SEMINARIO AADECA-UBA

“Lógica difusa, redes neuronales y control predictivo. *Técnicas modernas de control*”

Profesora: Dra. Doris Sáez

APUNTES III:
CONTROL PREDICTIVO NO LINEAL

Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes IV: Control Predictivo No Lineal. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

CONTROL PREDICTIVO NO LINEAL

Debido a que los procesos reales son no lineales o presentan diferentes condiciones de operación han surgido diversas estrategias de control para resolver este tema.

En particular se presentarán, a continuación, estrategias de control predictivo no lineal.

CONTROL PREDICTIVO
"GAIN SCHEDULED" (Chow, 1995)

Modelo no lineal: Modelo interpolado para describir el comportamiento no lineal del proceso (Modelo discreto variante en el tiempo).

$$A\left(v(t), z^{-1}\right)y(t) = B\left(v(t), z^{-1}\right)u(t-1)$$

con v(t) es una variable "scheduling" de la cual dependen los parámetros de los polinomios A y B.

A continuación, se presentan los pasos de la estrategia de control.

1.- Identificación de una familia de modelos lineales

$$A_i\left(z^{-1}\right)y(t) = B_i\left(z^{-1}\right)u(t-1)$$

2.- Derivación de una ley de control GPC para cada modelo lineal válido para un punto de operación.

$$\Delta u_i(t) = \left(G^T G + \lambda I\right)G^T\left(w - f\right)$$

3.- La ley de control global "Gain-sheduling" es obtenida interpolando los parámetros del controlador entre los puntos de operación. Generalmente, los puntos de operación dependen de una variable del proceso v(t).

4.- Para la interpolación se puede utilizar la interpolación de ganancias y ceros del proceso, obteniendo transiciones suaves en la respuesta del sistema.

Por ejemplo, la ganancia interpolada K está dada por:

$$K(v(t)) = K(v_1(t)) + (K(v_1(t)) - K(v_1(t)))\frac{v(t) - v_1(t)}{v_2(t) - v_1(t)}$$

con v(t) es la variable que determina el punto de operación y $v_i(t)$ son los puntos de operación.

CONTROL PREDICTIVO CON TRANSFORMACIÓN NO LINEAL (Bosley, 1993)

1.- Modelo no lineal

$$\dot{x} = g(x, u)$$

2.- Transformación en variables de estado para convertir el sistema no lineal en un sistema lineal.

3.- Derivación de un controlador lineal (controlador predictivo) para el sistema lineal

4.- Transformación inversa para determinar la acción de control

Desventaja: Este método es sólo aplicable a ciertos sistemas no lineales donde es posible encontrar las respectivas transformaciones.

CONTROL DMC LINEAL PONDERADO (Di Marco, 1997)

1.- Modelo no lineal: Suma ponderada de modelos lineales para representar las diferentes zonas de operación.

$$y(t)=\sum_{i=1}^{n} w_i y_i(t)$$

donde n es el número de zonas de operación y $y_i(t)$ son los modelos lineales para cada zona de operación.

Las ponderaciones w_i son calculadas en función de la distancia d_i entre un punto de operación genérico (actual) y(t) y un punto de operación y_i (t):

$$w_i=\frac{d_i^{-1}}{\sum_{j=1}^{n} d_j^{-1}} \quad \text{con } d_i=\left|y(t)-y_i(t)\right| \text{ y } \sum_{i=1}^{n} w_i=1$$

2.- Derivación de un modelo lineal en cada instante de muestreo.

3.- Derivación de una acción de control DMC para cada instante de muestreo.

CONTROL DMC NO LINEAL (Di Marco, 1997)

1.- Modelo no lineal: Modelo fenomelógico

2.- Derivación de un modelo lineal por linealización en cada instante de muestreo.

3.- Derivación de un DMC en cada instante de muestreo.

CONTROL PREDICTIVO
BASADO EN MODELOS DIFUSOS

Los modelos difusos sirven para representar las no linealidades del proceso.

A continuación, se presentan las diversas estrategias de control predictivo difuso.

<u>Cipriano & Ramos (1995)</u>

GPC basado en modelos difusos de Takagi & Sugeno.

