

תרגול 4

חיפוש יוריסטי - המשך

וחיפוש לוקאלי

מבוא לבינה מלאכותית (236501)

מדעי המחשב, טכניון

חורף 2022-3

*IDA**



נושאי התרגול

- המשך חיפוש יוריסטי - אלגוריתם IDA*
- חיפוש לוקאלי

IDA*

- מטרה: הקטנת צריכת זיכרון.
- אמצעי: העמקה הדרגתית.
- בכל איטרציה:
 - נריץ DFS- f עם מגבלה f_limit
 - כאשר DFS- f פוגש צומת v :
 - חשב $f(v)$
 - אם $f(v) \leq f_limit$: המשך להעמיק
 - אחרת: עצור העמקה

IDA*

```
function Iterative-Deepening-A* (problem):  
    new_limit  $\leftarrow$  h(problem.init_state)  
    While Not Interrupted:  
        f_limit  $\leftarrow$  new_limit  
        new_limit  $\leftarrow$   $\infty$  /* Global variable */  
        result  $\leftarrow$  DFS-f(problem.init_state, 0, null, f_limit, problem)  
        if result  $\neq$  failure then return result  
    return failure
```

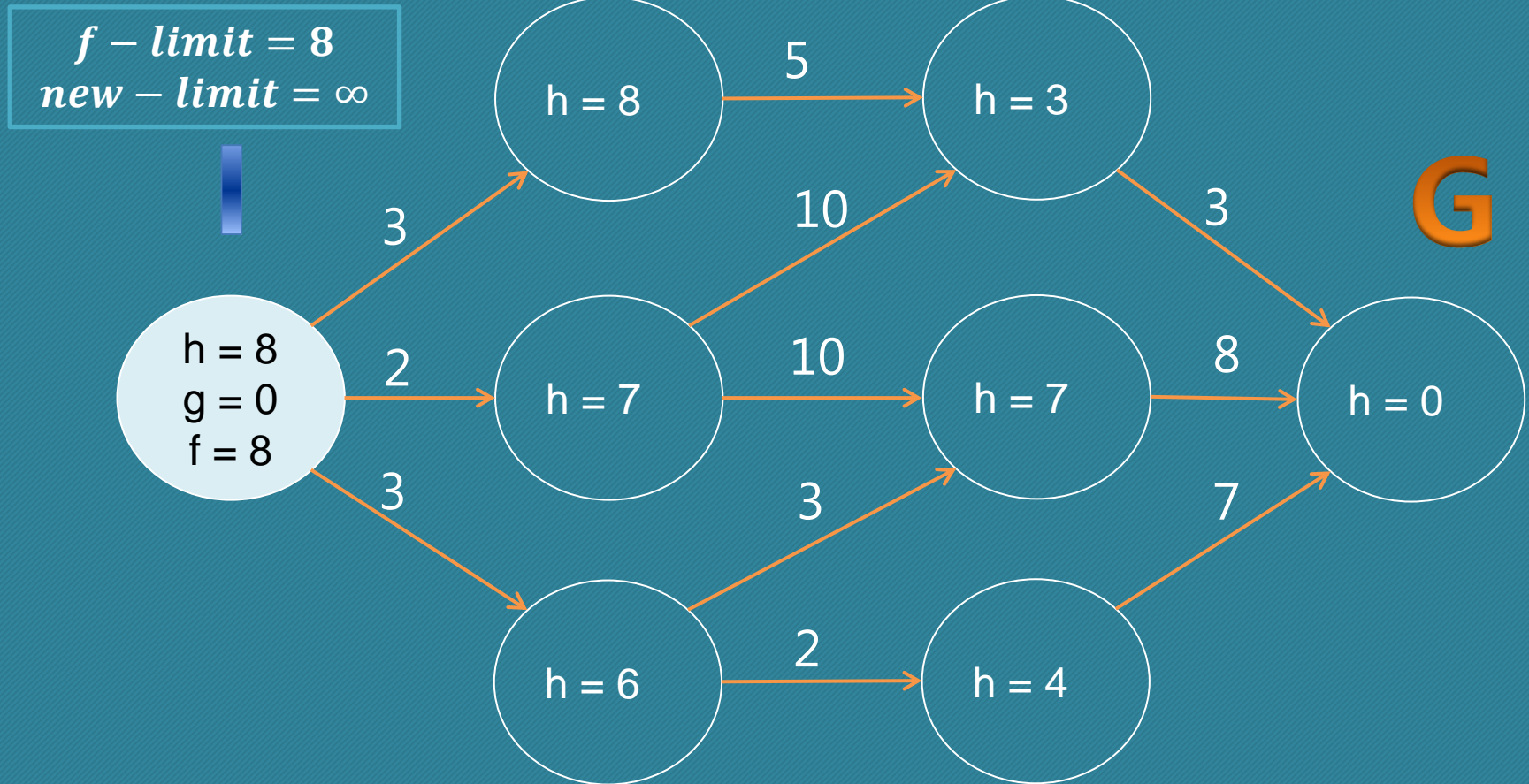
```
function DFS-f (state, g, path, f_limit, problem):  
    new_f  $\leftarrow$  g + h(state)  
    if new_f > f_limit:  
        new_limit  $\leftarrow$  min(new_limit, new_f)  
        return failure  
    if problem.goal(state) then return path  
    For s in expand(state):  
        result  $\leftarrow$  DFS-f (s, g + cost(state, s), path || s, f_limit, problem)  
        if result  $\neq$  failure then return result  
    return failure
```

IDA*

- ערך f-limit התחלתי: $f(I) = h(I)$.
- ערך f-limit באיטרציה הבאה:
 - ערך ה- f הקטן ביותר שפגשנו באיטרציה הקודמת, מבין אלו שגדולים מ- f -limit.

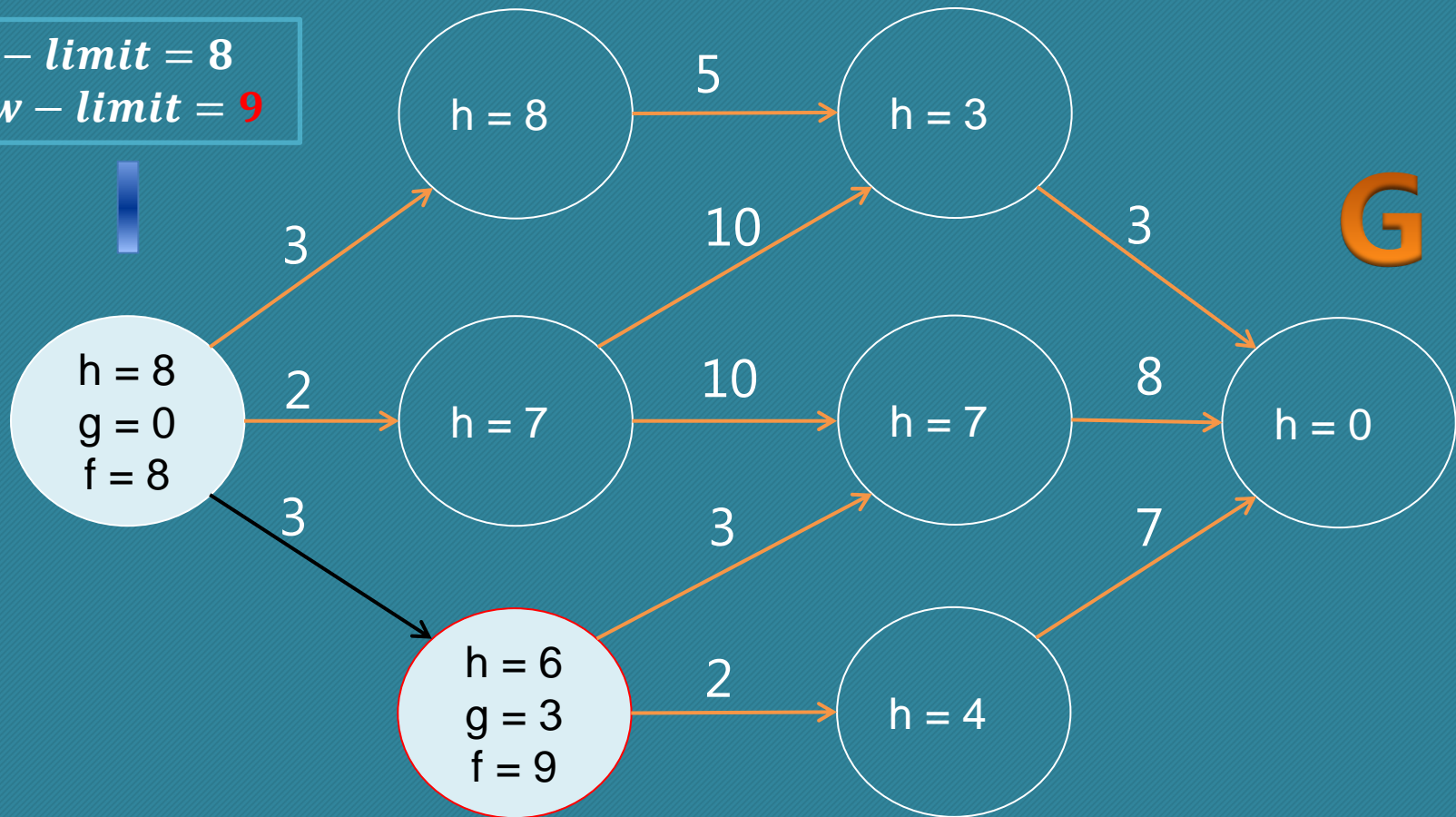
IDA^* run simulation

תרגיל: עקוב אחר ריצת האלגוריתם IDA^* על פני הגרף הבא.



