

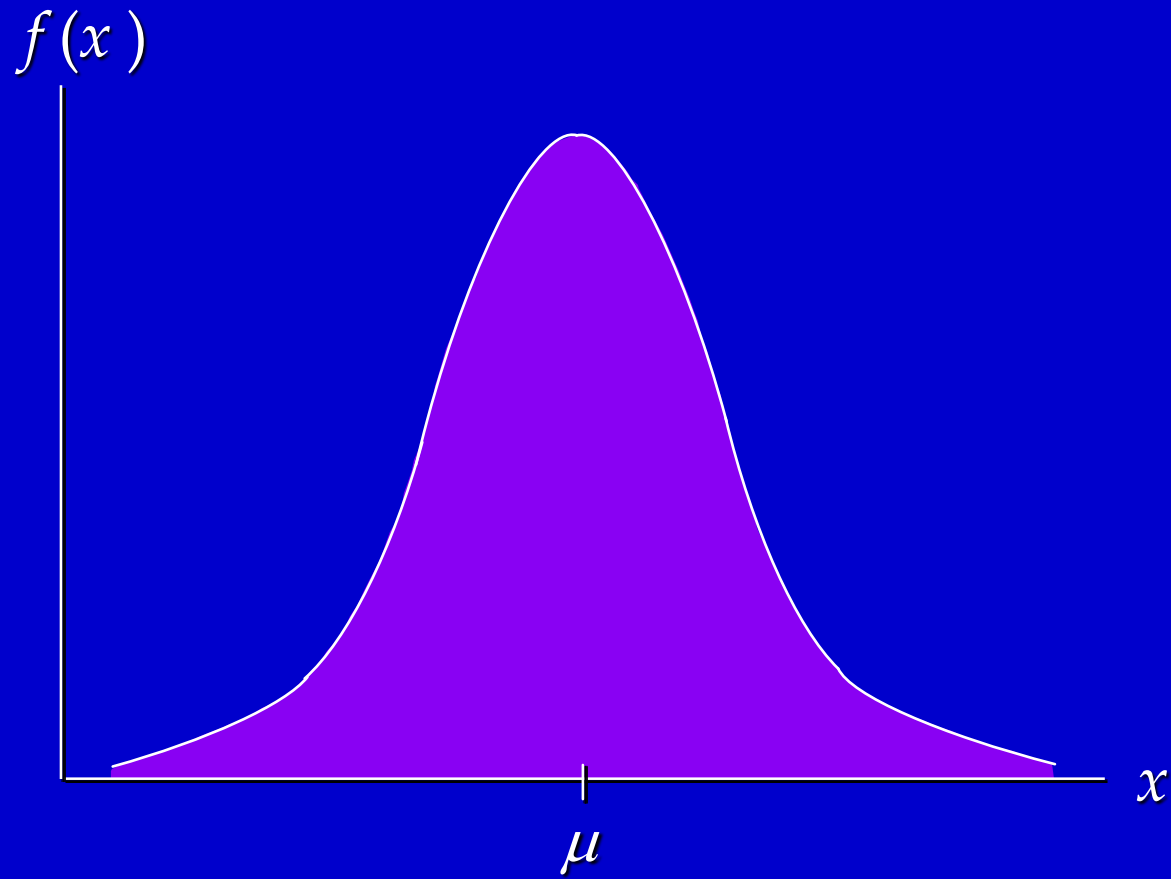


# Distribusi Normal (Gauss)

## Apakah ini?

- Perhatikan Histogram dari Nilai Statistika 80 mahasiswa di papan.
- Perhatikan pula POLIGONnya.
- Sekarang kita buat Poligon menjadi grafik yang lebih mulus.
- Secara alami, grafik kumpulan data mempunyai kecenderungan berbentuk demikian.
- Grafik ini mendekati Grafik Kurva Distribusi Peluang Normal.
- Sekarang, perhatikan gambar berikut ini.

