## Численное решение задачи о сжатии газа при заданном законе воздействия

С. П. Баутин $^{1,*}$ , Ю. В. Николаев $^{1,*}$   $^{1}$ СФТИ НИЯУ МИФИ

Выполнено численное моделирование одномерных течений политропного газа, описывающее сжатие покоящегося газа с плотностью 1 в покоящийся газ, сжатый до значения  $10^4$ . Описываемое сжатие происходит без ударных волн, эффективным с точки зрения энерговложения способом, так как энергия тратится только на сжатие газа, но не его разгон.

 $\mathit{Knючевые\ c.nosa}$ : система уравнений газовой динамики, одномерные течения, безударное сжатие.

Введение. Управляемый термоядерный синтез является практически неограниченным источником энергии и уже несколько десятилетий ученые занимаются его изучением для случая, когда термоядерную реакцию хотят вызвать без использования энергии атомного взрыва, например [1–7]. В Ливерморской лаборатории (США) начиная с 2013 года проводятся эксперименты [4] с целью получения энергии от термоядерного горения дейтериево-тритиевой мишени в результате сжатия под действием энергии, передаваемой лазерной установкой (ЛТС - лазерный термоядерный синтез). В 2014-2017 годах проведен ряд экспериментов, направленных на улучшение характеристик физической модели ЛТС [5]. В России установки ЛТС созданы в РФЯЦ-ВНИИЭФ [6]. Во всех случаях приходится решать вопросы неустойчивости течений в моменты времени, близкие к моменту сжатия.

Предложено и создано много типов мишеней, один из примеров приведен в работе [1]. Мишень является дийтериево-тритиевым цилиндром, находящимся внутри бериллиевого цилиндрического слоя. Энерговложение в бериллий приводит к росту давления и его расширению и последующему сжатию дийтериево-тритиевой смеси. В этом случае с одновременным стремлением к нулю диаметра области с дийтериево-тритиевой смесью стремится к нулю и радиус кривизны сжимающей поверхности. Такой тип сжатия мишени будем называть сжатием снаружи.

В патенте [7] предложена мишень, в которой роль сжимающего поршня выполняют грани тетраэдра или треугольной призмы. Повышение устойчивости течений сжатия достигается за счет того, что грани сжимающего поршня выпуклы к центру тетраэдра или оси симметрии призмы. При сжатии такой мишени диаметр области с топливом также стремится к нулю, но не стремится к нулю радиус кривизны сжимающего поршня. Это ведет к повышению устойчивости течения сжатия. Такой тип сжатия мишени будем называть сжатием изнутри.

Термином «безударные» будем называть течения газа, в которых искомые течения могут отделяться друг от друга и от известных течений только слабыми разрывами,

<sup>\*</sup>Контактный e-mail: SBautin@usurt.ru

<sup>©</sup> СФТИ НИЯУ МИФИ, 2020

но не ударными волнами. В данной работе рассмотрено безударное сжатие из покоя в покой: из исходного покоящегося состояния несжатого газа также в покоящееся состояние уже сжатого газа. Такое сжатие энергетически наиболее выгодное, так как работа сжимающего поршня тратится только на сжатие, но не на разгон газа.

Поскольку особенность в решении (скачок плотности в финальный момент сжатия) математически строго раскрыта [3], то знание этого позволило провести устойчивый счет и получить закон внешнего воздействия на мишень – закон движения сжимающего поршня [8–10]. А именно, задача была решена [10] в обратном направлении изменения времени для конкретных значения массы m и значения плотности  $\rho_*$  сжатого газа.

В данной работе с использованием ранее найденного закона внешнего воздействия [10] и отработанных ранее численных методик, счетом в прямом направлении изменения времени, численно моделируются течения сжатия газа из состояния покоя с плотностью  $\rho_0 = 1$  в состояние покоя с большим значением плотности  $\rho_* > \rho_0$ .

Похожие расчеты других конфигураций течений безударного сжатия газа при известном законе движения сжимающего поршня были выполнены в работах [11–13]. В указанных работах течения были восстановлены в области сжатия за исключением некоторой окрестности линии  $t=t_f$  (финальный момент сжатия). Что обусловлено наличием особенности в течении газа в финальный момент. В данной работе удалось «обойти» особую точку: численно восстановлены течения газа в области, включающей финальный момент сжатия, за исключением некоторой окрестности особой точки в плоскости переменных t, r. Размеры такой окрестности установлены численно.

