SEMINARIO AADECA-UBA

“Lógica difusa, redes neuronales y control predictivo. Técnicas modernas de control”

Profesora: Dra. Doris Sáez

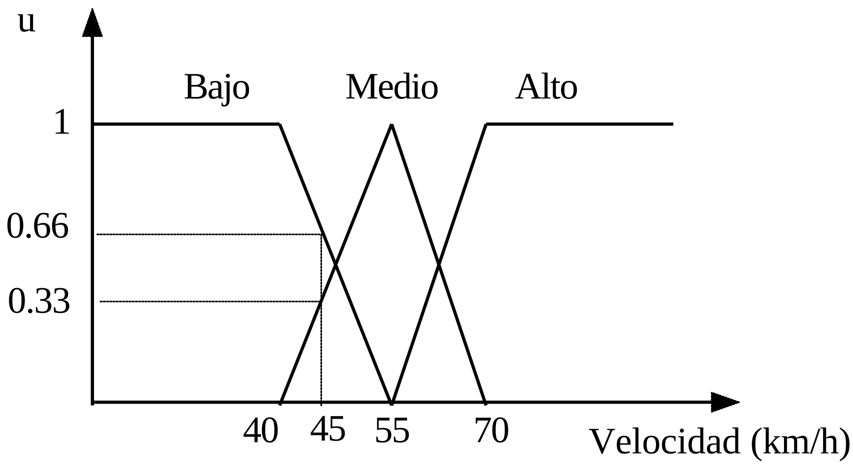
Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes I: Control basado en Modelos Difusos. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

FUNDAMENTOS DE LA LÓGICA DIFUSA

La lógica difusa asocia incertidumbre a la estructura de un conjunto de datos (Zadeh, 1965). Los elementos de un conjunto difuso son pares ordenados que indican el valor del elemento y su grado de pertenencia.

Para un conjunto difuso $A = \{(x, u_A(x)) / x \in X\}$, se tiene que el elemento x pertenece al conjunto A con un grado de pertenencia u_A (x), que puede variar entre 0 y 1. Por lo tanto, una variable puede ser caracterizada por diferentes valores lingüísticos, cada uno de los cuales representa un conjunto difuso.

Por ejemplo, la velocidad puede ser caracterizada por valores lingüísticos como "Bajo", "Medio" y "Alto", que representan "una velocidad aproximadamente menor que 40 km/h", "una velocidad cercana a 55 km/h" y "una velocidad sobre 70 km/h aprox." respectivamente. Estos términos se asocian a conjuntos difusos con funciones de pertenencia como las mostradas en la siguiente figura.



Por lo tanto, si la velocidad es 45 km/h, existen grados de pertenencia 0.6, 0.3 y 0 a los conjuntos difusos "Bajo", "Medio" y "Alto" respectivamente.

Operaciones básicas de lógica difusa

Dados dos conjuntos difusos A y B en el mismo universo X, con funciones de pertenencia u_A y u_B respectivamente, se pueden definir las siguientes operaciones básicas:

Unión. La función de pertenencia de la unión de A y B se define como:

$$u_{A \cup B} = \max\{(u_A(x), u_B(x))\}$$

Intersección. La función de pertenencia de la intersección de A y B es:

$$u_{A \cap B} = \min\{(u_A(x), u_B(x))\}$$

Complemento. La función de pertenencia del complemento de A se define como:

$$u_{\bar{A}}(x) = 1 - u_A(x)$$

Producto cartesiano. Dados los conjuntos difusos A1, ..., An con universos X_1, ..., X_n respectivamente, se define el producto cartesiano como un conjunto difuso en $X_1 \times \ldots \times X_n$ con la siguiente función de pertenencia:

$$u_{A1x..xAn}(x_1, \ldots, x_n) = \min\{u_{A1}(x_1), \ldots, u_{An}(x_n)\}$$

según Mamdani (1974)

$$u_{A1x..xAn}(x_1, \ldots, x_n) = u_{A1}(x_1) \cdot u_{A2}(x_2) \cdots u_{An}(x_n)$$

según Larsen (1980).