# Grafik distribusi probabilitas Normal



# 3 BUAH DISTRIBUSI NORMAL DENGAN MEAN DAN STANDAR DEVIASI YANG BERBEDA

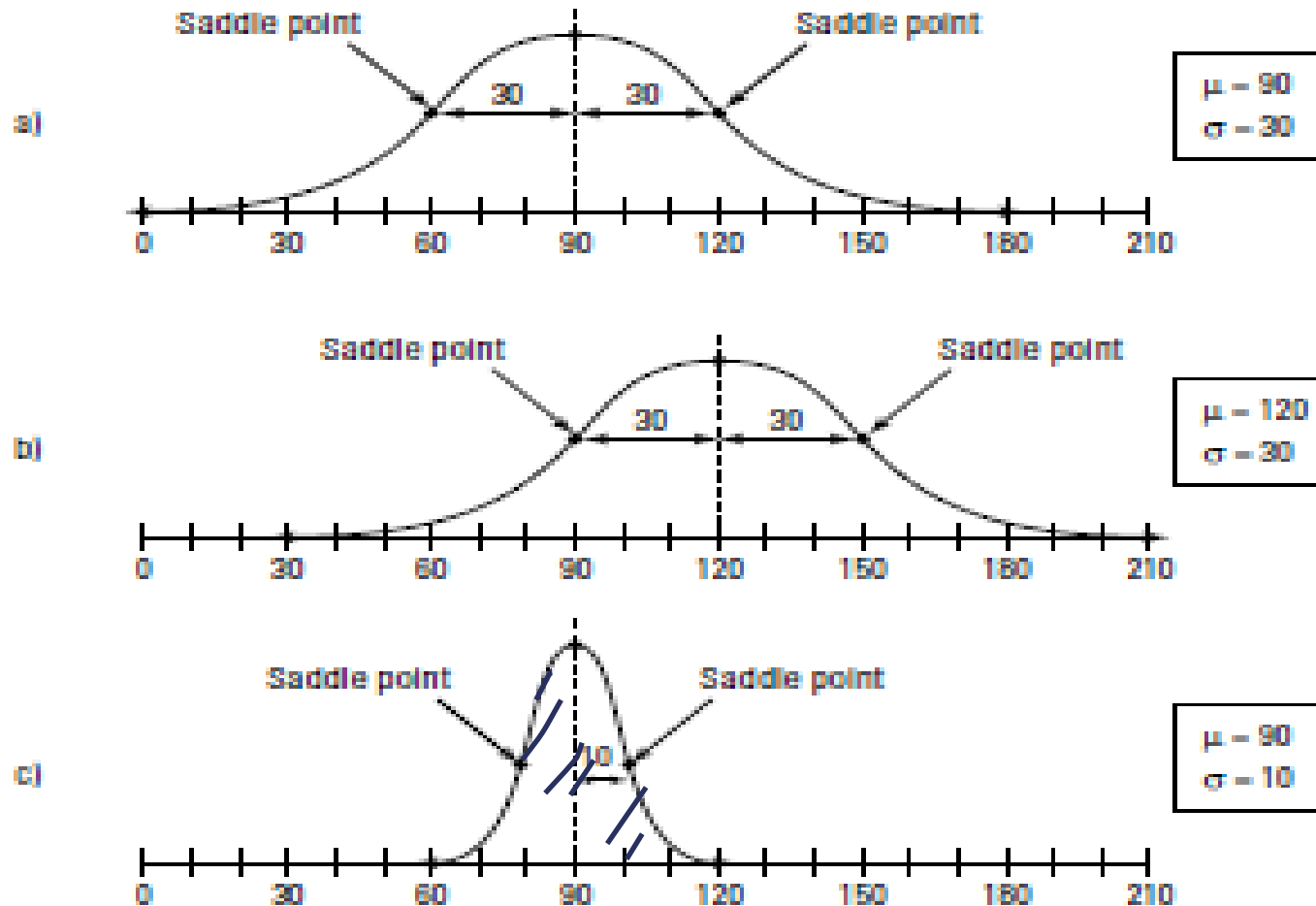


Figure 5-1: Three normal distributions.

# Sifat-sifat

- ✓ Berbentuk seperti lonceng (bell shaped)
- ✓ Simetri terhadap  $X=\mu$  (rata-rata populasi)
- Besarnya standar deviasi  $\sigma$  menentukan lebar kurva Normal
- Luas daerah total di bawah kurva = 1
- Luas daerah di bawah kurva dalam interval  $[a,b]$  merupakan probabilitas variabel  $X$  terletak dalam interval tersebut

*Note: probabilitas dapat dimaknai sebagai prosentase data yang terletak dalam suatu interval*

## Rumus fungsi probabilitas Normal

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

where

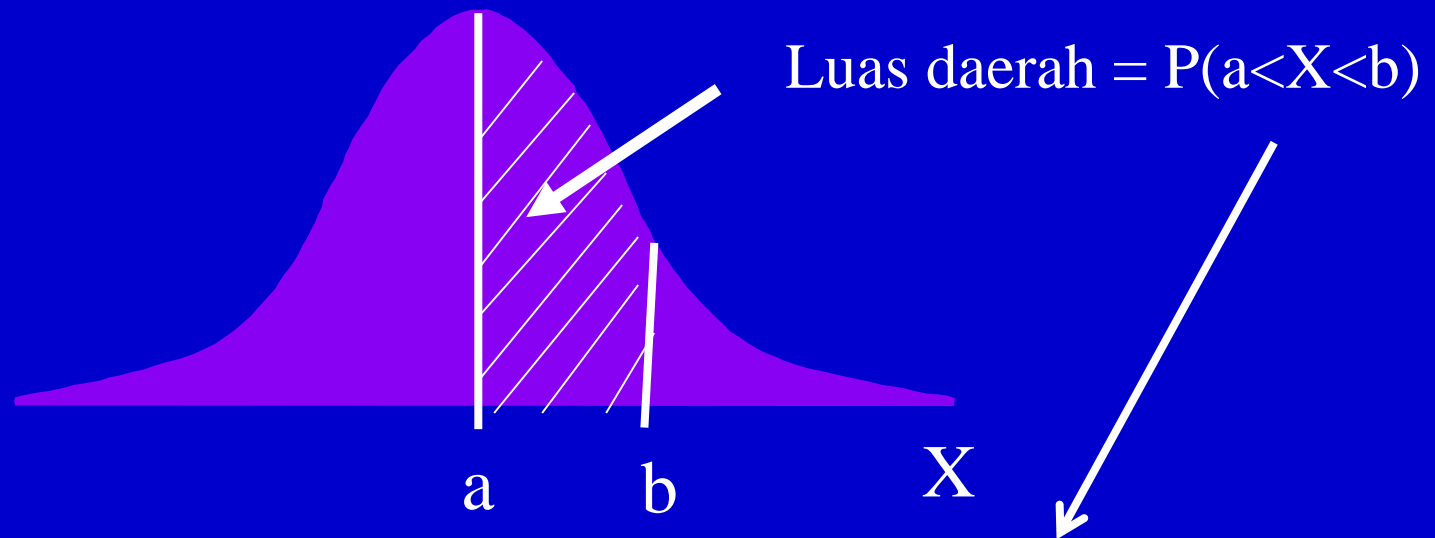
$\mu$  = rata-rata

$\sigma$  = standar deviasi

$\pi$  = 3.14159

$e$  = 2.71828

**Bila diberikan luas daerah di bawah kurva  
dalam interval  $[a,b]$**



**Probabilitas variabel random X terletak antara a dan b**

Masalah: bagaimana menghitung probabilitas (luas daerah) tersebut? Pakai integral? —————> Tidak mudah

## Distribusi Normal Standar

- Adalah distribusi normal dengan nilai rata-tata 0 dan standar deviasi 1
- Kegunaan : membantu menyelesaikan masalah perhitungan probabilitas
- Luas di bawah kurva normal standar telah disediakan dalam bentuk tabel