**2. Постановка задачи.** Рассмотрим плоский ( $\nu=0$ ), цилиндрический ( $\nu=1$ ) или сферический ( $\nu=2$ ) слой однородного политропного газа с уравнением состояния  $p=\rho^\gamma/\gamma$ , в котором p – давление,  $\rho$  – плотность,  $\gamma$  – показатель адиабаты (политропы). Далее считаем, что все течения, возникающие в газе, будут одномерными и изэнтропическими. Такие течения газа определяют скорость газа u=u(t,r) и плотность  $\rho=\rho(t,r)$ , они описываются решениями системы уравнений газовой динамики, которая принимает следующий вид:

$$\begin{cases} c_t + uc_r + \frac{(\gamma - 1)}{2}c(u_r + \frac{\nu u}{r}) = 0, \\ u_t + \frac{2}{(\gamma - 1)}cc_r + uu_r = 0. \end{cases}$$

Здесь c – скорость звука в газе связана с плотностью соотношением  $c=
ho^{(\gamma-1)/2}.$ 

Рассмотрим следующую конфигурацию газовых течений: пусть в начальный момент времени t=0 газ однороден с плотностью  $\rho_0=1$ , а скорость газа равна 0. Это состояние газа назовем состоянием 1. Состояние газа в момент времени  $t=t_f>0$  такое: газ однороден, его плотность равна некоторому  $\rho_*>1$ ; при этом газ покоится. Это состояние назовем состоянием 2. Требуется найти течения газа, возникающие при безударном переходе (сжатии) одномерного газового слоя из состояния 1 в состояние 2 при наличии двух непроницаемых поршней, один из которых неподвижен, другой – сжимает газ. При расчете в обратном направлении изменения времени (рис. 1а) данная задача, для случая безударного сжатия одномерного газового слоя при монотонном движении сжимающего поршня снаружи в сторону оси или центра симметрии, была решена численно в работе [10]. На рис. 1а в областях 1 и 3 находятся сжатый покоящийся (состояние 2) и несжатый покоящийся (состояние 1) газ соответственно, а в области 2 течения газа, переводящие газ из состояния 1 в состояние 2. Область 1 отделена от области 2 звуковой

 $C^-$ -характеристикой, а область 3 отделена от области 2 звуковой  $C^+$ -характеристикой. В [3] показано, что в рассчитываемом течении есть особенность на поршне в момент итогового сжатия. В этой точке имеет место скачок плотности, а течение в некоторой окрестности этой точки является обобщением центрированной волны Римана. Численное решение этой задачи позволило получить закон движения сжимающего поршня, заданный набором точек пространства переменных (t,r), в которых определены значения параметров газа: скорости и плотности. Для измерения числовых значений в физической модели поставленной задачи были введены следующие единицы измерения. За единицу измерения расстояния берется расстояние от r=0 до координаты старта подвижного поршня  $r_s$ . Плотность несжатого газа считается равной 1, тогда значение  $\rho_*$  показывает во сколько раз сжат газ. За единицу измерения скорости берется скорость звука в несжатом газе  $c_0=1$ . После этого масштаб измерения времени определяется однозначно.

В данной работе решена обратная задача: в прямом направлении изменения времени проведены расчеты течений, возникающих в первоначально покоящемся однородном газе при воздействии на него с помощью двух поршней (рис. 1б). Один из которых неподвижен, а второй движется изнутри по монотонной траектории в сторону от оси или центра симметрии. Траектория сжимающего поршня задана таблично. На рис. 1б траектория сжимающего поршня изображена в виде ломаной из отрезков, соединяющих известные точки траектории поршня.

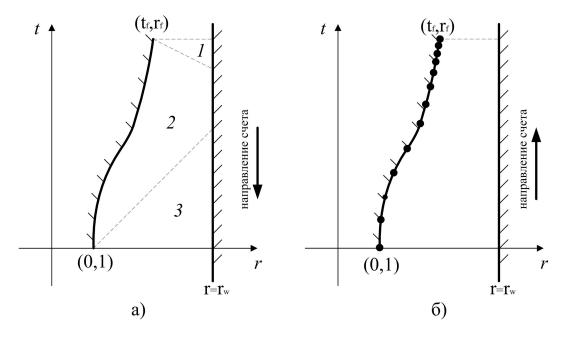


Рис. 1. Расчетные области: задача о сжатии в обратном (а) и в прямом (б) направлении изменения времени