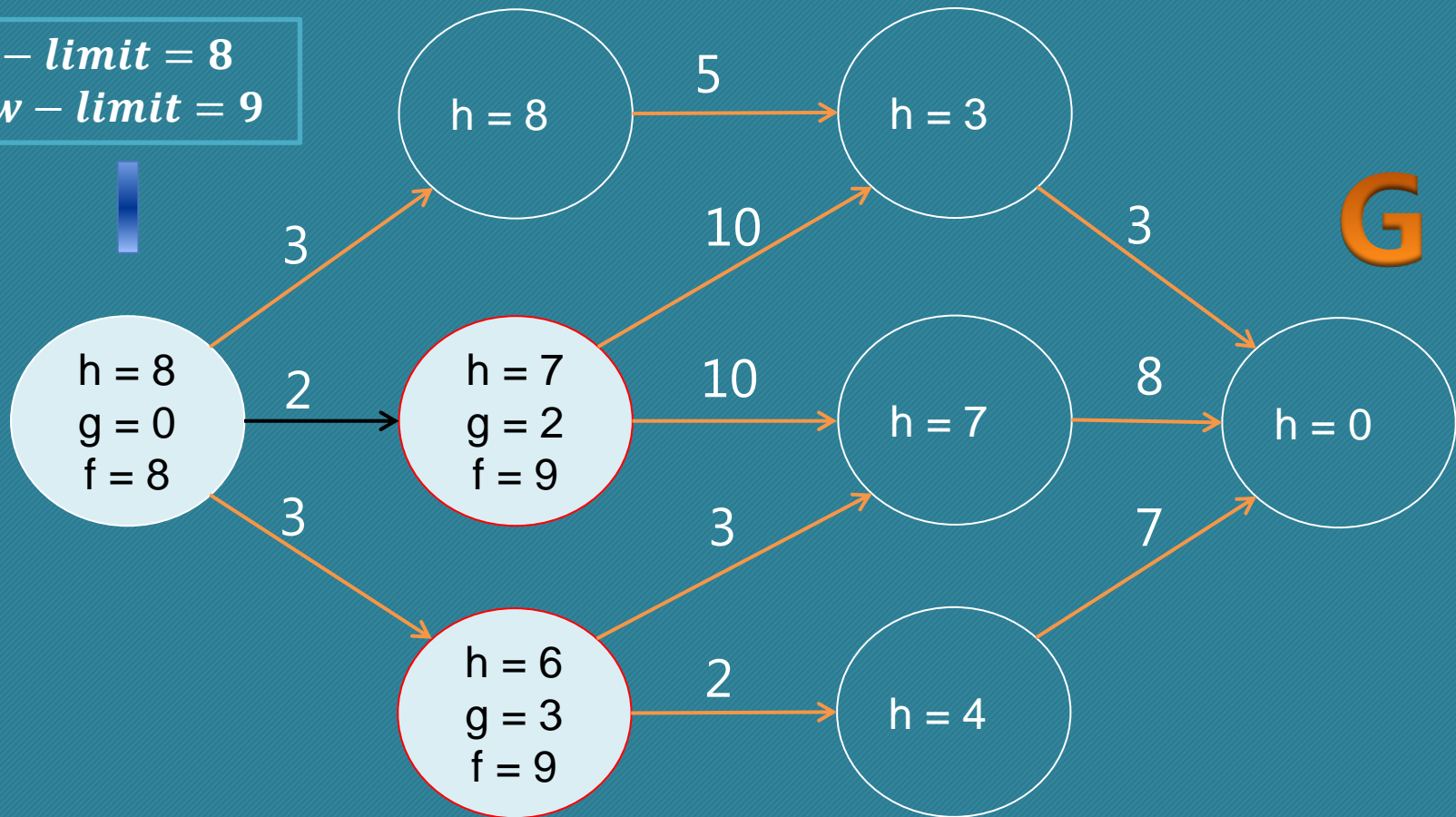
IDA^* run simulation

$f - limit = 8$
 $new - limit = 9$



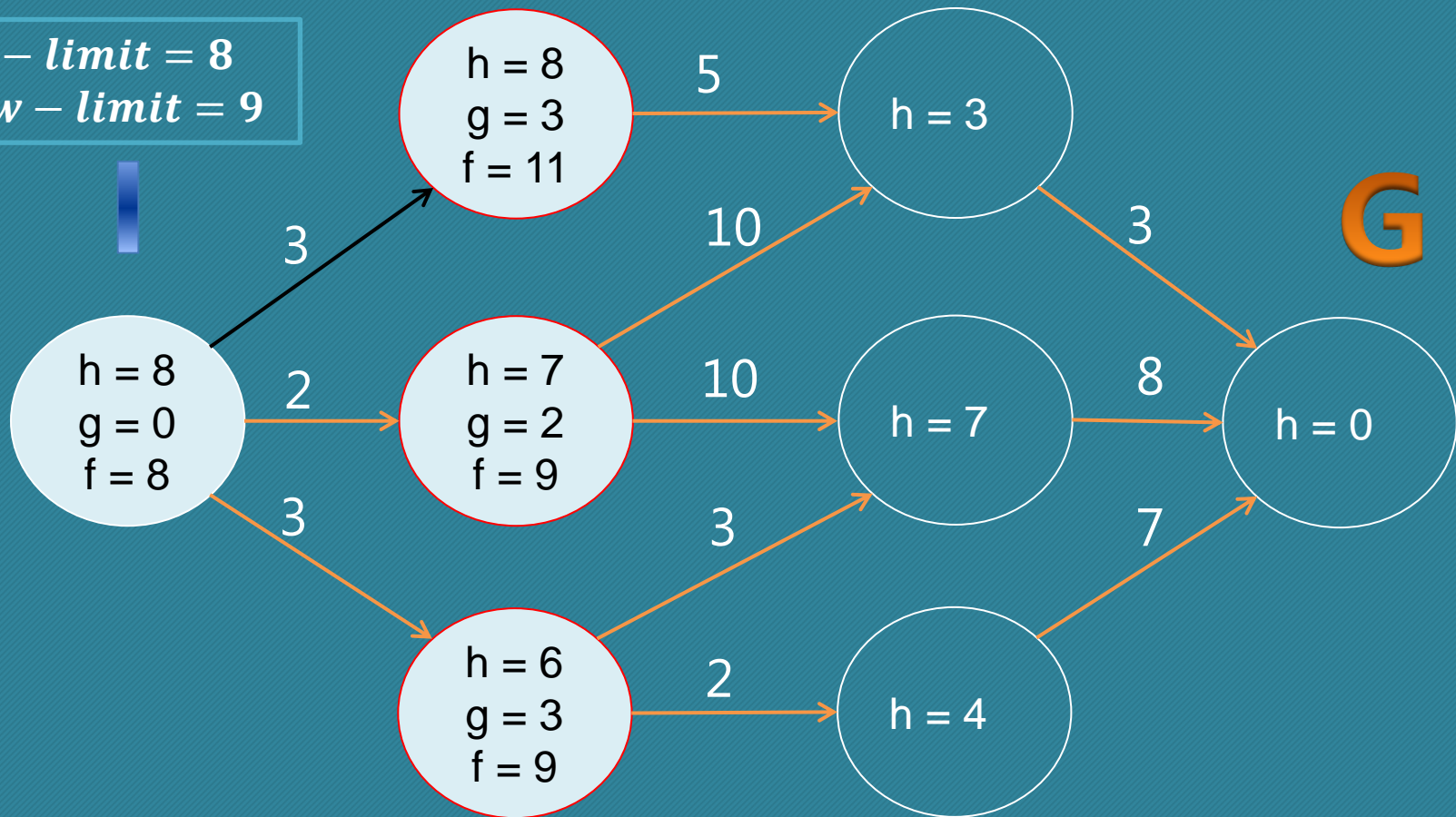
IDA^* run simulation

$f - limit = 8$
 $new - limit = 9$



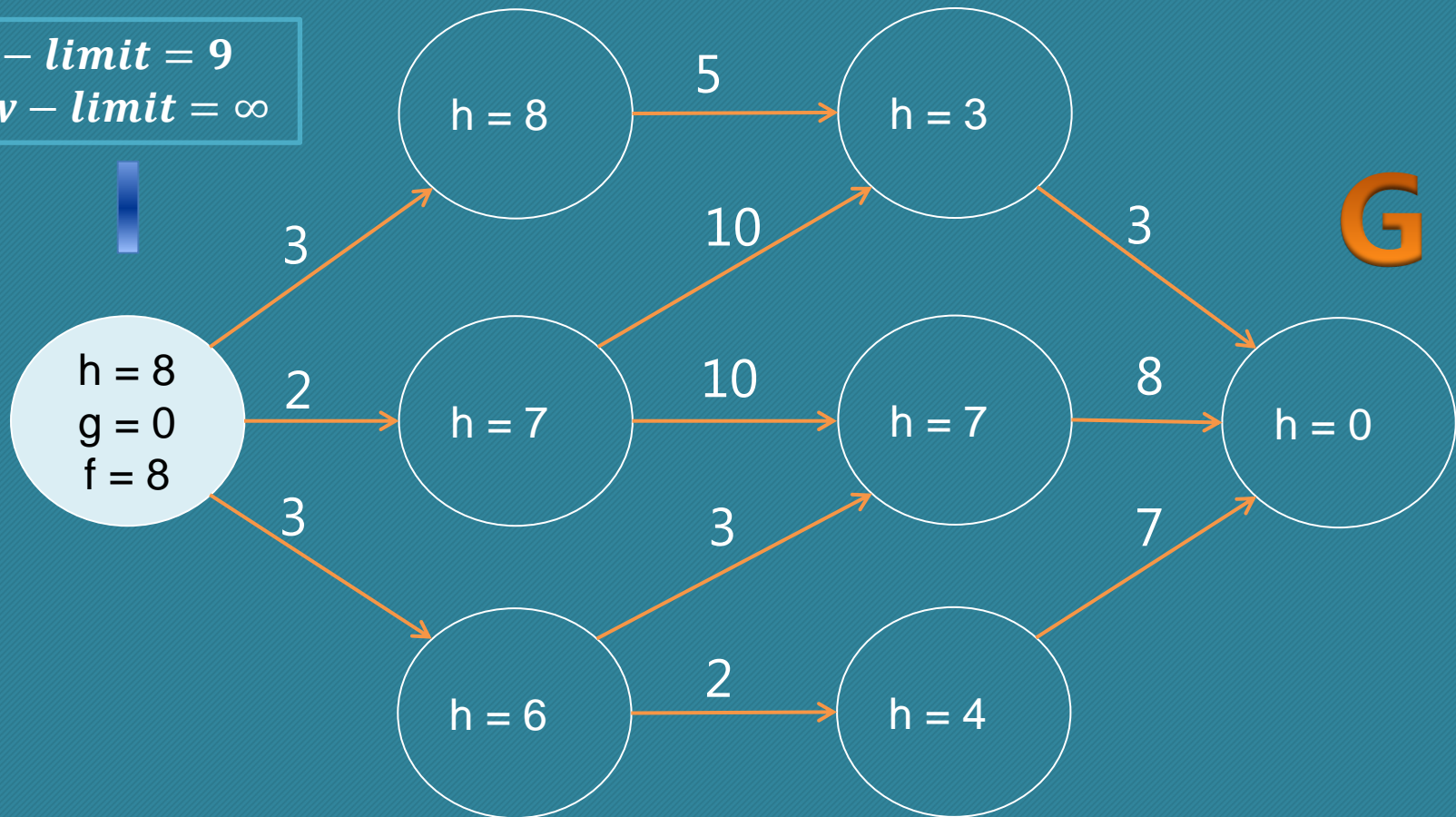
IDA* run simulation

$f - limit = 8$
 $new - limit = 9$



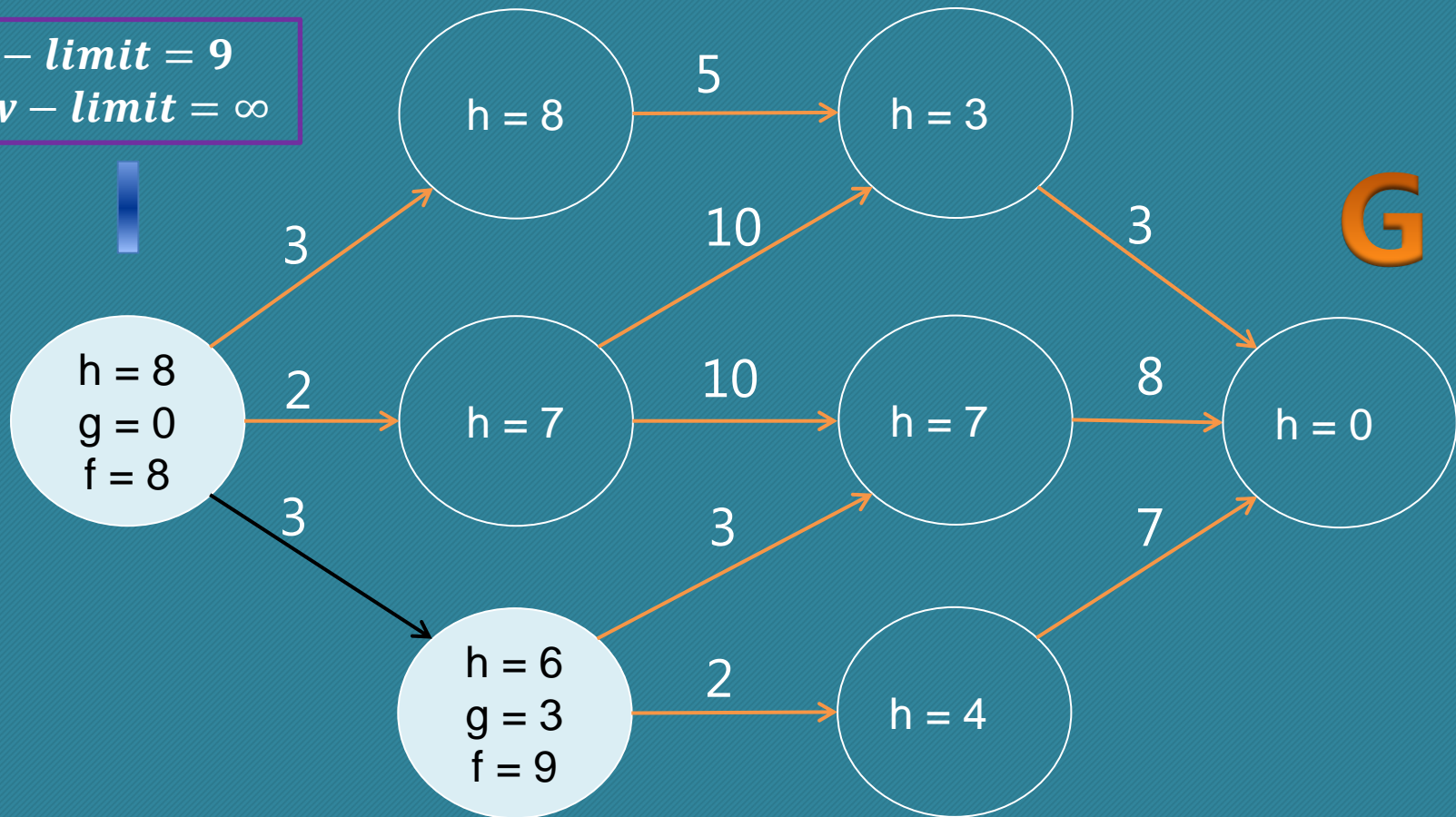
IDA^* run simulation

$f - limit = 9$
