	1	1.4	32	1	1000	1000	1000	478 808	2356	0.68
3	2	1.4	32	1	500	500	500	126 513	1230	0.69
4	0	5/3	32	1	500	500	500	163 274	1275	0.78
5	1	5/3	32	1	1000	1000	1000	617 299	2449	0.78
6	2	5/3	32	1	500	500	500	163 576	1277	0.78
7	0	1.4	10 000	10	3000	3000	3000	5 280 230	7387	0.81
8	1	1.4	10 000	10	5000	5000	5000	14 374 388	12 245	0.98
9	2	1.4	10 000	10	3000	3000	3000	5 229 992	7405	0.82
10	0	5/3	10 000	10	5000	5000	5000	15 972 028	12 517	0.68
11	1	5/3	10 000	10	10 000	10 000	10 000	62 905 892	24 924	0.70
12	2	5/3	10 000	10	5000	5000	5000	15 834 265	12 542	0.71
13	0	1.4	100 000	100	5000	5000	5000	15 082 794	12 391	0.82
14	1	1.4	100 000	100	10 000	10 000	10 000	58 905 997	24 759	0.89
15	2	1.4	100 000	100	5000	5000	5000	14 784 487	12 557	0.91
16	0	5/3	100 000	100	10 000	10 000	10 000	63 337 220	25 057	0.65
17	1	5/3	100 000	100	20 000	20 000	20 000	25 0278 685	50 140	0.73
18	2	5/3	100 000	100	10 000	10 000	10 000	62 692 898	25 329	0.76

Т а б л и ц а 2. Результаты расчетов

№	r_s	t_f	r_f	A_p	t_{fM}	A_M
1	0.993083	1.23739	1.96875	5.381	1.00117	17.863
2	0.999456	0.18186	1.14384	5.369	0.14805	17.923
3	0.999448	0.09130	1.07181	5.381	0.7396	17.925
4	0.992008	1.18582	1.96875	8.209	1.00137	29.467
5	0.999381	0.17329	1.14384	8.190	0.14816	29.559
6	0.999382	0.08698	1.07181	8.208	0.074	29.566
7	0.918998	10.6950	10.999	695.865	10.0117	4217.1
8	0.992163	1.10142	2.04518	694.771	1.03693	4217.6
9	0.993461	0.53068	1.50179	695.929	0.50056	4217.7
10	0.932277	10.30054	10.999	4176.205	10.03012	23 161.5
11	0.994395	1.06922	2.04585	4172.402	1.03799	23 165.5
12	0.994297	0.51590	1.50179	4176.440	0.45187	23 164.1
13	0.175415	104.60003	100.999	17 738.467	100.0113	118 928.6
14	0.926545	4.91011	5.72981	17 709.787	4.7292	118 932.2
15	0.921478	2.03397	2.91906	17 741.717	1.9132	118 933.2
16	0.351232	101.74846	100.999	194 035.105	100.007	1 121 980.7
17	0.940517	4.81978	5.72981	193 924.981	4.7259	1 121 995.8
18	0.935584	1.99381	2.91906	194 042.944	1.5656	1 121 998.5

табл. 1; r_s — координата старта поршня в момент времени $t_s = 0$ (время старта — одно для всех вариантов) и (t_f, r_f) — точка финиша траектории поршня, сжимающего газ из покоя в покой, а A_p — работа поршня по сжатию; t_{fM} — финальный момент сжатия и A_M — работа поршня в конфигурации Мизеса, взяты из работ [9–11]).

Необходимо отметить, что траектория сжимающего поршня при построении в обратном направлении изменения времени из точки (t_f, r_f) “целится” в точку $(0, 1)$, но из-за погрешности вычислений попадает в некоторую точку $(0, r_s)$ при значении r_s , отличном от 1. Однако получаемые значения r_s таковы, что для рассчитанной траектории сжимающего поршня соблюдено условие, что погрешность масс газа δm до и после сжатия меньше 1 %.

Выводы

1. При расчетах нигде не возникло пересечений характеристик одного семейства, что говорит об отсутствии ударных волн в полученных течениях сжатия. Следовательно, можно считать решенной численно задачу о безударном сжатии газа в требуемой конфигурации.

2. В дискретном виде получена траектория движения сжимающего поршня, реализующего требуемое сжатие из покоя в покой, и тем самым получены рекомендации для физических экспериментов. Второй поршень неподвижен, его координата r известна и находится из простого аналитического выражения.

