

## חשוביות (236343)

אביב תשע"ז

בוחן אמצע

12.5.2017

מרצים: פרופ' אלי בן ששון.  
מתרגלים: גלעד קותיאל, אוהד טלמון, סתיו פרלה, מיכאל ריאבצב.

הנחיות:

- משך הבוחן שעה וחצי.
- אסור כל שימוש בחומר עזר, למעט דף העזר המצורף.
- יש לענות על כל השאלות בקצרה ובאופן מסודר.
- ניתן להשתמש בטענות שהוכחו בתרגול או בהרצאות, למעט בסעיפים בהם אתם מתבקשים להוכיח טענות אלו במפורש.
- לא ניתן להסתמך על טענות משיעורי הבית ללא הוכחה.
- הנכם רשאים לכתוב בכל סעיף "לא יודע" ולקבל 20% מהניקוד לאותו סעיף.
- מותר להיעזר בסעיפים קודמים לצורך פתרון סעיף, גם אם לא פתרתם אותם.
- בשאלות בהן יש לתאר מכונת טיורינג, ניתן להסתפק בתיאור מילולי משכנע של אופן פעולת המכונה, ואין צורך להגדיר את פונקציית מעברים.

**בהצלחה!**

**שאלה 1 [40 נקודות]**

עבור כל אחת מהשפות הבאות קבעו האם היא שייכת ל- $R$  והאם היא שייכת ל- $RE$ :

1.  $L_1 = \{ \langle M \rangle : M \text{ עוצרת על כל קלט תוך } 1000 \text{ צעדים לכל היותר} \}$  **(13 נקודות)**

2. (13 נקודות)  $L_2 = \{ \langle M \rangle : \text{קיים קבוע } k \text{ כך ש-} M \text{ עוצרת על כל קלט תוך } k \text{ צעדים לכל היותר} \}$

3. (14 נקודות)  $\{ \text{קיים פולינום } P \text{ כך ש-} M \text{ עוצרת על כל קלט } w \text{ תוך } P(|w|) \text{ צעדים לכל היותר} : \langle M \rangle \}$   $L_3 =$

**שאלה 2 [35 נקודות]**

עבור מ"ט  $M_1$  ו- $M_2$  נסמן  $f_{M_1}(x) = f_{M_2}(x)$  אם שתי המכונות עוצרות בריצה על  $x$  והפלט שלהן זהה. עבור כל אחת מהשפות הבאות קבעו האם היא ב-R, והאם היא ב-RE.

$$1. \quad L_1 = \{(\langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle) : \forall x, f_{M_1}(x) = f_{M_2}(x)\} \quad (12 \text{ נקודות})$$

$$L_2 = \{(\langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle) : \exists x, f_{M_1}(x) = f_{M_2}(x)\} \quad \textbf{(12 נקודות)} \quad 2.$$

3. (11 נקודות)  $L_3 = \{ \langle M \rangle : \text{עוצרת על } x \text{ ו-} 0 \text{ אחרת} \}$  אם  $f_M(\langle M' \rangle, x) = 1$  ו- $x$  לכל  $M'$

**שאלה 3 [25 נקודות]**

**תזכורת:**  $L_{\geq k} = \{\langle M \rangle : |L(M)| \geq k\}$

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

1. (8 נקודות) קיימת מ"ט  $M$  כך ש- $|L(M)| = 10^{20}$ .



2. (8 נקודות) קיימת מ"ט  $M$  כך ש- $L_{\geq 3} \subset L(M) \subset L_{\geq 4}$ .

3. (9 נקודות) קיימת מ"ט  $M$  כך ש- $L_{\leq 4} \subset L(M) \subset L_{\leq 3}$ .

## שפות וסיווגן

- $HP = \{\langle M \rangle, x : x \text{ עוצרת על } M\}$
- $L_U = \{\langle M \rangle, x : x \text{ מקבלת את } M\}$
- $L_D = \{\langle M \rangle : \langle M \rangle \in L(M)\}$
- $L_{\Sigma^*} = \{\langle M \rangle : L(M) = \Sigma^*\}$
- $L_\phi = \{\langle M \rangle : L(M) = \phi\}$
- $L_\epsilon = \{\langle M \rangle : \epsilon \in L(M)\}$
- $L_{EQ} = \{(\langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle) : L(M_1) = L(M_2)\}$
- $L_{\geq 3} = \{\langle M \rangle : |L(M)| \geq 3\}$
- $L_{\leq 3} = \{\langle M \rangle : |L(M)| \leq 3\}$
- $L_{=3} = \{\langle M \rangle : |L(M)| = 3\}$