Постановка задачи. Заданы: в табличном виде координаты (t,r) монотонной траектории движения сжимающего поршня; пространственная координата неподвижного поршня (рис. 16); вид симметрии течений  $\nu$  и показатель адиабаты газа  $\gamma$ . Первоначально (момент времени t=0) газ покоится и его плотность равна 1 (состояние 1). Требуется численно в прямом направлении изменения времени восстановить течения, возникающие в газе при воздействии сжимающего поршня. Данные течения должны к моменту времени  $t=t_f$  привести газ к однородному сжатию с плотностью  $\rho=10^4$  и со скоростью u=0, т.е. сжатый газ покоится (состояние 2). При этом в моменты времени от начала и до финиша движения сжимающего поршня в течениях не должно возникнуть ударных волн (пересечения звуковых характеристик одного семейства). Важно отметить, что никакие внутренние для области расчета звуковые характеристики изначально не вводятся, а течения газа во всей области строятся в процессе прямого счета.

В табл. 1 приведены данные 6 вариантов счета, выполненных для различных значений параметров  $\gamma$  (1.4 – воздух, 5/3 – одноатомный водород),  $\nu$  (0, 1, 2) и табличных траекторий движения сжимающего поршня. Во всех вариантах масса газа m=10 и сжатие от первоначальной плотности  $\rho_0=1$  до плотности  $\rho_*=10^4$ , момент начала сжатия  $t_s=0$ .

			1	1	1			
Номер	$\gamma$	$\nu$	$r_s$	$t_f$	$r_f$	Число точек на	$u_{max}$	$\rho_{max}$
варианта					·	траектории поршня		
1	1.4	0	0.918998	10.695032	10.999	7386	13.3	651
2	1.4	1	0.992163	1.101420	2.045185	12244	13.3	647
3	1.4	2	0.993461	0.530684	1.501788	7404	13.3	645
4	5/3	0	0.932277	10.300545	10.999	12516	30.8	1432
5	5/3	1	0.994395	1.069220	2.045185	24923	30.8	1430
6	5/3	2	0.994297	0.515905	1.501788	12541	30.8	1429

Таблица 1. Числовые показатели траектории сжимающего поршня

Точность расчета траектории сжимающего поршня, при расчете в обратном направлении изменения времени, проверялась по значению относительной погрешности масс газа до сжатия и после:

$$\delta m = \frac{m_* - m_0}{m_*} \cdot 100\%,$$

где  $m_*$  – масса сжатого газа,  $m_0$  – масса несжатого газа. Масса газа рассчитывается по следующим формулам:

для 
$$\nu=0: \quad m=(r-1)\cdot \rho,$$
 для  $\nu=1: \quad m=\pi(r^2-1)\cdot \rho,$  для  $\nu=2: \quad m=\frac{4}{3}\pi(r^3-1)\cdot \rho.$ 

Для вычисления  $m_*$  следует брать  $\rho = \rho_*$  и  $r = r_f$ , а для вычисления  $m_0$  брать  $\rho = \rho_0$  и  $r = r_s$ . Здесь  $r = r_s$  есть значение координаты r сжимающего поршня в момент старта, а  $r = r_f$  – в момент получения требуемого финального распределения. Так как сжатие производится непроницаемыми поршнями, то массы газа до сжатия и после сжатия должны совпадать. Но из-за ошибок численного расчета наблюдалось различие масс газа до сжатия и после сжатия. Поэтому, чем меньше значение  $\delta m$ , тем точнее выполнены расчеты траектории сжимающего поршня и всего течения в целом. В данной работе к расчету течений сжатия в прямом направлении изменения времени принимались траектории сжимающего поршня, для которых было достигнуто значение погрешности масс менее 1%.