3. Расчеты показали, что на сжатие из покоя в покой требуется выполнить работу сжимающего поршня примерно в три раза меньше, чем при сжатии по конфигурации Мизеса. Меньшая величина работы объясняется тем, что в конфигурации сжатия из покоя в покой работа тратится только на сжатие, тогда как в конфигурации Мизеса — на сжатие и разгон газа (в финальный момент сжатия газ движется). При этом сжатие из покоя в покой проходит за большее время: больше примерно на 20 %, чем при сжатии по конфигурации Мизеса. Общее время сжатия сопоставимо со временем распространения звуковой характеристики C^+ в первоначально несжатом покоящемся газе. Время сжатия из покоя в покой больше, чем время сжатия по конфигурации Мизеса, потому что при втором сжатии момент времени получения итогового сжатия приходится на время прихода звуковой характеристики, отделяющей первоначально покоящийся газ от течений сжатия. А в первом случае сжатия момент времени получения итогового сжатия наступает после прихода звуковой характеристики, отделяющей первоначально покоящийся газ от течений сжатия.

4. Работа, затрачиваемая на сжатие, не зависит от вида симметрии течений (одинакова во всех трех случаях), что дает возможность при проведении практических экспериментов выбирать вид симметрии течений, наиболее удобный с точки зрения реализации практической физической установки.

5. Так как основное время сжатия занимает пробег характеристики по первоначально покоящемуся несжатому газу, а также в силу произвольности выбора плотности первоначально несжатого газа (в расчетах его плотность принималась за единицу) можно провести серию сжатий (из покоя в покой, затем из вновь полученного покоя в другой покой и т. д., все время увеличивая плотность), тем самым увеличив время, требуемое на сжатие (т. е. сделать сжатие медленней). Но тогда возникнет необходимость в нескольких циклах сжатия, что может привести к усложнению физического эксперимента.

6. В заключение отметим, что описанный выше счет проводился в обратном направлении изменения времени (построение как самой характеристической сетки, так и траектории движения сжимающего поршня). Такой прием позволил получить ответ на вопрос о наличии в газе безударных течений сжатия и восстановить траекторию поршня, реализующего требуемое сжатие. Однако для физических экспериментов может быть важнее численное построение математического эксперимента по сжатию газа из покоя в покой в прямом направлении изменения времени при уже известном численном законе движения сжимающего поршня.

Список литературы

- [1] Долголева Г.В., Забродин А.В. Кумуляция энергии в слоистых системах и реализация безударного сжатия. Москва: Физматлит; 2004: 72.
 - [2] Патент 2432627, Российская Федерация, МПК G21B 1/19(2006.01). Мишень для получения термоядерных реакций / Баутин С.П. Заявка 2010113417/07 от 06.04.2010. Опубликовано 27.10.2011. Бюллетень № 30.
 - [3] Крайко А.Н. Вариационная задача об одномерном изэнтропическом сжатии идеального газа. Прикладная математика и механика. 1993; 57(5):35–51.
 - [4] Баутин С.П. Математическое моделирование сильного сжатия газа. Новосибирск: Наука; 2007: 312.
 - [5] Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука; 1978: 687.
 - [6] Николаев Ю.В. Численное решение задачи А.Н. Крайко. Вычислительные технологии. 2005; 10(1):90–102.
 - [7] Николаев Ю.В. О численном решении задачи безударного сильного сжатия одномерных слоев газа. Вычислительные технологии. 2001; 6(2):104–109.
 - [8] Баутин С.П., Николаев Ю.В. Об одном методе расчета безударного сильного сжатия одномерных слоев газа. Вычислительные технологии. 2000; 5(4):3–12.
 - [9] Новаковский Н.С. Аналитическое и численное представление звуковых характеристик обобщенной центрированной волны. Математические структуры и моделирование. 2017; 2(42):94–104.
 - [10] Новаковский Н.С. Комбинированный метод расчета безударного сильного сжатия одномерных слоев газа в конфигурации Р. Мизеса. Математические структуры и моделирование. 2017; 1(41):92–101.
 - [11] Новаковский Н.С. Математическое моделирование сильного сжатия одномерных слоев газа в конфигурации Р. Мизеса. Математические структуры и моделирование. 2016; 3(39):93–109.
 - [12] Мизес Р. Математическая теория течений сжимаемой жидкости. М.: Изд-во иностр. лит.; 1961: 588.
-

Numerical solution of the problem of the gas compression from rest to rest

BAUTIN SERGEY P.*, NIKOLAEV IURII V.

