2025年1月20日提出

権力分立の堅牢性

——ゲーム理論による分析——

宮川栄一研究室

学籍番号 1762247E

氏名 山本　燿司

要旨

本研究は、三権分立のうち「立法（国会）」と「行政（内閣）」の権力分立構造がどのように権力の暴走を抑制し、社会全体の利益を実現するかをゲーム理論の枠組みを用いて分析したものである。

日本を含む多くの先進国において三権分立制は当たり前のように存在するが、「なぜ大丈夫なのか」「どんなときにも権力の暴走は防げるのか」といった根本的な問いにはあまりされない。さらに、教科書やモンテスキューやロックの古典的著作に当たっても、現状の制度や叙情的な説明が中心であり、網羅性や客観性に欠ける部分が残されている。そこで本論文では、国家の方針決定や政策形成の過程を舞台として数理モデルを構築し、権力分立が「権力の暴走」をどのような条件下で抑制あるいは助長するのかを明確にすることを目的とした。

本稿のモデルは、2 期間の不完備情報ベイジアン動学ゲームによって構成されている。プレイヤーは内閣と国会の 2 者のみとし、司法は組み込まない。その理由としては、(1) 行政や立法のプロセス（政策・法律立案と承認）に司法が直接的に参加する場面が少ないこと、(2) 違憲判決が多くの場合、実際の行政執行や立法から相当の時間を経て下されるため、当事者（政権や議席数）が変わった別のゲームに近い状況となること、(3) 本モデルの主題である「有事・平時に外部から問題が降ってきたとき、国家がどのような意思決定を行うか」という場面では、違法・違憲行為の有無が主要な争点にはならないためである。

具体的には、「有事か平時か」という世界の状態と、「市民（主権者）の時間割引率」がプレイヤーごとに非対称に観測される設定を行い、内閣・国会それぞれの効用関数を定義したうえでベイジアンナッシュ均衡を分析する。内閣は自身の“ 私欲 ”（独自の正義感や政治的モチベーション）と公共心とのバランスをパラメータ T で表し、国会は「市民の厚生」を直接代表するものとして、時間割引率の水準（市民が“ 賢民 ”か“ 愚民 ”か）を観測できるように設定する。一方、国会の時間割引率や内閣の私欲パラメータは相手プレイヤーには観測されない。これにより、「お互いが完全には見えていない」状況下でどのように政策が選択されるかを検討し、暴走の起こりやすさや抑制条件を解析した。

考察の結果、本モデルでは以下のような知見が得られた。今回見た近郊では内閣の

時間割引率 $\delta_{\text{内閣}}$ が賢民の時間割引率 δ_H よりも低くなる必要がある。またこの内閣は実は有事であっても、非予防的政策 (B) を選好する部分がある。私欲が増せば増すほど、内閣は予防的政策 (A) を主張しやすくなる。これは、内点の仮定から生じた条件 $\alpha > \beta$、つまり内閣は予防的政策 (A) を世界の状況に関係なく選好していることが理由に挙げられる。以上の分析を踏まえ、今後の展望としては、別の均衡の計算や、国家の時間割引率をはじめとするパラメータの連続化などの拡張、司法の組み込みなどが挙げられる。

目次

序章

日本をはじめ先進国のほとんど全ての国家が三権分立制を採用している。三権分立制とは平たくいえば、「ルールを決めるもの」「ルールを実行するもの」「ルールから外れていないか監視するもの」の 3 つの機関に国家権力を分割して、互いに抑制させようという考えである。日本ではルールを決めるものを国会（立法）が相当し、実行するものは内閣（行政）が、監視するものは最高裁判所（司法）がその役割を担っている。

多くの人が三権分立また権力分立という言葉を知ったのは中学・高校の社会科目であろう。例えば、（宮本憲一ほか, 2018）では以下のような記述がある。

> ロックは立法権と執行権を分離し、立法権優位の制度をとることを提案し、モンテスキューは『法の精神』で立法・行政・司法をわけ、異なる期間に担当させる三権分立制を唱えた。いずれも権力を複数の機関に分担させ、抑制と均衡（チェック-アンド-バランス）の関係におこうとした主張であった。