# Distribusi Normal Standar

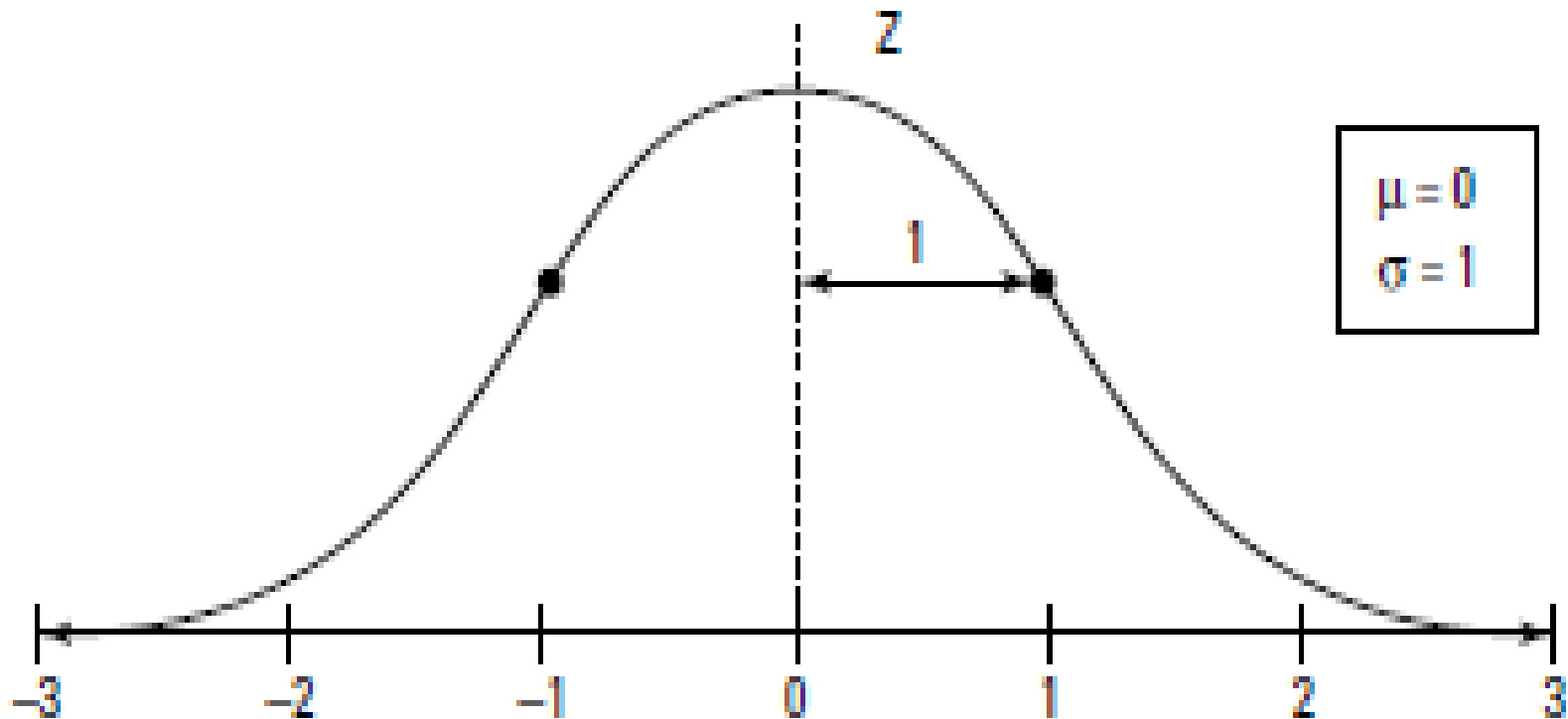
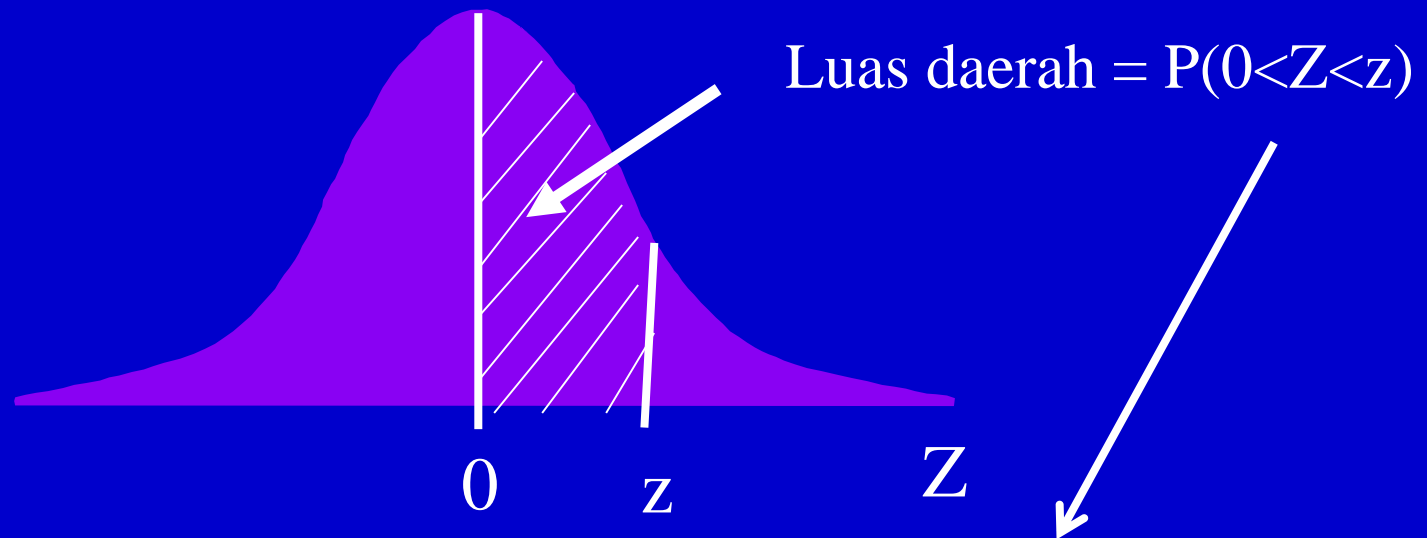


Figure 5-2: The Z-distribution has a mean of 0 and standard deviation of 1.

## Bila diberikan luas daerah di bawah kurva Normal Standar dalam interval $[0,z]$



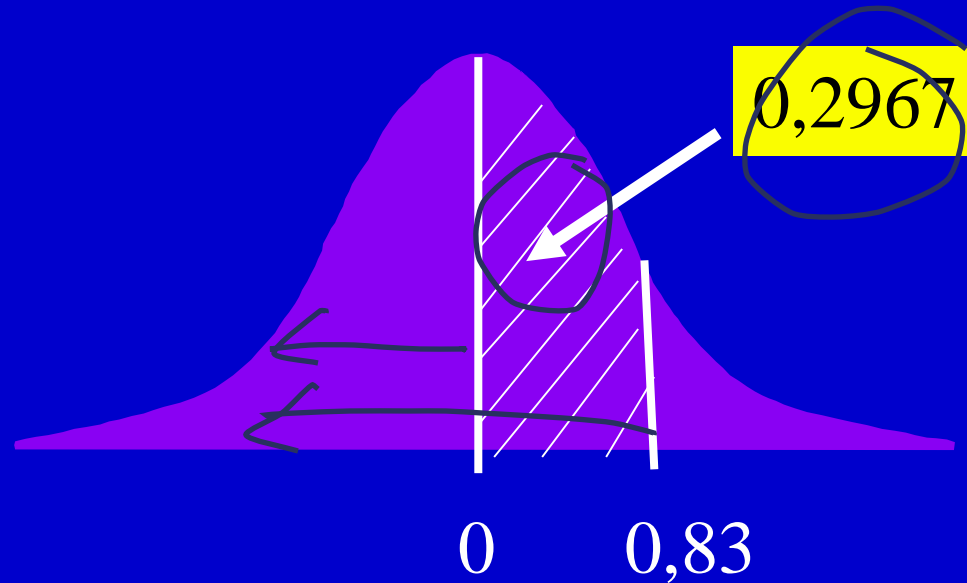
Probabilitas variabel random  $Z$  terletak antara 0 dan  $z$

