2025年1月18日提出

権力分立の堅牢性

――ゲーム理論による分析――

宮川栄一研究室

学籍番号 1762247E

氏名 山本　燿司

要旨

要旨です。1 ページ以上、2 ページ以内書くこと。

目次

序章

- 中学・高校の教科書には、三権分立しているから大丈夫（国家権力の暴走は防がれている）とある。政治学の教科書にもそうある（?）
- モンテスキューに遡っても、ルソーに遡っても、「こういうふうに分立したら大丈夫」とあるが、その理由やメカニズムは明らかになっていない。
- 今回見たいのは、各国家権力それぞれが暴走する可能性のある中、どのようなメカニズムでその暴走が防がれているのかという点。
- この観点での、既存論文は xxx。

1　モデル

[TODO: 画像はる。ゲームのイメージ図]

分権した国家権力機構が、全体的な方針を定めるゲームを考える。具体的には、プレイヤーが $N = \{$ 内閣, 国会 $\}$ の、2 期間の不完備情報動学ゲームを考える。このゲーム上でベイジアンナッシュ均衡の条件を求めることで、各変数がどのように各権力の暴走を膨張/抑制しているのかを分析する。

司法を入れない理由は 2 つある。1 つは、xxx。司法の違憲判決は行政執行や法律制定の数年から数十年に出される。例として、旧優性法、足尾銅山。（TODO：他の例や、反対にすぐに政策が違憲/違法判定された例を調べる)。その頃には、別の政権・議席割合であり、別のゲームをしていると考えるのが妥当。2 つ目は、見たかった司法の暴走の例は人質司法だが、これは政策決定とは別のゲームをしてる（司法の役割は、違法/違憲と合法/合憲の境目をはっきりさせる)。

主権者である国民（以下、”市民”とする）を入れない理由は、(TODO: 結果は変わらないから国会に取り込んだ。)。

国会の効用関数を以下のように定義する。

$$u_{\text{国会}} = v_t(\ W\ ,\ a_{\text{国会}}\ ) \times \delta_{\text{市民}}^{t-1}$$

$v_t(\ W\ ,\ a_{\text{国会}}\ )$ は、市民の厚生関数である。この厚生関数は、世界の状態である $W = \{$ 有事, 平時 $\}$ と、国会が承認する政策 $a_{\text{国会}} = \{A, B\}$ によって決まる。有事では予防的政策 A が長期でより効果的であり、平時では即時的政策 B が長期でより効果的であるとする。時間割引率 $\delta_{\text{市民}} = \{\delta_L, \delta_H\}(0 \leqslant \delta_L < \delta_H \leqslant 1)$[1)] は、主権である市民が愚民 (δ_L) であるか、賢民 (δ_H) であるかを表している。国会は、市民 [2)] から直接声を聞くため、この市民の時間割引率 $\delta_{\text{市民}}$ を観測できるが、内閣は観測できない。

内閣の効用関数を以下のように定義する。

$$u_{\text{内閣}} =\ \ \{T\{\alpha a_{\text{国会}} + \beta(1 - a_{\text{国会}})\} + (1 - T)v_t(\ W\ ,\ a_{\text{国会}}\ )\} \times \delta_{\text{内閣}}^{1-t}$$

内閣も市民の一人であるので、厚生関数 $v_t(\ W\ ,\ u_{\text{国会}}\ )$ を同じように持つ。加えて、内閣には私欲とも呼ばれる独自の正義感があり、各政策の実行自体からも効用を得

る。それぞれ、予防的政策 A から得られる効用を α, 即時的政策 B から得られる効用を β とする。数式上では $a_{国会} = \{A, B\} = \{1, 0\}$ とする。この私欲と公共心の割合は $T : (1-T)$ で表される。ただし、$T \in [0,1]$ 。内閣は自身の私欲と公共心の割合 $T : (1-T)$ に加え、外交や調査機関の情報 [3] から世界の状態 $W = \{$ 有事, 平時 $\}$ を観測できるが、国会からは観測できないものとする。

1.1 各権力の暴走の定義

今分析の目的は、権力分立の機構が各権力の暴走をどのように防いでいるかを明らかにする、というものだ。そこで今モデル上での各権力の暴走をここで定義する。

まず、暴走の定義は「あるプレイヤーが市民の厚生関数 $v_t(W, a_{国会})$ の合計を最大化しようとしていない（TODO: 見直す）状態」とする。つまり、最適行動が市民の厚生関数 $v_t(W, a_{国会})$ の合計の最大化よりも重要なパラメータがある状態？？結果的には、市民の厚生関数 $v_t(W, a_{国会})$ の合計を最大化できる暴走もある。

内閣の暴走は、私欲にもとづく行政執行である。xxx

国会の暴走は、ポピュリズムである。xxx

1.2 ゲームツリー

ゲームは、自然が内閣と国会に私的情報を与えるところから始まる。まず自然は確率 p で世界の状態を有事、$1-p$ で平時とし、内閣の私欲パラメーター $T \sim U(0,1)$ [4] を定める。これらの情報は内閣だけが観測することができる。次に、自然は確率 q で市民を賢民 ($\delta_{市民} = \delta_H$) とし、確率 $1-q$ で市民を愚民 ($\delta_{市民} = \delta_L$) とする。

内閣と国会の行動は全て 1 期で終わる。まず内閣は、どちらの政策が望ましいかというメッセージ $m_{内閣} = \{A, B\}$ を発する。国会はそのメッセージを受けて、最終的にどちらの政策を承認するかを決定 $a_{国会} = \{A, B\}$ する。直後、承認された政策が内閣により実行され、内閣と国会は 1 期目の利得を得る。