3. Алгоритм расчета течений газа при заданном законе движения сжимающего поршня. Алгоритм расчета основан на известном методе характеристик [14], выполняющем расчет сетки, узлами которой являются точки пересечения характеристик  $C^+$  и  $C^-$  семейств, а также значения искомых функций  $u, \rho$  в этих узлах. Характеристики определяются разностными методами при аппроксимации решений дифференциальных уравнений:

$$C^{-}: \frac{dr}{dt} = u(t,r) - c(t,r)$$
 и  $C^{+}: \frac{dr}{dt} = u(t,r) + c(t,r)$ 

с соответствующими начальными условиями. Вводятся инварианты Римана  $R,\ L$  вычисляемые по формулам:

$$R = u + \frac{2}{\gamma - 1}c,$$
  $L = u - \frac{2}{\gamma - 1}c.$ 

По известным значениям инвариантов Римана, используя метод характеристик, рассчитывается изменение инварианта R вдоль характеристики  $C^+$  проходящей через эту точку и изменение инварианта L вдоль характеристики  $C^-$ . Значения скорости газа u и скорости звука в газе c выражаются через инварианты Римана:

$$u = \frac{R+L}{2}, \qquad c = \frac{\gamma - 1}{4}(R-L).$$

Характеристическая сетка строится слоями-наборами точек  $C^-$ -характеристик. Начиная из угла DAB, в сторону угла DCB (рис. 2a). Слои начинаются в точках на отрезке AB (рис. 2б), расчет в которых выполняется по следующим формулам:

$$t_i^0 = 0$$
,  $r_i^0 = r_s + i \cdot \Delta r$ ,  $R_i^0 = \frac{2}{\gamma - 1}$ ,  $L_i^0 = -\frac{2}{\gamma - 1}$ ,

$$i = 0..n, \quad \Delta r = \frac{r_w - r_s}{n}.$$

Пространственная координата неподвижной стенки находится после задания массы m сжимаемого газа и плотности сжатого газа  $\rho_*$ , например, для случая сферической симметрии ( $\nu=2$ ):

$$r_w^3 = \frac{3m\rho_*}{4\pi} + 1.$$

В формулах нижний индекс – номер слоя, а верхний индекс – номер точки на слое, n – разбиение отрезка AB (параметр, влияющий на точность расчетов). Индекс k на рисунках показывает номер точки на слое. Последующие точки слоя (k>0) строятся по формулам метода характеристик с пересчетом [14].

Затем, по мере продвижения в сторону угла DCB, слои начинаются в точках линии BC (рис. 2в). Расчет этих точек выполняется (используя точки с номером 1 предыдущего построенного слоя с номером i-1) по формулам:

$$r_i^0 = r_w,$$

$$t_i^0 = t_{i-1}^1 + \frac{r_i^0 - r_{i-1}^1}{u(t_{i-1}^1, r_{i-1}^1) + c(t_{i-1}^1, r_{i-1}^1)},$$

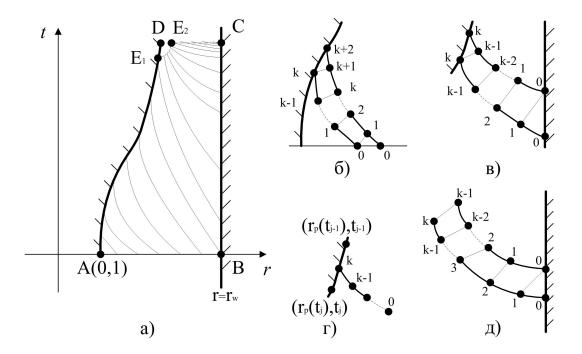


Рис. 2. Построение характеристической сетки

$$R_i^0 = R_{i-1}^1 - \nu \cdot (t_i^0 - t_{i-1}^1) \frac{\gamma - 1}{8} \cdot \frac{(R_{i-1}^1)^2 - (L_{i-1}^1)^2}{r_{i-1}^1},$$
  
$$L_i^0 = -R_i^0.$$

Формулы для вычисления R, L получены из выполнения условия на неподвижном поршне: газ через него не течет, а значит скорость u=0.

Завершается расчет слоя нахождением точки пересечения (рис. 2г) слоя и траектории движения сжимающего поршня  $r=r_p(t)$ . Для этого находится такой отрезок ломаной траектории сжимающего поршня от точки  $r_p(t_j), t_j$ ) до точки  $(r_p(t_{j-1}), t_{j-1}),$  для которого выполняется условие на коэффициент  $\lambda$ :

$$0 \leq \lambda \leq 1,$$
 где 
$$\lambda = (r_i^{k-1} + u \cdot t_j - u \cdot t_i^{k-1} - r_p(t_j))/a,$$
 
$$a = r_p(t_{j-1}) - r_p(t_j) + u \cdot (t_j - t_{j-1}), \qquad u = \frac{R_i^{k-1} + L_i^{k-1}}{2} - (\gamma - 1) \frac{R_i^{k-1} - L_i^{k-1}}{4}.$$

