

ЗАДАНИЕ на лабораторные работы №2

Тема: Программно- алгоритмическая реализация метода Рунге-Кутта 4-го порядка точности при решении системы ОДУ .

Цель работы. Получение навыков разработки алгоритмов решения задачи Коши при реализации моделей, построенных на системе ОДУ, с использованием метода Рунге-Кутта 4-го порядка точности.

Исходные данные.

1. Задана система уравнений и краевые условия, описывающие радиационный перенос в цилиндре, заполненном излучающим высокотемпературным газом

$$\begin{cases} F = -\frac{c}{3Rk(z)} \frac{du}{dz}, \\ \frac{1}{R} \frac{1}{z} \frac{d}{dz} (zF) = ck(z)(u_p - u) \end{cases}.$$

При $z=0, F(0)=0$

$z=1, F(1)=0.393 c u(1).$

Обозначения:

$F(z), u(z)$ - **искомые функции**, поток излучения в Вт/см² и объемная плотность энергии излучения в Дж/ см³,

$k(z)$ - коэффициент поглощения, 1/см, причем

$$k(z) = k_0 \left(\frac{T}{300} \right)^2,$$

R, c - радиус цилиндра и скорость света. $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с,

$$u_p(z) - \text{функция Планка, при этом } u_p(z) = \frac{3.084 \cdot 10^{-4}}{\exp(4.799 \cdot 10^4 / T(z)) - 1}$$

$T(z)$ - температурное поле в цилиндре.

Принимаем $T(z) = (T_w - T_0) z^p + T_0$.

Для отладки принять

$$R = 0.35 \text{ см},$$

$$T_w = 2000 \text{ К},$$

$$T_0 = 10^4 \text{ К},$$

$$k_0 = 0.0008 \text{ см}^{-1},$$

$$p = 4$$

Замечание. Подбор начального условия для функции $u(z)$ при решении задачи методом стрельбы удобно проводить по формуле $u(0) = \xi u_p(0)$, где ξ не превышает 1.

Результаты работы

1. Алгоритм и программа, реализующие решение сформулированной краевой задачи сведением ее к задаче Коши (метод стрельбы).
2. Графики зависимостей $F(z)$, $u(z)$, $u_p(z)$ от безразмерной координаты z при указанных выше параметрах. Указать диапазон параметра ξ , обеспечивающего получение решения.
3. Результаты исследования влияния ряда параметров задачи на выходные данные, т.е. зависимости $F(0)$, $u(0)$ от $k(0)$, T_w, T_0, p, R .

Вопросы при защите лабораторной работы.

1. Какие способы тестирования программы можете предложить?
2. Приведите классификацию методов решения систем ОДУ для задачи Коши
3. Получите систему разностных уравнений для решения сформулированной задачи неявным методом Эйлера. Опишите алгоритм реализации полученных уравнений.
4. Получите систему разностных уравнений для решения сформулированной задачи неявным методом трапеций. Опишите алгоритм реализации полученных уравнений.
5. Из каких соображений проводится выбор численного метода того или иного порядка точности, учитывая, что чем выше порядок точности метода, тем он более сложен и требует, как правило, больших ресурсов вычислительной системы?

Методика оценки работы.

Модуль 2, срок - 12-я неделя.

1. Задание полностью выполнено - 6 баллов (минимум).

2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на все вопросы - 10 баллов (максимум).