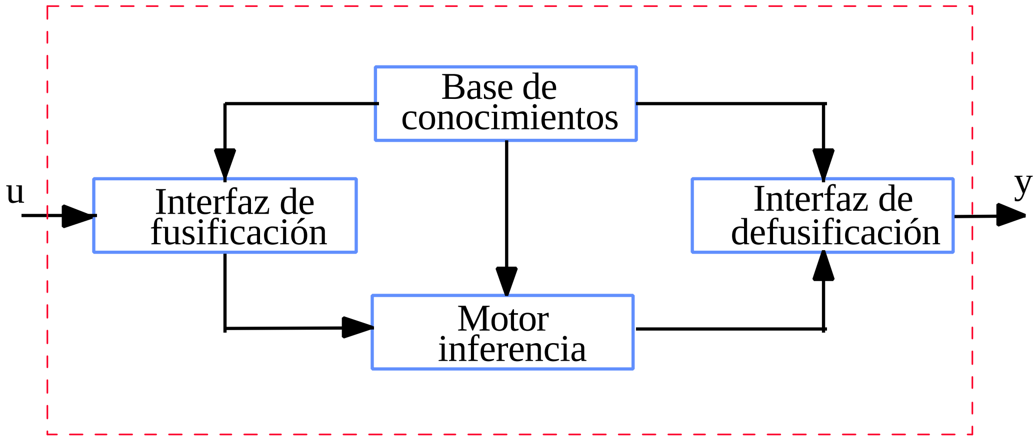
MODELOS BASADOS EN LÓGICA DIFUSA

- Modelos difusos lingüísticos
- Modelos difusos de Takagi y Sugeno

MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

Estos modelos se basan en un conjunto de reglas heurísticas donde las variables lingüísticas de las entradas y salidas se representan por conjuntos difusos.

La siguiente figura muestra las principales componentes de un modelo difuso lingüístico: interfaz de fusificación, base de conocimiento, motor de inferencia e interfaz de defusificación (Lee, 1990).



Interfaz de fusificación. Este elemento transforma las variables de entrada del modelo (u) en variables difusas. Para esta interfaz se deben tener definidos los rangos de variación de las variables de entrada y los conjuntos difusos asociados con sus respectivas funciones de pertenencia.

Base de conocimientos. Contiene las reglas lingüísticas del control y la información referente a las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos.

Estas reglas lingüísticas, tienen típicamente la siguiente forma:

Si u_1 es A y u_2 es B entonces y es C

donde A, B y C son los conjuntos difusos de las variables de entrada u_1 y u_2, y de la variable de salida y respectivamente.

Existen varias formas de derivar las reglas (Lee, 1990), entre las que destacan las basadas en:

- La experiencia de expertos y el conocimiento de ingeniería de control. La base de reglas se determina a partir de entrevistas con el operador o a través del conocimiento de la dinámica del proceso.

- La modelación del proceso. Los parámetros de la base de conocimiento se obtienen a partir de datos de entrada y salida del proceso.

Motor de inferencia. Realiza la tarea de calcular las variables de salida a partir de las variables de entrada, mediante las reglas del controlador y la inferencia difusa, entregando conjuntos difusos de salida.

Por ejemplo, dada una base de conocimiento con n reglas del tipo:

Si u_1 es A_i y u_2 es B_i entonces y es C_i

la secuencia de cálculos que realiza el motor de inferencia incluye:

- Determinar el grado de cumplimiento W_i de cada regla a partir de los grados de pertenencia de las variables de entrada obtenidos en la etapa de fusificación, es decir,

$$W_i = \min(u_{A_i}, u_{B_i})$$

debido a que las premisas de la reglas están unidos por operadores AND, definidos como la intersección de conjuntos difusos.

- Para cada regla se tiene una consecuencia "y es C_i", que tiene asociado una función de pertenencia u_{C_i}. Por lo tanto, se tiene un conjunto de salida C'_i, cuya función de pertenencia es:

$$u_{C'_i} = \min(W_i, u_{C_i})$$

donde W_i es el grado de cumplimiento para la regla i.