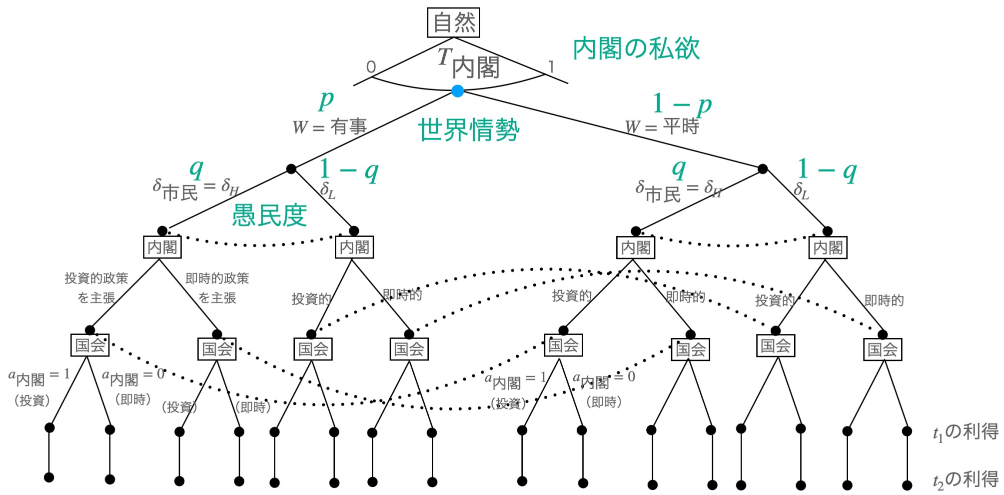

図 1: ゲームツリー

2 期目は、どのプレイヤーも行動せず、実行された政策の 2 期目の利得を得る。

1.3 市民の厚生関数 $v_t(W, a_{国会})$ における仮定

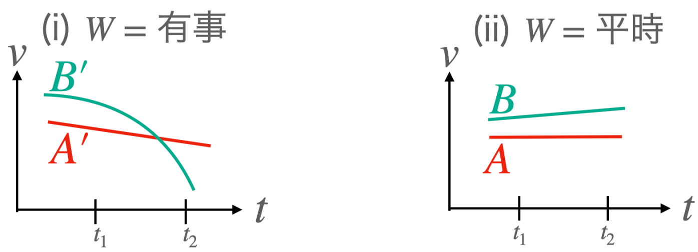

図 2: 厚生関数の仮定

有事における政策 A による t 期の効用を v'_{At} とし、平時における政策 A による t 期の効用を v_{At} とする。前述の通り、有事では予防的政策 A が長期的にはより効果的であり、平時では即時的政策 B が長期的により効果的である。これは以下の仮定で表される。

仮定 1 $v_{A1} + v_{A2} < v_{B1} + v_{B2}$

仮定 2 $v'_{B1} + v'_{B2} < v'_{A1} + v'_{A2}$

有事においては、1 期目は準備期間で 2 期目に深刻な事態が訪れるとする。なので、平時有事に関わらず、1 期目においては即時的政策 B の効用がより大きい。これは以下の仮定で表される。

仮定 3 $v_{A1} < v_{B1}$

仮定 4 $v'_{A1} < v'_{B1}$

仮定 2 と仮定 4 より、以下の条件が導かれる。これは有事においては、2 期目の効用は予防的政策（A）の方が大きくなることを表す。

条件 1 $v'_{B2} < v'_{A2}$

上の図 1 はこれらの仮定を含めたものである。このモデルの仮定を表す状況として例えば以下が考えられる。即時的政策 (B) は予防的政策 (A) を行わない場合、と広く解釈できる。

表 1: モデルの解釈の例

W = 有事	予防的政策 (A)
大地震	耐震工事・防波堤の建設
戦争	軍事費増大
少子高齢化の果て	年金制度の改革

1.4 国会の時間割引率 $\delta_{市民}$ に関する仮定

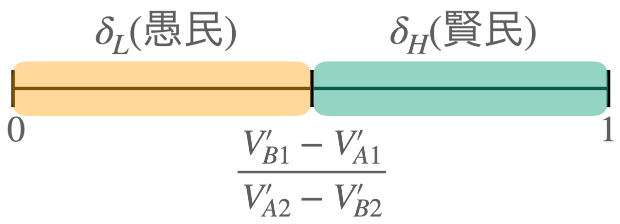

図 3: 有事での $\delta_{市民} = \{\delta_L, \delta_H\}$ の仮定

前述の通り、$\delta_{市民} \in [0,1]$ は主権者である市民が賢民 (δ_H) か愚民 (δ_L) かを表す。

賢民 (δ_H) の場合は、有事では予防的政策 (A) を望むものとする。これは例えば、社会保障が増大している時に増税を受け入れるような状態である。この仮定は数式上は以下のように表される。

仮定 5 $V'_{B1} + \delta_H V'_{B2} < V'_{A1} + \delta_H V'_{A2}$

この仮定を整理すると、

$$\begin{aligned} V'_{B1} + \delta_H V'_{B2} &< V'_{A1} + \delta_H V'_{A2} \\ V'_{B1} - V'_{A1} &< \delta_H (V'_{A2} - V'_{B2}) \\ \delta_H (V'_{A2} - V'_{B2}) &> V'_{B1} - V'_{A1} \\ \delta_H &> \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}} \end{aligned}$$

よって、以下の条件を得る。

条件 2 $\delta_H > \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}$

愚民 (δ_L) の場合は、たとえ有事であっても即時的政策 (B) を望むものとする。これは例えば、給付金によるばら撒き政策を常に望む状態である。これは以下の仮定で表される。

仮定 6 $V'_{A1} + \delta_L V'_{A2} < V'_{B1} + \delta_L V'_{B2}$

この仮定を整理すると、

$$\begin{aligned} V'_{A1} + \delta_L V'_{A2} &< V'_{B1} + \delta_L V'_{B2} \\ \delta_L V'_{A2} - \delta_L V'_{B2} &< V'_{B1} - V'_{A1} \\ \delta_L (V'_{A2} - V'_{B2}) &< V'_{B1} - V'_{A1} \\ \delta_L &< \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}} \end{aligned}$$

よって、以下の条件を得る。

条件 3 $\delta_L < \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}$

上の図 2 はこれらの仮定を含めたものである [5)]。つまり、有事の場合では $\frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}$ を境として市民が賢民か愚民かが決まる。