 $new - limit = \infty$



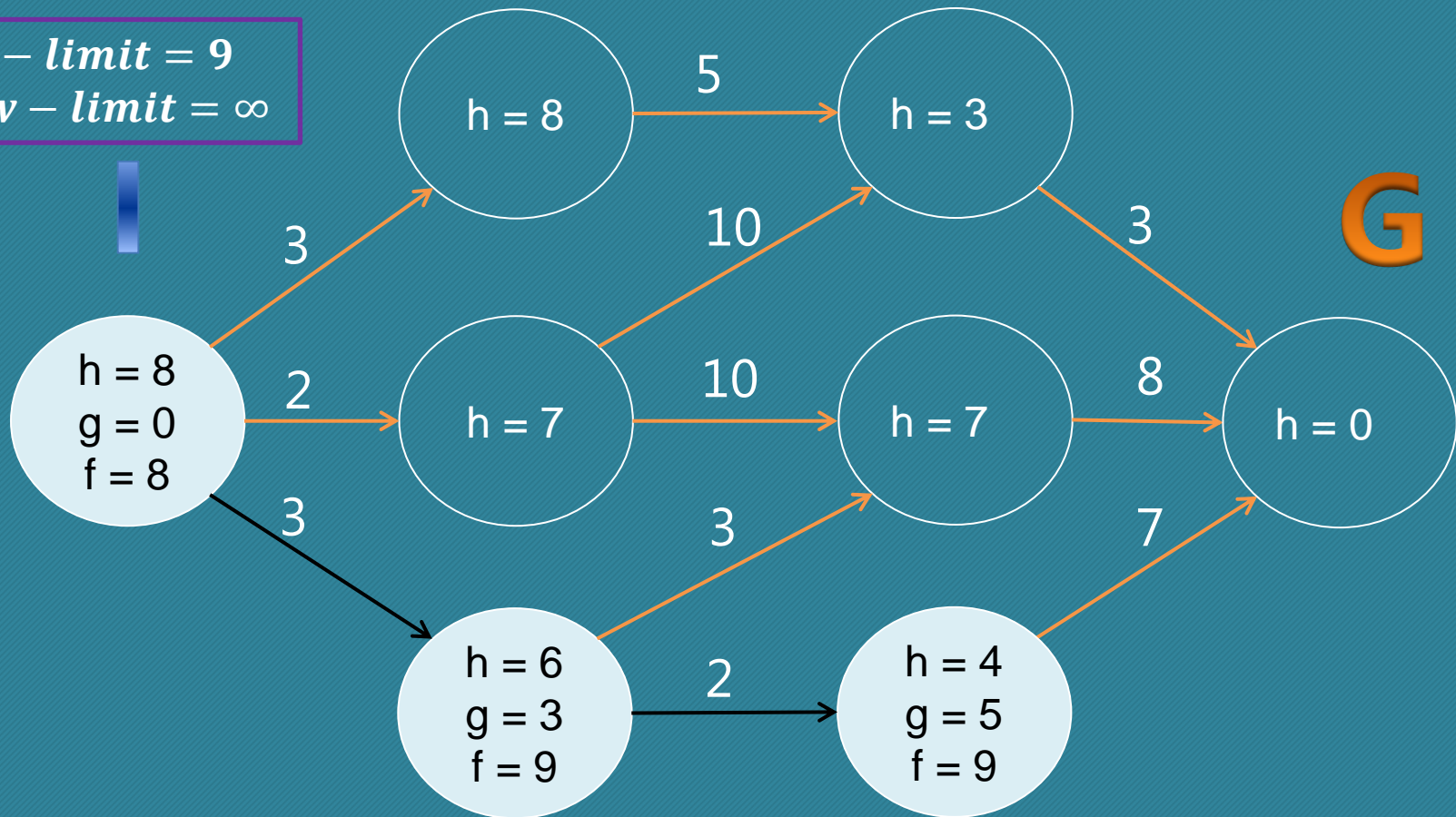
IDA^* run simulation

$f - limit = 9$
 $new - limit = \infty$



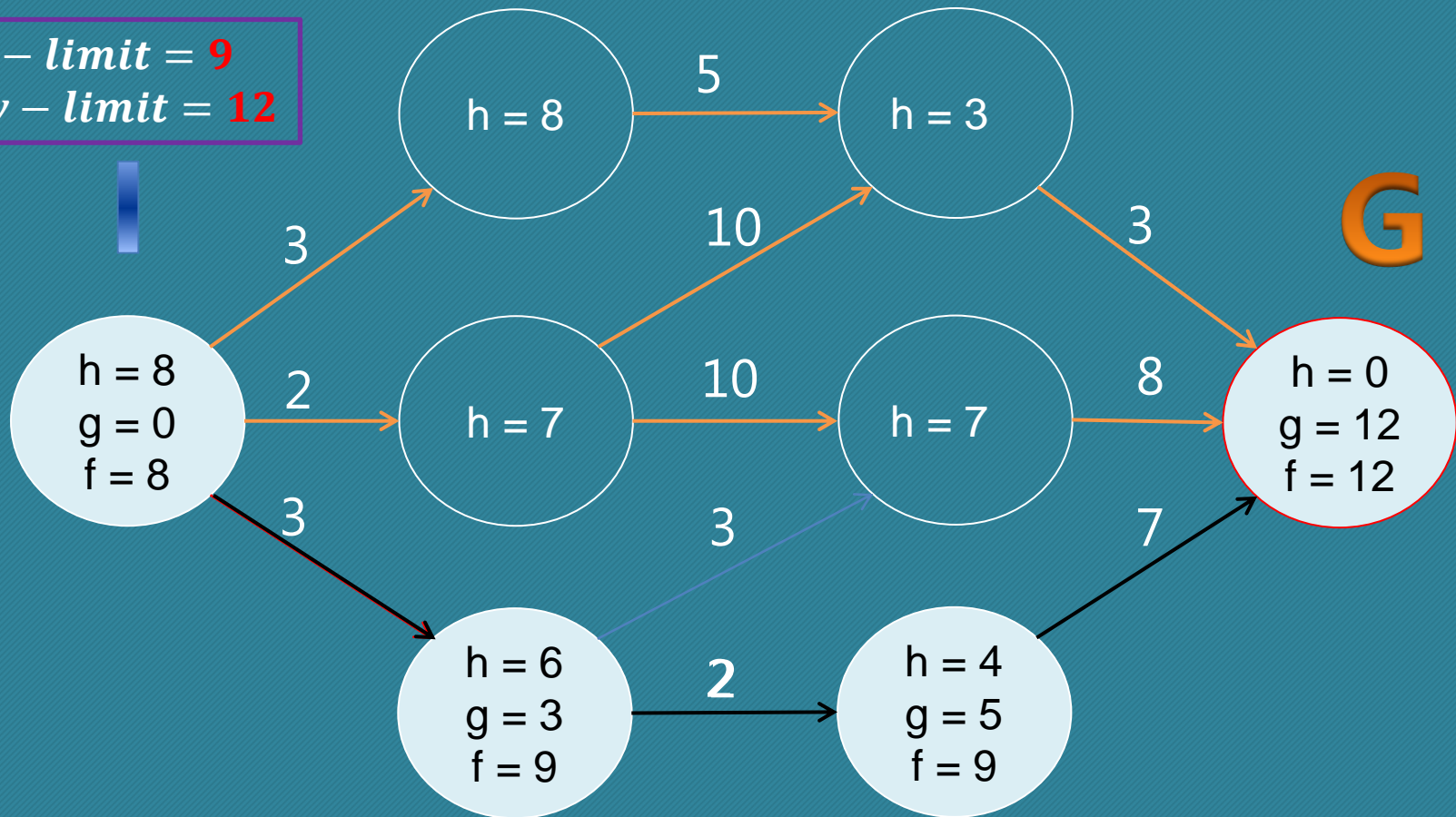
IDA* run simulation

$f - \text{limit} = 9$
 $\text{new} - \text{limit} = \infty$



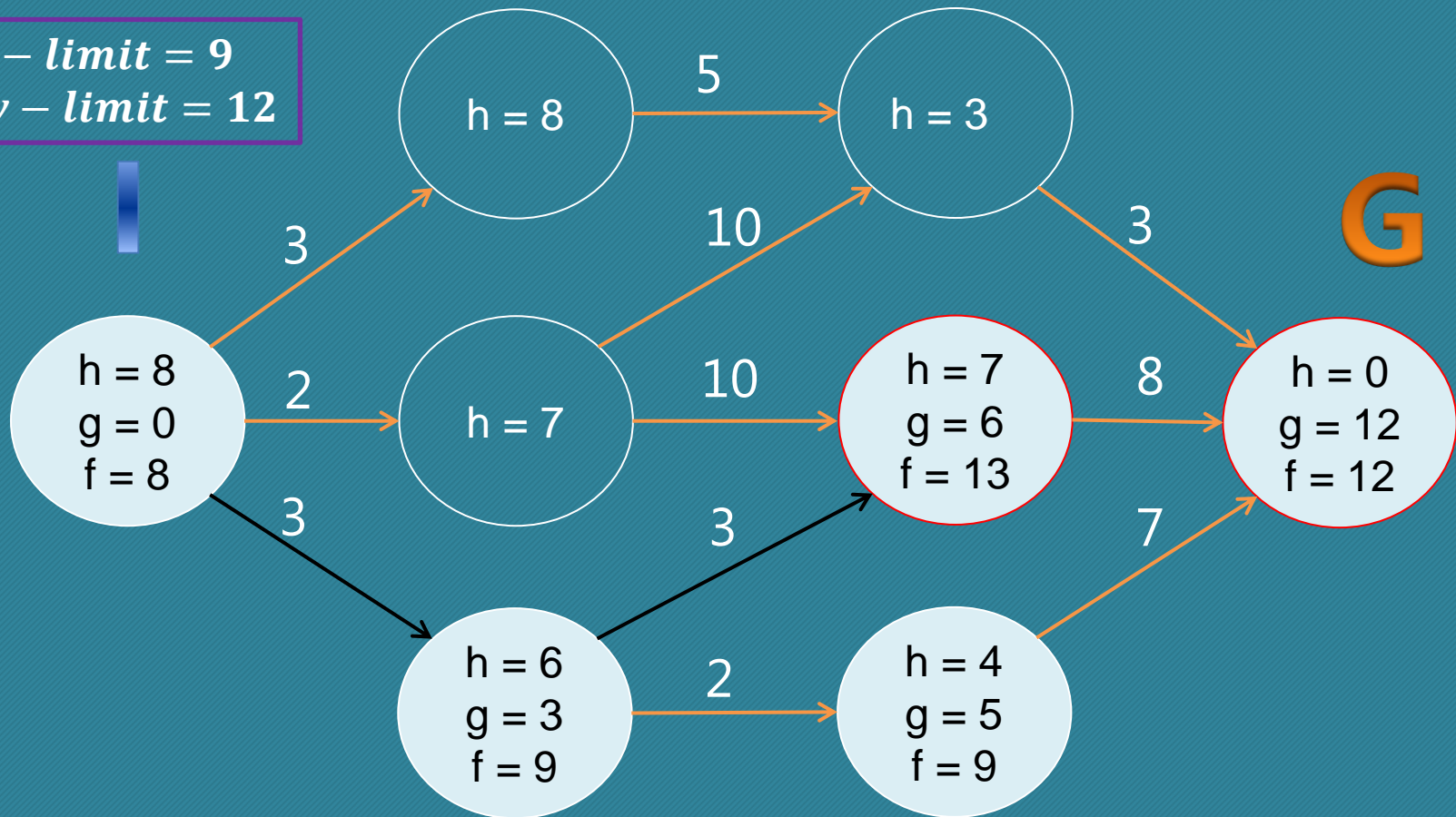
IDA^* run simulation

$f - limit = 9$
 $new - limit = 12$



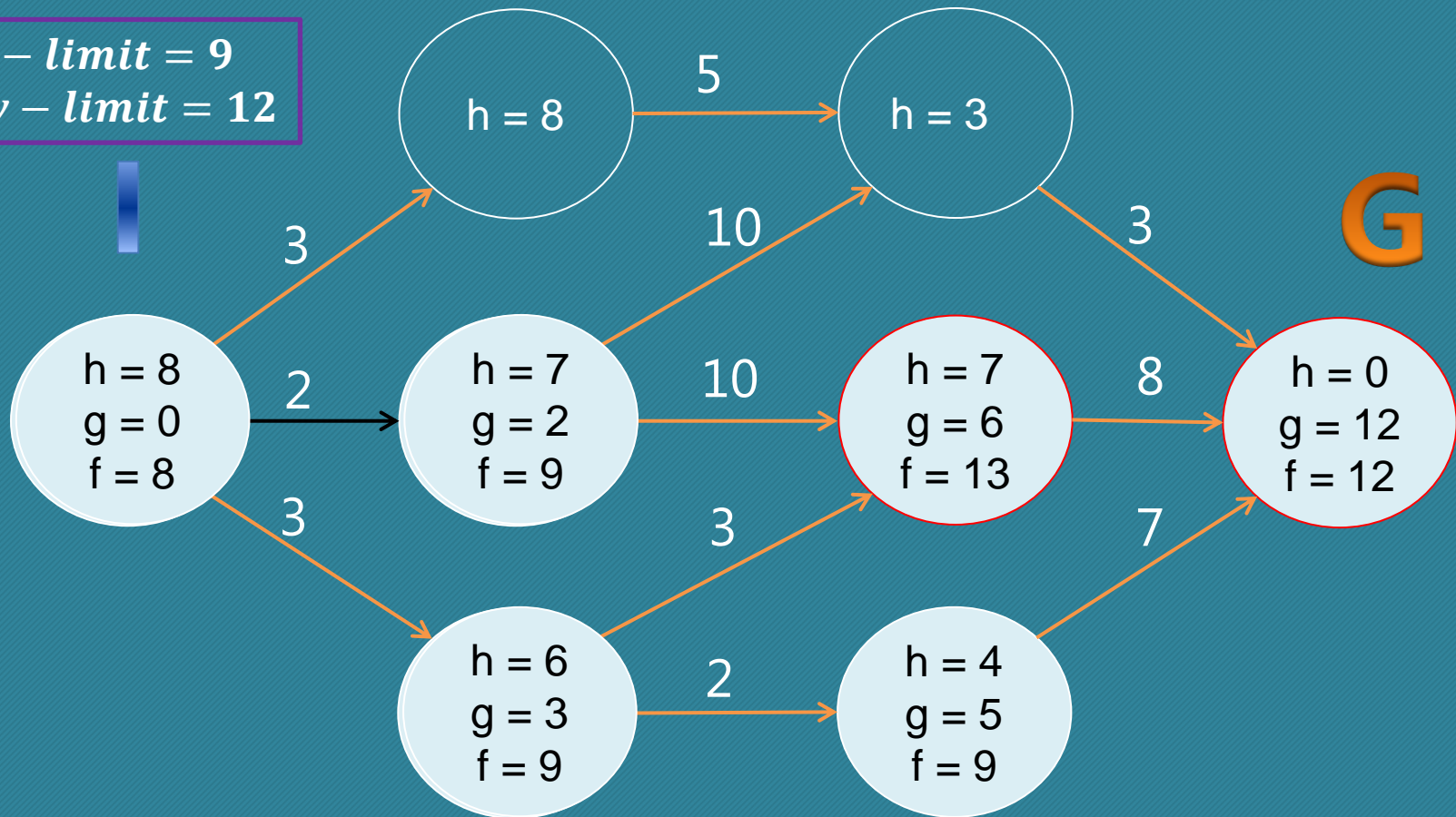
