

PENYELESAIAN TUGAS 5

1.

Seorang karyawan dijanjikan akan menerima bonus apabila ia dapat meningkatkan penjualannya sebanyak 2 unit setiap harinya selama 30 hari berturut-turut. Sebelum janji itu diberikan, karyawan tersebut mampu menjual 170 unit produk setiap harinya. Berapa unit produk yang harus ia jual pada hari ke-30 agar ia memperoleh bonus tersebut?

Penyelesaian:

Misalkan a_n = banyaknya unit produk yang harus dijual pada hari ke- n .

$$a_0 = 170$$

$$a_1 = 170 + 2 = 170 + 2.1$$

$$a_2 = 170 + 2 + 2 = 170 + 2.2$$

$$a_3 = 170 + 2 + 2 + 2 = 170 + 2.3$$

dst.

Berdasarkan pola di atas terlihat bahwa

$$a_n = 170 + 2n.$$

Berdasarkan persamaan terakhir untuk $n = 30$ diperoleh $a_{30} = 170 + 2(30) = 230$.

Jadi banyaknya unit produk yang harus dijual pada hari ke-30 adalah 230 unit.

2.

Seseorang mengirimkan surat berantai kepada 5 orang lain. Masing-masing penerima surat akan mengirimkan surat tersebut kepada 5 orang lagi. Demikian seterusnya. Jika tidak ada orang yang menerima surat berantai lebih dari sekali, berapa orang yang menerima surat berantai tersebut setelah perulangan ke-20?

Penyelesaian :

Misalkan S_n = banyaknya orang yang menerima surat berantai setelah perulangan ke- n .

dan a_n = banyaknya orang yang menerima surat berantai pada langkah ke- n .

Maka

$$a_0 = 5 \rightarrow S_0 = a_0.$$

$$a_1 = 5.5 = 5^2 \rightarrow S_1 = a_0 + a_1 = 5 + 5^2$$

$$a_2 = 5.5.5 = 5^3 \rightarrow S_2 = a_0 + a_1 + a_2 = 5 + 5^2 + 5^3$$

$$a_3 = 5.5.5.5 = 5^4 \rightarrow S_3 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4$$

dst.

$$\begin{aligned} \text{Berdasar pola di atas terlihat bahwa } S_n &= 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{n+1} \\ &= 5(1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n) \end{aligned}$$

Bentuk yang di dalam kurung merupakan deret geometri dengan suku pertama 1 dan rasio 5 sehingga $S_n = \frac{5^{n+1}-1}{5-1}$.

Berdasarkan persamaan terakhir untuk $n = 20$ diperoleh bahwa banyaknya orang yang menerima surat berantai setelah perulangan ke-20 yaitu $S_{20} = \frac{5^{20+1}-1}{5-1} = 1,192092896 \times 10^{14}$.

3.

Misalkan sejumlah uang ditabung di Bank. Bank memberikan bunga sebesar 8% per tahun. Bunga dihitung setiap 4 bulan sekali (kuartal). Untuk setiap bilangan bulat n , misalkan R_n = jumlah uang di akhir kuartal ke- n (tanpa ada transaksi),

- Carilah relasi rekurensi yang menghubungkan R_k dengan R_{k-1} untuk $k \geq 1$.
- Jika jumlah uang pada waktu ditabungkan adalah 500 ribu, hitunglah jumlah uang pada akhir tahun!

Penyelesaian :

Bunga per tahun = 8%.

Bunga per 4 bulan = $(8\%)/3 = 2,67\%$.

Maka

$$R_k = R_{k-1} + 2,67\% \cdot R_{k-1} = 1,0267R_{k-1} \text{ dengan } R_0 = 500 \text{ ribu.}$$

Maka

$$R_1 = 1,0267R_0 = 1,0267 \times 500.000$$

$$R_2 = 1,0267R_1 = 1,0267 \times 1,0267 \times 500.000$$

$$R_3 = 1,0267R_2 = 1,0267 \times 1,0267 \times 1,0267 \times 500.000$$

Berdasarkan persamaan terakhir untuk $n = 3$ (akhir tahun = akhir kwartal ke-3) diperoleh $R_3 = (1,0267)^3 \times 500.000 = 541.128,8521$