- Para evaluar el conjunto total de reglas, se unen los conjuntos difusos C'_i resultantes de cada regla, generándose un conjunto de salida con la siguiente función de pertenencia:

$$u_{C'} = \max(u_{C'_i}) \quad i = 1, \ldots, n$$

De esta forma, se obtiene una salida difusa del controlador, con una función de pertenencia $u_{C'}$.

Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes I: Control basado en Modelos Difusos. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

Interfaz de defusificación. Este elemento provee salidas discretas y determinísticas a partir de los conjuntos difusos C' obtenidos como resultado de la inferencia.

Existen diferentes métodos de defusificación, algunos de los cuales se describen a continuación:

- Método del máximo. La salida corresponde al valor para el cual la función de pertenencia $u_{C'}$ alcanza su máximo.

- Media del máximo. La salida es el promedio entre los elementos del conjunto C' que tienen un grado de pertenencia máximo.

- Centro de área. Genera como salida el valor correspondiente al centro de gravedad de la función de pertenencia del conjunto de salida C'.

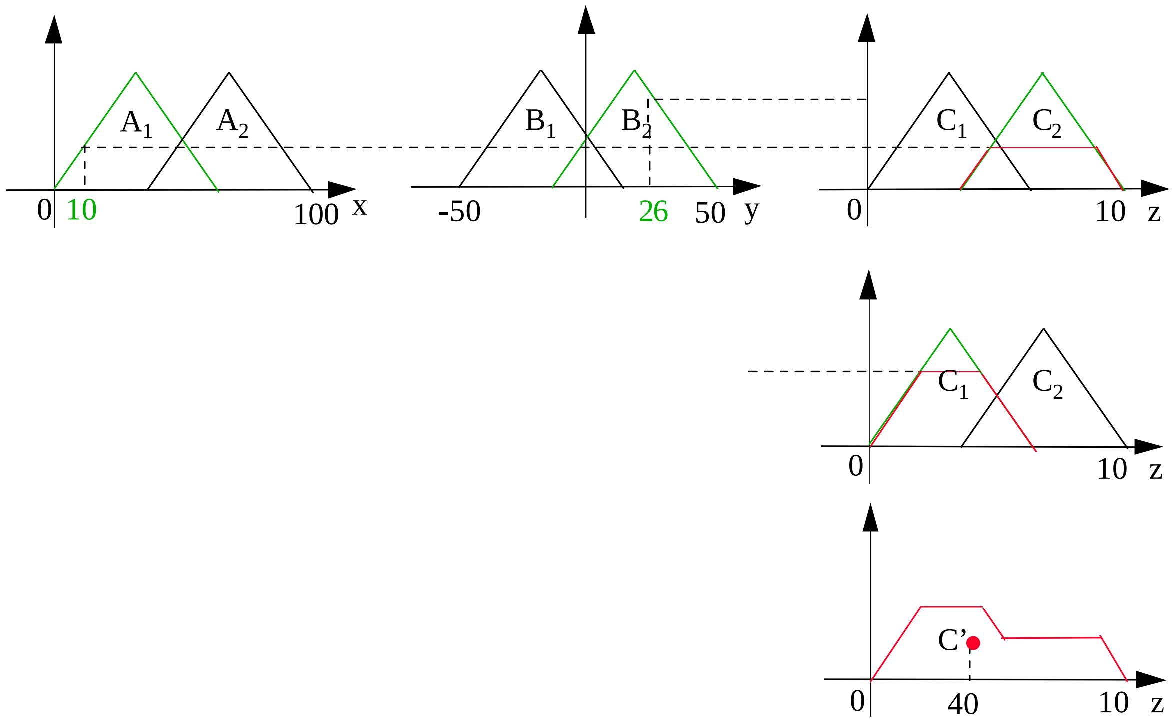
Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes I: Control basado en Modelos Difusos. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