IDA^* run simulation

$f - limit = 9$
 $new - limit = 12$



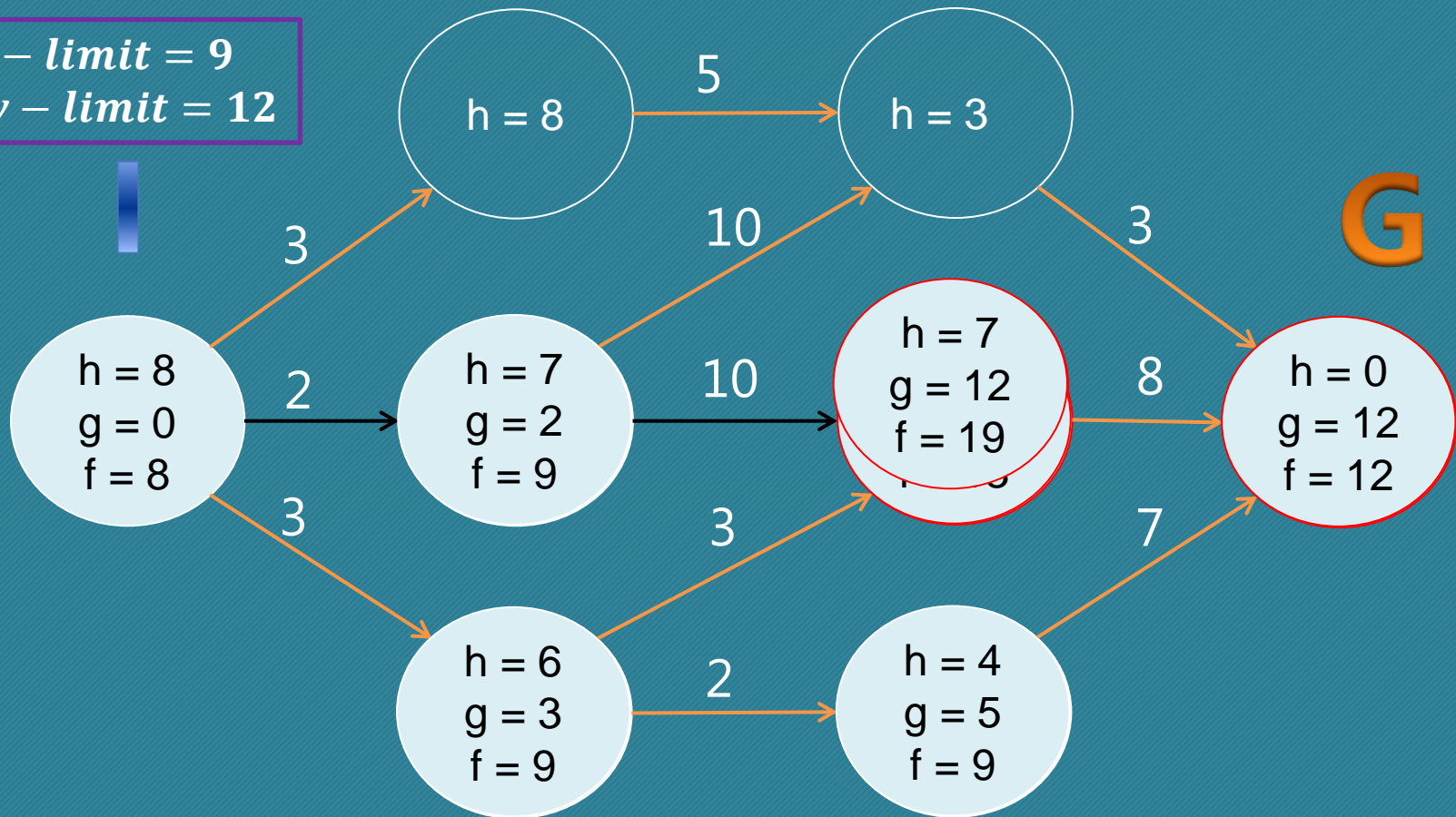
IDA^* run simulation

$f - limit = 9$
 $new - limit = 12$



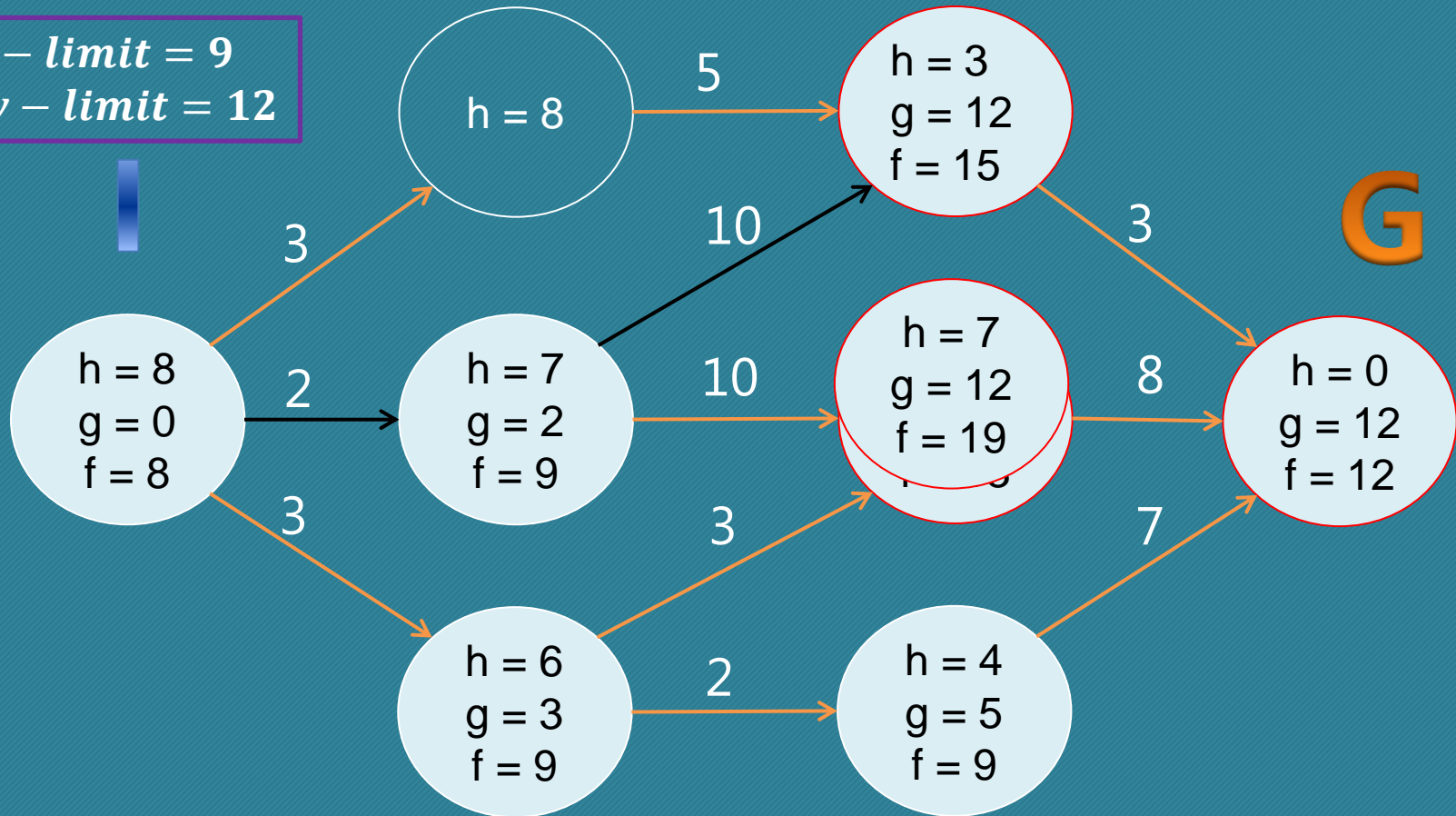
IDA^* run simulation

$f - limit = 9$
 $new - limit = 12$



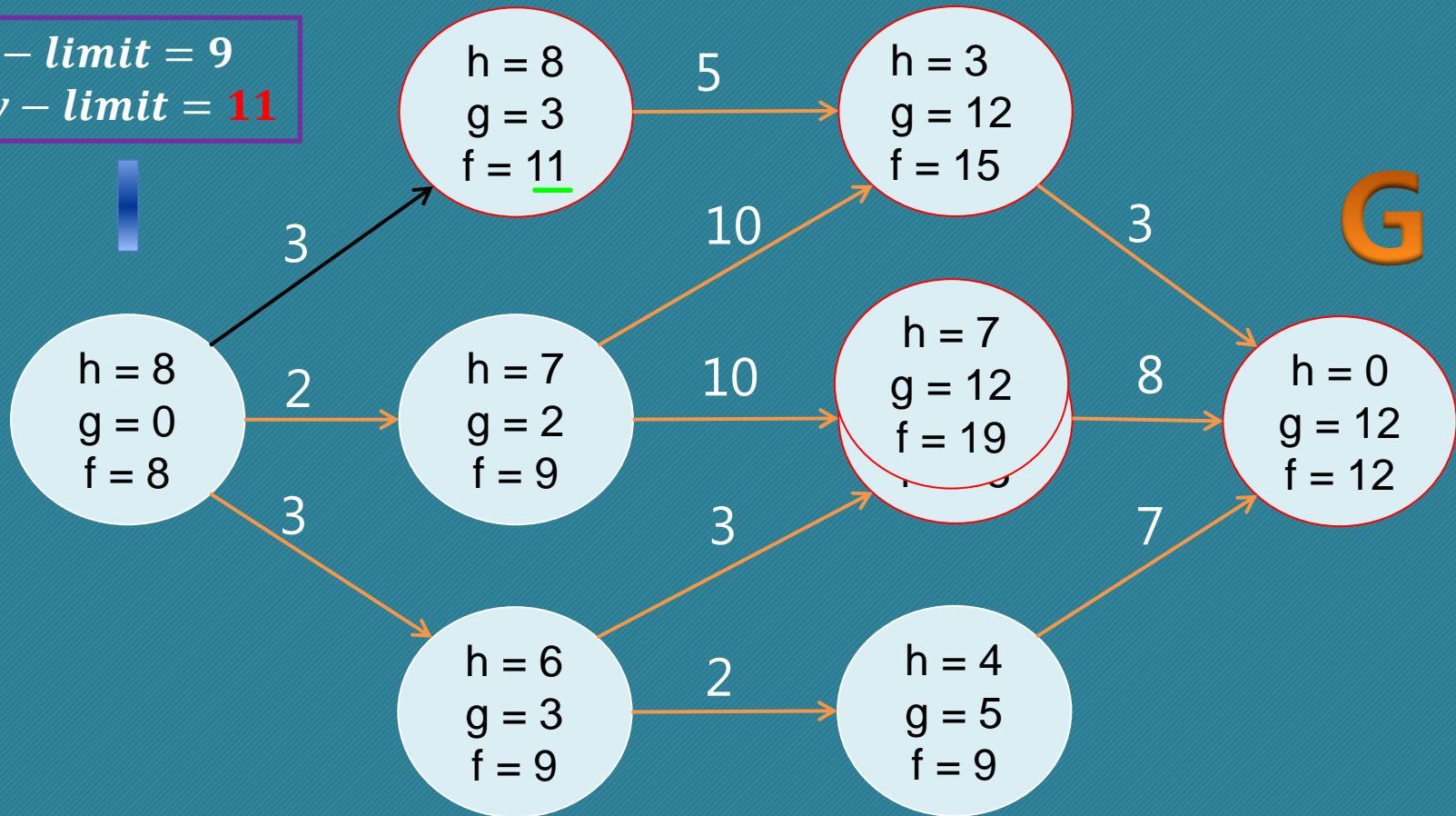
IDA^* run simulation

$f - limit = 9$
 $new - limit = 12$