Snezhinsk Institute of Physics and Technology National Research Nuclear University “MEPhI”, Snezhinsk, Russia

*Corresponding author: Bautin Sergey P., e-mail: sbautin@usurt.ru

Received April 22, 2020, revised June 24, 2020, accepted August 3, 2020

Abstract

There is a flat, cylindrical or spherical layer homogeneous polytropic gas. One-dimensional and isentropic flows described by solutions of a system of gas dynamics. Let the gas be homogeneous at the initial moment of time with the density 1, and the gas velocity equal to 0 (state 1). At the final point in time the gas is again homogeneous with density large then 0 and rests (state 2). Purpose: It is need to find the gas flows that occur when a one-dimensional gas layer is shock-free compressed from the state 1 to the state 2.

Methodology. In [1] was prove the existence of a solution to the problem of compression from rest to rest. To do this, the task is reduced to three initial boundary value problems. For this task the existence and uniqueness theorems of the solution are proved. In the proof of the theorems in particular, it is found that the solution has a feature on the compression piston in the final moment of compression, which at the point itself is described by the centered formula Riemann waves, and in its vicinity a generalization of the centered Riemann wave. Thus in theorems received a positive answer to the question about the existence of a solution (it can be written out in the form of an infinite series) in some area. However, theorems was not give answer about size of the solution area: no specific mass and density values were specified gas that can be compressed in the appropriate shock-free manner. In [2], the problem was solved numerically for the case of shock-free compression one-dimensional gas layer when the compression piston moves from the outside towards the axis or center symmetries.

Findings. In the current work, the problem is numerically solved for the case of compression by a moving piston from inside to external stationary wall. The solution is obtained using its known properties and the method of characteristics. When numerical constructing there were no intersections of characteristics of the same family, which allows us to assert that the absence of shock waves in compression-induced flows. For specific mass values and the gas density trajectory of the compression piston was obtained in the form of table dependencies.

Keywords: shock-free compressed of the gas, method of characteristics, one-dimensional flow.

Citation: Bautin S.P., Nikolaev I.V. Numerical solution of the problem of the gas compression from rest to rest. Computational Technologies. 2020; 25(5):55–65. DOI:10.25743/ICT.2020.25.5.005. (In Russ.)

References

1. **Dolgoleva G.V., Zabrodin A.V.** Kumulyatsiya energii v sloistyx sistemakh i realizatsiya bezudarnogo szhatiya [Cumulation of energy in layered systems and implementation of shock-free compression]. Moscow: Fizmatlit; 2004: 72. (In Russ.)

2. Invention RU 2432627, Int. C1 G21B 1/19(2006.01). Mishen' dlya polucheniya termoyadernykh reaktsiy [Target for producing thermonuclear reactions] / Bautin S.P. Application 2010113417/07 from 06.04.2010. Publication 27.10.2011. Bulletin No. 30. (In Russ.)
3. **Krayko A.N.** Variational problem of the one-dimensional isentropic compression of an ideal gas. Prikladnaya matematika i mekhanika. 1993; 57(5):35–51. (In Russ.)
4. **Bautin S.P.** Matematicheskoe modelirovanie sil'nogo szhatiya gaza [Mathematical Modelling of Strong Gas Compression]. Novosibirsk: Nauka; 2007: 312. (In Russ.)
5. **Rozhdestvenskiy B.L., Yanenko N.N.** Sistemy kvazilineynykh uravneniy i ikh prilozheniya k gazovoy dinamike [Systems of quasilinear equations and their applications to gas dynamics]. Moscow: Nauka; 1978: 687. (In Russ.)
6. **Nikolaev Yu.V.** About numerical solution of A. N. Kraiko problem. Computational Technologies. 2005; 10(1):90–102. (In Russ.)
7. **Nikolaev Yu.V.** On numerical solution of the problem on shock-free compression of one-dimensional gas layers. Computational Technologies. 2001; 6(2):104–109. (In Russ.)
8. **Bautin S.P., Nikolaev Yu.V.** A method for calculating shockless powerful compression of unidimensional gas layers. Computational Technologies. 2000; 5(4):3–12. (In Russ.)
9. **Novakovskiy N.S.** Analytical and numerical reconstruction of generalized central compression wave's sound characteristics. Mathematical Structures and Modeling. 2017; 2(42):94–104. (In Russ.)
10. **Novakovskiy N.S.** The combined numerical method for solving the one-dimensional ideal gas shock-free strong compression problem in R. Mises configuration. Mathematical Structures and Modeling. 2017; 1(41):92–101. (In Russ.)
11. **Novakovskiy N.S.** One-dimensional math modeling of ideal gas strong compression in R. Mises configuration. Mathematical Structures and Modeling. 2016; 3(89):93–109. (In Russ.)
12. **Mises R.** Matematicheskaya teoriya techeniy szhimaemoy zhidkosti [Mathematical theory of flows of compressible fluid]. Moscow: Izdatel'stvo inostrannoy literatury; 1961: 588. (In Russ.)