多くの教科書ではこの導入部分の後に、各権力の働きや他の権力へ指名権や任命権、拒否権などを通じて各権力がどのように関わっているのか、また、弾劾裁判などの問題が発生した場合の対処方法などを教わる。これらに共通することは、権力分立はこうなっているという現状については知ることができるが、なぜ大丈夫なのか？という理由については答えてくれない。本当にパワーバランスが均衡しているのか、どんな時でも権力の暴走は防がれるのか、それとも何か条件があるのか。その暴走は常に防がれるべき悪いものなのか、疑問は尽きない。また、これらの議論は言葉を用いて行われることが多いが、客観性や議論の網羅性に欠ける可能性が高い。モンテスキューの原著にもあたってみたが、叙情的な説明が多く、満足いく答えは得られなかった。

そこで今回、ゲーム理論を用いて権力分立のメカニズムを明らかにする。具体的には、上に挙げたような疑問に答えるため、政策・国家方針形成のプロセスを舞台として内閣と国会を主役としたゲーム理論のモデルを作成し、どのような要素が暴走を抑制・助長するのか、その要素間の関係や効果を持つための条件を明らかにする。

1　モデル

分権した国家権力機構が、全体的な方針を定めるゲームを考える。具体的には、プレイヤーが $N = \{$ 内閣, 国会 $\}$ の、2 期間の不完備情報動学ゲームを考える。このゲーム上でベイジアンナッシュ均衡の条件を求めることで、各変数がどのように各権力の暴走を膨張/抑制しているのかを分析する。

司法を入れない理由は 2 つある。1 つは、内閣と国会の政策/法律立案と承認のプロセスには、司法は組み込まれていないためである。司法の違憲判決は、多くの場合、行政執行や法律制定の数年から数十年に出される。その頃には内閣は別の政権・議席割合であることがほとんどで、別のゲームをしていると考えるのが妥当である。2 つ目は、司法の役割として違法/違憲と合法/合憲の境目をはっきりさせることが挙げられるが、今回のゲームモデルには違法的/違憲的な行動が含まれていない。ここでの主題は、外部から問題が降ってきた時に国家としてどのように意思決定を行うかであり、違法行為の有無は重要ではないからである。

国会の効用関数を以下のように定義する。

$$u_{\text{国会}} = v_t(\ W\ ,\ a_{\text{国会}}\ ) \times \delta_{\text{市民}}^{t-1}$$

$v_t(\ W\ ,\ a_{\text{国会}}\ )$ は、市民の厚生関数である。この厚生関数は、世界の状態である $W = \{$ 有事, 平時 $\}$ と、国会が承認する政策 $a_{\text{国会}} = \{A, B\}$ によって決まる。有事では予防的政策 A が長期でより効果的であり、平時では非予防的政策 B が長期でより効果的であるとする。時間割引率 $\delta_{\text{市民}} = \{\delta_L, \delta_H\}(0 \leqslant \delta_L < \delta_H \leqslant 1)$ は、主権である市民が愚民 (δ_L) であるか、賢民 (δ_H) であるかを表している。国会は、市民[1)] から直接声を聞くため、この市民の時間割引率 $\delta_{\text{市民}}$ を観測できるが、内閣は観測できない。

内閣の効用関数を以下のように定義する。

$$u_{\text{内閣}} = \ \{T\{\alpha a_{\text{国会}} + \beta(1 - a_{\text{国会}})\} + (1 - T)v_t(\ W\ ,\ a_{\text{国会}}\ )\} \times \delta_{\text{内閣}}^{1-t}$$

内閣も市民の一人であるので、厚生関数 $v_t(\ W\ ,\ u_{\text{国会}}\ )$ を同じように持つ。加えて、内閣には私欲とも呼ばれる独自の正義感があり、各政策の実行自体からも効用を得る。それぞれ、予防的政策 A から得られる効用を α, 非予防的政策 B から得られる

効用を β とする。ただし $\alpha \neq \beta$[2]。数式上では $a_{\text{国会}} = \{A, B\} = \{1, 0\}$ とする。この私欲と公共心の割合は $T : (1 - T)$ で表される。ただし、$T \in [0, 1]$ 。内閣は自身の私欲と公共心の割合 $T : (1 - T)$ に加え、外交や調査機関の情報 [3] から世界の状態 $W = \{$ 有事, 平時 $\}$ を観測できるが、国会からは観測できないものとする。