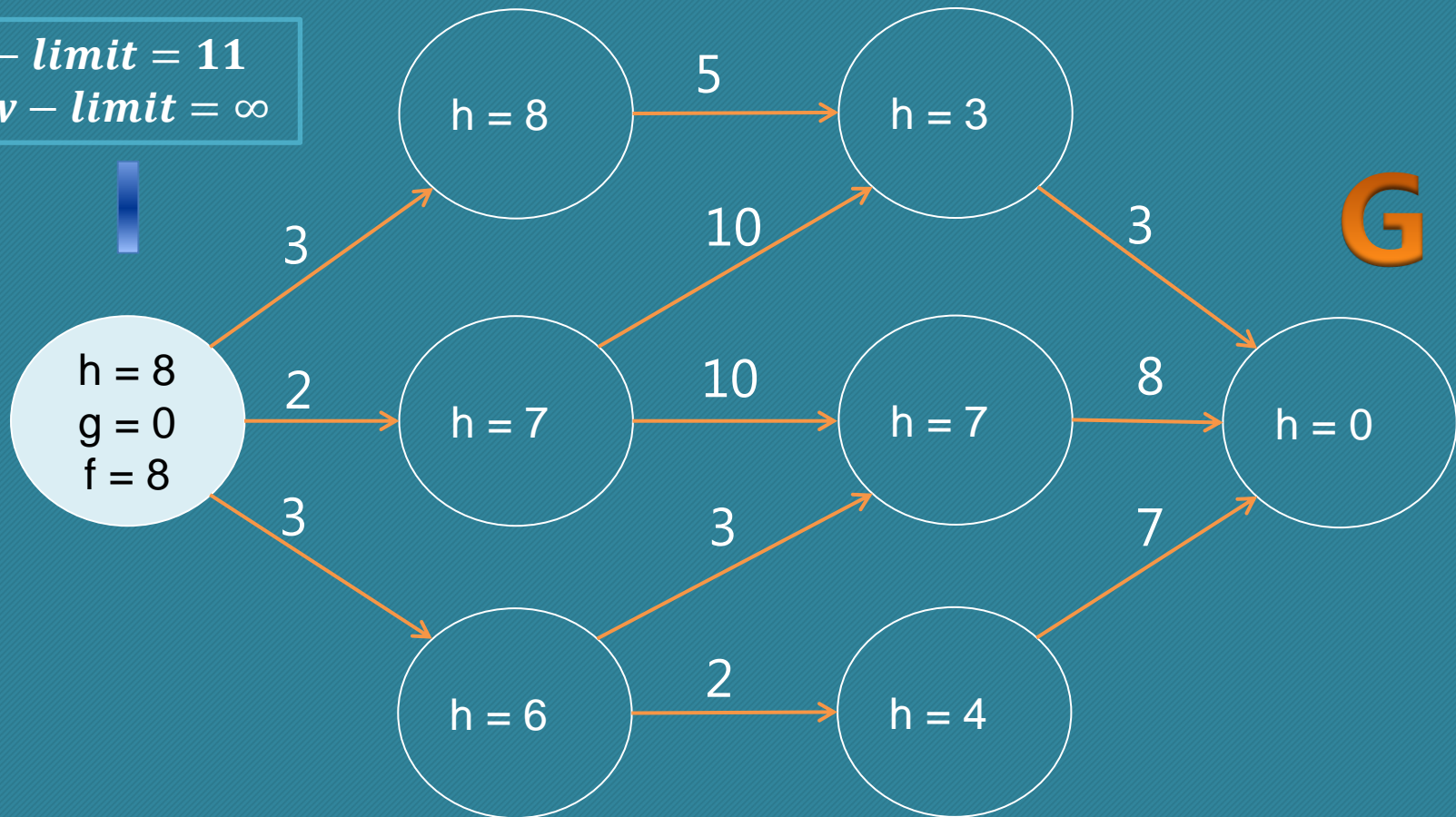
IDA* run simulation

$f - \text{limit} = 9$
 $\text{new} - \text{limit} = 11$



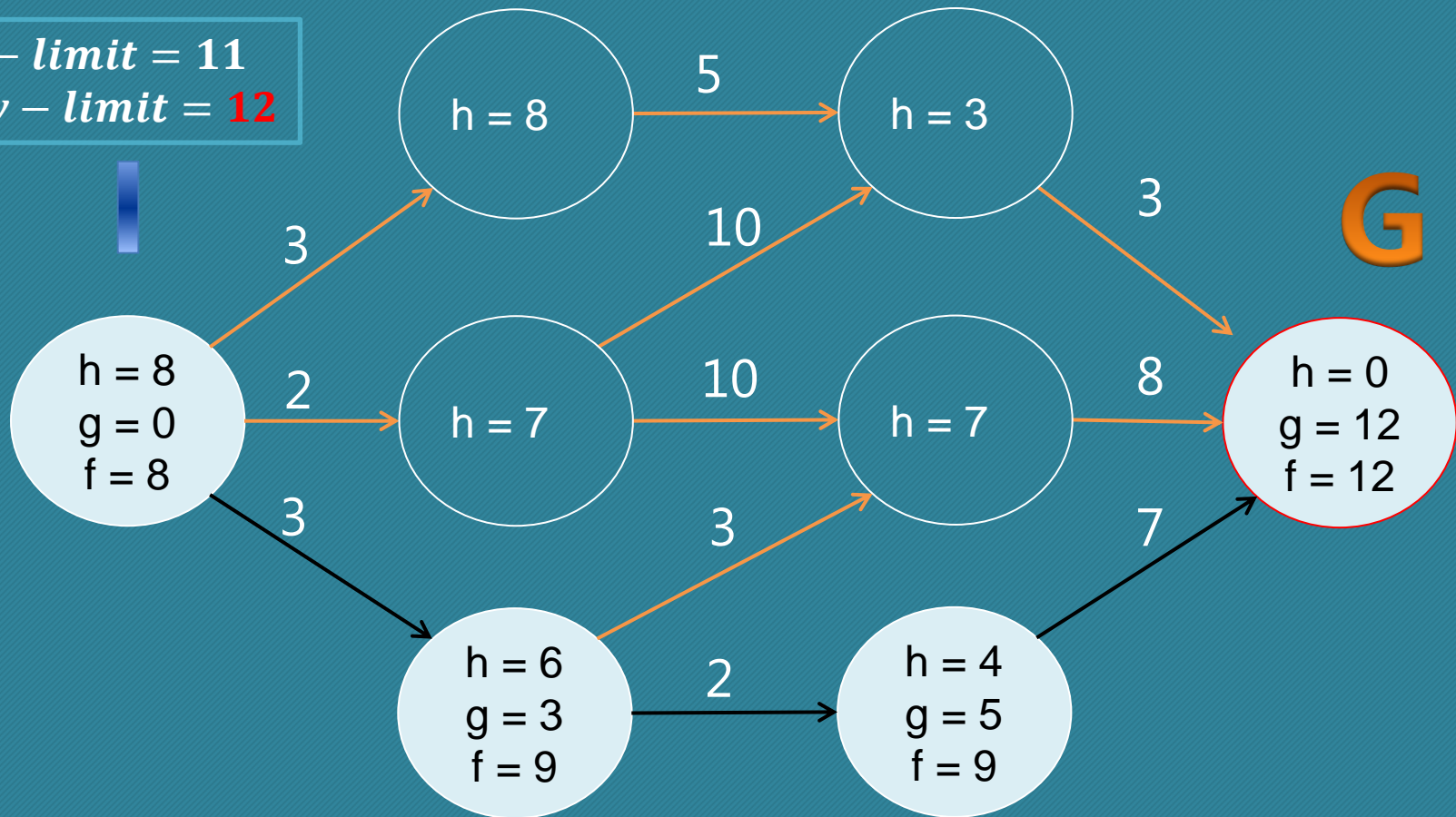
IDA^* run simulation

$f - limit = 11$
 $new - limit = \infty$



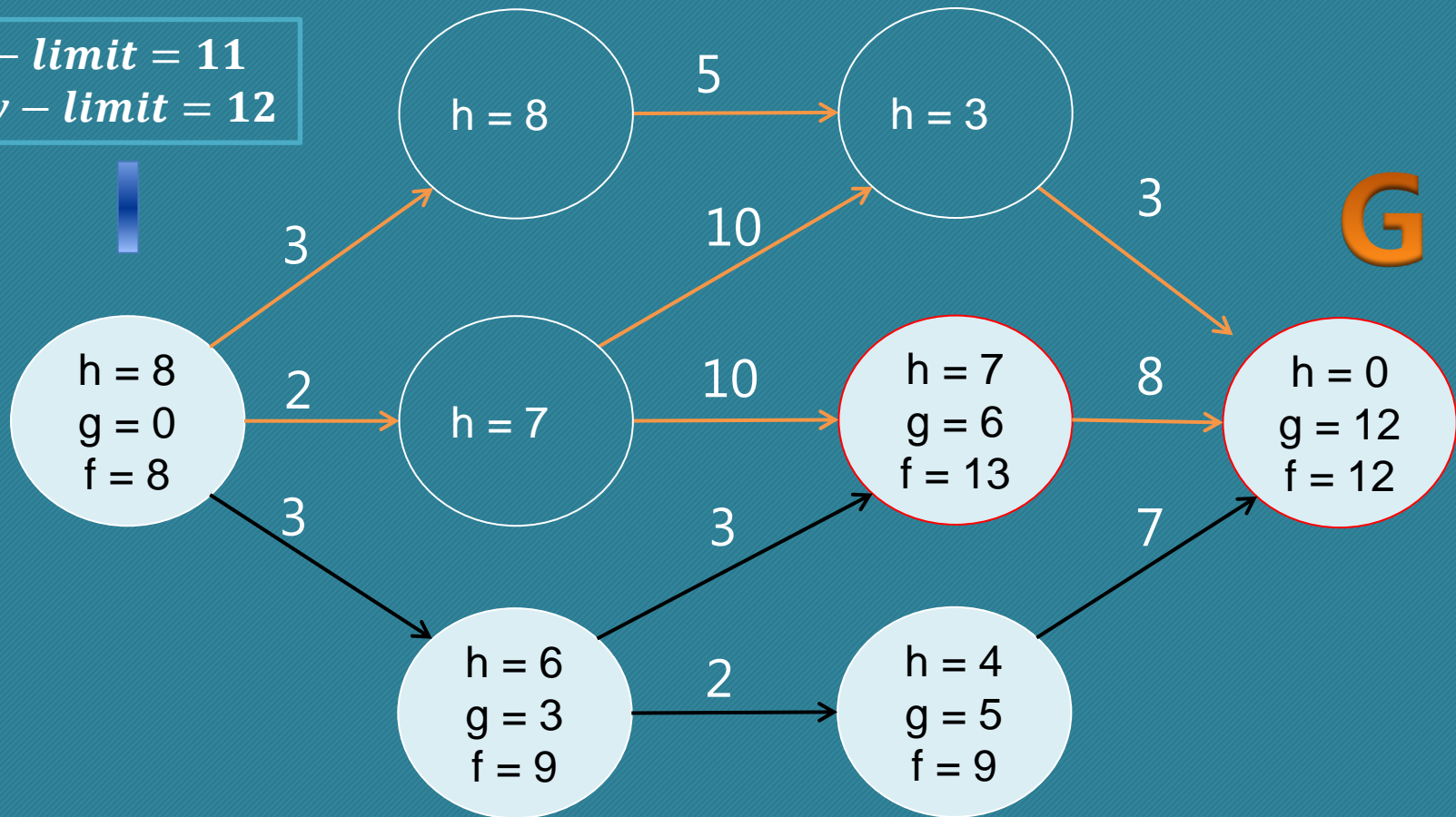
IDA^* run simulation

$f - limit = 11$
 $new - limit = 12$



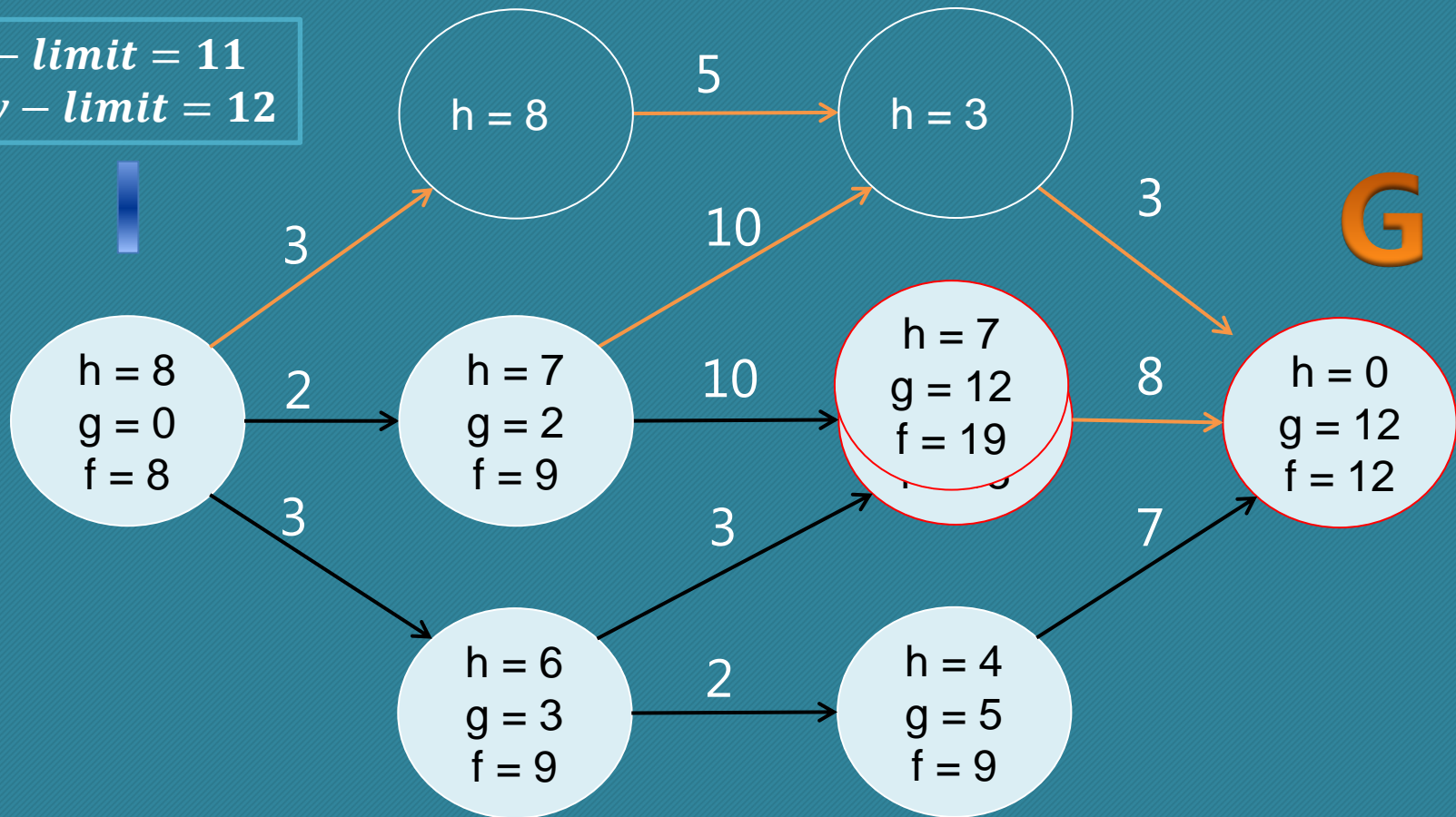
IDA^* run simulation

