

Nama : Johannes Yogan Wiratman Kelaga

NIM : 215314105

Materi : Mat Diskret C

①. Tuliskan bukti Prinsip Inklusi - Eksklusi untuk dua himpunan!

Jawab :

★ Prinsip Inklusi - Eksklusi Dua Himpunan.

• Jika X dan Y adalah himpunan berhingga,

Maka

$$- |X \cup Y| = |X| + |Y| - |X \cap Y|.$$

• Buktikan karena $X = (X - Y) \cup (X \cap Y)$ dan $X - Y$ dan $X \cap Y$ saling lepas, dengan

Prinsip Penambahan,

$$- |X| = |X - Y| + |X \cap Y|.$$

Derivatif pula,

$$- |Y| = |Y - X| + |X \cap Y|.$$

• Karena $X \cup Y = (X - Y) \cup (X \cap Y) \cup (Y - X)$ dan $X - Y$, $X \cap Y$, dan $Y - X$ adalah pasangan lepas

dengan Prinsip Penambahan

$$- |X \cup Y| = |X - Y| + |X \cap Y| + |Y - X|.$$

• Menggunakan Persamaan (6.1.1) 6.1.3, kami memperoleh

$$\begin{aligned} - |X| + |Y| &= |X - Y| + |X \cap Y| + |Y - X| + |X \cap Y| \\ &= |X \cup Y| + |X \cap Y|. \end{aligned}$$

★ Pengurangan $|X \cap Y|$ dari kedua sisi persamaan
Sebelumnya memberikan hasil yang diinginkan

2. Keryaka Soal nomor 92, halaman 276
 buku Discrete Mathematic edisi ke 7
 karang Richard Johnsonbaugh.

Jawaban :

- A. Buktikan prinsip inklusi - eksklusif untuk
 tiga himpunan berlingga :

$$|X \cup Y \cup Z| = |X| + |Y| + |Z| - |X \cap Y| - |X \cap Z| - |Y \cap Z| + |X \cap Y \cap Z|.$$

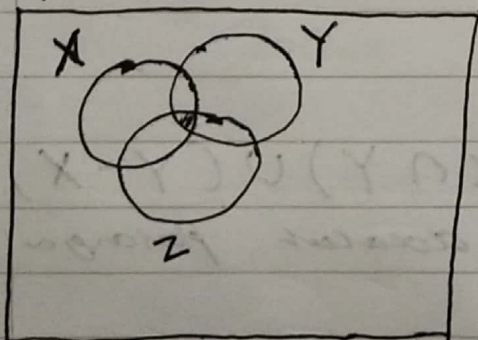
- Hint : tulislah prinsip inklusi - eksklusif
 untuk dua himpunan berlingga dituliskan
 sebagai berikut :

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

dan misalkan :

$$A = X \text{ dan } B = Y \cup Z$$

- A. Penyelesaian :



→ Ilustrasi

- Hint : Dua Himpunan

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Dimisalkan

$$A = X \text{ dan } B = Y \cup Z$$

• Hint \rightarrow Permisalan

Diubah menjadi . . .

$$= |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$= |X \cup Y \cup Z| = \underbrace{|X|}_{?} + \underbrace{|Y \cup Z|}_{?} - |X \cap Y \cup Z|$$

$$= |Y \cup Z| = \underbrace{|Y|}_{?} + \underbrace{|Z|}_{?} - \underbrace{|Y \cap Z|}_{?}$$