平時においては、賢民であっても愚民であっても即時的政策 (B) を望むものとする。これは以下の仮定で表される。

仮定 7 $V_{A1} + \delta_{市民} V_{A2} < V_{B1} + \delta_{市民} V_{B2} \quad$ ただし $\quad 0 \leqslant \delta_{市民} \leqslant 1$

これを整理して

$$
\begin{aligned}
V_{A1} + \delta_{市民} V_{A2} &< V_{B1} + \delta_{市民} V_{B2} \\
\delta_{市民} V_{A2} - \delta_{市民} V_{B2} &< V_{B1} - V_{A1} \\
\delta_{市民}(V_{A2} - V_{B2}) &< V_{B1} - V_{A1} \\
\begin{cases}
\delta_{市民} & < \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\
\delta_{市民} & > \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}
\end{aligned}
$$

よって、賢民と愚民に場合分けした以下の条件を得る。

条件 4

$$
\begin{cases}
\delta_H & < \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\
\delta_H & > \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}
$$

条件 5

$$
\begin{cases}
\delta_L & < \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\
\delta_L & > \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}
$$

また仮定 6 と仮定 7 より、市民が愚民 $(\delta_{市民} = \delta_L)$ である場合、国会は有事でも平時でも即時的政策 (B) を選好する。つまり愚民である場合は $a_{国会} = B$ が支配戦略になる。よって以下の命題を得る。

命題 1 $a^*_{国会} = B \quad \text{if} \quad \delta_{市民} = \delta_L$

章末注

[1]TODO: この大小関係は仮定としてまとめる。

[2] モデル外

[3] これらはモデル外の話。

[4] 区間 [0,1] の一様分布

[5]TODO:$\delta_{\text{市民}} = \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V'_{A2}-V_{B2}}$ の時は、考える意味がない or 愚民か賢民の方にくっつける。

2　内閣の最適反応

内閣の戦略のパターン数は、私的情報の $W = \{$ 有事, 平時 $\}, T \in [0,1]$ によって決まる。私欲パラメーターの T は連続変数であるため、内閣にとって $m_{内閣} = A, m_{内閣} = B$ が無差別となる境目 T^* が存在する。実際の T が T^* よりも大きいか小さいかで、内閣の最適反応は変化する。T^* は、世界の状態 W に依存するため、$T^*_{有事}, T^*_{平時}$ が存在する。よって内閣の戦略は、世界の状態 W と、T と $T^* = \{T^*_{有事}, T^*_{平時}\}$ の大小関係によって戦略は場合分けされる。具体的には、以下の 4 パターンでそれぞれ予防的政策 (A) を主張するか、即時的政策 (B) を主張するかを選択する。

$$(W = 有事)\ かつ\ (T^*_{有事} > T)\ の場合$$
$$(W = 有事)\ かつ\ (T^*_{有事} < T)\ の場合$$
$$(W = 平時)\ かつ\ (T^*_{平時} > T)\ の場合$$
$$(W = 平時)\ かつ\ (T^*_{平時} < T)\ の場合$$

内閣の最適戦略は国会の最適戦略に依存する。しかし、国会の最適戦略も同じように内閣の最適戦略に依存している。そこで、国会の行動に対する確率を以下のように一旦仮置きして計算を進める。

$$P(a_{国会} = A | m_{内閣} = A, \delta_{市民} = \delta_H) \equiv x$$
$$P(a_{国会} = B | m_{内閣} = A, \delta_{市民} = \delta_H) \equiv 1 - x$$
$$P(a_{国会} = A | m_{内閣} = B, \delta_{市民} = \delta_H) \equiv y$$
$$P(a_{国会} = B | m_{内閣} = B, \delta_{市民} = \delta_H) \equiv 1 - y$$

市民が愚民である $(\delta_{市民} = \delta_L)$ 場合、命題 1 より、国会は内閣の行動に依存せず、常に即時的政策 (B) を選択する。そのため、ここでは市民が賢民である $(\delta_{市民} = \delta_H)$

場合について考えれば良い。

2.1 各行動が無差別となる境界点 T^* の数式表現

まず、内閣にとっての各行動が無差別になる境目である $T^* = \{T^*_{有事}, T^*_{平時}\}$ を求める。$T^*_{有事}$ は、有事において内閣の期待効用が無差別となる状態である。有事における各行動の期待効用は

$$
\begin{aligned}
&E[u_{内閣}(m_{内閣} = A|W = 有事)] \\
&= q\Big\{x\{T\alpha + (1-T)(V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{A2})\} + (1-x)\{T\beta + (1-T)(V'_{B1} + \delta_{内閣}V'_{B2})\}\Big\} \\
&\quad + (1-q)\{T\beta + (1-T)(V'_{B1} + \delta_{内閣}V'_{B2})\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&E[u_{内閣}(m_{内閣} = B|W = 有事)] \\
&= q\Big\{y\{T\alpha + (1-T)(V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{A2})\} + (1-y)\{T\beta + (1-T)(V'_{B1} + \delta_{内閣}V'_{B2})\}\Big\} \\
&\quad + (1-q)\{T\beta + (1-T)(V'_{B1} + \delta_{内閣}V'_{B2})\}
\end{aligned}
$$

この差分は、

$$
\begin{aligned}
&E[u_{内閣}(m_{内閣} = A|W = 有事)] - E[u_{内閣}(m_{内閣} = B|W = 有事)] \\
&= q\Big\{T\alpha(x-y) + V'_{A1}(x-y) + \delta_{内閣}V'_{A2}(x-y) - TV'_{A1}(x-y) - T\delta_{内閣}V'_{A2}(x-y) \\
&\qquad - T\beta(x-y) - V'_{B1}(x-y) - \delta_{内閣}V'_{B2}(x-y) + TV'_{B1}(x-y) + T\delta_{内閣}V'_{B2}(x-y)\Big\} \\
&= q(x-y)\{T(\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}) + V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_{内閣}(V'_{A2} - V'_{B2})\}
\end{aligned}
$$