Masalah: bagaimana menghitung probabilitas (luas daerah) tersebut? Pakai integral? —————> Tidak mudah

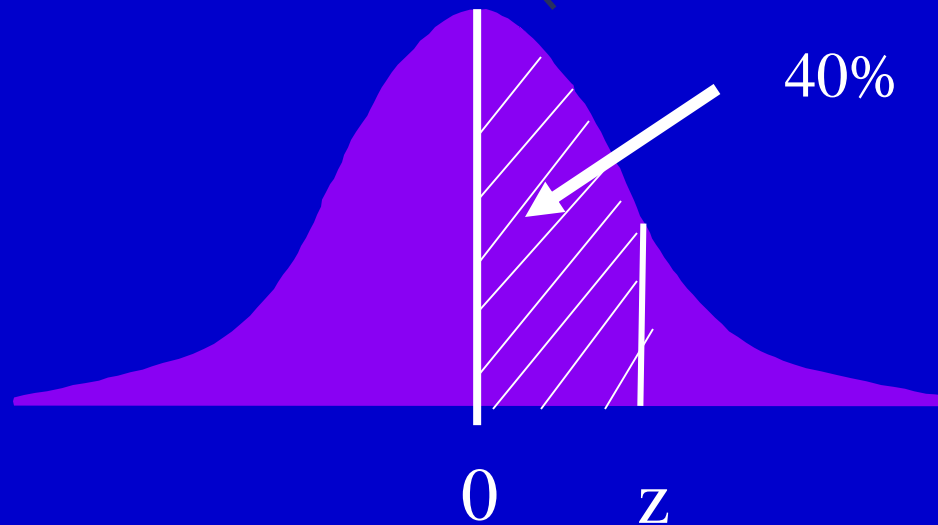
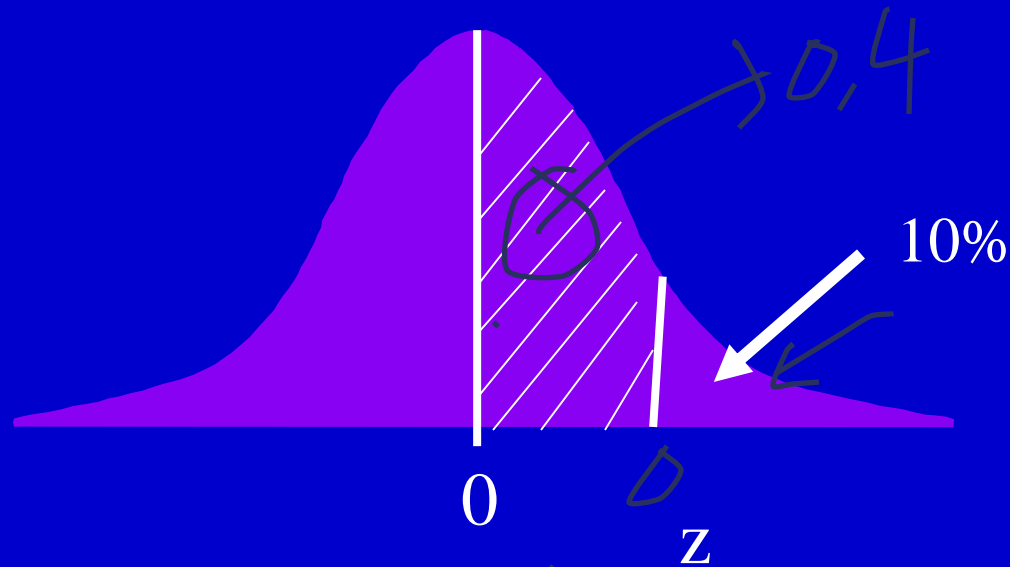
# Luas daerah (probabilitas) antara 0 sampai z

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
,0	,0000	,0040	,0080	,0120	,0160	,0199	,0239	,0279	,0319	,0359
,1	,0398	,0438	,0478	,0517	,0557	,0596	,0636	,0675	,0714	,0753
,2	,0793	,0832	,0871	,0910	,0948	,0987	,1026	,1064	,1103	,1141
,3	,1179	,1217	,1255	,1293	,1331	,1368	,1406	,1443	,1480	,1517
,4	,1554	,1591	,1628	,1664	,1700	,1736	,1772	,1808	,1844	,1879
,5	,1915	,1950	,1985	,2019	,2054	,2088	,2123	,2157	,2190	,2224
,6	,2257	,2291	,2324	,2357	,2389	,2422	,2454	,2486	,2518	,2549
,7	,2580	,2612	,2642	,2673	,2704	,2734	,2764	,2794	,2823	,2852
,8	,2881	,2910	,2939	,2967	,2995	,3023	,3051	,3078	,3106	,3133
,9	,3159	,3186	,3212	,3238	,3264	,3289	,3315	,3340	,3365	,3389

