

第11章 (pp. 128)

統計的仮説検定

統計的仮説検定の考え方と流れ

統計的仮説検定の過程

①帰無仮説の設定



```
graph TD; A[①帰無仮説の設定] --> B[②検定統計量の作成]; B --> C[③危険率αの棄却域Rの設定]; C --> D[④仮説検定の判断];
```

②検定統計量の作成

③危険率 α の棄却域 R の設定

④仮説検定の判断

①帰無仮説の設定

- 分析者がやること： 帰無仮説・対立仮説を設定する
- 帰無仮説 (null hypothesis)
 - 棄却したい仮説
 - 母平均 μ_X は μ_0 である
 - 「平均購入金額は600円である」
 - $H_0: \mu_X = 600$
- 対立仮説 (alternative hypothesis)
 - 帰無仮説が棄却されたときに採択される仮説
 - 主張したいことは対立仮説に設定
 - 母平均 μ_X は μ_0 ではない
 - 「平均購入金額は600円ではない」 ← 主張したいこと
 - $H_1: \mu_X \neq 600$

【基本の考え方】
統計データと仮説に
矛盾が生じたときに
仮説を棄却する

①帰無仮説の設定

- 分析者がやること： 帰無仮説・対立仮説を設定する
- 両側検定
 - 分布の両側を考慮
 - $$\begin{cases} H_0: \mu_X = \mu_0 \\ H_1: \mu_X \neq \mu_0 \end{cases}$$
 - 製品の品質に**差がある** or 違いがない
- 片側検定
 - 分布の片側を考慮
 - $$\begin{cases} H_0: \mu_X = \mu_0 \\ H_1: \mu_X > \mu_0 \end{cases}$$
 - 製品の品質が**従来よりも優れている** or 違いがない

②検定統計量の作成

- 統計的に計算されること： 検定統計量
- 検定統計量 T_0
 - 帰無仮説が真ならば T_0 は自由度 $n - 1$ のt分布にしたがう
- 母分散が未知の場合には検定統計量は T_0 (t分布)
 - $T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\widehat{\sigma_X^2}}{n}}}$ ←母分散の代わりに標本不偏分散 ⇒ t分布
- 母分散が既知の場合には検定統計量は Z_0 (標準正規分布)
 - $Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n}}}$ ←母分散 ⇒ 標準正規分布

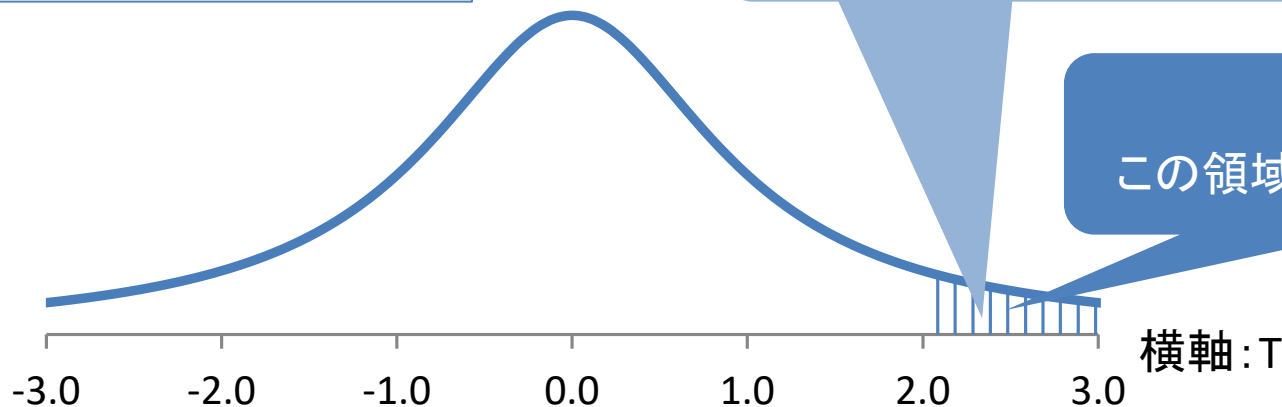
③危険率 α の棄却域Rの設定

- 分析者がやること： 危険率（有意水準） α を決める
- 統計的に計算されること： 棄却域R（t分布表から求める）

• 危険率 α の棄却域R

- 検定統計量がこの領域に含まれるときに
帰無仮説を棄却することを定めた領域

T分布（片側検定）の例



④仮説検定の判断

- 統計的に計算されること： 検定統計値 t_0
- 標本の統計データを検定統計量 T_0 に代入して統計検定値 t_0 を計算
 - 検定統計値が棄却域 R に含まれたら
帰無仮説を棄却して対立仮説を採択
 - 主張したいことが言えた！
 - 統計検定値が棄却域 R に含まれなかったら
帰無仮説を棄却できない
 - 帰無仮説が棄却できなかったからと言って
帰無仮説を採択するとは言わない
 - 帰無仮説が正しいとは限らないため