1.1　ゲームツリー

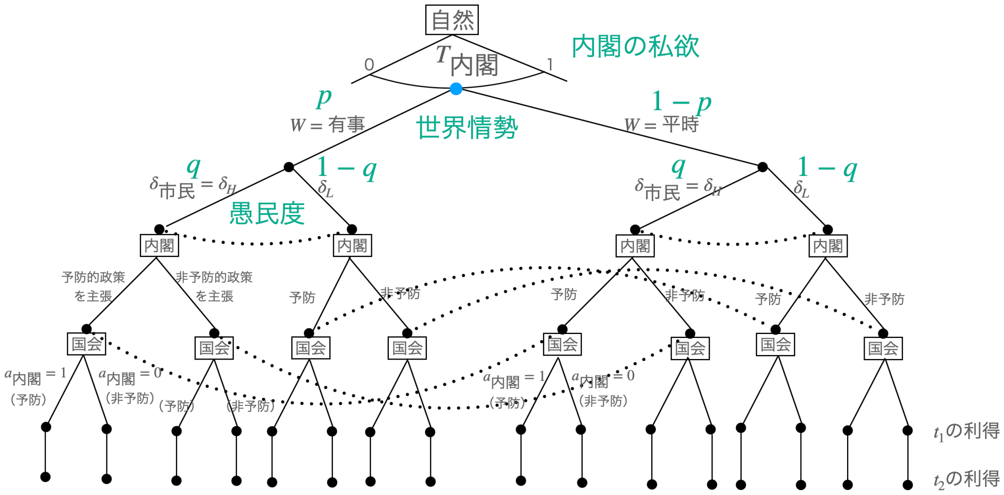

図 1: ゲームツリー

ゲームは、自然が内閣と国会に私的情報を与えるところから始まる。まず自然は確率 p で世界の状態を有事、$1 - p$ で平時とし、内閣の私欲パラメーター $T \sim U(0, 1)$[4] を定める。これらの情報は内閣だけが観測することができる。次に、自然は確率 q で市民を賢民 $(\delta_{\text{市民}} = \delta_H)$ とし、確率 $1 - q$ で市民を愚民 $(\delta_{\text{市民}} = \delta_L)$ とする。

内閣と国会の行動は全て 1 期で終わる。まず内閣は、どちらの政策が望ましいかというメッセージ $m_{\text{内閣}} = \{A, B\}$ を発する。国会はそのメッセージを受けて、最終的にどちらの政策を承認するかを決定 $a_{\text{国会}} = \{A, B\}$ する。直後、承認された政策が内閣により実行され、内閣と国会は 1 期目の利得を得る。

2 期目は、どのプレイヤーも行動せず、実行された政策の 2 期目の利得を得る。

1.2 市民の厚生関数 $v_t(W, a_{国会})$ における仮定

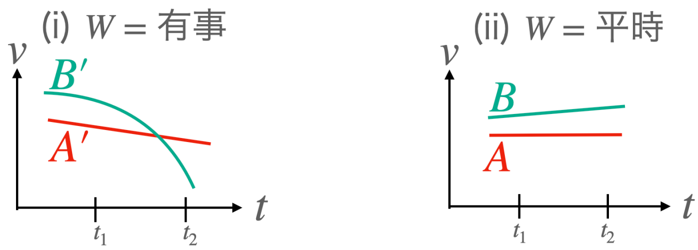

図 2: 厚生関数の仮定

有事における政策 A による t 期の効用を v'_{At} とし、平時における政策 A による t 期の効用を v_{At} とする。前述の通り、有事では予防的政策 A が長期的にはより効果的であり、平時では非予防的政策 B が長期的により効果的である。これは以下の仮定で表される。

仮定 1 $v_{A1} + v_{A2} < v_{B1} + v_{B2}$

仮定 2 $v'_{B1} + v'_{B2} < v'_{A1} + v'_{A2}$

有事においては、1 期目は準備期間で 2 期目に深刻な事態が訪れるとする。なので、平時有事に関わらず、1 期目においては非予防的政策 B の効用がより大きい。これは以下の仮定で表される。