<u>Ejemplo</u>

Reglas Si x es A e y es B entonces z es C

R_1 Si x es A_1 e y es B_2 entonces z es C_2
R_2

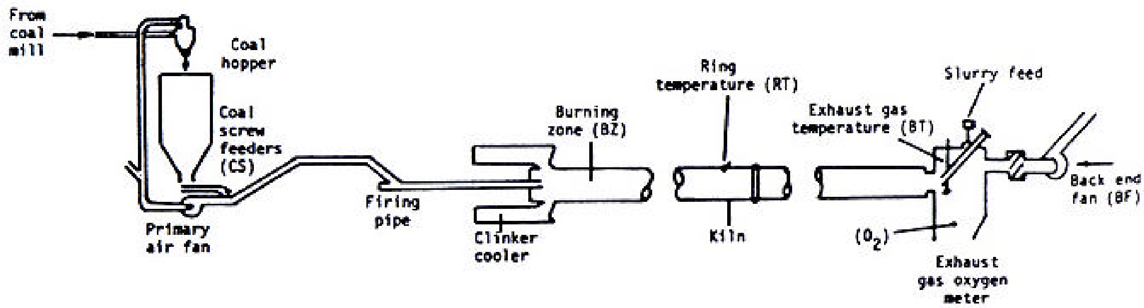
x = 20 y = 26 z?



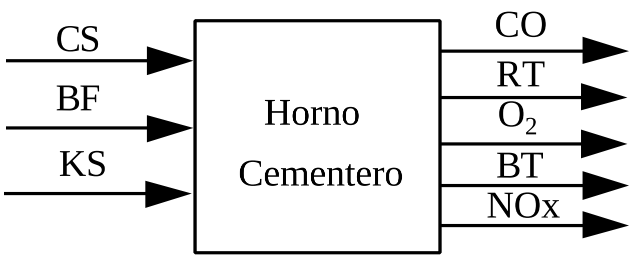
Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes I: Control basado en Modelos Difusos. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

Ejemplo 2 Modelación de las acciones de control de un operador de un horno cementero.

En la siguiente figura se presenta un diagrama del proceso, donde el carbón proveniente de un molino, alimenta una tolva y es transportado hacia el horno. El ventilador primario sirve para mantener la llama en la zona de cocción.



La mezcla, que permite la formación de los compuestos del cemento, se desplaza desde la parte posterior del horno (derecha de la figura) en contracorriente al flujo de calor, calcinándose y cociéndose, hasta obtenerse el clinker o producto final del horno que pasa posteriormente al enfriador. El ventilador de inducción sirve para succionar los gases producidos en la combustión.



El diagrama muestra las variables de entrada y de salida del proceso:

- el flujo de alimentación del carbón (CS),
- la velocidad del ventilador de inducción (BF) y
- la velocidad del horno (KS).

- el porcentaje de monóxido de carbono en los gases (CO),
- la temperatura de los gases en la zona intermedia (RT),
- el porcentaje de oxígeno en los gases (O_2),
- la temperatura de los gases en la zona posterior (BT) y
- el porcentaje de óxido nitroso en los gases (NOx).

Experimentalmente, se ha comprobado que la dinámica de este sistema es no lineal, con retardos, fuertes interacciones y muy dependiente de las condiciones iniciales.

A partir de la experiencia de operadores para hornos cementeros, se puede deducir, en términos generales, que el flujo de carbón es la variable manipulada que produce el mayor efecto. Por ejemplo, un aumento de CS genera:
- una disminución de O_2 y CO, y
- un aumento de las temperaturas RT y BT, y del NOx.

Por su parte, un aumento en BF
- aumenta el O_2, CO y BT, y
- disminuye RT y NOx.

Al aumentar KS, aumentan RT y BT.

A partir de estas afirmaciones, una regla que representa las acciones de control del operador puede ser:

Si CO es alto entonces CS aumenta y BF disminuye

MODELOS DIFUSOS DE TAKAGI Y SUGENO

Estos modelos se caracterizan por relaciones basadas en reglas difusas, donde las premisas de cada regla representan subespacios difusos y las consecuencias son una relación lineal de entrada-salida (Takagi y Sugeno, 1995).