この差分が $=0$ になる時が、2 つの行動が無差別になる状態 $T^*_{有事}$ なので

$$
\begin{aligned}
E[u_{内閣}(m_{内閣} = A|W = 有事)] - E[u_{内閣}(m_{内閣} = B|W = 有事)] &= 0 \\
q(x-y)\{T(\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}) + V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_{内閣}(V'_{A2} - V'_{B2})\} &= 0 \\
T(\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}) &= V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}
\end{aligned}
$$

よって、

$$
T = \frac{V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}}{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}} = T^*_{有事}
$$

次に $T^*_{平時}$ も同じように求める。平時における各行動の期待値の差分は、

$$
\begin{aligned}
&E[u_{内閣}(m_{内閣} = A|W = 平時)] - E[u_{内閣}(m_{内閣} = B|W = 平時)] \\
&= q\Big\{x\{T\alpha + (1-T)(V_{A1} + \delta_{内閣}V_{A2})\} + (1-x)\{T\beta + (1-T)(V_{B1} + \delta_{内閣}V_{B2})\}\Big\} \\
&\quad + (1-q)\{T\beta + (1-T)(V_{B1} + \delta_{内閣}V_{B2})\} \\
&\quad - q\Big\{y\{T\alpha + (1-T)(V_{A1} + \delta_{内閣}V_{A2})\} + (1-y)\{T\beta + (1-T)(V_{B1} + \delta_{内閣}V_{B2})\}\Big\} \\
&\quad + (1-q)\{T\beta + (1-T)(V_{B1} + \delta_{内閣}V_{B2})\} \\
&= qx\{T\alpha + V_{A1} + \delta_{内閣}V_{A2} - TV_{A1} - T\delta_{内閣}V_{A2} - T\beta - V_{B1} - \delta_{内閣}V_{B2} + TV_{B1} + T\delta_{内閣}V_{B2}\} \\
&\quad - qy\{T\alpha + V_{A1} + \delta_{内閣}V_{A2} - TV_{A1} - T\delta_{内閣}V_{A2} - T\beta - V_{B1} - \delta_{内閣}V_{B2} + TV_{B1} + T\delta_{内閣}V_{B2}\} \\
&= q(x-y)\{T(\alpha - V_{A1} - \delta_{内閣}V_{A2} - \beta + V_{B1} + \delta_{内閣}V_{B2}) + V_{A1} + \delta_{内閣}V_{A2} - V_{B1} - \delta_{内閣}V_{B2}\}
\end{aligned}
$$

この差分が $= 0$ になる時が、2 つの行動が無差別になる状態 $T^*_{平時}$ なので

$$T(\alpha - V_{A1} - \delta_{内閣}V_{A2} - \beta + V_{B1} + \delta_{内閣}V_{B2}) + V_{A1} + \delta_{内閣}V_{A2} - V_{B1} - \delta_{内閣}V_{B2} = 0$$

よって、

$$T = \frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣}V_{B2} - \delta_{内閣}V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣}V_{B2} - \delta_{内閣}V_{A2}} = T^*_{平時}$$

まとめると、$T^* = \{T^*_{有事}, T^*_{平時}\}$ の数式上の定義は以下になる。

定義 $T^*_{有事} = \frac{V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}}{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}}$

定義 $T^*_{平時} = \frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣}V_{B2} - \delta_{内閣}V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣}V_{B2} - \delta_{内閣}V_{A2}}$

2.2 T^* の性質

TODO: 差分を一回微分してどうなるか。

2.3 T^* が全て内点に存在する条件

内閣の私欲パラメーターである T は $[0,1]$ の範囲に存在する。しかし、$T^* = \{T^*_{有事}, T^*_{平時}\}$ はそうとは限らない。$0 < T^* < 1$ のように内点に存在する場合は、最適反応が変わる境界点としての役割を持つ。しかし $T^* < 0, 1 < T^*$ のように端点に存在する場合は、T の値によって最適反応は変わらない [6)]。よって、T^* が内点に存在する場合と、端点に存在する場合に分けて考える必要がある。以下では、まず T^* が全て内点に存在する場合の条件を明示する。

$W =$ 有事 の場合、$T^*_{有事} = \frac{V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣} V'_{B2} - \delta_{内閣} V'_{A2}}{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣} V'_{B2} - \delta_{内閣} V'_{A2}}$ となる。内点の条件は $0 < T^* < 1$ だが、$T^*_{有事}, T^*_{平時}$ の分母の正負で場合分けが必要。

有事-(i) $0 < T^*_{有事} < 1$, $\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣} V'_{B2} - \delta_{内閣} V'_{A2} > 0$

まず分母の条件を整理すると、

$$\begin{aligned}
\delta_{内閣}(V'_{B2} - V'_{A2}) &> -\alpha + \beta - V'_{B1} + V'_{A1} \\
\delta_{内閣}(V'_{A2} - V'_{B2}) &< \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} \\
\delta_{内閣} &< \frac{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}
\end{aligned}$$

$0 < T^*_{\text{有事}}$ より、

$$\begin{aligned}
0 &< \frac{V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}}{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}} \\
0 &< V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}}(V'_{B2} - V'_{A2}) \\
-V'_{B1} + V'_{A1} &< \delta_{\text{内閣}}(V'_{B2} - V'_{A2}) \\
V'_{B1} - V'_{A1} &> \delta_{\text{内閣}}(V'_{A2} - V'_{B2}) \\
\delta_{\text{内閣}} &< \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}
\end{aligned}$$

$T^*_{\text{有事}} < 1$ より、

$$\begin{aligned}
\frac{V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}}{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}} &< 1 \\
V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2} &< \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2} \\
\delta_{\text{内閣}}(V'_{B2} - V'_{A2}) &< \alpha - \beta + \delta_{\text{内閣}}(V'_{B2} - V'_{A2}) \\
\beta &< \alpha
\end{aligned}$$

この 3 つの条件と $0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1$ を合わせて、以下の最終的な条件を得る。

$$\text{有事-(i)} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta < \alpha, \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}} \end{cases}$$