После определения  $\lambda$  последняя точка i-го слоя рассчитывается так:

$$t_i^k = t_j + \lambda \cdot (t_{j-1} - t_j),$$
 
$$r_i^k = r(t_j) + \lambda \cdot (r(t_{j-1}) - r(t_j)),$$
 
$$L_i^k = L_i^{k-1} + \nu \cdot (t_i^k - t_i^{k-1}) \frac{\gamma - 1}{8} \frac{(R_i^{k-1})^2 - (L_i^{k-1})^2}{r_i^{k-1}},$$
 
$$R_i^k = 2u - L_i^k.$$

В формуле  $u = u_j + \lambda \cdot (u_{j-1} - u_j)$ , а  $u_j$  – скорость подвижного поршня в момент времени  $t_j$ .

Таким образом, характеристическая сетка строится слой за слоем, до тех пор, пока удается найти точку пересечения с траекторией движения сжимающего поршня при соблюдении условия для  $\lambda$ , указанного выше. После того как траектория сжимающего поршня закончилась, последующие характеристические слои достраиваются до последней точки предыдущего слоя или до первой точки слоя со значением  $t \geq t_f$ . При этом каждый последующий слой содержит (по построению, см. рис. 2д) меньшее количество точек, чем предыдущий и в итоге расчет заканчивается построением слоя, содержащим одну точку.

Такой подход позволил «обойти» особую точку D, а с уменьшением шага  $\Delta r$  можно приближаться к ней. При этом, конечно, следует учитывать ограничения на вычислительные возможности компьютеров — разрядность хранимых чисел в памяти компьютера и скорость счета.

4. Результаты расчетов. Описанный выше алгоритм реализован в виде программы для персонального компьютера класса IBM PC. При написании программы были использованы свободно доступные среда разработки Eclipse и компилятор языка C++. Основное требование, предъявляемое к среде разработки, это наличие возможности создания программ, работающих с большими массивами данных, которые хранятся в оперативной памяти компьютера, что существенно повышает скорость расчетов. Написанная программа хранит в памяти два массива: первый массив – один полностью рассчитанный слой характеристической сетки, другой массив – второй слой, который рассчитывается по данным слоя из первого массива. После заполнения второго массива данные из него копируются в первый массив, а затем во втором массиве рассчитывается следующий слой. Такая организация программы позволила рассчитать характеристическую сетку, в одном слое которой может содержаться 25 тысяч и более узлов.

Описанным выше образом была рассчитана сетка из характеристических слоев, покрывающая область течений сжатия. В ходе построения сетки был определен набор точек пересечения слоев характеристической сетки и прямой  $t=t_f$  и значений газодинамических параметров в этих точках. Расчет течений сжатия выполнен за исключением окрестности точки D (рис. 2a). Из постановки исходной задачи эта точка является особой: в ней возникает скачок параметров газа (производная по переменной r обращается в бесконечность).

При проведении описанных в данной статье расчетов влияние особой точки проявлялось в следующем. Начиная с некоторого номера расчетные  $C^-$ -слои характеристической сетки переставали пересекать траекторию сжимающего поршня (не удавалось найти отрезок траектории сжимающего поршня, для которого выполнялось бы условие  $0 \le \lambda \le 1$ ), но слои еще не достигали линии  $t = t_f$ . Продолжения этих  $C^-$ -характеристик, построенных по последним известным точкам слоев и значениям газодинамических параметров в них, пересекались в точке  $(t_f, r_f)$  так, что в момент времени  $t_f$  координата t характеристик отличалась от t в 6м знаке после запятой (отличие обусловлено погрешностями численного счета). Затем начиная с некоторого номера слои характеристической сетки стали пересекать горизонталь  $t = t_f$  в точках с пространственной координатой t гисключая окрестность точки t при этом в остальной области построения характеристической сетки, исключая окрестность точки t при ударных волн в построенном течении.