仮定 3 $v_{A1} < v_{B1}$

仮定 4 $v'_{A1} < v'_{B1}$

仮定 2 と仮定 4 より、以下の条件が導かれる。これは有事においては、2 期目の効用は予防的政策（A）の方が大きくなることを表す。

条件 1 $v'_{B2} < v'_{A2}$

上の図 1 はこれらの仮定を含めたものである。このモデルの仮定を表す状況として

例えば以下が考えられる。非予防的政策 (B) は予防的政策 (A) を行わない場合、と広く解釈できる。

表 1: モデルの解釈の例

$W =$ 有事	予防的政策 (A)
大地震	耐震工事・防波堤の建設
戦争	軍事費増大
少子高齢化の果て	年金制度の改革

1.3 国会の時間割引率 $\delta_{市民}$ に関する仮定

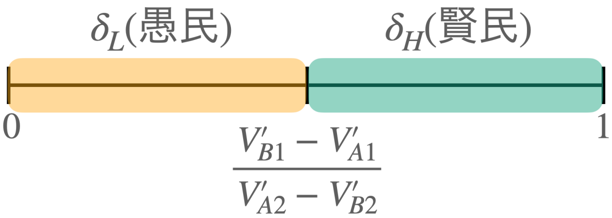

図 3: 有事での $\delta_{市民} = \{\delta_L, \delta_H\}$ の仮定

前述の通り、$\delta_{市民} \in [0, 1]$ は主権者である市民が賢民 (δ_H) か愚民 (δ_L) かを表す。

賢民 (δ_H) の場合は、有事では予防的政策 (A) を望むものとする。これは例えば、社会保障が増大している時に増税を受け入れるような状態である。この仮定は数式上は以下のように表される。

仮定 5 $V'_{B1} + \delta_H V'_{B2} < V'_{A1} + \delta_H V'_{A2}$

この仮定を整理すると、

$$
\begin{aligned}
V'_{B1} + \delta_H V'_{B2} &< V'_{A1} + \delta_H V'_{A2} \\
V'_{B1} - V'_{A1} &< \delta_H (V'_{A2} - V'_{B2}) \\
\delta_H (V'_{A2} - V'_{B2}) &> V'_{B1} - V'_{A1} \\
\delta_H &> \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}
\end{aligned}
$$

よって、以下の条件を得る。

条件 2 $\delta_H > \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}$

愚民 (δ_L) の場合は、たとえ有事であっても非予防的政策 (B) を望むものとする。これは例えば、給付金によるばら撒き政策を常に望む状態である。これは以下の仮定で表される。

仮定 6 $V'_{A1} + \delta_L V'_{A2} < V'_{B1} + \delta_L V'_{B2}$

この仮定を整理すると、

$$\begin{aligned}
V'_{A1} + \delta_L V'_{A2} &< V'_{B1} + \delta_L V'_{B2} \\
\delta_L V'_{A2} - \delta_L V'_{B2} &< V'_{B1} - V'_{A1} \\
\delta_L (V'_{A2} - V'_{B2}) &< V'_{B1} - V'_{A1} \\
\delta_L &< \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}
\end{aligned}$$

よって、以下の条件を得る。

条件 3 $\delta_L < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}$

上の図 2 はこれらの仮定を含めたものであるつまり、有事の場合では $\frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}$ を境として市民が賢民か愚民かが決まる。

平時においては、賢民であっても愚民であっても非予防的政策 (B) を望むものとする。これは以下の仮定で表される。

仮定 7 $V_{A1} + \delta_{\text{市民}} V_{A2} < V_{B1} + \delta_{\text{市民}} V_{B2}$ ただし $0 \leqslant \delta_{\text{市民}} \leqslant 1$

これを整理して

$$\begin{aligned}
V_{A1} + \delta_{\text{市民}} V_{A2} &< V_{B1} + \delta_{\text{市民}} V_{B2} \\
\delta_{\text{市民}} V_{A2} - \delta_{\text{市民}} V_{B2} &< V_{B1} - V_{A1} \\
\delta_{\text{市民}} (V_{A2} - V_{B2}) &< V_{B1} - V_{A1}
\end{aligned}$$

$$\begin{cases}
\delta_{\text{市民}} \quad < \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\
\delta_{\text{市民}} \quad > \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}$$

よって、賢民と愚民に場合分けした以下の条件を得る。

条件 4

$$\begin{cases} \delta_H & < \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\ \delta_H & > \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}$$