Las variables de entrada en las premisas de cada regla son relacionadas por operadores "y" y la variable de salida es una combinación lineal de las variables de estado. Por lo tanto, las reglas del modelo tienen la siguiente forma:

$$R_i: \text{ Si } X1 \text{ es } Al_i \text{ y } \ldots \text{ y } Xk \text{ es } Ak_i$$

$$\text{entonces } Y_i = p_0^i + p_1^i\, X1 + \ldots + p_k^i\, Xk$$

donde $X1, \ldots, Xk$ son las variables de entrada o premisas de las reglas,
$A1_i, \ldots, Ak_i$ son los conjuntos difusos asociados a las variables de entrada,
$p_0^1, \ldots, p_k^i$ son los parámetros de la regla i, e
Y_i es la salida de la regla i.

Por lo tanto, la salida del modelo, Y, se obtiene ponderando la salida de cada regla por su respectivo grado de cumplimiento W_i, es decir:

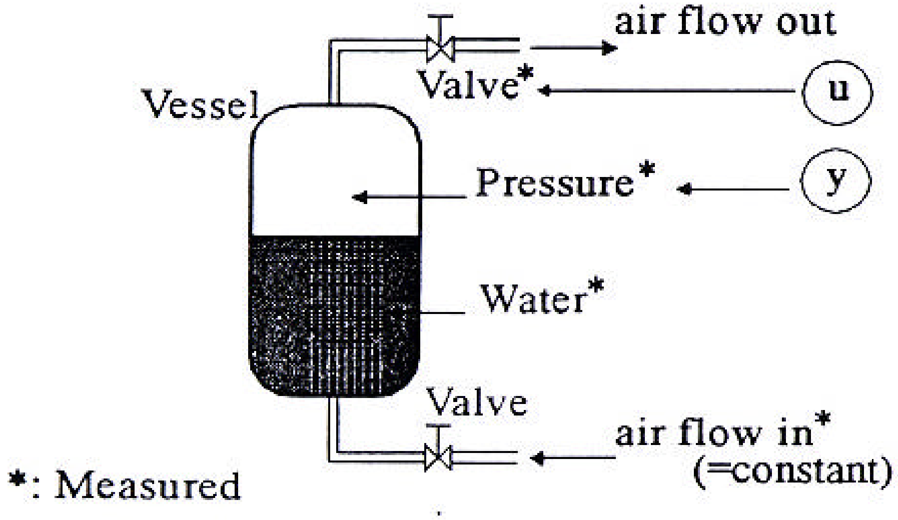
$$Y = \sum_{i=1}^{M} (W_i\, Y_i) \,/\, \left(\sum_{i=1}^{M} W_i\right)$$

donde M es el número de reglas del modelo y W_i se calcula según el operador intersección.

Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes I: Control basado en Modelos Difusos. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

<u>Ejemplo</u> Modelo difuso de Takagi y Sugeno para un fermentador batch de alimentación.

La presión en el estanque de fermentación puede ser controlada a través del cambio de flujo de aire de salida manteniendo constante el flujo de aire de entrada.