На рис. За приведен график изменения значения плотности газа на поршне (на всем

Номер	Число точек	Число	Число узлов
варианта	на отрезке АВ (значение п)	слоев	расчетной сетки
1	9500	38043	$4.5 \cdot 10^8$
2	10500	42056	$5.5 \cdot 10^{8}$
3	11500	46022	$6.6 \cdot 10^{8}$
4	21000	84001	$2.2 \cdot 10^9$
5	20000	80140	$2 \cdot 10^9$
6	20000	80278	$2 \cdot 10^9$

Таблица 2. Значения параметров счета при построения характеристической сетки

протяжении сжатия) в сравнении с плотностью газа  $\rho_* = 10^4$  в полученном расчетами состоянии 2 газа (в финальный момент сжатия  $t = t_f$ ). Данные для рисунков 3а и 36 взяты из варианта 3 расчетов. В частности видно, что плотность на поверхности поршня примерно в 15.5 раз меньше, чем плотность сжатого газа. А значит давление, которое испытывает поршень в финальный момент сжатия примерно в 46 раз меньше давления в сжатом им газе. Такой эффект стал возможен благодаря оптимальности конфигурации газовых течений (сжатие из покоя в покой) и рассчитанного закона движения поршня, реализующего сжатие в данной конфигурации. Аналогично выглядит график для скорости поршня: он монотонно растет от u = 0 (в начальный момент сжатия) до u = 13.3 (в финальный момент сжатия). При этом в финальный момент сжатый газ покоится.

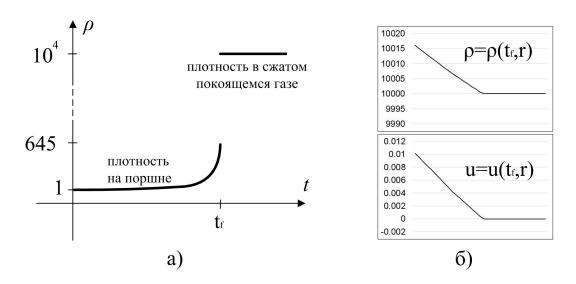


Рис. 3. Сопоставление траектории движения сжимающего поршня и состояния газа в финальный момент сжатия

На рис. Зб показано распределение скорости и плотности газа в финальный момент сжатия — по вертикальной оси изменение плотности и скорости соответственно, а по горизонтальной изменение пространственной переменной r от значения в точке  $E_2$  до значения  $r_w$ . Видны небольшие отклонения от заданных величин  $\rho_*=10^4$  и u=0, они вызваны погрешностями расчета.

В табл.3 приведены размеры окрестности особой точки, которую описанный выше алгоритм «обошел» при построении характеристической сетки. Данные приведены с

округлением до шестого знака после десятичной точки.

			=		
Номер	Значение $t$	Значение $r$	Значение <i>r</i>	$T_{reg},\%$	$D_{reg},\%$
варианта	в точке $E_1$	в точке $E_1$	в точке $E_2$		
1	10.695031	10.998992	10.999007	99.999989	99.253752
2	1.101420	2.045185	2.045185	99.999998	99.678271
3	0.530684	1.501788	1.501789	99.999986	98.380810
4	10.300544	10.998956	10.999011	99.999986	98.851126
5	1.069220	2.045185	2.045186	99.999998	98.789879
6	0.515905	1.501788	1.501789	99.999998	98.801335

Таблица 3. Полученная расчетами окрестность точки D

Точки  $E_1$  и  $E_2$  – первая и последняя, соответственно, рассчитанные точки границы окрестности особой точки течений сжатия (рис. 2а), координаты приведены в таблице. Координата t точки  $E_2$  совпадает с финальным моментом сжатия  $t_f$  (значение приведено в табл.1).  $T_{reg}$  – длительность промежутка времени, при котором сетка строилась регулярно (расстояние от горизонтали t=0 до координаты t точки  $E_1$ ) в сравнении с общим временем сжатия (расстояние от горизонтали t=0 до  $t_f$ ), в процентах.  $D_{reg}$  – ширина области течений в финальный момент времени, где сетка построилась регулярно (расстояние от вертикали  $t=t_w$  до координаты  $t=t_w$  до горизонтах.

Точность выполненных расчетов проверялась по значению относительной погрешности масс  $\delta m$ . На точность результатов влияют значения параметра счета  $\Delta r$  (разбиение расчетной области в начальный момент). Параметры подбирались для каждого варианта расчетов отдельно, опытным путем, так, чтобы относительная погрешность масс  $\delta m$  была менее 2%. Такое значение процента погрешности взято из соображений, что 1% погрешности был допущен в расчетах траектории сжимающего поршня при решении задачи о сжатии в обратном направлении изменения времени, а еще 1% погрешности допущен при решении в прямом направлении изменения времени.