$f - limit = 11$
 $new - limit = 12$



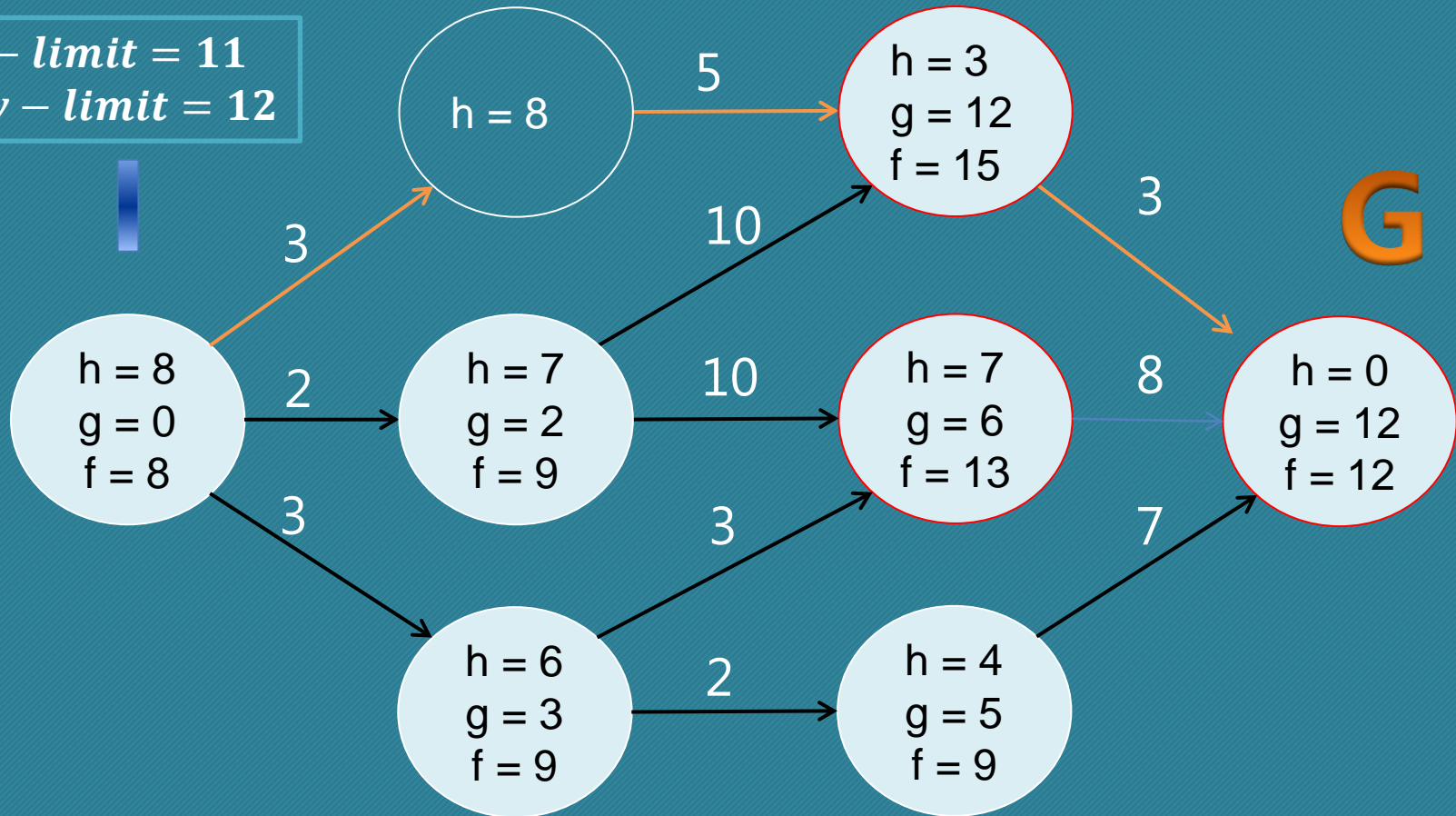
IDA^* run simulation

$f - limit = 11$
 $new - limit = 12$



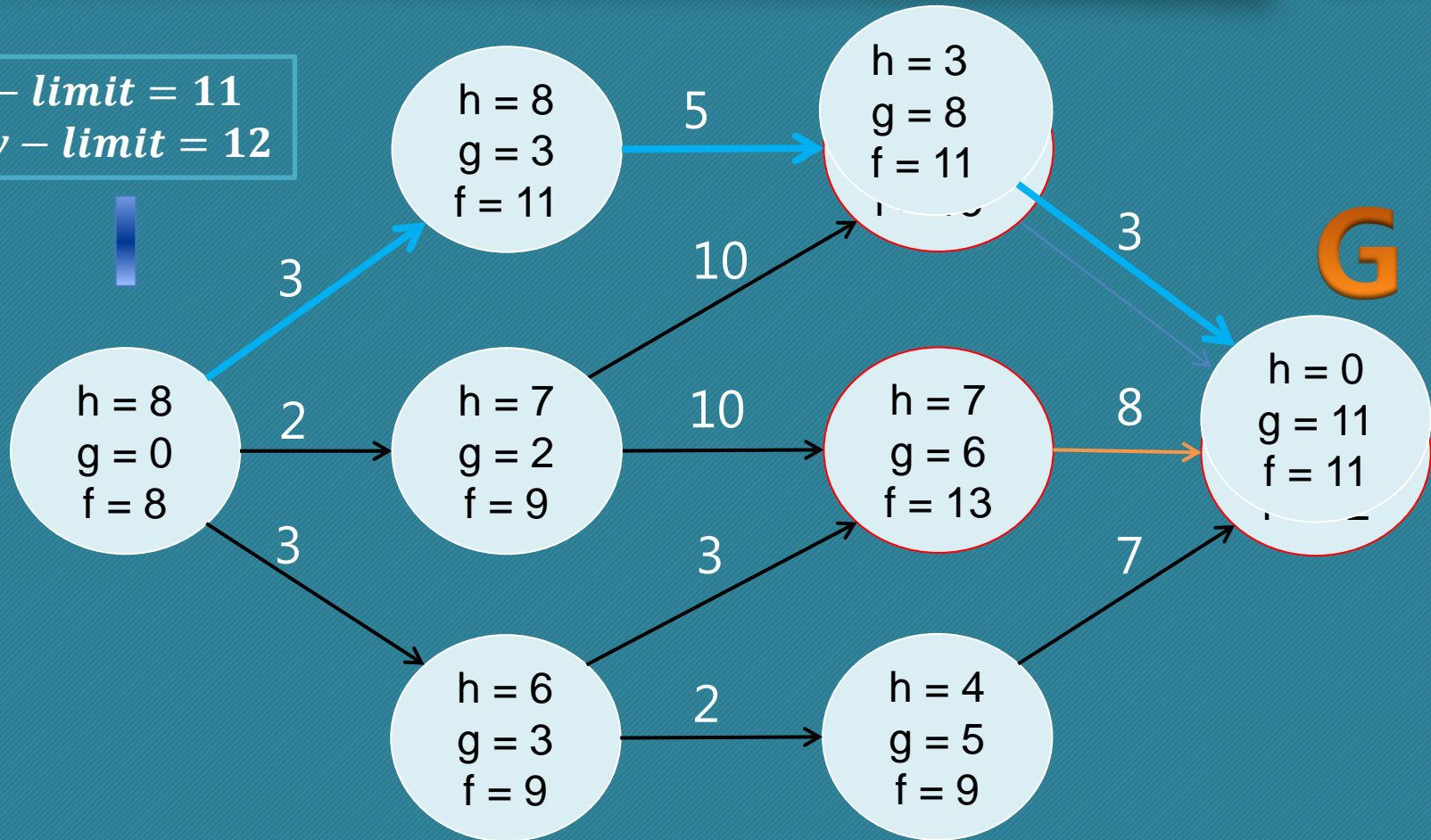
IDA^* run simulation

$f - limit = 11$
 $new - limit = 12$



IDA* run simulation

$f - limit = 11$
 $new - limit = 12$



IDA^* vs. A^*

כאשר פונק' המחיר חסומה מלמטה ע"י $\delta > 0$ והיוריסטיקה קבילה...