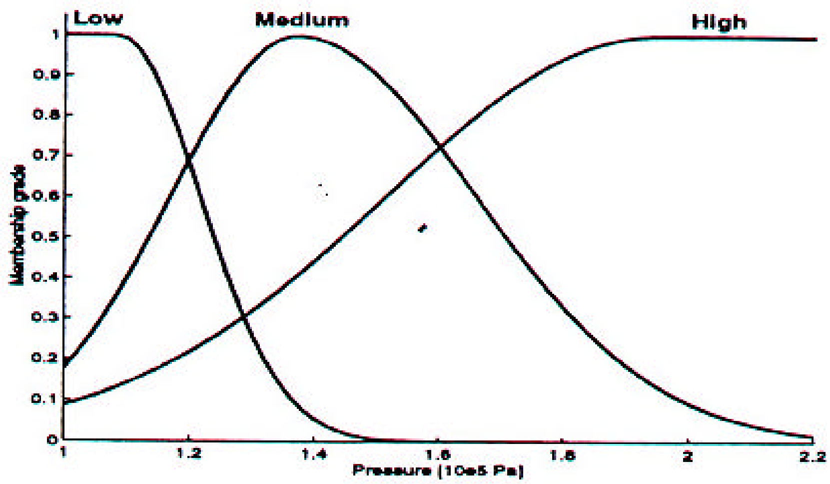


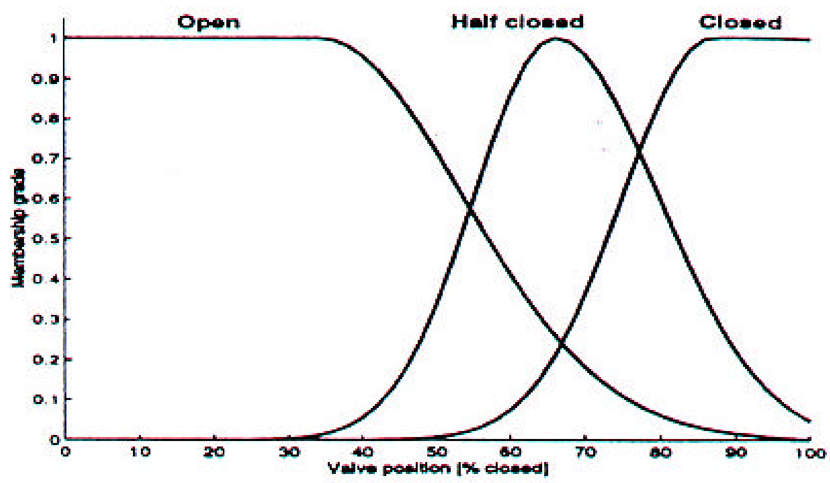
A continuación se presentan la base de reglas del modelo de Takagi y Sugeno que caracterizan al fermentador.

1	If pressure y(k) is *Low* and valve u(k) is *Open*
	then $y(k+1) = 0.67y(k) + 0.0007u(k) + 0.35$
2	If y(k) is *Medium* and u(k) is *Half Closed*
	then $y(k+1) = 0.80y(k) + 0.0028u(k) + 0.07$
3	If y(k) is *High* and u(k) is *Closed*
	then $y(k+1) = 0.90y(k) + 0.0071u(k) - 0.39$

Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes I: Control basado en Modelos Difusos. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

Funciones de pertenencia del modelo de Takagi y Sugeno
que caracterizan al fermentador



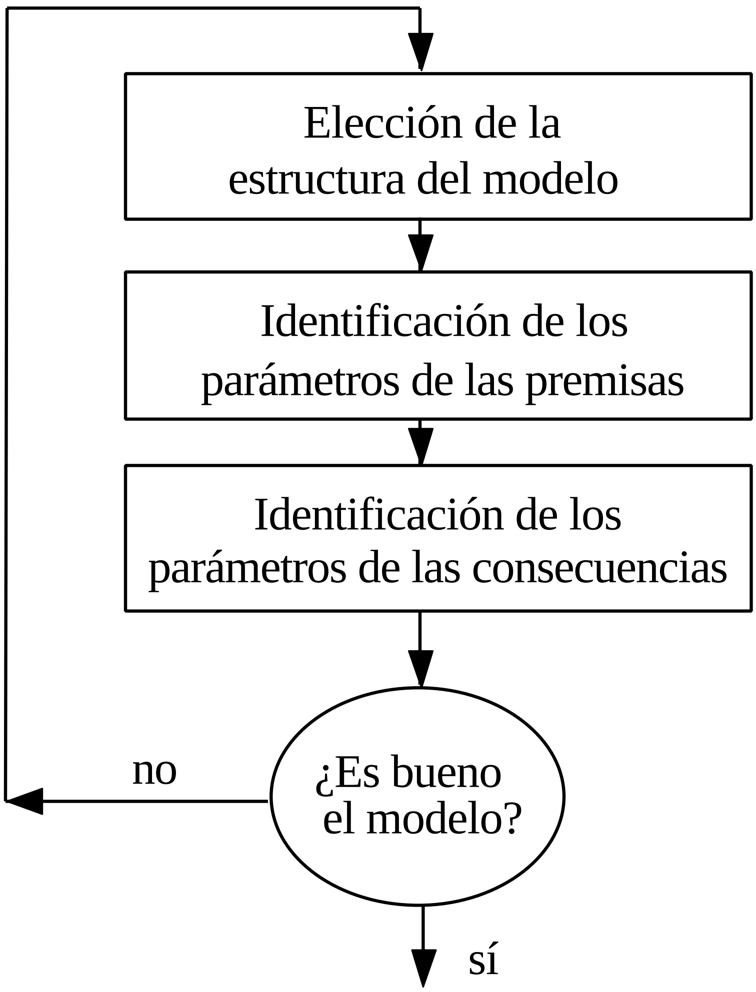


Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes I: Control basado en Modelos Difusos. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