Modelo difuso de Takagi & Sugeno

$$\begin{aligned}
R_i : &\text{Si } y(t-1) \text{ es } A1_i \text{ y} \ldots \text{y } y(t-ny) \text{ es } Any_i \text{ y} \\
&u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ y} \ldots \text{y } u(t-nu) \text{ es } Bnu_i \\
&\text{entonces } y_i(t) = a_1^i y(t-1) + \ldots + a_{ny}^i y(t-ny) \\
&+ b_1^i u(t-1) + \ldots + b_{nu}^i u(t-nu) + c^i
\end{aligned}$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^{M} w_i y_i}{\sum_{i=1}^{M} w_i}$$

Controlador difuso

Para cada regla se deriva un controlador GPC lineal. De esta manera, el controlador difuso incluye las mismas premisas que el modelo difuso y las consecuencias están dadas por las acciones de control resultantes (GPC lineales)

$$
\begin{aligned}
R_i :& \text{Si } y(t-1) \text{ es } A1_i \text{ y} \ldots \text{ y } y(t-ny) \text{ es } Any_i \text{ y} \\
& \quad u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ y} \ldots \text{ y } u(t-nu) \text{ es } Bnu_i \\
& \quad \text{entonces } \Delta u_i(t) = f_i\left(\Delta u(t-1), \ldots, y(t), y(t-1), \ldots\right)
\end{aligned}
$$

con f_i es un controlador GPC lineal para la regla i.

Entonces, la acción de control GPC difusa está dada por:

$$
\Delta u(t) = \frac{\sum_{i=1}^{M} w_i \Delta u_i(t)}{\sum_{i=1}^{M} w_i}
$$

Desventajas

Consecuencia del modelo difuso regla R_i:

$$
\begin{aligned}
y_i(t) = & \, a_1^i y(t-1) + \ldots + a_{ny}^i y(t-ny) \\
& + b_1^i u(t-1) + \ldots + b_{nu}^i u(t-nu) + c^i
\end{aligned}
$$

Para cada regla se minimiza la siguiente función objetivo:

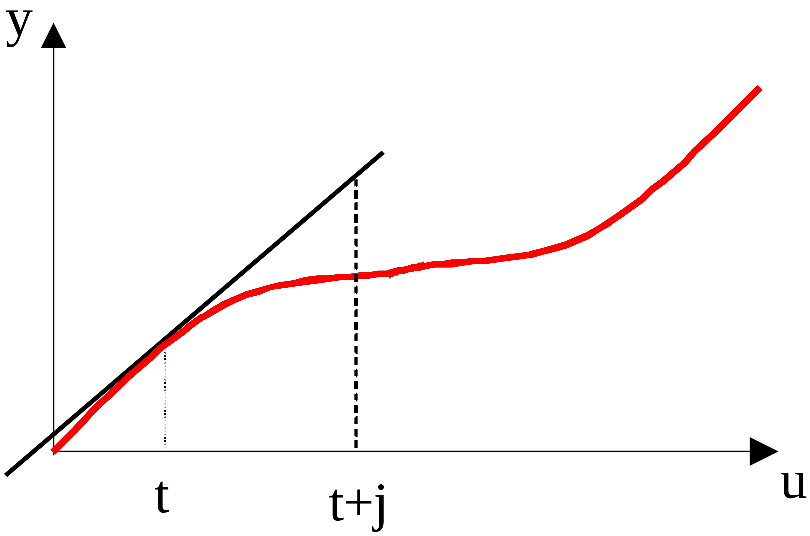
$$
J_i = \sum_{j=N_1}^{N_2} \left[w(t+j) - \hat{y}_i(t+j/t)\right]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j)\left[\Delta u(t+j-1)\right]^2
$$

donde $\hat{y}_i(t+j/t)$ es la predicción a j pasos con el modelo lineal de la regla i.

Se debiese minimizar la siguiente función objetivo:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \left[w(t+j) - \hat{y}(t+j/t) \right]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) \left[\Delta u(t+j-1) \right]^2$$

donde $\hat{y}(t+j/t)$ es la predicción a j pasos con el modelo difuso completo.



Sin embargo, la solución del GPC difuso (Cipriano & Ramos, 1995) es una buena aproximación y es de fácil y rápida implementación.