有事-(ii) $0 < T^*_{\text{有事}} < 1, \;\; \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2} < 0$

まず分母の条件より

$$\delta_{\text{内閣}} > \frac{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}$$

$0 < T^*_{\text{有事}}$ より、

$$\delta_{\text{内閣}} > \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}$$

$T^*_{\text{有事}} < 1$ より、

$$\beta > \alpha$$

この 3 つの条件と $0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1$ を合わせて、以下の最終的な条件を得る。

$$\text{有事-(ii)} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha < \beta, \\ \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}} < \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 \end{cases}$$

平時-(i) $0 < T^*_{\text{平時}} < 1,\ \ \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2} > 0$

まず分母の条件を整理すると、

$$\begin{aligned}
\delta_{\text{内閣}}(V_{B2} - V_{A2}) &> -\alpha + \beta - V_{B1} + V_{A1} \\
\delta_{\text{内閣}}(V_{A2} - V_{B2}) &< \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} \\
\begin{cases}
\delta_{\text{内閣}} & < \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\
\delta_{\text{内閣}} & > \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}
\end{aligned}$$

$0 < T^*_{\text{平時}}$ より、

$$\begin{aligned}
0 &< \frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}} \\
0 &< V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}}(V_{B2} - V_{A2}) \\
-V_{B1} + V_{A1} &< \delta_{\text{内閣}}(V_{B2} - V_{A2}) \\
V_{B1} - V_{A1} &> \delta_{\text{内閣}}(V_{A2} - V_{B2}) \\
\delta_{\text{内閣}}(V_{A2} - V_{B2}) &< V_{B1} - V_{A1} \\
\begin{cases}
\delta_{\text{内閣}} & < \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\
\delta_{\text{内閣}} & > \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}
\end{aligned}$$

$T^*_{\text{平時}} < 1$ より、

$$\begin{aligned}
\frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}} &< 1 \\
V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2} &< \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2} \\
\delta_{\text{内閣}}(V_{B2} - V_{A2}) &< \alpha - \beta + \delta_{\text{内閣}}(V_{B2} - V_{A2}) \\
\beta &< \alpha
\end{aligned}$$

この 3 つの条件と $0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1$ を合わせて、以下の最終的な条件を得る。

$$\text{平時-(i)} \Leftrightarrow \begin{cases}
\beta < \alpha, \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} < 1 \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad 1 \leqslant \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}$$

平時-(ii) $0 < T^*_{\text{平時}} < 1,\ \ \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2} \quad < 0$

まず分母の条件より

$$
\begin{aligned}
\delta_{\text{内閣}}(V_{B2}-V_{A2}) &< -\alpha+\beta-V_{B1}+V_{A1} \\
\delta_{\text{内閣}}(V_{A2}-V_{B2}) &> \alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{cases}
\delta_{\text{内閣}} & > \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2}<V_{A2} \\
\delta_{\text{内閣}} & < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2}<V_{B2}
\end{cases}
$$

$0 < T^*_{\text{平時}}$ より、

$$
\begin{cases}
\delta_{\text{内閣}} & > \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2}<V_{A2} \\
\delta_{\text{内閣}} & < \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2}<V_{B2}
\end{cases}
$$

$T^*_{\text{平時}} < 1$ より、

$$
\beta > \alpha
$$

この 3 つの条件を合わせて、以下の条件を得る。

$$
\text{平時-(ii)} \Leftrightarrow
\begin{cases}
\alpha<\beta, & \\
\delta_{\text{内閣}} > \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2}<V_{A2} \\
\delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & \text{if} \quad V_{A2}<V_{B2}
\end{cases}
$$

条件の $V_{B2} < V_{A2}$ と仮定 1 より $1 < \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}$ であること、

条件の $V_{A2} < V_{B2}$ より $\frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 0$ であることに注意する。

さらに $0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1$ と合わせて、以下の最終的な条件を得る。

$$
\text{平時-(ii)} \Leftrightarrow
\begin{cases}
\alpha<\beta, & \\
\text{解なし} & \text{if} \quad V_{B2}<V_{A2} \\
\text{解なし} & \text{if} \quad V_{A2}<V_{B2}
\end{cases}
$$

つまり、平時-(ii) を満たす $\delta_{\text{内閣}}$ は存在しない。

まとめると、有事と平時、またそれらの分母の正負から以下の 3 つの場合分けが生じる。

$$
\text{有事-(i)} \Leftrightarrow
\begin{cases}
\beta<\alpha, \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}
\end{cases}
\qquad
\text{有事-(ii)} \Leftrightarrow
\begin{cases}
\alpha<\beta, \\
\frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} < \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1
\end{cases}
$$

$$
\text{平時-(i)} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta < \alpha, & \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1 \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}
$$

T^* が全て内点に存在するとは、有事-(i) かつ平時-(i)、有事-(ii) かつ平時-(i) のどちらかが成立している状態である。それぞれの場合ごとに条件の成立可否と最終的な条件を出す。

$$
\text{有事-(i) かつ平時-(i)} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta < \alpha, & \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} & \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1 \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}
$$

有事-(ii) かつ平時-(i):

$\beta < \alpha, \alpha < \beta$ が矛盾するので不成立

よって、$T^* = \{T^*_{\text{有事}}, T^*_{\text{平時}}\}$ が全て内点に存在する場合、有事-(i) かつ平時-(i) の条件が必要になる。

2.4 T^* が全て端点に存在する条件

その存在区間から導かれる条件を明らかにする。

2.5 T^* が内点と端点に存在する条件

(i) 有事で内点、平時で端点 $\left\{\{\{\}\}\right\}$

(ii) 有事で端点、平時で内点 $\{asdtestasd\}$

章末注

[6]TODO:=がついたときも考える or ここでは考えない言い訳をする。

3 国会の最適反応

3.1 市民が愚民 (δ_L) である場合

命題 1 より、市民が愚民である $(\delta_{\text{市民}} = \delta_L)$ 場合は、即時的政策 (B) を承認することが支配戦略となる。つまり、内閣の行動や世界状況などに関わらず、常に国会は $a_{\text{国会}}(\delta_{\text{市民}} = \delta_L) = B$ を選択する。