В табл.4 приведены полученная погрешность счета  $\delta m$  и усредненные итоговые (в момент времени  $t=t_f$ ) значения газодинамических параметров скорости u и плотности  $\rho$  газа, а также масса m сжатого газа вне окрестности точки D.

The second of the second responds to the second sec				
$\delta m,~\%$	Масса сжатого газа	Среднее значение	Среднее значение	
	вне окрестности точки D	скорости	плотности	
1.56	9.851	0.00183	10003	
1.62	9.808	0.00051	10001	
1.83	9.821	0.00262	10004	
1.83	9.817	0.00005	10000	
1.93	9.807	0.00020	10000	
1.43	9.857	0.00166	10000	
	δm, %  1.56 1.62 1.83 1.83 1.93	$\delta m, \%$ Масса сжатого газа вне окрестности точки D $1.56$ $9.851$ $1.62$ $9.808$ $1.83$ $9.821$ $1.83$ $9.817$ $1.93$ $9.807$	$\delta m,~\%$ Масса сжатого газа вне окрестности точки DСреднее значение скорости1.569.8510.001831.629.8080.000511.839.8210.002621.839.8170.000051.939.8070.00020	

Т а блица 4. Значения газодинамических параметров в финальный момент сжатия

**5.** Выводы 1. Ранее полученная (при решении задачи в обратном направлении изменения времени) в дискретном виде траектория движения сжимающего поршня, опи-

сывает воздействие, переводящее газ из состояния 1 в состояние 2. В построенных численными расчетами течениях восстановлены течения сжатия, в том числе расчетами восстановлены области первоначально покоящегося несжатого газа и область сжатого покоящегося газа, отделенные от течений сжатия соответствующими звуковыми характеристиками. Численно полученные течения ведут себя так как и было «предсказано» при решении задачи в обратном направлении изменения времени. Значит использованный закон внешнего воздействия является рекомендацией для реального физического эксперимента.

- 2. Рекомендации по закону сжатия для физических экспериментов получены и подтверждены расчетами в прямом направлении времени даже без расчета течений в окрестности особой точки D. Область течений восстановлена от момента старта до момента финиша сжимающего поршня. В рассчитанной области находится не менее 98% массы сжимаемого газа.
- 3. Можно говорить об устойчивости полученного решения задачи о безударном сильном сжатии: несмотря на то, что часть течения в окрестности особой точки восстановить не удалось, однако это существенно не повлияло на получение требуемого состояния газа в финальный момент.
- 4. Наличие нераскрытой (не рассчитанной) особенности в численно восстановленном течении (в прямом направлении изменения времени) указывает на то, что счет в обратном направлении изменения времени, с использованием доказанного свойства решения, является предпочтительным в сравнении со счетом в прямом направлении изменения времени.

## Список литературы / References

(accessed: 1.08.2020).

(accessed: 1.08.2020).

- [1] Долголева Г.В., Забродин А.В. Кумуляция энергии в слоистых системах и реализация безударного сжатия. Москва: Физматлит, 2004. 72 с.

  Dolgoleva G.V., Zabrodin A.V. Cumulation of energy in layered systems and
  - implementation of shock-free compression. Moscow: Fizmatlit, 2004. 72 p. (In Russ.).
- [2] **Крайко А.Н.** Вариационная задача об одномерном изэнтропическом сжатии идеального газа // Прикладная математика и механика. 1993. Т. 57, вып. 5. С. 35–51.
  - Kraiko S.P. Variational problem of the one-dimensional isentropic compression of an ideal gas // Prikl. Mat. Mekh.. 1993. Vol. 57, No. 5, P. 35—51. (In Russ.).
- [3] **Баутин С.П.** Математическое моделирование сильного сжатия газа. Новосибирск: Наука, 2007. 312 с.
  - **Bautin S.P.** Mathematical Modeling of Strong Gas Compression. Novosibirsk: Nauka, 2007. 312 p. (In Russ.).
- [4] Адрес доступа: https://www.llnl.gov/sites/www/files/llnl\_65th\_anniversary\_book.pdf (дата обращения: 1.08.2020).