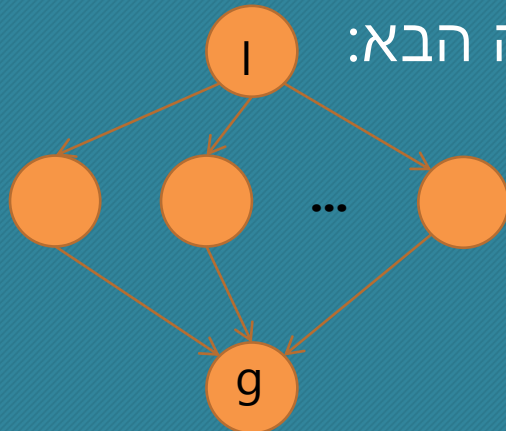
IDA^*	A^*
שלם (אם קיים פתרון הוא מוצא כזה)	
קביל (אם קיים פתרון מוצא פתרון אופטימלי)	
חיפוש בעץ : מפתח מצבים חוזרים מבלי לדעת שביקר בהם בעבר	חיפוש בגרף : נמנע מפיתוחים חוזרים במצבים כאשר אין שיפור
צריכת זיכרון לינארית באורך המסלול	צריכת זיכרון פרופורציונית למס' הצמתים שנוצרו ($OPEN \cup CLOSED$)

IDA* - שאלה ממבחן

חורף 9-2008, מועד א

2. השוו את ההתנהגות של A* ושל IDA* כאשר $h = h^*$

- נשים לב שמחיר פתרון אופטימלי הוא $h^*(I)$.
- לכל צומת s , שנמצא על מסלול אופטימלי כלשהו למטרה, מתקיים:
 $f(s) = h^*(I)$
- A* יפתח צמתים בעלי ערך $f(s) = h^*(I)$, כאשר סדר הפיתוח ביניהם לא ידוע.
- במקרה הגרוע, כאשר לא מוגדר שובר שוויון במקרה של שוויון בערכי f , יתכן שיפותחו כל הצמתים. למשל, במקרה הבא:



(כאשר המחיר אחיד)

IDA* - שאלה ממבחן

חורף 9-2008, מועד א

2. השוו את ההתנהגות של A^* ושל IDA^* כאשר $h = h^*$

ואלגוריתם IDA^* ...?

- הגבלת f ההתחלתית היא $h^*(I)$.
- ערך f של צומת שאינו על מסלול אופטימלי הוא גדול מ- $h^*(I)$.
- לכן הבן הראשון של I הממוקם על מסלול אופטימלי יהיה הבן היחיד שיפותח.
- ערך f לאורך המסלול העובר דרכו יישאר קבוע ושווה ל- $h^*(I)$, ולפיכך תתבצע איטרציה אחת בלבד.
- האלגוריתם לא יפתח מסלולים אלטרנטיביים כיוון שהוא עובד לעומק.
- אין בדיקה של ביקור חוזר בצמתים ובכך נחסך זמן ומקום.

חיפוש לוקאלי



תוכן עניינים

- חיפוש לוקאלי – עקרונות בסיסיים
- Steepest Ascent Hill Climbing - SAHC
- הליכה במישור - sideways
- Stochastic Hill Climbing
- First Choice Stochastic Hill Climbing
- חיפוש אלומה (+סטוכסטי)
- החלצות מאופטימום מקומי:
 - Random Restarts
 - פעולות אקראיות
 - Simulated Annealing
- שאלות לדוגמא

חיפוש לוקאלי – עקרונות

- מקרה פרטי של בעיית אופטימיזציה
 - מתוך ויקיפדיה: "אופטימיזציה, או מטוב, היא ענף של בעיות מתמטיות העוסקות במציאת ערך אופטימלי עבור פונקציות, תחת אילוצים נתונים".
- חזית חיפוש מוגבלת
 - שומרים מצב יחיד או מספר מצבים קטן באזור החיפוש.
- פונק' ערך $U: S \mapsto \mathbb{R}$
 - שואפים לשפר את ערך המצב ע"י התקדמות למצבים שכנים.
- מטרה: מצב סופי "טוב" ככל שניתן למצוא
 - בדרך כלל לא שומרים את המסלול.

חיפוש לוקאלי – מתי זה מתאים?


- כאשר הבעיה שבידינו היא **בעיית אופטימיזציה**, כלומר אנחנו מחפשים מצבים שמביאים את פונ' הערך שבידינו לאופטימום.
- בבעיות אלו, אנו מחפשים **מצב מטרה** ולא מתעניינים במסלול.
- במרחבי מצבים עם **מקדם סיעוף גדול**.

חיפוש לוקאלי – מתי זה מתאים?

- בבעיות חיפוש לוקאלי **אין לנו יוריסטיקה** עבור **המרחק** למצב מטרה, כלומר החיפוש עיוור, אך יש בידינו **פונ' ערך** ואנו מחפשים מצבים עם ערך אופטימלי.

- האם בכל זאת ניתן להשתמש בכלים אלו למציאת **מסלול** למצב מטרה?

- במקרים מסויימים כן! למשל ע"י הגדרת מרחב חיפוש חדש שבו כל צומת מייצג מסלול במרחב המקורי.

The background features a dark blue space filled with faint, distant stars. In the upper left, a glowing blue wireframe dome structure is visible, with a gear-like pattern inside it. In the lower left, there is a complex wireframe structure resembling a robotic arm or a mechanical component. A solid blue rectangular block is positioned on the right side of the slide.

רגע.. כבר ראינו אלגוריתמי
חיפוש בקורס. מה הבעיה
איתם?

דוגמא

- מנוע חיפוש רוצה להחזיר את 10 התוצאות ה"טובות" ביותר מבין N תוצאות.
- נניח כי קיימת **פונקציית תועלת** המעריכה טיב של **קבוצת** תוצאות.
- ברצוננו למצוא תת-קבוצה טובה ביותר בגודל 10.

דוגמא

- כיצד נגדיר את **המצבים** במרחב?
- כל מצב הוא וקטור בינארי באורך N עם 10 ביטים דולקים.
- מייצג 10 תוצאות חיפוש מתוך N .
- מהם **האופרטורים**?
- כיבוי ביט בווקטור המצב והדלקה של ביט אחר
- שקול להחלפת תוצאת חיפוש אחת באחרת

דוגמא (המשך)

רעיון: נריץ $A^*(f = g + h)$. מה הבעיה?

- רמז: אלג' A^* מוצא מסלול בעל **עלות** מינימלית למצב סופי. מהי ה**עלות** במקרה שלנו? המסלול לפתרון לא רלוונטי לצורך פתרון הבעיה.
- לכן המרחק g חסר משמעות
- מעניין אותנו **איכות** המצב הסופי בלבד

דוגמא (המשך)

רעיון: Greedy Best Search. מה הבעיה?


- באיזו **יוריסטיקה** נשתמש?
- מצב סופי \equiv תת-קב' בגודל 10 עם תועלת מקס'
- איך נעריך כמה אנחנו רחוקים ממצב כזה?
 - לדוגמה, אם המצב שברשותינו בעל ערך 0.6, כמה רחוק זה מהמצב הסופי?
 - רחוק = עלות משוערכת למצב סופי
- קשה להעריך **מרחק למצב סופי**
 - דומה לחיפוש עיוור, אין לנו מידע לגבי המרחק ליעד. יש בידינו רק מידע לגבי טיב המצב הנתון.

סיכום בעיות

1. מסלול לפתרון חסר משמעות ולכן:

- פונק' עלות כבר לא רלוונטית
- קשה למצוא היוריסטיקה

2. חזית חיפוש ענקית עקב מקדם סיעוף גדול

The background features a dark blue space filled with faint, distant stars. In the upper left, a complex wireframe structure resembling a dome or a futuristic architectural element is composed of glowing blue lines and points. A large, semi-transparent gear is integrated into the center of this dome-like structure. In the lower left, another wireframe structure, possibly representing a robotic arm or a mechanical component, is visible. A solid blue rectangular block is positioned on the right side of the image.

מסקנה: מה שעשינו עד כה
לא מתאים לבעיה שלנו. אז
מה כן?

אלגוריתמים לחיפוש לוקאלי

Steepest Ascent Hill Climbing (SAHC)

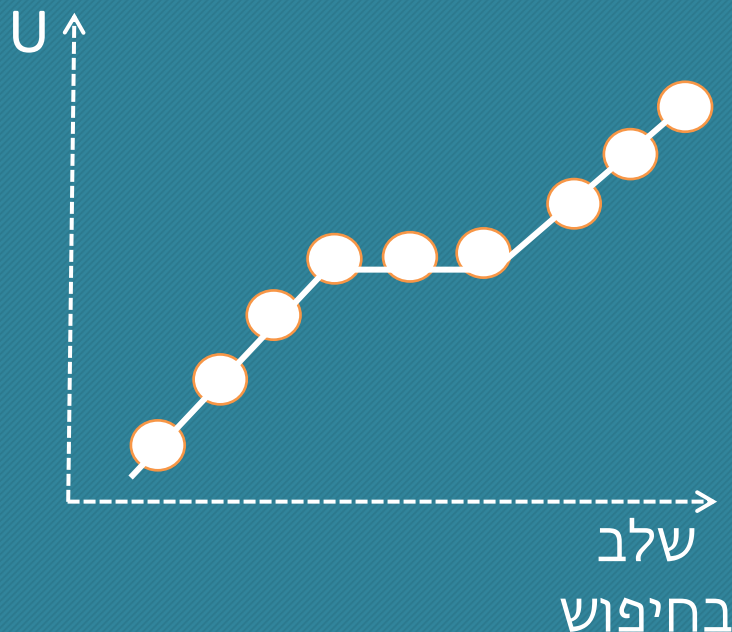
- בכל רגע שומר **מצב יחיד**.
- מתחיל: במצב ההתחלתי.
- בכל שלב: מתקדם לשכן שהכי משפר (חמדן).
- עוצר: אם הגענו למצב מטרה או אם אין שכן משפר.



אלגוריתמים לחיפוש לוקאלי

SAHC with **sideway** steps

כאשר אין עוקבים משפרים:
מתיר צעדים השומרים על אותו ערך.

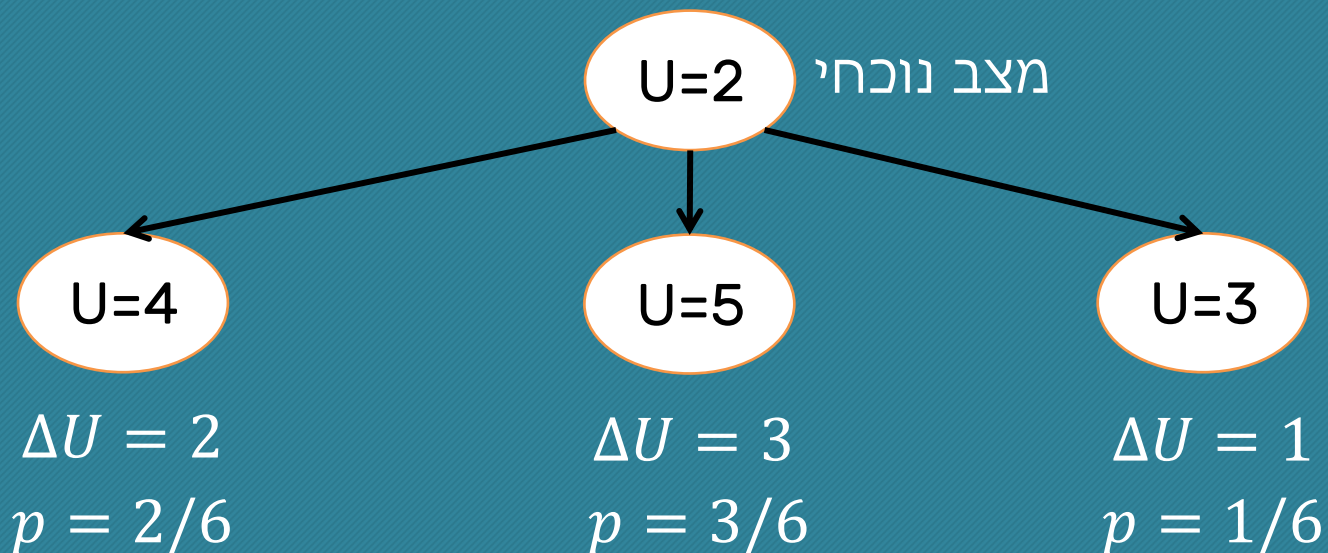


מתי זה טוב?
• בריחה ממישור

אלגוריתמים לחיפוש לוקאלי

Stochastic Hill Climbing

- בוחר מצב מבין המצבים העוקבים המשפרים
- בהסתברות פרופורציונלית לשיפור

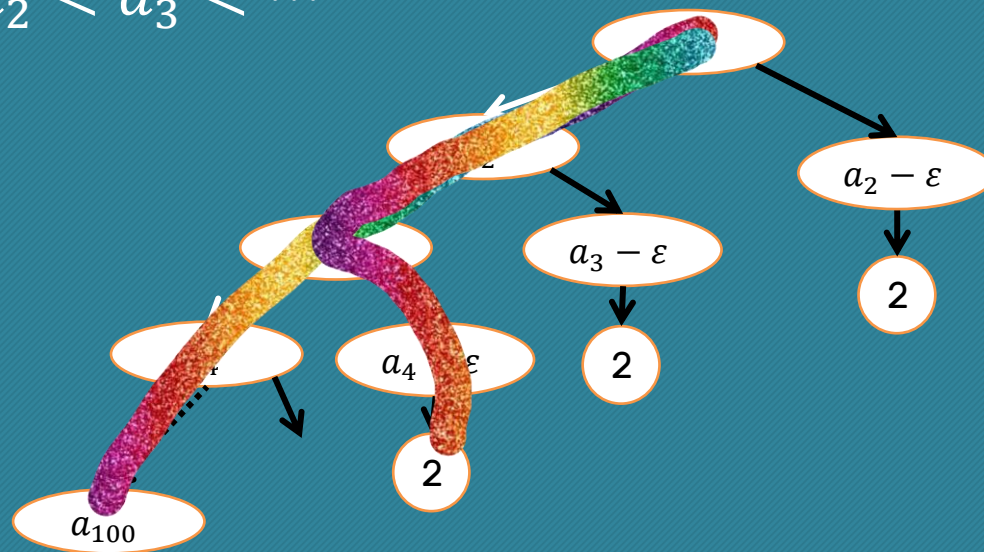


אלגוריתמים לחיפוש לוקאלי

$$a_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2^i} \forall n \in \mathbb{N} < 1$$
$$a_1 < a_2 < a_3 < \dots$$

Stochastic Hill Climbing

מתי זה טוב?



