



Statistika

Uji Peringkat-Bertanda Wilcoxon *(The Wilcoxon Signed-Rank Test)*

Pengantar

Dua metode uji hipotesis untuk satu rata-rata populasi

- standar deviasi diketahui → uji-z
- standar deviasi tidak diketahui → uji-t

Keduanya memerlukan asumsi:

- variabel yang dipertimbangkan berdistribusi normal (atau mendekati distribusi normal), atau
- ukuran sampel cukup besar

Untuk sampel berukuran kecil, kedua prosedur sebaiknya tidak digunakan, menghindari adanya *outliers*

Uji Peringkat-Bertanda Wilcoxon

Metode lain: **Uji Peringkat-Bertanda Wilcoxon**

- terkadang lebih tepat dibanding uji-z maupun uji- t
- termasuk metode non-parametrik

Asumsi

- variabel yang dipertimbangkan memiliki distribusi simetris, tetapi tidak harus berdistribusi normal atau memiliki bentuk khusus yang lain

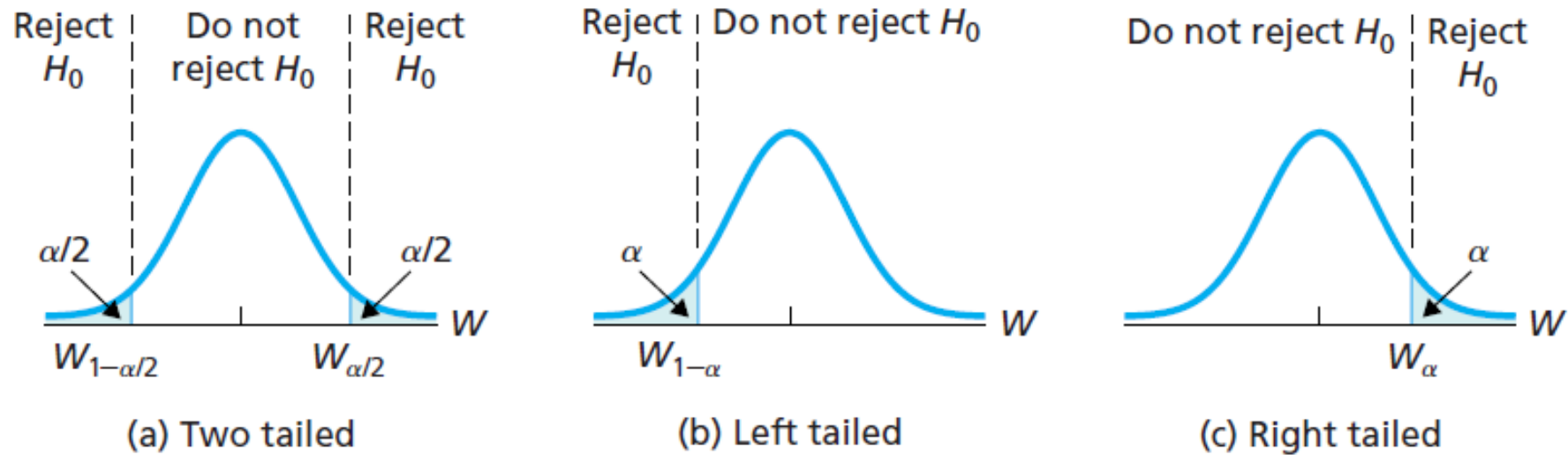
Tabel Peringkat-Bertanda Wilcoxon

TABLE V
Values of W_{α}

n	$W_{0.10}$	$W_{0.05}$	$W_{0.025}$	$W_{0.01}$	$W_{0.005}$	n
7	22	24	26	28	—	7
8	28	30	32	34	36	8
9	34	37	39	42	43	9
10	41	44	47	50	52	10
11	48	52	55	59	61	11
12	56	61	64	68	71	12
13	65	70	74	78	81	13
14	74	79	84	89	92	14
15	83	90	95	100	104	15
16	94	100	106	112	117	16
17	104	112	118	125	130	17
18	116	124	131	138	143	18
19	128	136	144	152	158	19
20	140	150	158	167	173	20

n : banyaknya sampel

W-value



Distribusi variabel W simetris di sekitar $n(n + 1)/4$.