条件 5

$$\begin{cases} \delta_L & < \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\ \delta_L & > \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}$$

また仮定 6 と仮定 7 より、市民が愚民 ($\delta_{\text{市民}} = \delta_L$) である場合、国会は有事でも平時でも非予防的政策 (B) を選好する。つまり愚民である場合は $a_{\text{国会}} = B$ が支配戦略になる。よって以下の補題を得る。

補題 1 $\delta_{\text{市民}} = \delta_L$ の場合 $a^*_{\text{国会}} = B$

章末注

[1] モデル外

[2] $\alpha = \beta$ の場合は考えない。ここで問題にしたいのは、独自の正義感（私欲）によって政策 A もしくは B に偏りが生じるケースだからである。ちなみに、私欲がそもそもないケースは $T = 0$ で分析できる。

[3] これらはモデル外の話。

[4] 区間 [0,1] の一様分布

2 内閣の最適反応

内閣の戦略のパターン数は、私的情報の $W = \{$ 有事, 平時 $\}, T \in [0,1]$ によって決まる。私欲パラメーターの T は連続変数であるため、内閣にとって $m_{\text{内閣}} = A, m_{\text{内閣}} = B$ が無差別となる境目 T^* が存在する。実際の T が T^* よりも大きいか小さいかで、内閣の最適反応は変化する。T^* は、世界の状態 W に依存するため、$T^*_{\text{有事}}, T^*_{\text{平時}}$ が存在する。よって内閣の戦略は、世界の状態 W と、T と $T^* = \{T^*_{\text{有事}}, T^*_{\text{平時}}\}$ の大小関係によって戦略は場合分けされる。具体的には、以下の 4 パターンでそれぞれ予防的政策 (A) を主張するか、非予防的政策 (B) を主張するかを選択する。

$$
\begin{gathered}
(W = \text{有事}) \text{ かつ } (T > T^*_{\text{有事}}) \text{ の場合} \\
(W = \text{有事}) \text{ かつ } (T < T^*_{\text{有事}}) \text{ の場合} \\
(W = \text{平時}) \text{ かつ } (T > T^*_{\text{平時}}) \text{ の場合} \\
(W = \text{平時}) \text{ かつ } (T < T^*_{\text{平時}}) \text{ の場合}
\end{gathered}
$$

内閣の最適戦略は国会の最適戦略に依存する。しかし、国会の最適戦略も同じように内閣の最適戦略に依存している。そこで、国会の行動に対する確率を以下のように一旦仮置きして計算を進める。

$$
\begin{aligned}
P(a_{\text{国会}} = A | m_{\text{内閣}} = A, \delta_{\text{市民}} = \delta_H) &\equiv x \\
P(a_{\text{国会}} = B | m_{\text{内閣}} = A, \delta_{\text{市民}} = \delta_H) &\equiv 1 - x \\
P(a_{\text{国会}} = A | m_{\text{内閣}} = B, \delta_{\text{市民}} = \delta_H) &\equiv y \\
P(a_{\text{国会}} = B | m_{\text{内閣}} = B, \delta_{\text{市民}} = \delta_H) &\equiv 1 - y
\end{aligned}
$$

市民が愚民である $(\delta_{\text{市民}} = \delta_L)$ 場合、補題 1 より、国会は内閣の行動に依存せず、常に非予防的政策 (B) を選択する。そのため、ここでは市民が賢民である $(\delta_{\text{市民}} = \delta_H)$

場合について考えれば良い。

2.1 各行動が無差別となる境界点 T^* の数式表現

まず、内閣にとっての各行動が無差別になる境目である $T^* = \{T^*_{有事}, T^*_{平時}\}$ を求める。$T^*_{有事}$ は、有事において内閣の期待効用が無差別となる状態である。有事における各行動の期待効用は

$$
\begin{aligned}
&E[u_{内閣}(m_{内閣} = A|W = 有事)] \\
&= q\Big\{x\{T\alpha + (1-T)(V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{A2})\} + (1-x)\{T\beta + (1-T)(V'_{B1} + \delta_{内閣}V'_{B2})\}\Big\} \\
&\quad + (1-q)\{T\beta + (1-T)(V'_{B1} + \delta_{内閣}V'_{B2})\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&E[u_{内閣}(m_{内閣} = B|W = 有事)] \\
&= q\Big\{y\{T\alpha + (1-T)(V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{A2})\} + (1-y)\{T\beta + (1-T)(V'_{B1} + \delta_{内閣}V'_{B2})\}\Big\} \\
&\quad + (1-q)\{T\beta + (1-T)(V'_{B1} + \delta_{内閣}V'_{B2})\}
\end{aligned}
$$