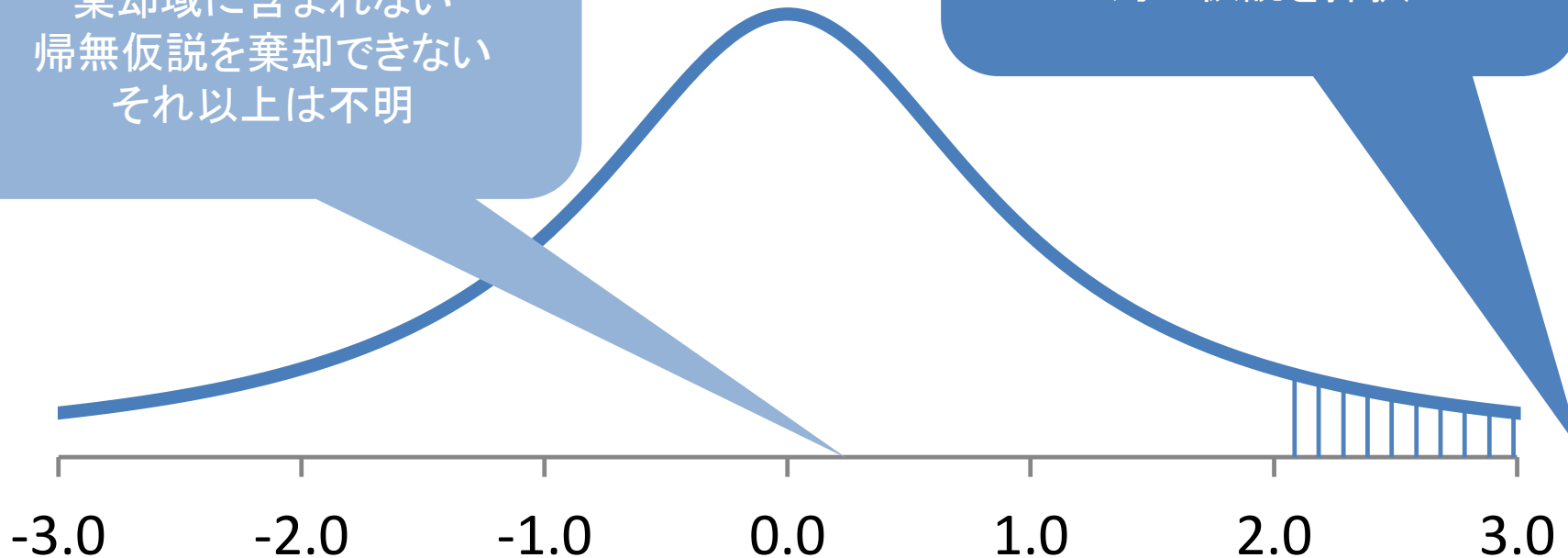
④仮説検定の判断

- 統計的に計算されること： 検定統計値 t_0

T分布(片側検定)の例

検定統計値が0.2だった場合
棄却域に含まれない
帰無仮説を棄却できない
それ以上は不明

統計検定値が5.0だった場合
棄却域に含まれる
帰無仮説を棄却
対立仮説を採択



第Ⅰ種の過誤と第Ⅱ種の過誤

仮説検定が誤りを犯す可能性

- 第Ⅰ種の過誤
 - 帰無仮説が正しいのに、間違って棄却する
 - 危険率の設定で制御することが可能
- 第Ⅱ種の過誤
 - 対立仮説が正しいのに、間違って採択しない
 - 第Ⅱ種の過誤が起こる確率は関数となる
 - 対立仮説 $H_1: \mu_X = \mu_1$ の値によって異なる値をとる
 - μ_1 が μ_0 に近いときには起こる確率 β が高くなる
 - このため、検定統計値が棄却域に含まれなかったときに「帰無仮説を採択する」とは断言できない

| | | 仮説検定の判断 | |
|----|--------|-----------|------------|
| | | 帰無仮説を棄却する | 帰無仮説を棄却しない |
| 事実 | 帰無仮説が真 | 第Ⅰ種の過誤 | 正 |
| | 帰無仮説が偽 | 正 | 第Ⅱ種の過誤 |

第11章のまとめ

- 統計的仮説検定
 - 標本における統計データと仮説に矛盾が生じたときに仮説を棄却する
- 分析者が設定する必要があるもの
 - 帰無仮説
 - 対立仮説
 - 危険率（有意水準）
- 帰無仮説が真のとき
 - 統計検定量は既知の確率分布にしたがう
- 統計検定値が棄却域に含まれるとき
 - 「帰無仮説を棄却する」
- 統計検定値が棄却域に含まれなかったとき
 - 「帰無仮説を採択する」とは言わない
- 第Ⅰ種の過誤・第Ⅱ種の過誤
 - 仮説検定が誤りを犯す可能性