Roubos (1998)

Controlador predictivo basado en la linealización del modelo difuso de Takagi & Sugeno

Modelo difuso de Takagi & Sugeno

$$R_i : \text{Si } x_1(t) \text{ es } Al_i \text{ y} \dots \text{y } x_n(t) \text{ es } An_i$$
$$\text{entonces } x^i(t+1) = A^i x(t) + B^i u(t) + C^i$$

$$x(t+1)=\sum_{i=1}^{M} w_i x^i(t+1)$$

con w_i es el grado de activación normalizado.

1.- Modelo lineal variante en el tiempo equivalente

$$x(t+1)=A(t)x(t)+B(t)u(t)+C(t)$$

con $A(t)=\sum_{i=1}^{n} w_i(t)A^i$

$$B(t)=\sum_{i=1}^{n} w_i(t)B^i$$

$$C(t)=\sum_{i=1}^{n} w_i(t)C^i$$

2.- En cada instante o período de muestreo, se deriva un modelo lineal, evaluando las premisas del modelo difuso o grados de activación.

3.- Para cada modelo lineal resultante se diseña un controlador predictivo lineal.

4.- En el siguiente instante, se actualiza el modelo lineal

Ventajas: Fácil y rápida implementación.

Desventajas: Solución sub-óptima

Cipriano & Sáez (1996)

Modelo difuso de Takagi & Sugeno

$$
\begin{aligned}
&R_i : \text{Si } y(t-1) \text{ es } Al_i \text{ y} \ldots \text{y } y(t-ny) \text{ es } Any_i \text{ y} \\
&\quad u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ y} \ldots \text{y } u(t-nu) \text{ es } Bnu_i \\
&\quad \text{entonces } A_i(z^{-1})y_i(t) = B_i(z^{-1})u(t-1) + \frac{e_i(t)}{\Delta}
\end{aligned}
$$

Predictor difuso

Se deriva la predicción lineal para cada modelo lineal de cada regla:

$$
\begin{aligned}
&R_i : \text{Si } y(t-1) \text{ es } Al_i \text{ y} \ldots \text{y } y(t-ny) \text{ es } Any_i \text{ y} \\
&\quad u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ y} \ldots \text{y } u(t-nu) \text{ es } Bnu_i \\
&\quad \text{entonces } \hat{y}_i = G_i \Delta u + f_i
\end{aligned}
$$

donde $\hat{y}_i$ es el vector de predicciones

$$\hat{y}_i = \left[\hat{y}_i(t+N_1), \ldots, \hat{y}_i(t+N_2)\right]^T$$

Entonces, la predicción global está dada por:

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{M} w_i(t)\hat{y}_i}{\sum_{i=1}^{M} w_i(t)} = \frac{\sum_{i=1}^{M} w_i(t)\left[G_i \Delta u + f_i\right]}{\sum_{i=1}^{M} w_i(t)}$$

con $w_i(t)$ es el grado de activación y M es el número de reglas.

Controlador difuso

$$J = \left(w - \hat{y}\right)^T \left(w - \hat{y}\right) + \lambda \Delta u^T \Delta u$$

con w es el vector de referencias futuras, $\hat{y}$ es el vector de predicciones y Δu es el vector de acciones de control futuras.

Sustituyendo el predictor difuso en la función objetivo se tiene:

$$J = \left(w - \frac{\sum_{i=1}^{M} w_i(t)\left[G_i \Delta u + f_i\right]}{\sum_{i=1}^{M} w_i(t)} \right)^T \left(w - \frac{\sum_{i=1}^{M} w_i(t)\left[G_i \Delta u + f_i\right]}{\sum_{i=1}^{M} w_i(t)} \right)$$
$$+ \lambda \Delta u^T \Delta u$$

$$\underset{\Delta u}{\mathrm{Min}}\ J$$

$$\Delta u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T \left(w - f\right)$$

con

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{M} w_i(t) G_i}{\sum_{i=1}^{M} w_i(t)} \qquad f = \frac{\sum_{i=1}^{M} w_i(t) f_i}{\sum_{i=1}^{M} w_i(t)}$$

Ventajas: Rápida y fácil implementación

Desventajas: Sólo es una mejor aproximación del óptimo global.

Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes IV: Control Predictivo No Lineal. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.

