

תורת החישוביות (236343) – בוחן אמצע

חורף תשפ"א

3.1.2021

מרצה: פרופ' יובל ישי (אחראי).

מתרגלים: נטע דפני (אחראית), אוהד טלמון, דור קצלניק, עידו רפאל, שחר רומם פלד.

הנחיות:

- הבחינה היא עם חומר סגור ומתקיימת באופן וירטואלי לפי הנהלים הטכניים.
- משך הבחינה – שעתיים. השתדלו לא להתעכב יתר על המידה על סעיף מסוים, כדי לצבור את מרב הנקודות בזמן העומד לרשותכם.
- לשימושכם מצורף למחברת זו דף עזר (בעמוד האחרון).
- אפשר להשתמש בעט או בעפרון בתנאי שהכתב נראה היטב בסריקת התשובות.
- בשאלות בהן יש לתאר מכוונת טיורינג, ניתן להסתפק בתיאור מילולי משכנע של אופן פעולת המכונה, ואין צורך להגדיר את פונקציית מעברים.
- מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בהרצאה, בתרגול או בתרגיל בית, בתנאי שמצטטים אותה באופן מדויק, אלא אם נדרשתם במפורש להוכיחה.
- ניתן לקבל בכל שאלה 20% מהניקוד עבור כתיבת "לא יודע/ת".

בהצלחה!

1 סיווג שפות (45 נק')

עבור כל אחת מהשפות הבאות, קבעו האם היא ב- R , ב- $RE \setminus R$, או לא ב- RE והוכיחו את תשובתכם:

1. M מקבלת כל קלט שאורכו קטן מ-101 (ואולי גם קלטים נוספים) $L_1 = \{\langle M \rangle \mid \text{קלטים נוספים}\}$ (15 נק')

2. $L_2 = \{x \in \{0,1\}^* \mid x \in \overline{HP} \wedge |x| \geq 101\}$ (15 נק')

3. $L_3 = \{x \in \{0,1\}^* \mid K(x) = 101\}$ כאשר K היא סיבוכיות קולמוגורוב (15 נק')

2 מכוונות מהירות (55 נק')

נאמר שמ"ט M_1 מהירה לפחות כמו מ"ט M_2 , ונסמן $M_1 \preceq M_2$, אם לכל $x \in \Sigma^*$:

- אם M_2 עוצרת על x , גם M_1 עוצרת על x .
- אם שתי המכוונות עוצרות על x , מספר הצעדים של M_1 על x הוא לכל היותר מספר הצעדים של M_2 על x .

הוכיחו/הפריכו:

1. לכל M_1, M_2 מתקיים $M_1 \preceq M_2$ או $M_2 \preceq M_1$ (10 נק')

2. $L_{\preceq} \in RE$ כאשר $L_{\preceq} = \{\langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle \mid M_1 \preceq M_2\}$ (15 נק')

3. $L_{\preceq} \in coRE$ (15 נק')

בהנתן פונקציה $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ (חלקית או מלאה), נאמר שמ"ט M היא מ"ט מהירה ביותר עבור f אם $f_M = f$, ולכל M' כך ש- $f_{M'} = f$ מתקיים $M \preceq M'$.
הוכיחו/הפריכו:

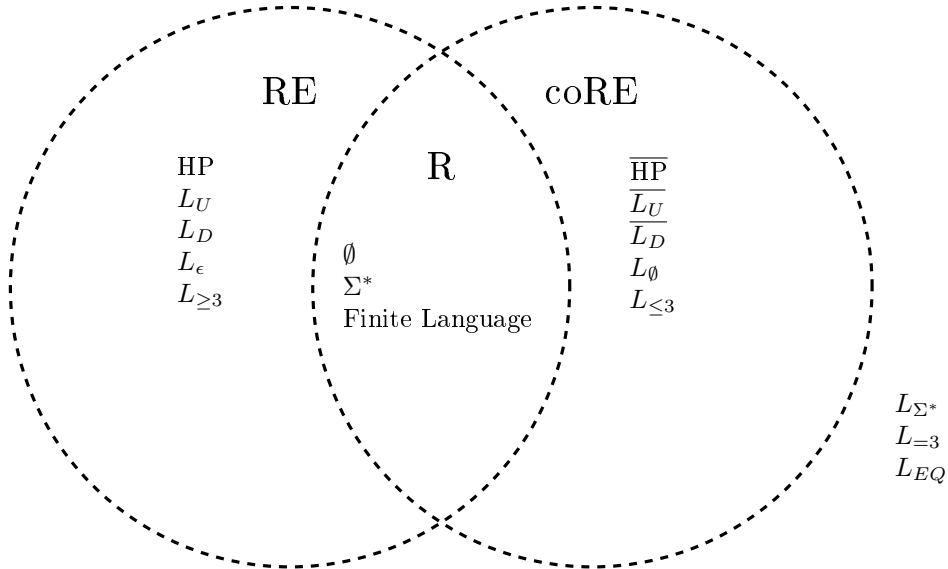
4. קיימת מ"ט מהירה ביותר עבור פונקצית הזהות $f(x) = x$ (10 נק')

5. קיימת מ"ט מהירה ביותר עבור הפונקציה $f_{HP}(x)$ שעבור $x \in HP$ מחזירה x , ואחרת לא מוגדרת. (5 נק')

דף עזר

אוסף שפות (כולן מעל א"ב $\{0, 1\}$) והסווג שלהן:

- $HP = \{ \langle M \rangle, x \mid M \text{ halts on } x \}$.
- $L_U = \{ \langle M \rangle, x \mid M \text{ accepts } x \}$.
- $L_{\Sigma^*} = \{ \langle M \rangle \mid L(M) = \Sigma^* \}$.
- $L_\epsilon = \{ \langle M \rangle \mid \epsilon \in L(M) \}$.
- $L_\emptyset = \{ \langle M \rangle \mid L(M) = \emptyset \}$.
- $L_{\geq 3} = \{ \langle M \rangle \mid |L(M)| \geq 3 \}$.
- $L_{\leq 3} = \{ \langle M \rangle \mid |L(M)| \leq 3 \}$.
- $L_{=3} = \{ \langle M \rangle \mid |L(M)| = 3 \}$.
- $L_{EQ} = \{ \langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle \mid L(M_1) = L(M_2) \}$.



סיבוכיות קולמוגורוב: $K(x)$ הוא מספר המצבים המינימלי של מכונת טיורינג בעלת $\Gamma = \{0, 1, \flat\}$ שעל קלט ϵ כותבת את x .

משפט: הפונקציה $K(x)$ אינה ניתנת לחישוב.