統計学 ch10

（担当：YOH）

今日やること	母分散の区間推定について学びます。 F分布の性質とF分布にしたがう統計量を理解します。

pp.117　母分散の区間推定

分布
標本の大きさnが大きいとき 分布に近似

↓

分布
標本の大きさnが大きいとき の分布は 分布に近似 $Z=\frac{\bar{X}-\mu_X}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n}}}\sim N(0,1)$

→

分布
分布に したがう統計量と 分布に したがう統計量（独立）の 比に関する確率分布 $T=\frac{\bar{X}-\mu_X}{\sqrt{\frac{\widehat{\sigma_X^2}}{n}}}\sim t(n-1)$

↓

↓

↓

↓

分布
分布に したがう統計量の に関する確率分布 $U=\frac{\sum(X_i-\bar{X})^2}{\sigma_X^2}\sim\chi^2(n-1)$

→

分布
分布に したがう統計量（独立）の 比に関する確率分布 $F=\frac{\widehat{\sigma_1^2}}{\widehat{\sigma_2^2}}\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}\sim F(n_1-1,n_2-1)$

Memo

pp.118　母分散の区間推定

自由度 ☐ の ☐ 分布

※　母分散を含む統計量

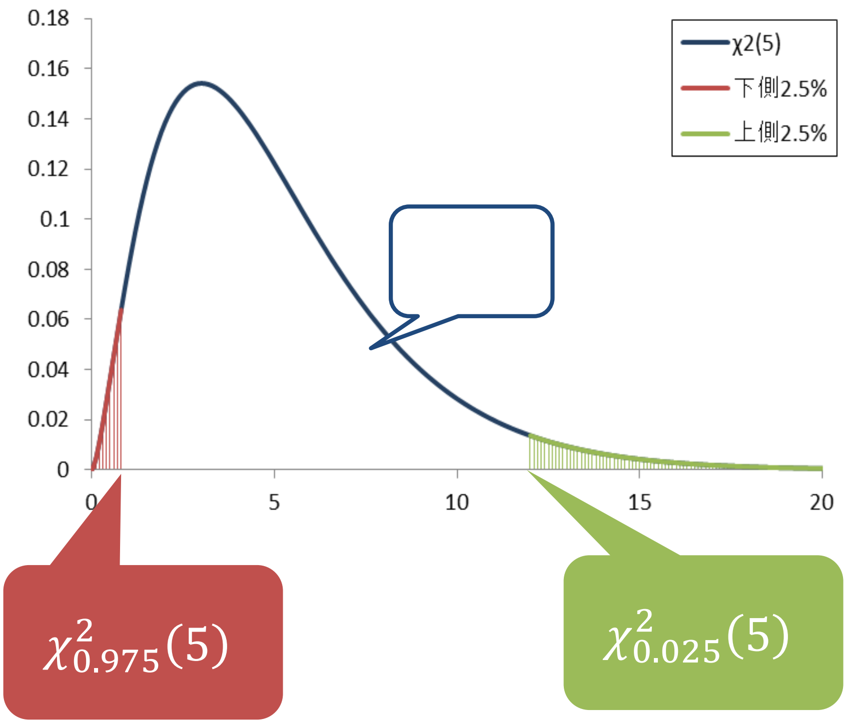
$$U = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{\sigma_x^2} \sim \chi^2(n-1)$$

$$\frac{\sum(x_i - \mu_x)^2}{\sigma_x^2} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{\sigma_x^2} + \frac{n(\bar{x} - \mu_x)^2}{\sigma_x^2}$$

$\sim\chi^2(n)$	$\sim\chi^2(n-1)$	$\sim\chi^2(1)$
自由度 ☐ の カイ二乗分布	自由度 ☐ の カイ二乗分布	自由度 ☐ の カイ二乗分布

※　赤文字は未知　　↑母分散のみを含む統計量（＝U）

カイ二乗分布は自由度が小さいと ☐



pp.120　母分散の95%信頼区間

$$\Pr\left(\chi^2_{0.975}(n-1) < U < \chi^2_{0.025}(n-1)\right)$$

$$= \Pr\left(\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{\chi^2_{0.025}(n-1)} < \sigma_x^2 < \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{\chi^2_{0.975}(n-1)}\right)$$

$$= \Pr\left(\frac{\text{偏差平方和}}{\text{カイ二乗統計量}0.025} < \sigma_x^2 < \frac{\text{偏差平方和}}{\text{カイ二乗統計量}0.975}\right)$$

※　下限値　　※　上限値

pp.123　母分散の区間推定に関する計算

問題10-1　5社を無作為抽出してROAを調べた結果

i	x_i	$x_i-\bar{x}$	$(x_i-\bar{x})^2$
1	5.6		
2	5.2		
3	3.2		
4	4.6		
5	8.4		
合計			
平均値			

母分散の95%信頼区間を求める

標本数n

自由度n-1

カイ二乗97.5%点 $\chi^2_{0.975}$

カイ二乗2.5%点　$\chi^2_{0.025}$

※　カイ二乗分布表から数値を読み取る

標本平均　$\bar{x}$

偏差平方和　$\sum(x_i-\bar{x})^2$

これらの数値を公式に代入して下限値，上限値を計算する

(　　　,　　　)

下限値：14.56/11.1433　　上限値：14.56/0.4844

pp.124　F分布

※ カイ二乗分布にしたがう2つの独立な確率変数の比に関する確率分布

※ 自由度を　　個もつ

※ 左右

$$F = \frac{\frac{\widehat{\sigma_1^2}}{\sigma_1^2}}{\frac{\widehat{\sigma_2^2}}{\sigma_2^2}} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

※ 2つの　　が等しい仮定

※ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

※ 等分散の仮定のもとでのみ以下も成り立つ

$$F_0 = \frac{\widehat{\sigma_1^2}}{\widehat{\sigma_2^2}} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

Memo

今日の講義のまとめ
母分散の区間推定 　母分散を含む統計量に基づいて行う
信頼係数　confidence coefficient 信頼区間　confidence interval 　（下限　,　上限）
95%信頼区間 　信頼係数95%の信頼区間を、95%信頼区間ともいう 　　ランダムな標本抽出を100回繰り返し行って 　　信頼区間を100回計算するとき 　　区間内に母分散を含むものは100回中95回程度になる区間 　　$\left(\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{\chi^2_{0.025}}, \frac{\sum(x_i-\bar{x})}{\chi^2_{0.975}}\right)$

✍ Memo