Espinosa (1999)

Modelo difuso de Takagi & Sugeno

$$\begin{aligned} R_i : & \text{Si } y(t-1) \text{ es } Al_i \text{ y} \ldots \text{y } y(t-ny) \text{ es } Any_i \text{ y} \\ & u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ y} \ldots \text{y } u(t-nu) \text{ es } Bnu_i \\ & \text{entonces } A_i(z^{-1})y_i(t) = B_i(z^{-1})u(t-1) + \frac{e_i(t)}{\Delta} \end{aligned}$$

Predictor difuso

$$\hat{y}(t+j) = \hat{y}_{libre}(t+j) + \hat{y}_{forzado}(t+j)$$

donde $\hat{y}_{libre}(t+j)$ depende de las entradas y salidas pasadas
$\hat{y}_{forzado}(t+j)$ depende de las acciones de control futuras

En este caso, se tiene:

$$\hat{y}(t+j) = G\Delta u + \hat{y}_{libre}(t+j)$$

donde $\hat{y}_{forzado}(t+j) = G\Delta u = \sum_{i=1}^{j-1} \Delta u(t+j-i-1)$

y $\hat{y}_{libre}(t+j)$ es calculado por la simulación del modelo difuso considerando las acciones de control futuras constantes e iguales a u(t-1).

Luego, la acción de control está dada por:

$$\Delta u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T \left(w - \hat{y}_{libre}\right)$$

donde

$$\hat{y}_{libre}(t+j) = f\,(y(t+j-1),\ldots,y(t+j-ny),$$
$$u(t+j-1),\ldots,u(t+j-nu))$$

Babuska (1999), Espinosa & Vandewalle (1998, 1999) y Hadjli & Wertz (1999)

Linealización multipaso

El modelo difuso es primero linealizado en el instante actual t. Entonces, la acción de control actual u(t+j) sirve para predecir $\hat{y}(t+j)$ y el modelo no lineal es de nuevo linealizado entorno al futuro punto de operación. Este procedimiento se repite hasta t+N2

Modelo difuso

$$R_i : \text{Si } y(t-1) \text{ es } Al_i \text{ y} \ldots \text{y } y(t-ny) \text{ es } Any_i \text{ y}$$
$$u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ y} \ldots \text{y } u(t-nu) \text{ es } Bnu_i$$
$$\text{entonces } y_i(t) = a_1^i y(t-1) + \ldots + a_{ny}^i y(t-ny)$$
$$+ b_1^i u(t-1) + \ldots + b_{nu}^i u(t-nu) + c^i$$

$$y(t) = \sum_{\ell=1}^{ny} \bar{a}_\ell y(t-\ell) + \sum_{\ell=1}^{nb} \bar{b}_\ell u(t-\ell) + \bar{c}(t)$$

con $\bar{a}_\ell(t) = \sum_{i=1}^{M} w_i(t) a_\ell^i$

$$\bar{b}_\ell(t) = \sum_{i=1}^{M} w_i(t) b_\ell^i$$

$$\bar{c}_\ell(t) = \sum_{i=1}^{M} w_i(t)c^i$$

Predictor difuso multipaso

$$\hat{y}(t+j) = \sum_{\ell=1}^{ny} \bar{a}_\ell(t+j)y(t+j-\ell)$$
$$+\sum_{\ell=1}^{nb} \bar{b}_\ell(t+j)u(t+j-\ell) + \bar{c}(t+j)$$

con
$$\bar{a}_\ell(t+j) = \sum_{i=1}^{M} w_i(t+j)a_\ell^i$$
$$\bar{b}_\ell(t+j) = \sum_{i=1}^{M} w_i(t+j)b_\ell^i$$
$$\bar{c}_\ell(t+j) = \sum_{i=1}^{M} w_i(t+j)c^i$$
$$w_i(t+j) = f(\hat{y}(t+j-1),\ldots,\hat{y}(t+j-ny),$$
$$u(t+j-1),\ldots u(t+j-nu)) = 0$$

En este caso, el predictor difuso utiliza la predicción $\hat{y}(t+1)$ para obtener $\hat{y}(t+2)$ y este procedimiento se repite hasta t+N_2.

Solución de controlador difuso

Método del Lagrangiano y condiciones de Kuhn-Tucker (Solución numérica)

Ventajas: Mejor aproximación del modelo no lineal, especialmente útil para horizontes de predicción largos.

Desventajas: Mayor esfuerzo computacional.

Doris Sáez (Marzo, 2002). Apuntes IV: Control Predictivo No Lineal. Seminario AADECA-UBA, Buenos Aires.