学籍番号（　　　　　　　　　　）氏名（　　　　解答　　　　）

統計学　演習問題③

問題を解くための計算過程を記述すること．計算結果のみは採点対象外です．
小数点以下 2 桁とすること．なお，必要に応じて次の分布関数を用いても良い．

二項分布関数：$\Pr(x) = {}_n C_x \pi^x (1-\pi)^{n-x}$　　　ポアソン分布関数：$\Pr(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$

問 1 あるショッピングモールで，1 日あたりの平均来場者数は 10,000 人である．
このうち 150 人が A 社の商品を購入する．
本日は現時刻までに 300 人がこのショッピングモールに来場した．
現時刻までの A 社の商品の購入者数をxとすると，
その確率分布はポアソン分布で近似できるものとする．

① 期待値を求めよ．

$\mathrm{E}(x) = \mu = n\pi = 300 \times \frac{150}{10000} = 300 \times 0.015 = 4.5$

② 分散を求めよ．

$\mathrm{Var}(x) = n\pi = 4.5$

③ $x = 5$のときの確率を求めよ．　0.17

④ $x = 7$のときの確率を求めよ．　0.08

⑤ $x = 10$のときの確率を求めよ．　0.01

※③～⑤はいずれもポアソン分布表より

問 2 住宅販売会社の営業職 B さんの成約率（契約が成立する確率）は 35%であった．
これから商談を行う 5 人の顧客に対する成約xの確率を考える．

① 期待値を求めよ．

$\mathrm{E}(x) = n\pi = 5 \times 0.35 = 1.75$

② 分散を求めよ．

$\mathrm{Var}(x) = n\pi(1-\pi) = 5 \times 0.35 \times 0.65 = 1.1375 \approx 1.14$

③ 5 人すべてが契約成立の場合の確率を求めよ．　$0.0053 \approx 0.01$

④ 成約が 1 件も取れない確率を求めよ．　$0.1160 \approx 0.12$

⑤ $x = 3$のときの確率を求めよ．　$0.1813 \approx 0.18 = 18\%$

x	${}_5C_x$	$\pi^x = (0.35)^x$	$(1-\pi)^{5-x} = (0.65)^{5-x}$	$f(x) = {}_5 C_x \pi^x (1-\pi)^{5-x}$
0	1	1	0.1160	0.1160
1	5	0.3500	0.1785	0.3124
2	10	0.1225	0.2746	0.3364
3	10	0.0429	0.4225	0.1813
4	5	0.0150	0.6500	0.0488
5	1	0.0053	1	0.0053

学籍番号（　　　　　　　　　　）氏名（　　　　解答　　　　）

問 3 ある試験の平均点は 58 点，標準偏差は 9 であった.

試験の点数が正規分布にしたがう確率変数xであるとする.

ただし，点数はすべて整数値とする.

① 80 点以上は何パーセントいるか.

$\Pr(x \geq 80) = \Pr\left(z \geq \frac{80-58}{9}\right) = \Pr(z \geq 2.44) = 0.00734 \approx 0.7\%$

② 45 点未満は何パーセントいるか.

$\Pr(x < 45) = \Pr\left(z < \frac{45-58}{9}\right) = \Pr(z < -1.44) = 0.07493 \approx 7.5\%$

③ 高い方から 5%までを S 評価とすると，S 評価は何点以上か.

$\mathrm{z}_{\alpha} = 5\%点 = 1.65 = \frac{\mathrm{x}-58}{9}$

$\mathrm{x} = (1.65 \times 9) + 58 = 72.85 \ \therefore 73\ 点$

④ 低い方から 7%までを D 評価とすると，単位取得（C 評価以上）となる最低点は何点か.

$\mathrm{z}_{\alpha} = -7\%点 = -1.48 = \frac{\mathrm{x}-58}{9}$

$\mathrm{x} = (-1.48 \times 9) + 58 = 44.68 \ \therefore 45\ 点$

⑤ 高い方から 5%までを S 評価，10%までを A 評価とすると，
A 評価は何点以上何点未満となるか.

$\mathrm{z}_{\alpha} = 10\%点 = 1.29 = \frac{\mathrm{x}-58}{9}$

$\mathrm{x} = (1.29 \times 9) + 58 = 69.61$

③より，73 点以上は S 評価となるので，A 評価は 70 点以上 73 点未満

学籍番号（　　　　　　　　　　）氏名（　　　　解答　　　　）

問 4 データ入力作業のためにアルバイトを 20 人雇い，同じ作業量の作業時間を調べたところ，下表のデータを得た．（単位：分）

① 標本平均を求めよ．

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1476}{20} = 73.8$$

② 標本分散を求めよ．

$$S_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{2849.2}{20} = 142.46$$

③ 標本平均は正規分布にしたがい，
標本分散を母集団の分散として考えることができるとした場合，
95%の信頼係数で母平均の下限値と上限値を求めよ．

$$73.8 - 1.96 \times \sqrt{\frac{142.46}{20}} < \mu_x < 73.8 + 1.96 \times \sqrt{\frac{142.46}{20}}$$

$68.57 < \mu_x < 79.03$　より　下限値：68.6 分／上限値：79.0 分

④ 標本平均は正規分布にしたがい，母集団の分散は未知とする場合，
標本不偏分散の値を求めよ．

$$\widehat{\sigma_x^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{2849.2}{19} = 149.96$$

⑤ 標本平均は正規分布にしたがい，母集団の分散は未知とする場合，
95%信頼区間の下限値と上限値を求めよ．

$$73.8 - 2.0930 \times \sqrt{\frac{149.96}{20}} < \mu_x < 73.8 + 2.0930 \times \sqrt{\frac{149.96}{20}}$$

$68.06 < \mu_x < 79.53$　より　下限値：68.1 分／上限値：79.5 分

学籍番号（　　　　　　　　　　）氏名（　　　解答　　　）

問 5 大気汚染の改善と空気の乾燥化により，東京から富士山の見える日数が増加している．

2010 年では，富士山の見えた日数は 116 日で，1 日あたり 32%の確率である．

（朝日新聞 2011 年 1 月 18 日付）

外国から友人が来て，東京に 3 日間滞在することとなった．

この 3 日間に，富士山が見える確率を考えたい．

① 期待値を求めよ．

$\mathrm{E}(x) = n\pi = 3 \times 0.32 = 0.96$

② 分散を求めよ．

$\mathrm{Var}(x) = n\pi(1-\pi) = 3 \times 0.32 \times 0.68 = 0.6528 \approx 0.65$

③ 3 日間とも富士山が見える確率を求めよ． $0.0328 = 3.3\%$

④ 3 日間中，1 日も富士山が見えない確率を求めよ． $0.3144 = 31.4\%$

⑤ 3 日間中，少なくとも 1 日以上，富士山が見える確率を求めよ．

④の余事象を求めれば良い． $1 - 0.3144 = 0.6856 = 68.6\%$

x	${}_3C_x$	$\pi^x = (0.32)^x$	$(1-\pi)^{3-x} = (0.68)^{3-x}$	$f(x) = {}_3C_x \pi^x (1-\pi)^{3-x}$
0	1	1	0.3144	0.3144
1	3	0.3200	0.4624	0.4439
2	3	0.1024	0.6800	0.2089
3	1	0.0328	1.0000	0.0328