3.2 市民が賢民 (δ_H) である場合

しかし、世界状況が有事か平時であるかは国会には分からない。国会は内閣の行動を通じて合理的に予測する。仮定 5 と仮定 7 より、市民が賢民である場合は、国会は有事には予防的政策 (A) を平時には即時的政策 (B) を選好する。

まず、内閣の行動に対する確率を以下のように一旦仮置きして計算を進める。

$$
\begin{aligned}
P(m_{\text{内閣}} = A | W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) &\equiv e \\
P(m_{\text{内閣}} = B | W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) &\equiv 1 - e \\
P(m_{\text{内閣}} = A | W = \text{有事}, T < T^*_{\text{有事}}) &\equiv f \\
P(m_{\text{内閣}} = B | W = \text{有事}, T < T^*_{\text{有事}}) &\equiv 1 - f \\
P(m_{\text{内閣}} = A | W = \text{平時}, T > T^*_{\text{有事}}) &\equiv g \\
P(m_{\text{内閣}} = B | W = \text{平時}, T > T^*_{\text{有事}}) &\equiv 1 - g \\
P(m_{\text{内閣}} = A | W = \text{平時}, T < T^*_{\text{有事}}) &\equiv h \\
P(m_{\text{内閣}} = B | W = \text{平時}, T < T^*_{\text{有事}}) &\equiv 1 - h
\end{aligned}
$$

国会の最適反応を考えるにあたって必要なことは、国会の立場から見たときの、先手である内閣の行動 $m_{\text{内閣}} = \{A, B\}$ を見た上での条件付き確率 $P(W = \text{有事} \,|m_{\text{内閣}})$ である [7)]。さらに、前章で見たように内閣の最適行動は T, T^* の大小関係によっても決まるため、実際に計算しないといけないのは以下の確率である [8)9)]。

$$
\begin{aligned}
&P(W = \text{有事}\,|m_{\text{内閣}}) \\
&= P(W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}|m_{\text{内閣}}) \;+\; P(W = \text{有事}, T < T^*_{\text{有事}}|m_{\text{内閣}}) \\
&= \frac{P(W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}})}{P(m_{\text{内閣}})} + \frac{P(W = \text{有事}, T < T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}})}{P(m_{\text{内閣}})} \\
&= \frac{P(m_{\text{内閣}}|W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) \times P(W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})}{P(m_{\text{内閣}})} \\
&\qquad + \frac{P(m_{\text{内閣}}|W = \text{有事}, T < T^*_{\text{有事}}) \times P(W = \text{有事}, T < T^*_{\text{有事}})}{P(m_{\text{内閣}})}
\end{aligned}
$$

最終的にこれを計算するために、以下、必要な確率を求める。

定義より

$$P(W = \text{有事}) = p, \quad P(W = \text{平時}) = 1 - p$$

$T \sim U(0,1)$ より、$r_{\text{有事}} \equiv \int_0^{T^*_{\text{有事}}} f(T)dT$　とすると、

$$
\begin{aligned}
P(T > T^*_{\text{有事}}) &= \int_{T^*_{\text{有事}}}^1 f(T)dT \\
&= 1 - \int_0^{T^*_{\text{有事}}} f(T)dT \\
&= 1 - r_{\text{有事}}
\end{aligned}
$$

$$P(T < T^*_{\text{有事}}) = \int_0^{T^*_{\text{有事}}} f(T)dT = r_{\text{有事}}$$

$$P(T > T^*_{\text{平時}}) = 1 - \int_0^{T^*_{\text{平時}}} f(T)dT = 1 - r_{\text{平時}}$$

$$P(T < T^*_{\text{平時}}) = \int_0^{T^*_{\text{平時}}} f(T)dT = r_{\text{平時}}$$

これを用いて、[10)]

$$
\begin{aligned}
&P(W=\text{有事}, T>T^*_{\text{有事}}) = p \times (1-r_{\text{有事}})\\
&P(W=\text{有事}, T<T^*_{\text{有事}}) = p \times r_{\text{有事}}\\
&P(W=\text{平時}, T>T^*_{\text{有事}}) = p \times (1-r_{\text{平時}})\\
&P(W=\text{平時}, T<T^*_{\text{有事}}) = p \times r_{\text{平時}}
\end{aligned}
$$

これを用いて、[11)]

$$
\begin{aligned}
&P(m_{\text{内閣}}=A)\\
&= P(m_{\text{内閣}}=A|W=\text{有事}, T>T^*_{\text{有事}})P(W=\text{有事}, T>T^*_{\text{有事}})\\
&\quad + P(m_{\text{内閣}}=A|W=\text{有事}, T<T^*_{\text{有事}})P(W=\text{有事}, T<T^*_{\text{有事}})\\
&\quad + P(m_{\text{内閣}}=A|W=\text{平時}, T>T^*_{\text{平時}})P(W=\text{平時}, T>T^*_{\text{平時}})\\
&\quad + P(m_{\text{内閣}}=A|W=\text{平時}, T<T^*_{\text{平時}})P(W=\text{平時}, T<T^*_{\text{平時}})\\
&= e \times p(1-r_{\text{有事}}) + f \times pr_{\text{有事}} + g(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + h(1-p)r_{\text{平時}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&P(m_{\text{内閣}}=B)\\
&= (1-e) \times p(1-r_{\text{有事}}) + (1-f) \times pr_{\text{有事}} + (1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + (1-h)(1-p)r_{\text{平時}}
\end{aligned}
$$