*Berapa luas daerah antara 0 sampai 0,83?*



**Berapa nilai z agar probabilitas diatas nilai z 0,1?**



# Distribusi Normal Standar (Distribusi Z )

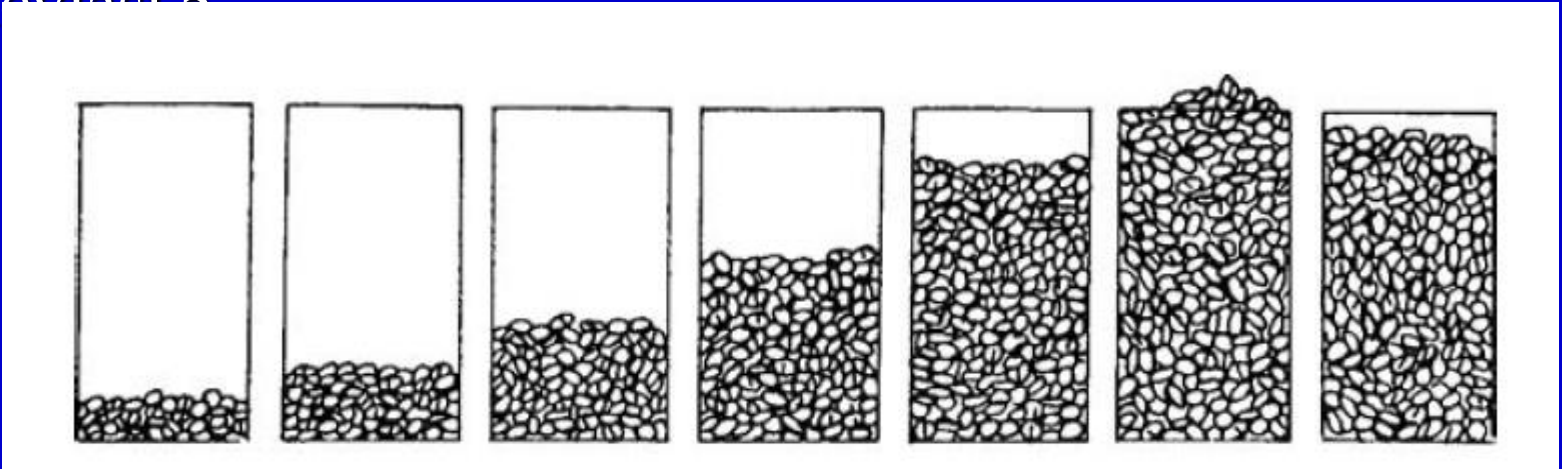
Masalah: bagaimana menghitung probabilitas (luas daerah) tersebut? Pakai integral?

Lakukan transformasi nilai dari X ke Z dengan rumus

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

## Contoh:

Sebuah mesin pembuat tablet diatur sedemikian rupa sehingga beratnya rata-rata 50 mg dengan standar deviasi 5



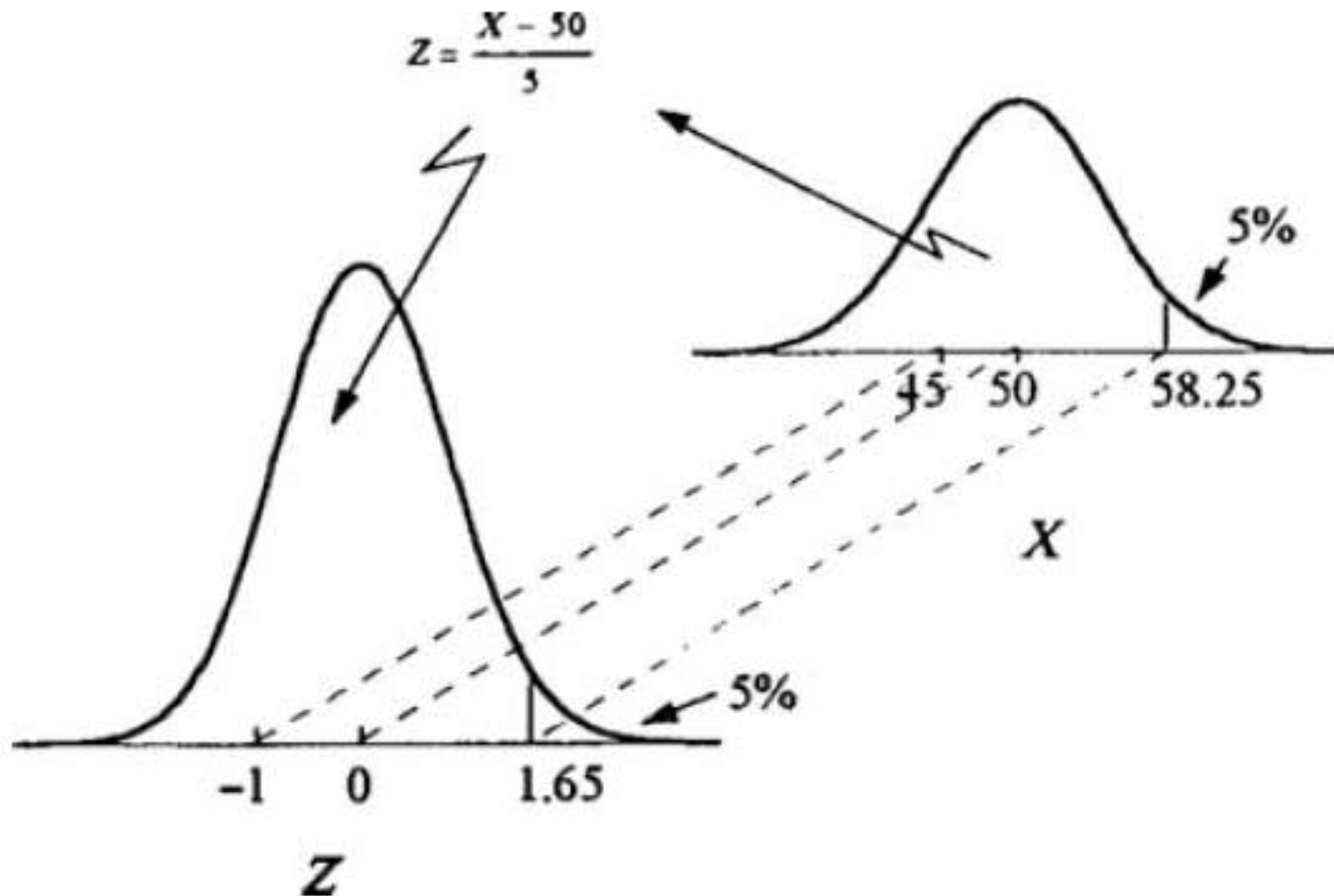
Secara simbolik, kita memiliki distribusi Normal dengan  $\mu = 50$  dan  $\sigma = 5$ ; ditulis  $N(50, 5)$ :

Manajer ingin mengetahui berapa persen tabletnya lebih dari 58,25 mg?

