

תורת החישוביות (343632) — בוחן אמצע

אביב תשפ"א

23.5.2021

מרצה: פרופ' איל קושלביץ (אחראי).

מתרגלים: נטע דפני (אחראית), דור קצלניק, עידו רפאל, קיאה מיוחס, ויקטור קולובוב.

הנחיות:

- הבחינה היא עם חומר סגור.
- משך הבחינה – שעה. בבחינה יש 4 שאלות. השתדלו לא להתעכב יותר על המידה על סעיף מסוים, כדי לצבור את מרב הנקודות בזמן העומד לרשותכם.
- לשימושכם מצורף למחברת זו דף עזר (בעמוד האחרון).
- אפשר להשתמש בעט או בעפרון בתנאי שהכתב נראה היטב בסריקת התשובות.
- בשאלות בהן יש לתאר מכונת טיורינג, ניתן להסתפק בתיאור מילולי משכנע של אופן פעולת המכונה, ואין צורך להגדיר פונקציית מעברים.
- מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בהרצאה, בתרגול או בתרגיל בית, בתנאי שמצטטים אותה באופן מדויק, אלא אם נדרשתם במפורש להוכיחה.

בהצלחה!

1 שפות שאינן ב-RE (שאלה מההרצאה) (20 נק')

1. הוכיחו בצורה ישירה (ללא הסתמכות על שום שפה אחרת) כי $\overline{L_D} \notin RE$ (15 נק')
הבהרה: יש לחזור על ההוכחה הישירה שהוצגה בהרצאה ולנמק את כל המעברים.

2. הציגו רדוקציה (בצורה מפורשת) $\overline{L_D} \leq \overline{L_u}$ והוכיחו בקצרה את נכונותה. (5 נק')

2 שפות ופונקציות (שאלת ת"ב) (30 נק')

בהינתן שפה $L \subseteq \{0, 1\}^*$ ופונקציה מלאה $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ נגדיר $f(L) = \{f(x) : x \in L\}$. הוכיחו/הפריכו:

1. $f(L) \in \text{RE} \Leftrightarrow L \in \text{R}$. (10 נק')

2. $L \in R \vee f$ ניתנת לחישוב $\Leftarrow f(L) \in R$. (10 נק')

3. $L \in \text{RE} \wedge f \text{ ניתנת לחישוב} \Leftrightarrow f(L) \in \text{RE}$ (10 נק')

3 וריאציה על משפט רייס (שאלה מהתרגול) (20 נק')

הוכיחו את הוריאציה הבאה על משפט רייס: אם $S \subseteq RE$, תכונה לא ריקה של שפות המכילה רק שפות סופיות, אז $L_S \notin RE$.

4 סיווג שפות (שאלת ת"ב) (30 נק')

לאורך השאלה כל המכונות עליהן מדובר הן מכונות אי דטרמיניסטיות.

לכל אחת מהשפות הבאות קבעו האם היא ב- R והאם היא ב- RE . הוכיחו את תשובתכם.

הערה: בשאלה זו, כאשר מראים אי שייכות של שפה ל- R או RE , ניתן להסתפק בהגדרה מפורשת של רדוקציה מבלי להוכיח את תקפות הרדוקציה ושאר התנאים הנדרשים מרדוקציה.

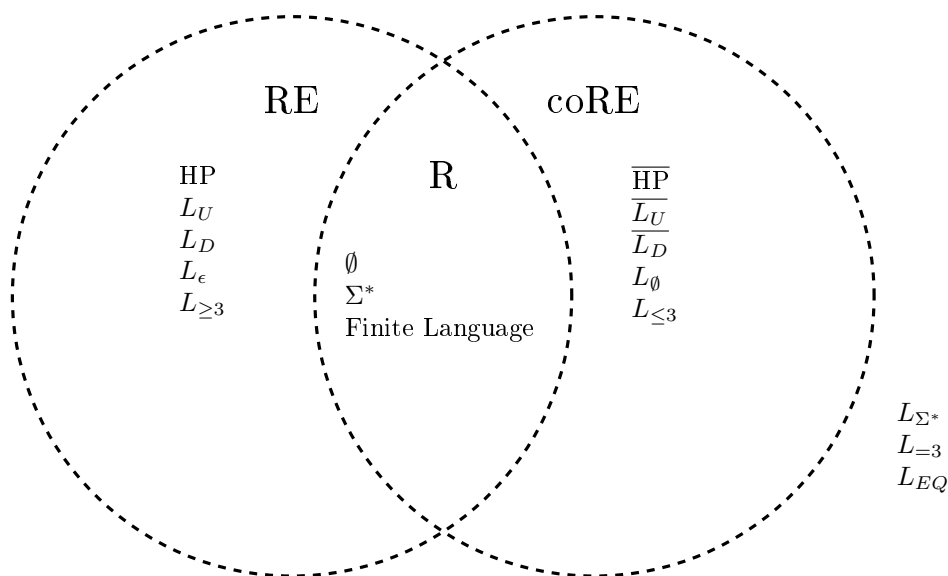
1. $\{M \mid M \text{ מסלול חישוב של } M \text{ על הקלט } \epsilon \text{ בו } M \text{ לא עוברת את תא מספר } 10\}$. $L_1 = \{ \langle M \rangle \mid 10 \text{ נק'} \}$

2. M מ"ט א"ד ואין מסלול חישוב של M על הקלט ϵ שהוא מסלול סופי $L_2 = \{\langle M \rangle \mid$ (10 נק')

3. M מ"ט א"ד וקיים מסלול חישוב של M על הקלט ϵ בו M מבקרת באותה קונפיגורציה פעמיים $L_3 = \{\langle M \rangle \mid$ (10 נק')

אוסף שפות (כולן מעל א"ב $\{0, 1\}$) והסווג שלהן:

- $HP = \{(\langle M \rangle, x) \mid M \text{ halts on } x\}$.
- $L_D = \{\langle M \rangle \mid M \text{ accepts } \langle M \rangle\}$.
- $L_u = \{(\langle M \rangle, x) \mid M \text{ accepts } x\}$.
- $L_{\Sigma^*} = \{\langle M \rangle \mid L(M) = \Sigma^*\}$.
- $L_\epsilon = \{\langle M \rangle \mid \epsilon \in L(M)\}$.
- $L_\emptyset = \{\langle M \rangle \mid L(M) = \emptyset\}$.
- $L_{\geq 3} = \{\langle M \rangle \mid |L(M)| \geq 3\}$.
- $L_{\leq 3} = \{\langle M \rangle \mid |L(M)| \leq 3\}$.
- $L_{=3} = \{\langle M \rangle \mid |L(M)| = 3\}$.
- $L_{EQ} = \{(\langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle) \mid L(M_1) = L(M_2)\}$.



סיבוכיות קולמוגורוב: $K(x)$ הוא מספר המצבים המינימלי של מכונת טיורינג בעלת $\Gamma = \{0, 1, b\}$ שעל קלט ϵ כותבת את x .
משפט: הפונקציה $K(x)$ אינה ניתנת לחישוב.