これを用いて、[12)]

$$
\begin{aligned}
&P(W=\text{有事}, T>T^*_{\text{有事}}|m_{\text{内閣}}=A)\\
&= \frac{P(m_{\text{内閣}}=A|W=\text{有事}, T>T^*_{\text{有事}}) \times P(W=\text{有事}, T>T^*_{\text{有事}})}{P(m_{\text{内閣}}=A)}\\
&= \frac{ep(1-r_{\text{有事}})}{ep(1-r_{\text{有事}}) + fpr_{\text{有事}} + g(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + h(1-p)r_{\text{平時}}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&P(W=\text{有事}, T<T^*_{\text{有事}}|m_{\text{内閣}}=A)\\
&= \frac{fpr_{\text{有事}}}{ep(1-r_{\text{有事}}) + fpr_{\text{有事}} + g(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + h(1-p)r_{\text{平時}}}
\end{aligned}
$$

$$P(W=\text{平時}, T > T^*_{\text{平時}} | m_{\text{内閣}} = A)$$

$$= \frac{g(1-p)(1-r_{\text{平時}})}{ep(1-r_{\text{有事}}) + fpr_{\text{有事}} + g(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$P(W=\text{平時}, T < T^*_{\text{平時}} | m_{\text{内閣}} = A)$$

$$= \frac{h(1-p)r_{\text{平時}}}{ep(1-r_{\text{有事}}) + fpr_{\text{有事}} + g(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}} | m_{\text{内閣}} = B)$$

$$= \frac{P(m_{\text{内閣}} = B | W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) \times P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})}{P(m_{\text{内閣}} = B)}$$

$$= \frac{(1-e)p(1-r_{\text{有事}})}{(1-e)p(1-r_{\text{有事}}) + (1-f)pr_{\text{有事}} + (1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + (1-h)(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$P(W=\text{有事}, T < T^*_{\text{有事}} | m_{\text{内閣}} = B)$$

$$= \frac{(1-f)pr_{\text{有事}}}{(1-e)p(1-r_{\text{有事}}) + (1-f)pr_{\text{有事}} + (1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + (1-h)(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$P(W=\text{平時}, T > T^*_{\text{平時}} | m_{\text{内閣}} = B)$$

$$= \frac{(1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}})}{(1-e)p(1-r_{\text{有事}}) + (1-f)pr_{\text{有事}} + (1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + (1-h)(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$P(W=\text{平時}, T < T^*_{\text{平時}} | m_{\text{内閣}} = B)$$

$$= \frac{(1-h)(1-p)r_{\text{平時}}}{(1-e)p(1-r_{\text{有事}}) + (1-f)pr_{\text{有事}} + (1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + (1-h)(1-p)r_{\text{平時}}}$$

これを用いて、最終的に求めたい $P(W|m_{内閣})$ の確率が計算できる。

$$P(W = 有事\ |m_{内閣} = A)$$
$$= P(W = 有事, T > T^*_{有事}|m_{内閣} = A) + P(W = 有事, T < T^*_{有事}|m_{内閣} = A)$$
$$= \frac{ep(1 - r_{有事}) + fpr_{有事}}{ep(1 - r_{有事}) + fpr_{有事} + g(1 - p)(1 - r_{平時}) + h(1 - p)r_{平時}}$$

$$P(W = 平時\ |m_{内閣} = A)$$
$$= P(W = 平時, T > T^*_{平時}|m_{内閣} = A) + P(W = 平時, T < T^*_{平時}|m_{内閣} = A)$$
$$= \frac{g(1 - p)(1 - r_{平時}) + h(1 - p)r_{平時}}{ep(1 - r_{有事}) + fpr_{有事} + g(1 - p)(1 - r_{平時}) + h(1 - p)r_{平時}}$$

$$P(W = 有事\ |m_{内閣} = B)$$
$$= P(W = 有事, T > T^*_{有事}|m_{内閣} = B) + P(W = 有事, T < T^*_{有事}|m_{内閣} = B)$$
$$= \frac{(1 - e)p(1 - r_{有事}) + (1 - f)pr_{有事}}{(1 - e)p(1 - r_{有事}) + (1 - f)pr_{有事} + (1 - g)(1 - p)(1 - r_{平時}) + (1 - h)(1 - p)r_{平時}}$$

$$P(W = 平時\ |m_{内閣} = B)$$
$$= P(W = 平時, T > T^*_{平時}|m_{内閣} = B) + P(W = 平時, T < T^*_{平時}|m_{内閣} = B)$$
$$= \frac{(1 - g)(1 - p)(1 - r_{平時}) + (1 - h)(1 - p)r_{平時}}{(1 - e)p(1 - r_{有事}) + (1 - f)pr_{有事} + (1 - g)(1 - p)(1 - r_{平時}) + (1 - h)(1 - p)r_{平時}}$$

これで内閣の各行動に対する、国会の最適反応を求めることができる。まず内閣が1 期目で $m_{内閣} = A$ を選択、つまり、予防的政策 (A) を主張した場合の国会の各行動の期待値は

$$E[u_{国会}(a_{国会}=A,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=A]$$

$$=P(W=有事\,|m_{内閣}=A)\times(V'_{A1}+\delta_H V'_{A2})+P(W=平時\,|m_{内閣}=A)\times(V_{A1}+\delta_H V_{A2})$$

$$=\frac{\{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}\}(V'_{A1}+\delta_H V'_{A2})+\{g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}\}(V_{A1}+\delta_H V_{A2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

$$E[u_{国会}(a_{国会}=B,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=A]$$

$$=P(W=有事\,|m_{内閣}=A)\times(V'_{B1}+\delta_H V'_{B2})+P(W=平時\,|m_{内閣}=A)\times(V_{B1}+\delta_H V_{B2})$$

$$=\frac{\{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}\}(V'_{B1}+\delta_H V'_{B2})+\{g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}\}(V_{B1}+\delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

この差分を計算すると、

$$E[u_{国会}(a_{国会}=A,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=A]-E[u_{国会}(a_{国会}=B,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=A]$$

$$=\frac{\{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

$$+\frac{\{g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

この差分の大小関係によって、以下に決まる。x とは前章で定義した $P(a_{国会}=A|m_{内閣}=A,\delta_{市民}=\delta_H)\equiv x$ である。

$$\begin{cases} 差分=0 & \Leftrightarrow a_{国会}=A,B\ \text{は無差別} \\ 差分>0 & \Leftrightarrow a^*_{国会}(\delta_H,m_{内閣}=A)=A \quad \to x=1 \\ 差分<0 & \Leftrightarrow a^*_{国会}(\delta_H,m_{内閣}=A)=B \quad \to x=0. \end{cases}$$