אלגוריתמים לחיפוש לוקאלי

First Choice Stochastic Hill Climbing

- לא מפתח את כל העוקבים
- בוחר אופרטורים בסדר אקראי
- בוחר במצב העוקב הראשון שמשפר

מתי זה טוב?

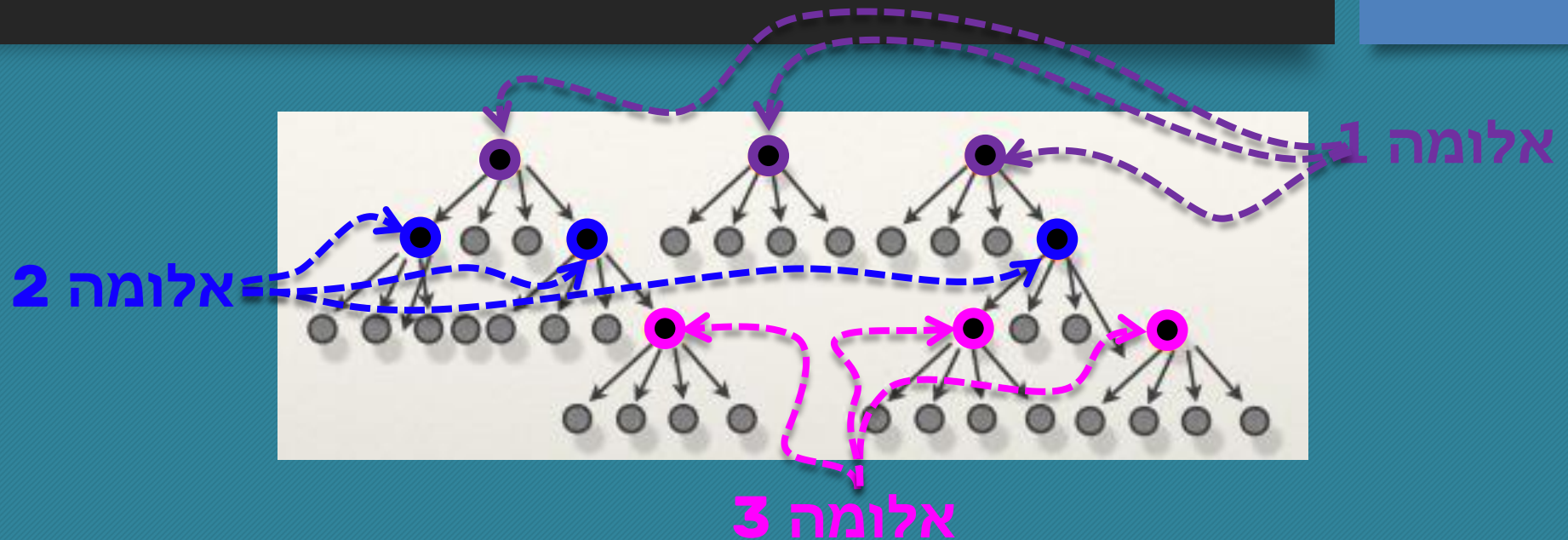
- דרגת יציאה ענקית.
- ומצד שני, המרחב "מספיק קשיר". כלומר, ניתן להגיע לאופטימום ממצבים רבים משפרים.

חיפוש לוקאלי - אלומה

Beam SAHC

- במקום לזכור רק מצב יחיד, האלגוריתם מתחזק **קבוצה** בגודל **קבוע** k של מצבים "טובים".
- פועל באיטרציות. בכל איטרציה:
 - מפתח את כל המצבים באלומה.
 - קביעת האלומה הבאה: k העוקבים הטובים ביותר.

חיפוש לוקאלי - אלומה



הערה: האלומה הבאה לא חייבת להכיל מצב מתת העץ של כל אחד מהמצבים באלומה הקודמת.

חיפוש לוקאלי - אלומה

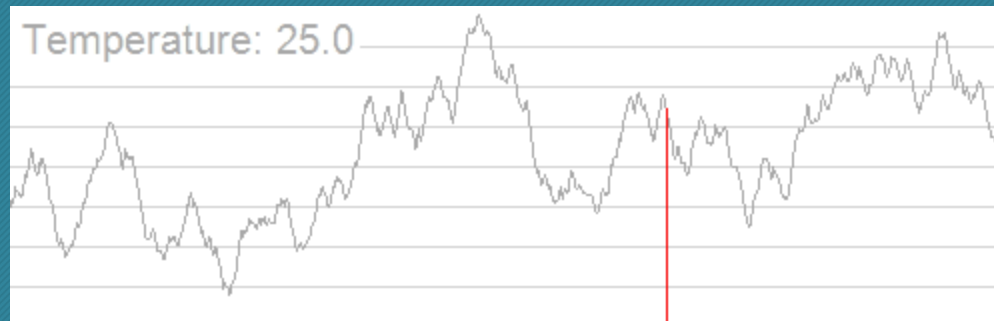
Beam **Stochastic** HC

במקום לשמור את k המצבים הטובים ביותר:

- **מגריל** את k המצבים הבאים (לאלומה הבאה)
- מבין כל המצבים המשפרים
- בפרופורציה לגודל השיפור

Simulated Annealing

- **מגדיל אופרטורים** ומנסה אותם בזה אחר זה
- מתיר **צעדים מרעים**
- בהסתברות התלויה בגודל ההרעה וב"**טמפרטורה**"
- **הטמפרטורה יורדת** במהלך החיפוש
- ההסתברות לבחירת צעדים מרעים יורדת עם הזמן
- טוב ל**בריחה מאדוות**




Simulated Annealing



Simulated annealing

Simulated-annealing (**state**)

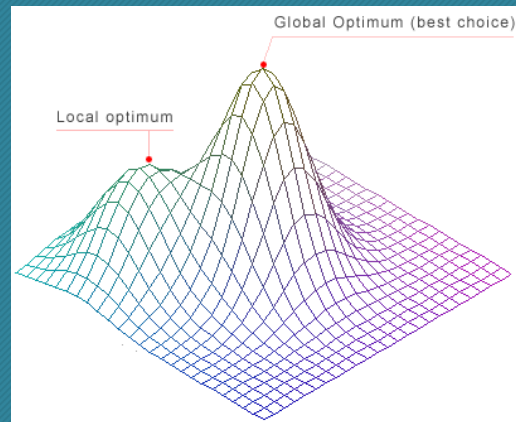
- ▶ **curr** <- **state**; **curr-val** <- **h(state)**; **T** <- **T₀**
- ▶ **loop** until resources exhausted
 - **new** <- random-neighbor(**curr**)
 - **new-val** <- **h(new)**
 - if goal(**new**) then return (**new**)
 - ΔE <- **new-val** – **curr-val**
 - if $\Delta E > 0$ then **curr** <- **new**; **curr-val** <- **new-val**
 - else with prob. $e^{-|\Delta E|/T}$ **curr** <- **new**; **curr-val** <- **new-val**
 - **T** <- **0.95** * **T** //simple scheduling scheme
- ▶ return **curr**



היחלצות מאופטימום מקומי

אופטימום מקומי

- שאלה: כל העוקבים פחות טובים. האם הגענו לאופטימום?



- המצב הנוכחי באופטימום לוקאלי.
- כדי להגיע לאופטימום הגלובאלי צריך בהכרח לרדת.
- שאלה: איך האלג' שראינו היום מתמודדים עם זה?

שיטות היחלצות מאופטימום מקומי

1. Random Restart

- הרצת אלג' החיפוש **k פעמים** (הרצה = "איטרציה")
- שמירת התוצאה הטובה ביותר מבין כל האיטרציות
- נדרש: אקראיות אינהרנטית באלג' החיפוש, או בחירה אקראית של מצב התחלתי (אם אפשרי)

שיטות היחלצות מאופטימום מקומי

2. סדרת פעולות אקראית

- בהגעה לאופטימום מקומי:
 - נבצע k צעדים אקראיים
 - נמשיך לטפס החל מהמקום החדש
- שימושי גם כאשר האלג' לא עושה בחירות אקראיות
- כמה פעולות אקראיות לעשות?
 - "העמקה הדרגתית": נעבוד באיטרציות
 - באיטרציה i נבצע i פעולות אקראיות
 - נבצע איטרציות עד הגעה לשיפור



שאלות לתרגול

שאלה ממבחן – חורף 2021-2 מועד א'

שאלה 5 – חיפוש לוקאלי (20 נק')

אוניברסיטת Stanford שבארה"ב התלהבה מתרגיל בית 2 בקורס בינה מלאכותית בטכניון, ולכן פרצה לאתר של הטכניון על מנת להעתיק אותו. כשהיא עשתה זאת, הסדר בין המילים במסמך התבלבל. למשל, אם הופיע בתרגיל המשפט: "ממשו את המשחק טחנה" יתכן שאצלם מופיע המשפט: "המשחק ממשו טחנה את".

הערות:

1. המילים מתערבבות בכל הטקסט ולא רק בתוך כל משפט.
2. הניחו כי בטקסט המקורי n מילים וכל מילה מופיעה פעם אחת בלבד.

מכיוון שהם לא יודעים עברית, אין באפשרותם לסדר את המילים בסדר הנכון. אך למזלם, יש להם פונקציית ערך המחזירה את מספר המילים שנמצאות במיקומן המקורי (מקבלת ערכים בין 0 ל- n) ואופרטור שלוקח שתי מילים (לאו דווקא רצופות) ומחליף בין מיקומיהן.

הם מעוניינים להפעיל אלגוריתם חיפוש לוקאלי בעזרת שמשמש בפונקציית הערך ובאופרטורים הנ"ל.

1. (4 נק') כיצד יש להגדיר את המצבים במרחב החיפוש?

2. (4 נק') מהו מספר המצבים במרחב החיפוש? הסבירו.

שאלה ממבחן – חורף 2021-2 מועד א'

3. (4 נק') אוניברסיטת Stanford פנתה אליכם לעזרה, והצעתם להם להשתמש באלגוריתם Steepest Ascent Hill climbing - SAHC על מנת למצוא פתרון.
האם SAHC בהכרח ישחזר את המסמך המקורי? הסבירו.

4. (4 נק') אחד מהמרצים ב Stanford חושד שאתם מנסים לרמות אותם. הוא טוען שעדיף להשתמש ב-SAHC with sideways steps.
1. האם SAHC with sideways steps בהכרח ימצא פתרון?

2. עבור מקרים שבהם SAHC ו-SAHC with sideways steps מוצאים פתרון, האם ייתכן כי SAHC with sideways steps ימצא פתרון בפחות צעדים?

שאלה ממבחן – חורף 2021-2 מועד א'

5. (4 נק') הגעתם לפשרה כי הכי טוב להריץ את Stochastic Hill climbing.
1. האם Stochastic Hill climbing בהכרח ימצא פתרון?

2. עבור מקרים שבהם SAHC ו- Stochastic Hill climbing מוצאים פתרון, האם ייתכן כי Stochastic Hill climbing ימצא פתרון בפחות צעדים?