

## תורת החישוביות (236343) – בוחן אמצע

### אביב תשע"ח

מרצה: פרופ' איל קושלביץ (אחראי).  
מתרגלים: אוהד טלמון (אחראי), דוד נאורי, מיכל דורי, אבי קפלן, דור קצלניק.

#### הנחיות:

- הבחינה היא עם חומר סגור. חל איסור מפורש על החזקת אמצעי תקשורת נייד, דוגמת טלפון סלולרי, ברשות הנבחן בעת הבחינה.
- משך הבחינה – שעה. השתדלו לא להתעכב יתר על המידה על סעיף מסוים, כדי לצבור את מרב הנקודות בזמן העומד לרשותכם.
- לשימושכם מצורף למחברת זו דף עזר (בעמוד האחרון).
- אפשר להשתמש בכל כלי כתיבה, אולם אם הוא יהיה חלש מכדי להיקלט בסורק לא תהיה אפשרות לערער על הבדיקה.
- בשאלות בהן יש לתאר מכונת טיורינג, ניתן להסתפק בתיאור מילולי משכנע של אופן פעולת המכונה, ואין צורך להגדיר את פונקציית מעברים.
- מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בהרצאה או בתרגול, בתנאי שמצטטים אותה באופן מדויק, אלא אם נדרשתם במפורש להוכיחה.
- יש להוכיח כל טענה אחרת בה אתם משתמשים, אלא אם צוין במפורש אחרת.

#### בהצלחה!

## 1 סיבוכיות קולמוגורוב, 15 נק' (תרגול)

**תזכורת:** עבור  $x \in \{0, 1\}^*$  סיבוכיות קולמוגורוב של  $x$ , תסומן ע"י  $k(x)$ , היא מספר המצבים המינימלי של מ"ט עם א"ב עבודה  $\Gamma = \{0, 1, b\}$ , שעל קלט  $\epsilon$  פולטת את המחרוזת  $x$ . הוכיחו את הטענות הבאות:

1. הפונקציה  $k(x)$  מלאה (7 נק')

2. הפונקציה  $k(x)$  לא חסומה, כלומר לכל  $c \in \mathbb{N}$  קיים  $x \in \{0, 1\}^*$  כך שמתקיים  $k(x) > c$  (8 נק')

## 2 סיווג שפות, 35 נק'

1. נסחו את משפט הרדוקציה ל-RE. (5 נק', הרצאה)

לכל אחת מהשפות הבאות קבעו האם היא ב-RE והאם היא ב-RE:

$$2. L_1 = \{ \langle M \rangle \mid \exists x, xx \in L(M) \} \text{ (10 נק', ש"ב)}$$

3.  $\{ \langle M \rangle \mid \text{צעים } |\langle M \rangle| \text{ רצה פחות מ-} 10 \text{ נק', ש"ב} \}$   $L_2$

4.  $\{ \text{קיים פולינום } P \text{ כך ש-} M \text{ עוצרת על כל קלט } w \text{ תוך } P(|w|) \text{ צעדים לכל היותר} \mid \langle M \rangle \}$   $L_3 =$  (10 נק', ש"ב)

### 3 אפיונים אלטרנטיביים של RE, 35 נק'

#### 3.1 אפיון באמצעות מנייה

1. הוכיחו כי אם  $L$  לא ריקה, וקיימת פונקציה  $f: \mathbb{N} \rightarrow L$  שהיא מלאה, על וניתנת לחישוב, אז  $L \in \text{RE}$ . (10 נק', ש"ב)

### 3.2 אפיון באמצעות מכונות א"ד

1. הוכיחו כי אם  $M$  היא מ"ט א"ד, אז  $L(M) \in RE$ . (15 נק', תרגול)

נאמר שמחרוזת  $s$  לא ריקה **ניתנת לייצור** ע"י מ"ט  $M$ , אם קיים  $n \in \mathbb{N}$  וקיימים  $x_1, \dots, x_n \in \{0, 1\}^*$  כך שמתקיים

$$f_M(x_1) f_M(x_2) \dots f_M(x_n) = s$$

כלומר,  $s$  ניתנת לייצור ע"י שרשור של פלטים של המכונה  $M$ . נגדיר את השפה השפה  $s$  ניתנת לייצור ע"י  $M$   $L = \{ \langle M \rangle, s \mid s \text{ ניתנת לייצור ע"י } M \}$ .

2. הוכיחו כי  $L \in \text{RE}$ . (10 נק')

**הערה:** אין צורך להראות זאת בשתי דרכים כפי שנדרשתם בתרגיל הבית.



#### 4 השפה $\overline{L_D}$ , 15 נק' (הרצאה)

**תזכורת:**  $\overline{L_D} = \{\langle M \rangle \mid \langle M \rangle \notin L(M)\}$

הוכיחו באופן מפורש (ללא שימוש בשפות אחרות) כי  $\overline{L_D} \notin R$ . יש להסביר כל מעבר בהוכחה.