Nilai kritis untuk **left-tailed** dan **two-tailed** pada uji peringkat-bertanda Wilcoxon ditentukan dengan persamaan:

$$W_{1-A} = \frac{n(n + 1)}{2} - W_A \quad (1)$$

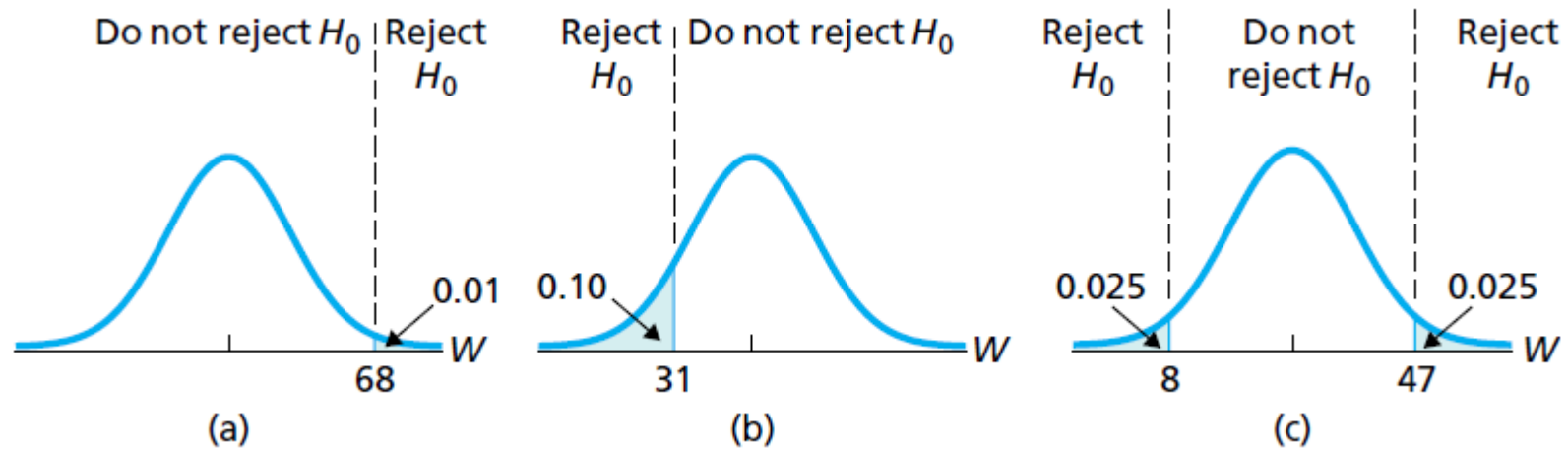
dengan A: luas daerah

Estimasi W -value dari Uji Peringkat-Bertanda Wilcoxon

Gunakan Tabel-*Wilcoxon* untuk menentukan nilai kritis untuk setiap uji berikut:

- a. *Right-tailed-test*, $n = 12$ dan taraf signifikansi = 0.01
- b. *Left-tailed-test*, $n = 14$ dan taraf signifikansi = 0.10
- c. *Two-tailed-test*, $n = 10$ dan taraf signifikansi = 0.05

Penyelesaian:



-
- b. Nilai kritis untuk *left-tailed test* pada taraf signifikansi 10% adalah $W_{1-0.10}$.

Menggunakan Tabel Wilcoxon dan Persamaan (1), diperoleh

$$W_{1-0.10} = \frac{14(14 + 1)}{2} - W_{0.10} = 105 - 74 = 31.$$

- c. Nilai kritis untuk *two-tailed test* pada taraf signifikansi 5% adalah $W_{1-0.05/2}$ dan $W_{0.05/2}$, yakni $W_{1-0.025}$ dan $W_{0.025}$.

Menggunakan Tabel Wilcoxon dan Persamaan (1), diperoleh

$$W_{0.025} = 47 \text{ dan}$$

$$W_{1-0.025} = \frac{10(10 + 1)}{2} - W_{0.025} = 55 - 47 = 8.$$

Prosedur Uji Peringkat-Bertanda Wilcoxon

Tujuan: uji hipotesis untuk satu rata-rata populasi, μ

Asumsi:

- Sampel acak sederhana
- Populasi berdistribusi simetris

Langkah 1. Nyatakan hipotesis nol $H_0 : \mu = \mu_0$
dan hipotesis alternatif

- $H_a : \mu \neq \mu_0$ (*two-tailed test*)
- $H_a : \mu < \mu_0$ (*left-tailed test*)
- $H_a : \mu > \mu_0$ (*right-tailed test*)

Langkah 2. Tentukan taraf signifikansi α

Langkah 3. Hitung nilai statistik uji: W = jumlah peringkat positif, dengan bantuan tabel berikut:

Observation x	Difference $D = x - \mu_0$	$ D $	Rank of $ D $	Signed rank R
.
.
.

Berikan peringkat dari $|D|$, diurutkan dari yang terkecil (1) sampai terbesar

Berikan tanda yang sama dengan tanda pada kolom *Difference*

Pendekatan Nilai Kritis

Langkah 4. Tentukan nilai kritis

- $W_{1-\alpha/2}$ dan $W_{\alpha/2}$ *(two-tailed test)*
- $W_{1-\alpha}$ *(left-tailed test)*
- W_{α} *(right-tailed test)*

menggunakan Tabel- W dan persamaan

$$W_{1-A} = \frac{n(n+1)}{2} - W_A$$

Langkah 5. Jika nilai statistik uji berada pada daerah penolakan,
 H_0 ditolak; jika tidak, H_0 tidak ditolak.