次に内閣が 1 期目で $m_{内閣}=B$ を選択、つまり、即時的政策 (B) を主張した場合の国会の各行動の期待値は

$$E[u_{国会}(a_{国会}=A,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=B]$$

$$=P(W=有事\,|m_{内閣}=B)\times(V'_{A1}+\delta_H V'_{A2})+P(W=平時\,|m_{内閣}=B)\times(V_{A1}+\delta_H V_{A2})$$

$$=\frac{\{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}\}(V'_{A1}+\delta_H V'_{A2})}{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}+(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}}$$

$$+\frac{\{(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}\}(V_{A1}+\delta_H V_{A2})}{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}+(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}}$$

$$E[u_{国会}(a_{国会}=B,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=B]$$

$$=P(W=有事\,|m_{内閣}=B)\times(V'_{B1}+\delta_H V'_{B2})+P(W=平時\,|m_{内閣}=B)\times(V_{B1}+\delta_H V_{B2})$$

$$=\frac{\{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}\}(V'_{B1}+\delta_H V'_{B2})}{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}+(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}}$$

$$+\frac{\{(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}\}(V_{B1}+\delta_H V_{B2})}{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}+(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}}$$

この差分を計算すると、

$$E[u_{国会}(a_{国会}=A,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=B]-E[u_{国会}(a_{国会}=B,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=B]$$

$$=\frac{\{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

$$+\frac{\{(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

この差分の大小関係によって、以下に決まる。y とは前章で定義した $P(a_{国会}=A|m_{内閣}=B,\delta_{市民}=\delta_H)\equiv y$ である。

$$\begin{cases} 差分=0 & \Leftrightarrow a_{国会}=A,B\ は無差別 \\ 差分>0 & \Leftrightarrow a^*_{国会}(\delta_H,m_{内閣}=A)=A \quad \rightarrow y=1 \\ 差分<0 & \Leftrightarrow a^*_{国会}(\delta_H,m_{内閣}=A)=B \quad \rightarrow y=0. \end{cases}$$

章末注

[7] 有事、平時の確率がわかれば、それに対応する国会の最適行動が求まるから。また、条件付き期待値を考えるのは、$p, 1-p$ よりもより正確に有事, 平時の確率を計算できるため。また有事か平時かの条件付き確率が片方わかれば、$P(W=\text{平時}\,|m_{\text{内閣}}) = 1 - P(W=\text{有事}\,|m_{\text{内閣}})$ でもう片方も計算できる。

[8]$m_{\text{内閣}}$ は $=\{A, B\}$ でそれぞれ場合分けする必要がある。

[9] 最後の変換は、$(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})$ を 1 つの事象とみなして、ベイズの公式を使って計算できます。具体的には、

$$\begin{aligned} P(m_{\text{内閣}}|W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) &= \frac{P(m_{\text{内閣}}, W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})}{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})} \\ &= \frac{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}})}{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})} \quad \text{より、} \end{aligned}$$

$$P(m_{\text{内閣}}|W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) = \frac{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}})}{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})}$$

$$P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}}) = P(m_{\text{内閣}}|W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) \times P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})$$

を使って、

$$\begin{aligned} &P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}|m_{\text{内閣}}) \\ &= \frac{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}})}{P(m_{\text{内閣}})} \\ &= \frac{P(m_{\text{内閣}}|W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) \times P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})}{P(m_{\text{内閣}})} \end{aligned}$$

[10]TODO: 余力あれば、この意味を確かめる。時系列的に独立ではないが、無相関？？

[11] 最初の変形は一見ややこしいが、「傘を持っていく確率」=「晴れの日に傘を持っ

ていく確率」×「晴れの確率」+ ⋯　というように、「ある行動の確率」= 「条件付き行動の確率」×「その条件の事象の発生確率」を計算しているだけ。

[12] 計算の方法は上の注と同じで、$(W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})$ を 1 つの事象とみなして、ベイズの公式を使って計算できる。

4　均衡

内閣の純粋戦略は以下の 4 つになる。[13)]

$$
\begin{cases}
(W = \text{有事})\ \text{かつ}\ (T^*_{\text{有事}} > T) \to A \\
(W = \text{有事})\ \text{かつ}\ (T^*_{\text{有事}} < T) \to B \\
(W = \text{平時})\ \text{かつ}\ (T^*_{\text{平時}} > T) \to A \\
(W = \text{平時})\ \text{かつ}\ (T^*_{\text{平時}} < T) \to B
\end{cases}
\quad
\begin{cases}
\to B \\
\to A \\
\to B \\
\to A
\end{cases}
\quad
\begin{cases}
\to A \\
\to B \\
\to B \\
\to A
\end{cases}
\quad
\begin{cases}
\to B \\
\to A \\
\to A \\
\to B
\end{cases}
$$

TODO: 以下の続きを計算する。

$$
\begin{aligned}
P(T > T^*_{\text{有事}}) &= \int_1^{T^*_{\text{有事}}} f(T)dT \\
&= \int_1^{T^*_{\text{有事}}} f(T)dT
\end{aligned}
$$

謝辞

　三島大輝君の卒論ファイルを参考にしました。三島君は濱田高彰君のファイルを参考にしたそうです。先輩の知恵に感謝します。

参考文献

[1] ロバート・ギボンズ (1995)『経済学のためのゲーム理論入門』(福岡正夫・須田伸一訳)創文社。

[2] 高須賀義博 (1994)「再生産の局面分析」『経済研究』第 25 巻第 3 号，18–27 頁。

[3] Moulin, H. (1983), *The Strategy of Social Choice*, Amsterdam, Netherlands: North-Holland.

[4] Moore, J., and R. Repullo (1990), "Nash Implementation: A Full Characterization," *Econometrica*, Vol. 58, No. 5, pp. 1083–1099.