この差分は、

$$
\begin{aligned}
&E[u_{内閣}(m_{内閣} = A|W = 有事)] - E[u_{内閣}(m_{内閣} = B|W = 有事)] \\
&= q\Big\{T\alpha(x-y) + V'_{A1}(x-y) + \delta_{内閣}V'_{A2}(x-y) - TV'_{A1}(x-y) - T\delta_{内閣}V'_{A2}(x-y) \\
&\qquad - T\beta(x-y) - V'_{B1}(x-y) - \delta_{内閣}V'_{B2}(x-y) + TV'_{B1}(x-y) + T\delta_{内閣}V'_{B2}(x-y)\Big\} \\
&= q(x-y)\{T(\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}) + V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_{内閣}(V'_{A2} - V'_{B2})\}
\end{aligned}
$$

この差分が $= 0$ になる時が、2 つの行動が無差別になる状態 $T^*_{有事}$ なので

$$
\begin{gathered}
E[u_{内閣}(m_{内閣} = A|W = 有事)] - E[u_{内閣}(m_{内閣} = B|W = 有事)] = 0 \\
q(x-y)\{T(\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}) + V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_{内閣}(V'_{A2} - V'_{B2})\} = 0 \\
T(\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}) = V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}
\end{gathered}
$$

よって、

$$
T = \frac{V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}}{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}} = T^*_{有事}
$$

次に $T^*_{平時}$ も同じように求める。平時における各行動の期待値の差分は、

$$
\begin{aligned}
&E[u_{内閣}(m_{内閣}=A|W=平時)]-E[u_{内閣}(m_{内閣}=B|W=平時)]\\
&=q\Big\{x\{T\alpha+(1-T)(V_{A1}+\delta_{内閣}V_{A2})\}+(1-x)\{T\beta+(1-T)(V_{B1}+\delta_{内閣}V_{B2})\}\Big\}\\
&\quad+(1-q)\{T\beta+(1-T)(V_{B1}+\delta_{内閣}V_{B2})\}\\
&\quad-q\Big\{y\{T\alpha+(1-T)(V_{A1}+\delta_{内閣}V_{A2})\}+(1-y)\{T\beta+(1-T)(V_{B1}+\delta_{内閣}V_{B2})\}\Big\}\\
&\quad+(1-q)\{T\beta+(1-T)(V_{B1}+\delta_{内閣}V_{B2})\}\\
&=qx\{T\alpha+V_{A1}+\delta_{内閣}V_{A2}-TV_{A1}-T\delta_{内閣}V_{A2}-T\beta-V_{B1}-\delta_{内閣}V_{B2}+TV_{B1}+T\delta_{内閣}V_{B2}\}\\
&\quad-qy\{T\alpha+V_{A1}+\delta_{内閣}V_{A2}-TV_{A1}-T\delta_{内閣}V_{A2}-T\beta-V_{B1}-\delta_{内閣}V_{B2}+TV_{B1}+T\delta_{内閣}V_{B2}\}\\
&=q(x-y)\{T(\alpha-V_{A1}-\delta_{内閣}V_{A2}-\beta+V_{B1}+\delta_{内閣}V_{B2})+V_{A1}+\delta_{内閣}V_{A2}-V_{B1}-\delta_{内閣}V_{B2}\}
\end{aligned}
$$

この差分が $=0$ になる時が、2 つの行動が無差別になる状態 $T^*_{平時}$ なので

$$T(\alpha-V_{A1}-\delta_{内閣}V_{A2}-\beta+V_{B1}+\delta_{内閣}V_{B2})+V_{A1}+\delta_{内閣}V_{A2}-V_{B1}-\delta_{内閣}V_{B2}=0$$

よって、

$$T=\frac{V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}V_{B2}-\delta_{内閣}V_{A2}}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}V_{B2}-\delta_{内閣}V_{A2}}=T^*_{平時}$$