Dengan demikian kita akan hitung,  $P(X > 58,25)$  dari luas daerah dibawah kurva normal, di sebelah kanan 58,25

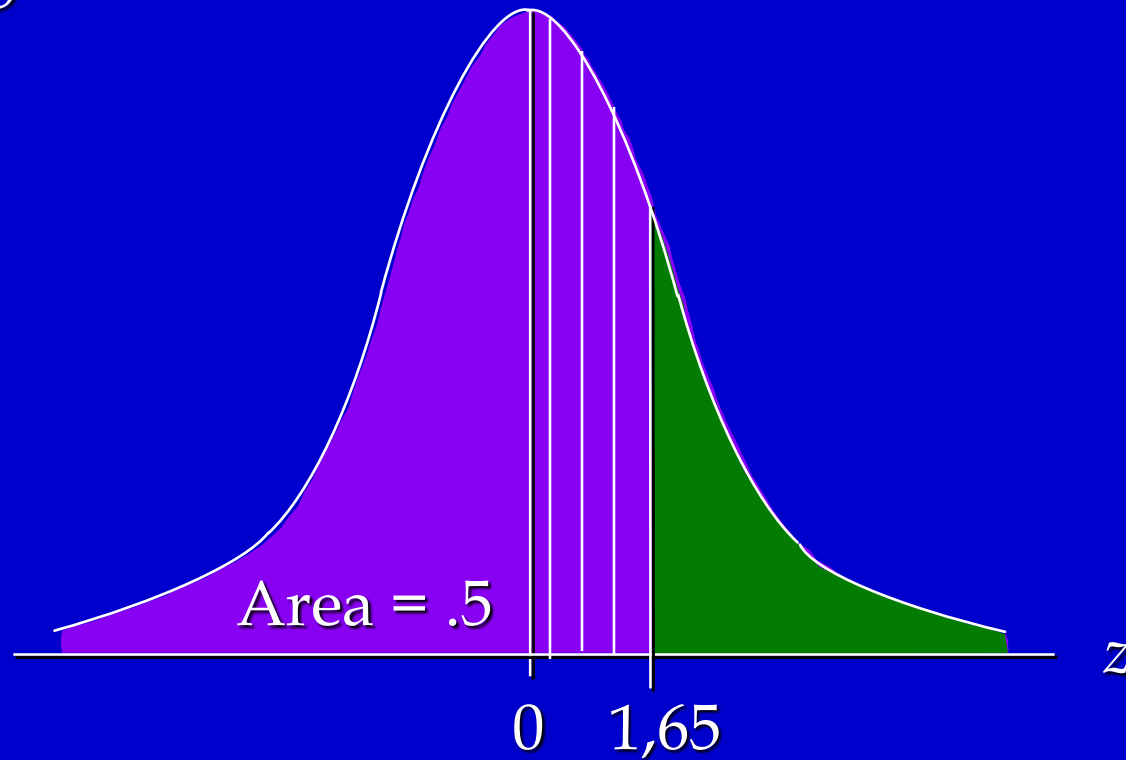


## Mentransformasi X ke Z



# Distribusi Normal Standar

$$\begin{aligned} z &= (x - \mu) / \sigma \\ &= (58,25 - 50) / 5 \\ &= 1,65 \end{aligned}$$



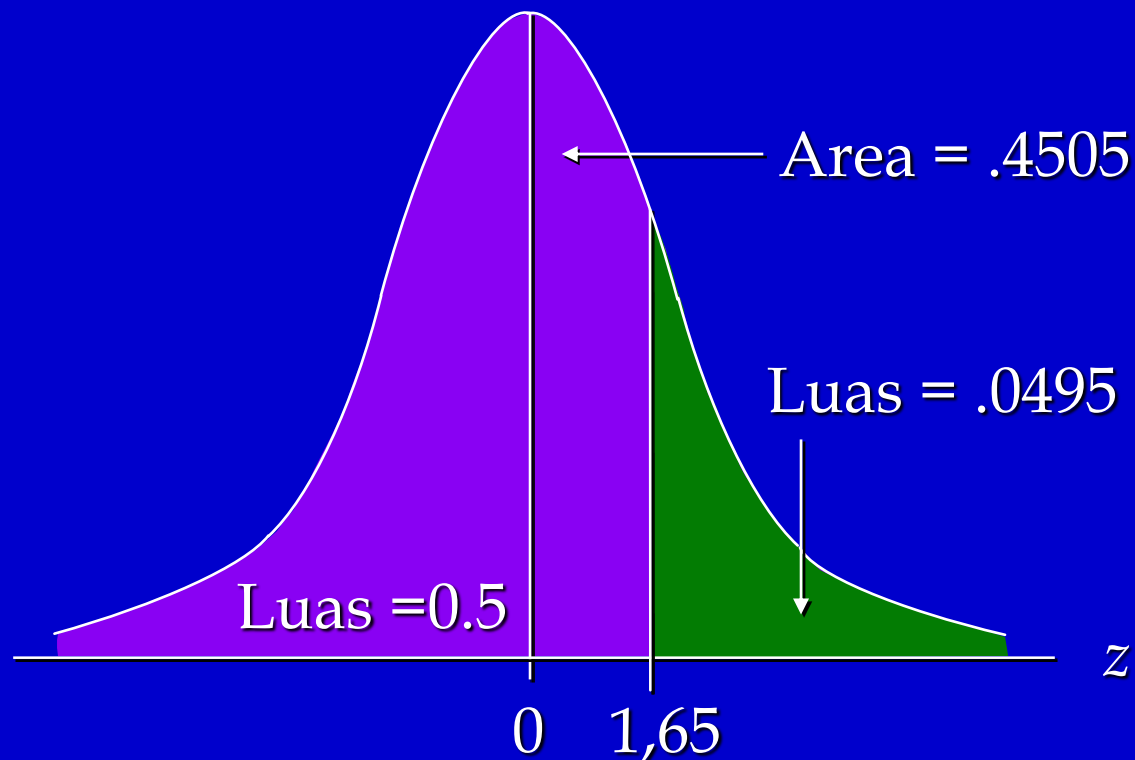
# Luas daerah di bawah kurva Normal Standar

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
,0	,0000	,0040	,0080	,0120	,0160	,0199	,0239	,0279	,0319	,0359
,1	,0398	,0438	,0478	,0517	,0557	,0596	,0636	,0675	,0714	,0753
,2	,0793	,0832	,0871	,0910	,0948	,0987	,1026	,1064	,1103	,1141
,3	,1179	,1217	,1255	,1293	,1331	,1368	,1406	,1443	,1480	,1517
,4	,1554	,1591	,1628	,1664	,1700	,1736	,1772	,1808	,1844	,1879
,5	,1915	,1950	,1985	,2019	,2054	,2088	,2123	,2157	,2190	,2224
,6	,2257	,2291	,2324	,2357	,2389	,2422	,2454	,2486	,2518	,2549
,7	,2580	,2612	,2642	,2673	,2704	,2734	,2764	,2794	,2823	,2852
,8	,2881	,2910	,2939	,2967	,2995	,3023	,3051	,3078	,3106	,3133
,9	,3159	,3186	,3212	,3238	,3264	,3289	,3315	,3340	,3365	,3389 <sup>19</sup>

