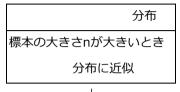
母分散の区間推定について学びます。

今日やることF分布の性質とF分布にしたがう統計量を理解します。

pp.117 母分散の区間推定



分布 標本の大きさnが大きいとき の分布は 分布に近似 $Z = \frac{\overline{X} - \mu_X}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n}}} \sim N(0, 1)$

分布

分布に

したがう統計量と

分布に

したがう統計量(独立)の

比に関する確率分布

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_X}{\sqrt{\frac{\widehat{\sigma_X^2}}{n}}} \sim t(n-1)$$

分布

分布に

したがう統計量の

に関する確率分布

$$U = \frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{\sigma_X^2} \sim \chi^2 (n - 1)$$

分布

分布に

したがう統計量(独立)の

比に関する確率分布

$$F = \frac{\widehat{\sigma_1^2}}{\widehat{\sigma_2^2}} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

📐 Memo

pp.118 母分散の区間推定



※ 母分散を含む統計量

$$U = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sigma_x^2} \sim \chi^2(n-1)$$

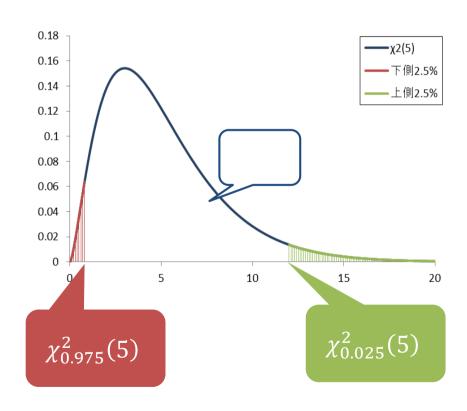
$$\frac{\sum (x_i - \mu_x)^2}{\sigma_x^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sigma_x^2} + \frac{n(\bar{x} - \mu_x)^2}{\sigma_x^2}$$

$$\sim \chi^2(n) \qquad \sim \chi^2(n-1) \qquad \sim \chi^2(1)$$
自由度 の 自由度 の 自由度 の カイニ乗分布

※ 赤文字は未知

↑母分散のみを含む統計量(=U)

カイ二乗分布は自由度が小さいと



(担当:池川)

pp.120 母分散の95%信頼区間

$$\Pr\left(\chi_{0.975}^{2}(n-1) < U < \chi_{0.025}^{2}(n-1)\right)$$

$$= \Pr\left(\frac{\sum (x_{i} - \bar{x})^{2}}{\chi_{0.025}^{2}(n-1)} < \sigma_{x}^{2} < \frac{\sum (x_{i} - \bar{x})^{2}}{\chi_{0.975}^{2}(n-1)}\right)$$

$$= \Pr\left(\frac{\text{偏差平方和}}{\text{力イ二乗統計量0.025}} < \sigma_{x}^{2} < \frac{\text{偏差平方和}}{\text{力イ二乗統計量0.975}}\right)$$

※ 下限値

※ 上限値

pp.123 母分散の区間推定に関する計算

問題10-1 5社を無作為抽出してROAを調べた結果

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	5.6		
2	5.2		
3	3.2		
4	4.6		
5	8.4		
合計			
平均値			

母分数のQ5%信頼区間を求め、	z

標本数n		
自由度n-1		
カイニ乗97.5%	6点 $\chi^2_{0.975}$	
カイ二乗2.5%	点 $\chi^2_{0.025}$	
※ カイニ	乗分布表から数	 値を読み取る
標本平均 \bar{x}		
偏差平方和	$\sum (x_i - \bar{x})^2$	

これらの数値を公式に代入して下限値, 上限値を計算する

	,	
()
	,)

下限値:14.56/11.1433 上限値:14.56/0.4844

pp.124 F分布

※ カイ二乗分布にしたがう2つの独立な確率変数の

比に関する確率分布

※ 自由度を

個もつ

※ 左右

$$F = \frac{\frac{\widehat{\sigma_1^2}}{\sigma_1^2}}{\frac{\widehat{\sigma_2^2}}{\sigma_2^2}} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

※ 2つの

が等しい仮定

 $\times \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

※ 等分散の仮定のもとでのみ以下も成り立つ

$$F_0 = \frac{\widehat{\sigma_1^2}}{\widehat{\sigma_2^2}} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

<u>ж</u> мето	
}	

今日の講義のまとめ

母分散の区間推定

母分散を含む統計量に基づいて行う

信頼係数 confidence coefficient

信頼区間 confidence interval

(下限 , 上限)

95%信頼区間

📐 Memo

信頼係数95%の信頼区間を、95%信頼区間ともいう

ランダムな標本抽出を100回繰り返し行って

信頼区間を100回計算するとき

区間内に母分散を含むものは100回中95回程度になる区間

$$\left(\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\chi_{0.025}^2}, \frac{\sum (x_i - \bar{x})}{\chi_{0.975}^2}\right)$$