

今日やること	母平均の区間推定について学びます。 区間推定で用いる信頼係数と信頼区間の意味を理解します。 母平均の区間推定に関する計算を行います。
--------	--

pp.105 前回までの復習

	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_X}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n}}} \sim N(0, 1)$
	$U = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{\sigma_X^2} \sim \chi^2(n-1)$
	$T = \frac{\bar{X} - \mu_X}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_X^2}{n}}} \sim t(n-1)$

※ 色つきの部分は確率変数 (可変)

※ それ以外の部分は固定値

pp.106 母平均の区間推定

推定量の確率分布における区間を用いて母数を推定する
 ある区間内に母数が含まれることを で示す
 推定した区間は で表す

(confidence coefficient)

(confidence interval)

信頼係数 $100(1 - \alpha)$ %の信頼区間のことを $100(1 - \alpha)$ %信頼区間ともいう(,) で表す

pp.109 母平均の95%信頼区間

ランダムな標本抽出を100回繰り返し行って

信頼区間を100回計算するとき

区間内に母平均を含むものは

100回のうち95回程度になるような区間

標本平均、t分布の%点、標本不偏分散を使って計算する

超重要

$$\left(\bar{x} - t_{0.025}(n-1) \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_X^2}{n}}, \bar{x} + t_{0.025}(n-1) \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_X^2}{n}} \right)$$

pp.111 母平均の区間推定に関する計算

例題9-1 ポイントカード所有者2万人の母集団から50人を無作為抽出

標本数 $n = 50$ 標本平均 $\bar{x} = 1.98$ 標本分散 $S_x^2 = 2.6196$

母平均の95%信頼区間を求める

① 標本不偏分散を求める

$$\widehat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{n}{n-1} \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{n}{n-1} S_x^2$$

(pp.98 定義16 参照) より

$$\widehat{\sigma}_X^2 = \frac{n}{n-1} S_x^2 =$$

② t分布表から、t分布の%点を求める

今回は母平均の95%信頼区間なので

$$\boxed{} \text{ を求める } \left(\frac{1-0.95}{2} \right) = \left(\frac{0.05}{2} \right)$$

※ この例の場合は表中に数字がないが、

$$t_{0.025}(49) = 2.0096 \text{ として計算することとする}$$

③ t分布の%点、標本不偏分散、標本数を代入する

すなわち

$$t_{0.025}(49) \times \sqrt{\frac{\widehat{\sigma}_X^2}{n}} = 2.0096 \times \sqrt{\frac{2.6731}{50}} \approx$$

④ 標本平均から±して上限値と下限値を求める

下限値

$$\bar{x} - t_{0.025}(n-1) \sqrt{\frac{\widehat{\sigma}_X^2}{n}} =$$

上限値

$$\bar{x} + t_{0.025}(n-1) \sqrt{\frac{\widehat{\sigma}_X^2}{n}} =$$

以上より、母平均の95%信頼区間は

pp.112 統計データからの区間推定

例題9-2 ポイントカード所有者2万人の母集団から7人を無作為抽出

標本平均、標本分散等は不明

得られた統計データは以下の表の通り

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	3		
2	0		
3	2		
4	7		
5	5		
6	3		
7	1		
合計			
平均値			

- ① 標本平均が不明の場合、
まず標本平均を計算
※ 有効桁数は多めにとる
- ② 平均値からの偏差を計算
※ 合計がゼロになる確認
- ③ 偏差平方和を計算

(統計学Aの復習)

- ④ t分布表から2.5%点を求める

$$t_{0.025}(7-1) =$$

- ⑤ 標本不偏分散を求める

$$\widehat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 =$$

- ⑥ t分布の%点、標本不偏分散、標本数を代入する

$$t_{0.025}(n-1) \times \sqrt{\frac{\widehat{\sigma}_X^2}{n}} =$$

- ④ 標本平均から±して上限値と下限値を求める

下限値

$$\bar{x} - t_{0.025}(n-1) \sqrt{\frac{\widehat{\sigma}_X^2}{n}} =$$

上限値

$$\bar{x} + t_{0.025}(n-1) \sqrt{\frac{\widehat{\sigma}_X^2}{n}} =$$

以上より、母平均の95%信頼区間は

【練習問題】 下表は、あるクラスの英語の試験の受験者から抽出した15人分の得点である。

受験番号	得点	偏差	偏差平方和
1	28		
2	38		
3	32		
4	41		
5	42		
6	50		
7	42		
8	68		
9	52		
10	28		
11	67		
12	22		
13	27		
14	79		
15	62		
合計	678		

① 標本平均と標本分散を求めよ

標本平均

標本分散

② 標本平均は正規分布にしたがい

標本分散の値を母分散として

考えることができるとした場合、

95%信頼区間を求めよ。

ヒント 標準正規分布表

$n =$

$\bar{x} =$

$\Pr(-1.96 < Z < 1.96) = 0.95$

$\hat{\sigma}_X^2 = S_X^2 =$

(,)

③ 標本平均は正規分布にしたがい

標本分散は母集団の分散の

推定値に過ぎないとする場合、

95%信頼区間を求めよ。

ヒント t分布表

②の例では $\hat{\sigma}_X^2 = S_X^2$ だが

「推定値に過ぎない」と

考える場合は

「標本不偏分散」を求める

$\hat{\sigma}_X^2 =$

t%点は

(,)

Memo

【練習問題】 下表は、ある日のコンビニ20店舗の売上高である。

店舗 I D	売上高	偏差	偏差平方和
1	41		
2	17		
3	14		
4	23		
5	33		
6	38		
7	36		
8	26		
9	32		
10	27		
11	41		
12	25		
13	31		
14	21		
15	27		
16	35		
17	18		
18	19		
19	16		
20	28		
合計	548		

① 標本平均と標本分散を求めよ

標本平均

標本分散

② 標本平均は正規分布にしたがい

標本分散の値を母分散として

考えることができるとした場合、

95%信頼区間を求めよ。

ヒント 標準正規分布表

$n =$

$\bar{x} =$

$\Pr(-1.96 < Z < 1.96) = 0.95$

$\hat{\sigma}_X^2 = S_X^2 =$

(,)

③ 標本平均は正規分布にしたがい

標本分散は母集団の分散の

推定値に過ぎないとする場合、

95%信頼区間を求めよ。

ヒント t分布表

②の例では $\hat{\sigma}_X^2 = S_X^2$ だが

「推定値に過ぎない」と

考える場合は

「標本不偏分散」を求める


$\hat{\sigma}_X^2 =$

t%点は

(,)

✎ Memo

今日の講義のまとめ	
母平均の区間推定	
母平均を含む統計量に基づいて行う	
信頼係数	confidence coefficient
信頼区間	confidence interval
(下限 , 上限)	
95%信頼区間	
信頼係数95%の信頼区間を、95%信頼区間ともいう	
ランダムな標本抽出を100回繰り返し行って	
信頼区間を100回計算するとき	
区間内に母平均を含むものは100回中95回程度になる区間	
$\left(\bar{x} - t_{0.025}(n-1) \sqrt{\frac{\widehat{\sigma_X^2}}{n}}, \bar{x} + t_{0.025}(n-1) \sqrt{\frac{\widehat{\sigma_X^2}}{n}} \right)$	
区間推定の計算	
使用するもの	
標本平均	\bar{x}
標本不偏分散	$\widehat{\sigma_X^2}$
t分布のパーセント点	$t_{0.025}(n-1)$
標本平均 \pm t分布のパーセント点 $\sqrt{\frac{\text{標本不偏分散}}{\text{標本数}}}$	

 Memo