## Luas di bawah Kurva Normal standar

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
.										
1,5	,4332	,4345	,4357	,4370	,4382	,4394	,4406	,4418	,4429	,4441
1,6	,4452	,4463	,4474	,4484	,4495	,4505	,4515	,4525	,4535	,4545
1,7	,4554	,4564	,4573	,4582	,4591	,4599	,4608	,4616	,4625	,4633
1,8	,4641	,4649	,4656	,4664	,4671	,4678	,4686	,4693	,4699	,4706
1,9	,4713	,4719	,4726	,4732	,4738	,4744	,4750	,4756	,4761	,4767
.										

## Probabilitas $X > 58,25$



Probabilitas berat tablet lebih dari 58,25 ekuivalen dengan luas daerah di bawah kurva normal standar di sebelah kanan 1,65, yaitu 0,0495 atau 4,95%

- PERHATIAN:

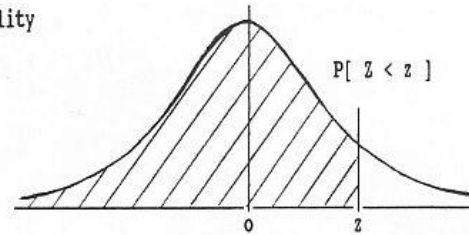
Pada buku-buku sering tersedia tabel jenis lain, meskipun secara substansi sama.

- JENIS 1 (yang baru saja kita pakai) :  
Luas daerah antara 0 sampai  $z$  tertentu
- JENIS II : Luas daerah di sebelah kiri suatu  $z$  tertentu

## 1. Areas under the Normal Distribution

The table gives the cumulative probability  
up to the standardised normal value  $z$   
i.e.

$$P[Z < z] = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}z^2) dz$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5159	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7854
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8804	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9874	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
z	3.00	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60	3.70	3.80	3.90
P	0.9986	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000

Ada kalanya dalam buku dijumpai tabel dengan luas daerah yang diketahui dibawah suatu nilai  $z$  tertentu (bandingkan dengan tabel sebelumnya)

Berapa luas daerah di sebelah kiri  $Z=1.51$ ?

Luas = 93.45%

$Z=1.51$

$Z=1.51$

## Contoh: Nilai tes potensi

Suatu universitas mengasumsikan bahwa hasil tes potensi untuk mahasiswa baru berdistribusi normal

71	66	61	65	54	93
60	86	70	70	73	73
55	63	56	62	76	54
82	79	76	68	53	58
85	80	56	61	61	64
65	62	90	69	76	79
77	54	64	74	65	65
61	56	63	80	56	71
79	84				



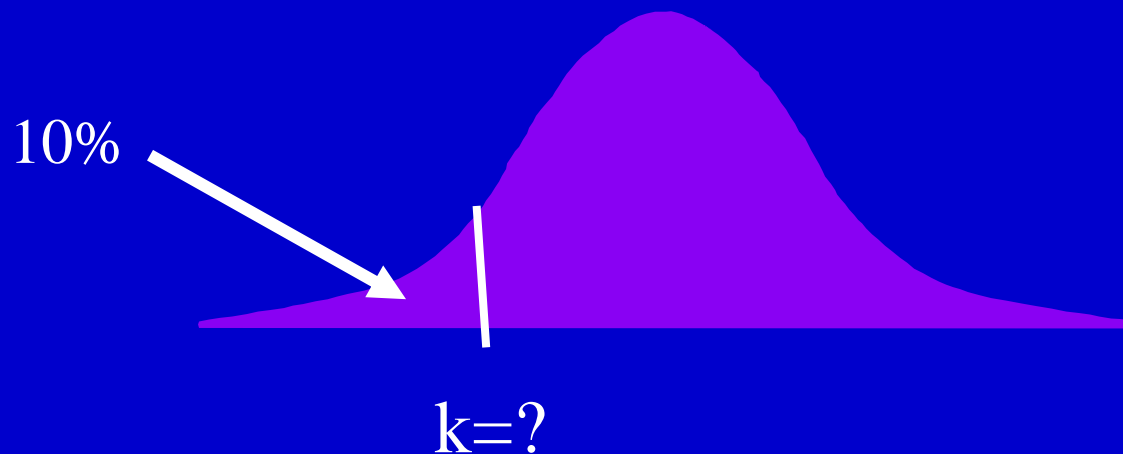
## Rata-rata dan standar deviasi

We first need to estimate mean and standard deviation

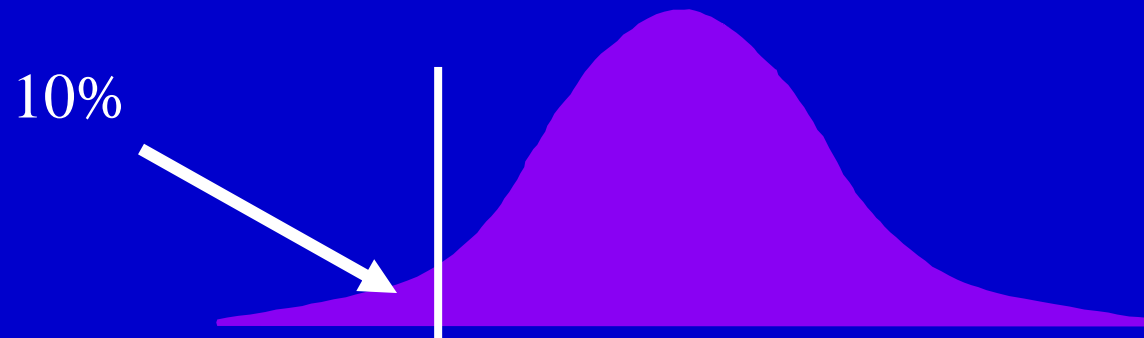
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3421}{50} = 68.42$$
$$\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2} \quad \sqrt{5310}$$