Método de identificación

Los conjuntos difusos y las funciones de pertenencia se definen a partir de un conocimiento previo del proceso y los parámetros de las consecuencias se obtienen por un algoritmo de mínimos cuadrados.

En la siguiente figura se presenta un diagrama del método de identificación:



Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes I: Control basado en Modelos Difusos. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

Identificación de los parámetros de las premisas

En esta estructura los conjuntos difusos $A1_i$, ..., Ak_i y sus respectivas funciones de pertenencia pueden ser determinadas basándose en un conocimiento previo del proceso o por métodos más complejos como "clustering" difuso.

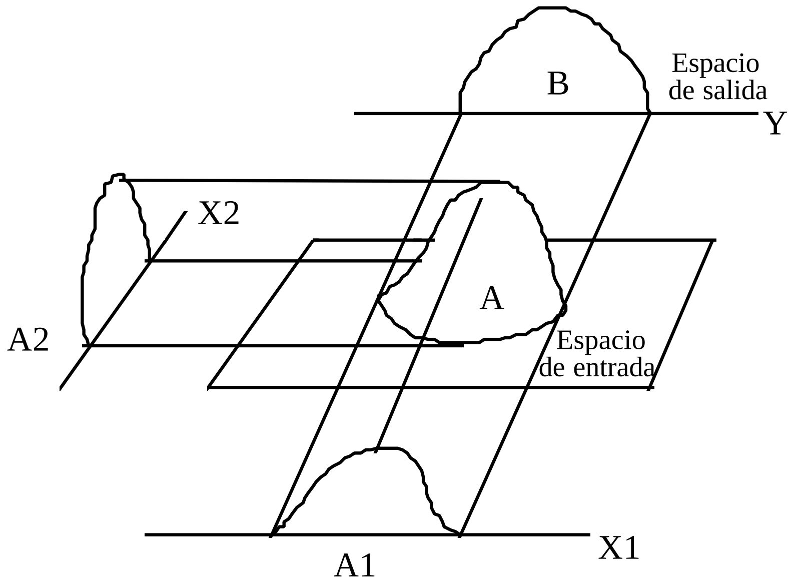
"Clustering" difuso

El número óptimo de reglas y conjuntos difusos del modelo se determina haciendo una partición del universo de la variable de salida y luego proyectándolo al espacio de entrada (Sugeno, 1993).

Para obtener los conjuntos difusos de la salida, el criterio utilizado es minimizar la distancia entre el dato de salida y el centro de cada conglomerado ("cluster") difuso.

Luego de un procedimiento iterativo de optimización de las distancias, se obtiene el número de conjuntos o conglomerados difusos y sus grados de pertenencia de los datos de salida a cada conjunto.

A continuación, para determinar los parámetros de las funciones de pertenencia de las premisas, los conjuntos difusos de las variables de salida son proyectados al espacio de entrada para definir esos conjuntos difusos, como se muestra en la siguiente figura.



Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes I: Control basado en Modelos Difusos. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

Identificación de los parámetros de las consecuencias

En general, los parámetros $p_0^i, \ldots, p_k^i$ de las consecuencias se obtienen por el método de mínimos cuadrados, es decir, se minimiza el índice de error dado por:

$$e^2 = \sum_{p=1}^{N} (y_p - \hat{y}_p)^2$$

donde y_p es la salida real del proceso,
$\hat{y}_p$ es la salida del modelo difuso, considerando las mismas entradas del proceso, y
N es el número de muestras.

Finalmente, con los parámetros óptimos de las consecuencias ya determinados se puede alterar la estructura del modelo o las funciones de pertenencia obtenidas, de manera de reducir el índice de error.