まとめると、$T^*=\{T^*_{有事},T^*_{平時}\}$ の数式上の定義は以下になる。

定義 $T^*_{有事}=\frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}}$

定義 $T^*_{平時}=\frac{V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}V_{B2}-\delta_{内閣}V_{A2}}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}V_{B2}-\delta_{内閣}V_{A2}}$

2.2 T^* が全て内点に存在する条件

内閣の私欲パラメーターである T は $[0,1]$ の範囲に存在する。しかし、$T^*=\{T^*_{有事},T^*_{平時}\}$ はそうとは限らない。$0<T^*<1$ のように内点に存在する場合は、最適反応が変わる境界点としての役割を持つ。しかし $T^*<0, 1<T^*$ のように端点に

存在する場合は、T の値によって最適反応は変わらないよって、T^* が内点に存在する場合と、端点に存在する場合に分けて考える必要がある。以下では、まず T^* が全て内点に存在する場合の条件を明示する。

$W=$ 有事 の場合、$T^*_{\text{有事}}=\frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}}$ となる。内点の条件は $0<T^*<1$ だが、$T^*_{\text{有事}}, T^*_{\text{平時}}$ の分母の正負で場合分けが必要。

有事-(i) $0<T^*_{\text{有事}}<1,\ \alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}>0$

まず分母の条件を整理すると、

$$\begin{aligned}\delta_{\text{内閣}}(V'_{B2}-V'_{A2})&>-\alpha+\beta-V'_{B1}+V'_{A1}\\ \delta_{\text{内閣}}(V'_{A2}-V'_{B2})&<\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}\\ \delta_{\text{内閣}}&<\frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}\end{aligned}$$

$0<T^*_{\text{有事}}$ より、

$$\begin{aligned}0&<\frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}}\\ 0&<V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V'_{B2}-V'_{A2})\\ -V'_{B1}+V'_{A1}&<\delta_{\text{内閣}}(V'_{B2}-V'_{A2})\\ V'_{B1}-V'_{A1}&>\delta_{\text{内閣}}(V'_{A2}-V'_{B2})\\ \delta_{\text{内閣}}&<\frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}\end{aligned}$$

$T^*_{\text{有事}}<1$ より、

$$\begin{aligned}\frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}}&<1\\ V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}&<\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}\\ \delta_{\text{内閣}}(V'_{B2}-V'_{A2})&<\alpha-\beta+\delta_{\text{内閣}}(V'_{B2}-V'_{A2})\\ \beta&<\alpha\end{aligned}$$

この 3 つの条件と $0\leqslant\delta_{\text{内閣}}\leqslant1$ を合わせて、以下の最終的な条件を得る。

$$\text{有事-(i)}\Leftrightarrow\begin{cases}\beta<\alpha,\\ 0\leqslant\delta_{\text{内閣}}<\frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}\end{cases}$$

有事-(ii) $0<T^*_{\text{有事}}<1,\ \alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}<0$

まず分母の条件より

$$\delta_{\text{内閣}} > \frac{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}$$

$0 < T^*_{\text{有事}}$ より、

$$\delta_{\text{内閣}} > \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}$$

$T^*_{\text{有事}} < 1$ より、

$$\beta > \alpha$$

この 3 つの条件と $0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1$ を合わせて、以下の最終的な条件を得る。

$$\text{有事-(ii)} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha < \beta, \\ \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}} < \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 \end{cases}$$

平時-(i) $0 < T^*_{\text{平時}} < 1,\ \ \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2} > 0$

まず分母の条件を整理すると、

$$\delta_{\text{内閣}}(V_{B2} - V_{A2}) > -\alpha + \beta - V_{B1} + V_{A1}$$
$$\delta_{\text{内閣}}(V_{A2} - V_{B2}) < \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}$$
$$\begin{cases} \delta_{\text{内閣}} & < \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\ \delta_{\text{内閣}} & > \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}$$