## z Values

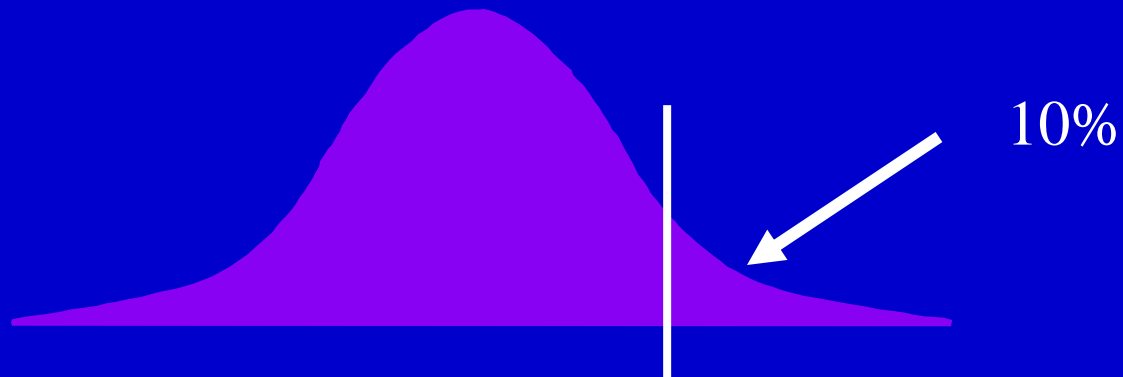
Berapa nilai test ( $k$ ) yang memiliki sifat bahwa 10% peserta ujian berada dibawah nilai  $k$  tersebut?



## *Menentukan nilai z*



Ekivalen dengan



## Nilai $z$ dan nilai $X$

Nilai standar  $z$  sehingga 10% nya berada di bawah  $z$  adalah 1,28

Dengan demikian,

$$\frac{x - \mu}{\sigma} =$$

$$\frac{x - 68.42}{10.41} = -1.28$$

$$k = x = 10.41(-1.28) + 68.42$$

## *z* Values and *x* Values

Dengan cara yang sama diperoleh batas-batas sebagai berikut

$$\frac{x - \mu}{\sigma} :$$

Persen	<i>z</i>	<i>x</i>
< 10%	-1.28	55.1
< 20%	-.84	59.68
< 30%	-.52	63.01
< 40%	-.25	65.82
< 50%	0	68.42
< 60%	.25	71.02

## Contoh 2

Victor Computers manufactures and sells a general purpose microcomputer. As part of a study to evaluate sales personnel, management wants to determine if the annual sales volume (number of units sold by a salesperson) follows a normal probability distribution.

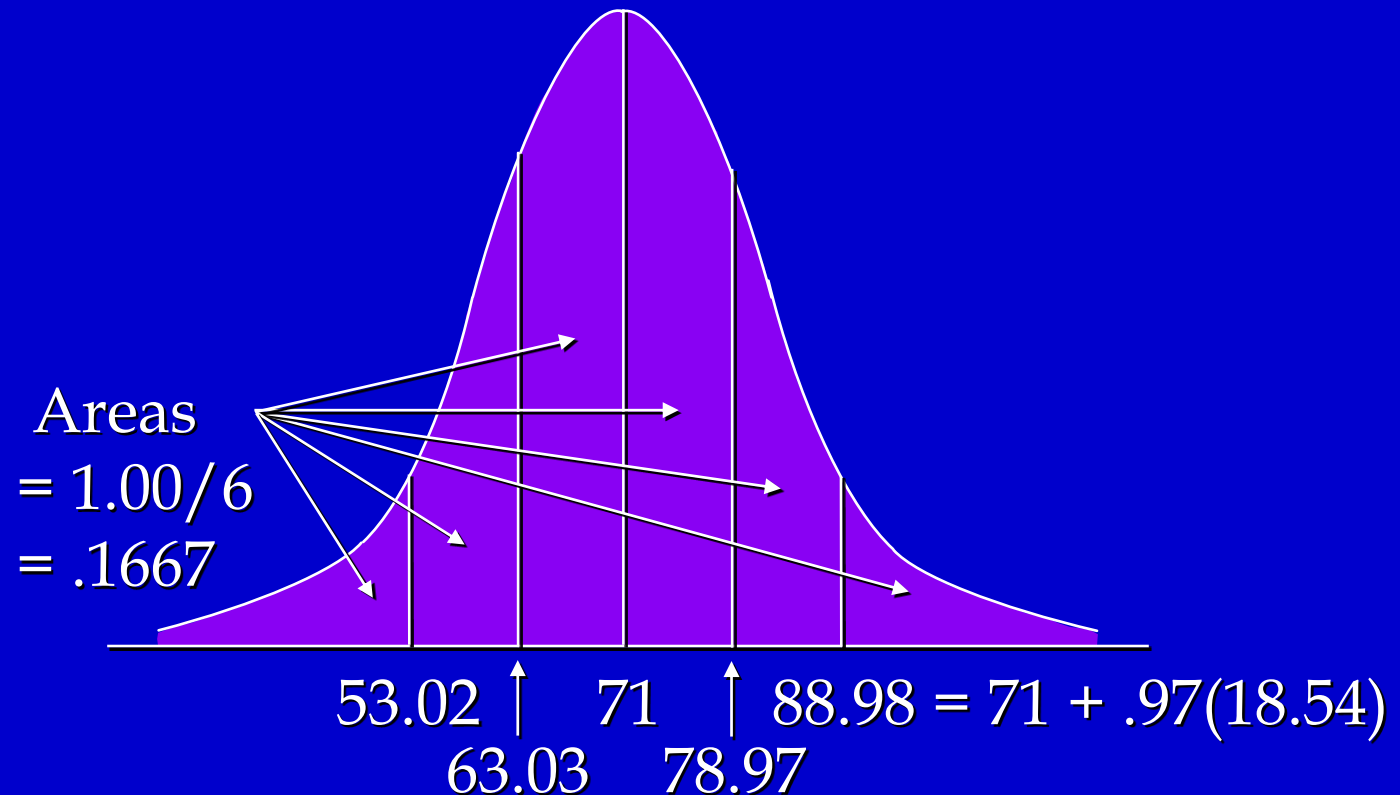
A simple random sample of 30 of the salespeople was taken and their numbers of units sold are below.

33	43	44	45	52	52	56	58	63	64
64	65	66	68	70	72	73	73	74	75
83	84	85	86	91	92	94	98	102	105

(mean = 71, standard deviation = 18.54)

Partition this Normal distribution into 6 equal probability parts

# Example : Victor Computers



# The End