  Available at: https://www.llnl.gov/sites/www/files/llnl\_65th\_anniversary\_book.pdf
- [5] Адрес доступа: https://www.llnl.gov/archives/2010s#event-progress-toward-fusion-ignition (дата обращения: 1.08.2020).
  Available at: https://www.llnl.gov/archives/2010s#event-progress-toward-fusion-ignition
- [6] Адрес доступа: http://www.vniief.ru/researchdirections/Research/plasmaphysics/ (дата обращения: 1.08.2020).

- Available at: http://www.vniief.ru/researchdirections/Research/plasmaphysics/ (accessed: 1.08.2020).
- [7] **Баутин С.П.** Мишень для получения термоядерных реакций // Патент РФ 2432627, МПК G21B 1/19(2006.01). Заявка 2010113417/07 от 06.04.2010. Опубликовано 27.10.2011. Бюллетень № 30.
  - **Bautin, S.P.** Target for termonuclear reactions obtaining // Invention RU 2432627, Int. C1 G21B 1/19(2006.01). Application 2010113417/07 from 06.04.2010. Publication 27.10.2011. Bulletin N = 30.
- [8] **Николаев Ю.В.** Численное решение задачи А.Н.Крайко // Вычислительные технологии. 2005. Т. 10, № 1, С. 90–102.
  - **Nikolaev Y.V.** About numerical solution of A.N. Kraiko problem // Computational Technologies. 2005. Vol. 10, № 1, P. 90–102. (In Russ.).
- [9] Баутин С.П., Николаев Ю.В. Об одном методе расчёта безударного сильного сжатия одномерных слоёв газа // Вычислительные технологии. 2000. Т. 5, № 4, С. 3–12. Bautin S.P., Nikolaev Y.V. A method for calculating shockless powerful compression of one-dimensional gas layers // Computational technologies. 2000. Vol. 5, № 4, Р. 3–12. (In Russ.).
- [10] **Баутин С.П., Николаев Ю.В.** Численное решение задачи о сжатии газа из покоя в покой // Вычислительные технологии. 2020. Т. 25, № 5. **Bautin S.P., Nikolaev Y.V.** Numerical solution of the problem of the gas compression from rest to rest // Computational technologies. 2020. Vol. 25, № 5. (In Russ.).
- [11] Рощупкин А.В. Один подход к численному моделированию безударного сильного сжатия специальных объемов газа // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17, № 2, С. 61–69. Roschupkin A.V. One approach to the numerical simulation of shock-free strong compression of specific gas volumes // Computational technologies. 2012. Vol. 17, № 2, P. 60–67. (In Russ.).
- [12] Новаковский Н.С. Комбинированный метод расчёта безударного сильного сжатия одномерных слоёв газа в конфигурации Р. Мизеса // Математические структуры и моделирование. 2017. № 1(41). С. 92–101.

  Novakovskiy N.S. The combined numerical method for solving the one-dimensional ideal gas shock-free strong compression problem in R.Mises configuration // Mathematical structures and modeling. 2017. № 1(41). Р. 92–101.(In Russ.).
- [13] Новаковский Н.С. Математическое моделирование сильного сжатия одномерных слоёв газа в конфигурации Р. Мизеса // Математические структуры и моделирование. 2016. № 3(39). С. 93–109.

  Novakovskiy N.S. One-dimensional math modeling of ideal gas strong compession in R.Mises configuration // Mathematical structures and modeling. 2016. № 3(89). Р. 93–109.(In Russ.).
- [14] Рождественский Б.Л., Яненко Н.К. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. Москва: Наука. 1978. 687 с.

  Rozhdestvenskii B.L., Yanenko N.N. Systems of quasilinear equations and their applications to gas dynamics. Moscow: Nauka. 1978. 687 p. (In Russ.).

## Numerical decision of the gas compression problem at a specified law of influence

Bautin, Sergey P.<sup>1,\*</sup>, Nikolaev, Yurii V.<sup>1,\*</sup>

Numerical modeling of one-dimensional flows of polytropic gas was carried out, describing the compression of a stationary gas with a density of 1 into a stationary gas, compressed to a degree of  $10^4$ . The described compression occurs without shock waves, in an efficient way from the point of view of energy input, since the energy is spent on gas compression, but not its acceleration.

 $Keywords\colon$  system of equations of gas dynamics, one-dimensional flows, shockless compression.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>SPhTI NRNU MEPHI, Snezhinsk, Russia

 $<sup>^*</sup>$ Corresponding author e-mail: SBautin@usurt.ru