

ЗАДАНИЕ **на лабораторную работу №1**

Тема: Программная реализация приближенного аналитического метода и численных алгоритмов первого и второго порядков точности при решении задачи Коши для ОДУ.

Цель работы. Получение навыков решения задачи Коши для ОДУ методами Пикара и явными методами первого порядка точности (Эйлера) и второго порядка точности (Рунге-Кутты).

Исходные данные.

1. ОДУ, не имеющее аналитического решения

$$\begin{aligned} u'(x) &= x^2 + u^2, \\ u(0) &= 0 \end{aligned}.$$

Результат работы программы.

1. Таблица, содержащая значения аргумента с заданным шагом в интервале $[0, x_{\max}]$ и результаты расчета функции $u(x)$ в приближениях Пикара (от 1-го до 4-го), а также численными методами. Границу интервала x_{\max} выбирать максимально возможной из условия, чтобы численные методы обеспечивали точность вычисления решения уравнения $u(x)$ до второго знака после запятой.

2. График функции в диапазоне $[-x_{\max}, x_{\max}]$.

Примерные вопросы при защите лабораторной работы.

1. Укажите интервалы значений аргумента, в которых можно считать решением заданного уравнения каждое из первых 4-х приближений Пикара, т.е. для КАЖДОГО приближения указать свои границы применимости. Точность результата оценивать до второй цифры после запятой. Объяснить свой ответ.

2. Пояснить, каким образом можно доказать правильность полученного результата при фиксированном значении аргумента в численных методах.

3. Каково значение решения уравнения в точке $x=2$, т.е. привести значение $u(2)$.

4. Дайте оценку точки разрыва решения уравнения.

5. Покажите, что метод Пикара сходится к точному аналитическому решению уравнения

$$\begin{aligned} u'(x) &= x^2 + u, \\ u(0) &= 0 \end{aligned}.$$

Методика оценки работы.

Модуль 1, срок - 5-я неделя.

1. Задание полностью выполнено - 12 баллов (минимум).
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на все контрольные вопросы - 20 баллов (максимум).
3. В остальных случаях оценка 13 -19 баллов.