Langkah 6. Interpretasikan hasil dari uji hipotesis.

Contoh 1. Biaya makanan mingguan

Departemen Pertanian A.S. menerbitkan informasi mengenai biaya makanan di *Agricultural Research Service*. Menurut dokumen tersebut, satu keluarga A.S. yang terdiri dari tiga orang menghabiskan sekitar \$157 per minggu untuk makanan. Sepuluh keluarga di Kansas yang dipilih secara acak memiliki biaya makanan mingguan yang ditunjukkan pada Tabel 1.

143	169	149	135	161
138	152	150	141	159

Tabel 1. Sampel biaya makanan mingguan keluarga di Kansas.

Pada taraf signifikan 5%, apakah data tersebut memberikan bukti yang cukup untuk menyimpulkan bahwa rata-rata biaya makanan mingguan untuk keluarga di Kansas kurang dari rata-rata nasional, yakni sebesar \$157?

Penyelesaian

Langkah 1. Misalkan μ menyatakan rata-rata biaya makanan mingguan untuk semua keluarga di Kansas.

$H_0 : \mu = \$157$ (rata-rata biaya makanan mingguan tidak kurang dari \$157)

$H_a : \mu < \$157$ (rata-rata biaya makanan mingguan kurang dari \$157)

Langkah 2. Taraf signifikansi 5% $\rightarrow \alpha = 0.05$

Langkah 3. Tabel peringkat:

Cost (\$) x	Difference $D = x - 157$	$ D $	Rank of $ D $	Signed rank R
143	-14	14	7	-7
138	-19	19	9	-9
169	12	12	6	6
152	-5	5	3	-3
149	-8	8	5	-5
150	-7	7	4	-4
135	-22	22	10	-10
141	-16	16	8	-8
161	4	4	2	2
159	2	2	1	1

$$W = 6 + 2 + 1 = 9$$

Pendekatan Nilai Kritis

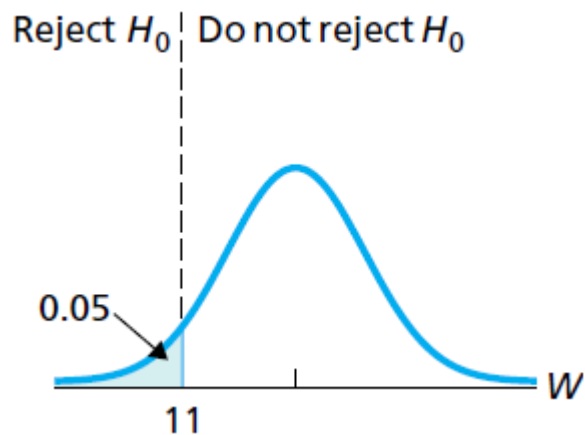
Langkah 4. Dengan $n = 10$, dari Tabel-W : $W_{0.05} = 44$,

sehingga nilai kritis

$$W_{1-0.05} = \frac{10(10+1)}{2} - W_{0.05} = 55 - 44 = 11.$$

Langkah 5. Karena nilai statistik uji $W = 9 < W_{1-0.05} = 11$, maka nilai statistik uji berada pada daerah penolakan, sehingga H_0 ditolak.

Langkah 6. Pada taraf signifikansi 5%, data yang ada memberikan memberikan bukti yang cukup untuk menyimpulkan bahwa rata-rata biaya makanan mingguan keluarga di Kansas kurang dari rata-rata nasional \$157.



Latihan 1

Gunakan uji peringkat-bertanda Wilcoxon untuk masalah “Hujan Asam dan Keasaman Danau” pada materi sebelumnya, untuk memutuskan apakah secara rata-rata danau di Pegunungan Alpen Selatan tidak asam.

Hujan asam dari pembakaran bahan bakar fosil telah menyebabkan banyak danau di dunia menjadi asam. Makhluk hidup di danau ini sering mati karena perubahan unsur kimia air yang berlangsung cepat dan tidak menguntungkan. Danau digolongkan non-asam jika memiliki pH lebih dari 6. Dua orang peneliti (Marchetto dan Lami) mengukur pH 15 danau di Pegunungan Alpen Selatan dan melaporkan temuan mereka, seperti ditunjukkan pada Tabel 1.

7.2	7.3	6.1	6.9	6.6
7.3	6.3	5.5	6.3	6.5
5.7	6.9	6.7	7.9	5.8

Pada taraf signifikansi 5%, apakah data yang ada cukup memberikan bukti bahwa, secara rata-rata, danau-danau di Pegunungan Alpen Selatan termasuk non-asam?

Tabel 1. Tingkat pH 15 danau di Pegunungan Alpen Selatan.