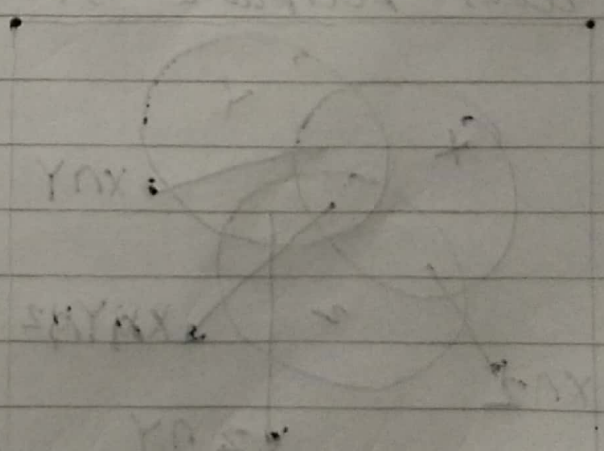
$$= |X \cap Y \cup Z| = |Y \cup Z| \cap X \quad // \text{ Distributif}$$

$$= |Y \cap X| \cup |Z \cap X|$$

$$= \underbrace{|Y \cap X|}_{?} + \underbrace{|Z \cap X|}_{?} + \underbrace{|X \cap Y \cap Z|}_{?}$$

• Jadi, dapat disimpulkan / dibuktikan prinsip inklusi dan eksklusif 3 himpunan

$$|X \cup Y \cup Z| = |X| + |Y| + |Z| - |X \cap Y| - |X \cap Z| - |Y \cap Z| + |X \cap Y \cap Z| \quad \checkmark$$



3. Terjemahkanlah ke bahasa Indonesia soal nomor 9b halaman 276 buku Discrete Mathematical edisi ke 7 karang Richard Johnsonbaugh
Jember :

* Contoh prinsip Inklusi - eksklusif untuk tiga himpunan beringga (lihat latihan 9c) untuk menghitung jumlah bilangan bulat antara 1 dan 10.000, Denmark, yang merupakan kelipatan dari 3 atau 5 atau 11 atau apapun kombinasinya tersebut

* Penyelesaian :

Diketahui :

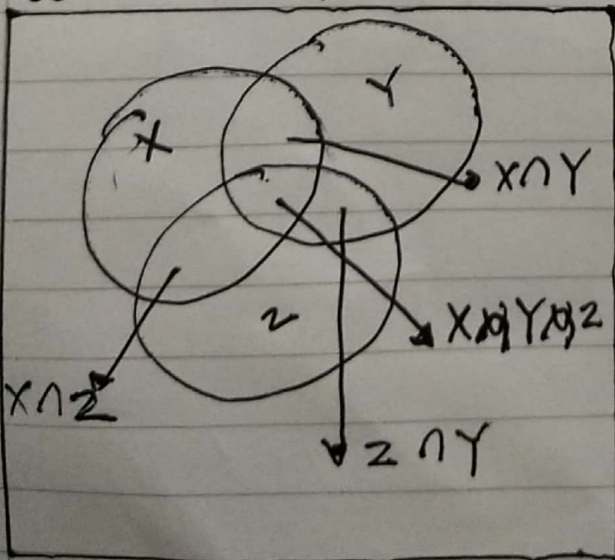
- X = kelipatan 3

- Y = kelipatan 5

- Z = kelipatan 11

Ditanya :

- Jumlah bilangan bulat antara 1 - 10000 atas kelipatan 3, 5 dan 11.



Pemecahan :

$$X = 10.000 / 3 = 3.333$$

$$Y = 10.000 / 5 = 2.000$$

$$Z = 10.000 / 11 = 909$$

$$X \cap Y = 10.000 / 15 = 666$$

$$X \cap Z = 10.000 / 33 = 303$$

$$Y \cap Z = 10.000 / 55 = 181$$

$$X \cap Y \cap Z = 10.000 / 165 = 60$$

$$|X \cup Y \cup Z| = |X| + |Y| + |Z| - |X \cap Y| - |X \cap Z| - |Y \cap Z| + |X \cap Y \cap Z|$$

$$X \cup Y \cup Z = 3.333 + 2.000 + 909 - 666 - 303 - 181 + 60$$

$$= 5.143$$

Jadi, terdapat 5.143 jumlah bilangan bulat kelipatan 3, 5, dan 11 antara 1 - 10.000