$0 < T^*_{\text{平時}}$ より、

$$0 < \frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}}$$
$$0 < V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}}(V_{B2} - V_{A2})$$
$$-V_{B1} + V_{A1} < \delta_{\text{内閣}}(V_{B2} - V_{A2})$$
$$V_{B1} - V_{A1} > \delta_{\text{内閣}}(V_{A2} - V_{B2})$$
$$\delta_{\text{内閣}}(V_{A2} - V_{B2}) < V_{B1} - V_{A1}$$
$$\begin{cases} \delta_{\text{内閣}} & < \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\ \delta_{\text{内閣}} & > \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \quad \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}$$

$T^*_{平時} < 1$ より、

$$
\begin{aligned}
\frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2}} &< 1 \\
V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2} &< \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2} \\
\delta_{内閣}(V_{B2} - V_{A2}) &< \alpha - \beta + \delta_{内閣}(V_{B2} - V_{A2}) \\
\beta &< \alpha
\end{aligned}
$$

この 3 つの条件と $0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1$ を合わせて、以下の最終的な条件を得る。

$$
平時\text{-(i)} \Leftrightarrow \begin{cases}
\beta < \alpha, \\
0 \leqslant \delta_{内閣} < \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad かつ \quad \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} < 1 \\
0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad かつ \quad 1 \leqslant \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \\
0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}
$$

平時-(ii) $0 < T^*_{平時} < 1, \ \ \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2} \quad < 0$

まず分母の条件より

$$
\begin{aligned}
\delta_{内閣}(V_{B2} - V_{A2}) &< -\alpha + \beta - V_{B1} + V_{A1} \\
\delta_{内閣}(V_{A2} - V_{B2}) &> \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} \\
&\begin{cases}
\delta_{内閣} \quad > \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\
\delta_{内閣} \quad < \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}
\end{aligned}
$$

$0 < T^*_{平時}$ より、

$$
\begin{cases}
\delta_{内閣} \quad > \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\
\delta_{内閣} \quad < \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}
$$

$T^*_{平時} < 1$ より、

$$
\beta > \alpha
$$

この 3 つの条件を合わせて、以下の条件を得る。

$$
平時\text{-(ii)} \Leftrightarrow \begin{cases}
\alpha < \beta, \\
\delta_{内閣} > \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\
\delta_{内閣} < \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}
$$

条件の $V_{B2} < V_{A2}$ と仮定 1 より $1 < \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}$ であること、

条件の $V_{A2} < V_{B2}$ より $\frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 0$ であることに注意する。

さらに $0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1$ と合わせて、以下の最終的な条件を得る。

$$\text{平時-(ii)} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha < \beta, & \\ \text{解なし} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \\ \text{解なし} & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}$$

つまり、平時-(ii) を満たす $\delta_{\text{内閣}}$ は存在しない。

まとめると、有事と平時、T^* の分母の正負から以下の 3 つの場合分けが生じる。

$$\text{有事-(i)} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta < \alpha, \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} \end{cases} \qquad \text{有事-(ii)} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha < \beta, \\ \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} < \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 \end{cases}$$

$$\text{平時-(i)} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta < \alpha, & \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1 \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}$$

T^* が全て内点に存在するとは、有事-(i) かつ平時-(i)、有事-(ii) かつ平時-(i) のどちらかが成立している状態である。それぞれの場合ごとに条件の成立可否と最終的な条件を出す。

$$\text{有事-(i) かつ平時-(i)} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta < \alpha, & \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} & \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1 \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}$$

有事-(ii) かつ平時-(i):

$\beta < \alpha, \alpha < \beta$ が矛盾するので不成立

よって、$T^* = \{T^*_{\text{有事}}, T^*_{\text{平時}}\}$ が全て内点に存在するには、有事-(i) かつ平時-(i) の条

件が必要になる。

2.3 T^* が全て端点に存在する条件

T^* が全て端点に存在するとは、以下の条件が成立している場合である。

$$(T^*_{\text{有事}} \leqslant 0 \quad \text{or} \quad 1 \leqslant T^*_{\text{有事}}) \qquad \text{かつ} \qquad (T^*_{\text{平時}} \leqslant 0 \quad \text{or} \quad 1 \leqslant T^*_{\text{平時}})$$

まずは、それぞれの条件を分母の正負に注意して、明らかにする。

有事-(i)' $T^*_{\text{有事}} \leqslant 0,\ \ \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2} > 0$ の場合

まず分母の条件を整理すると、

$$\begin{aligned} \delta_{\text{内閣}}(V'_{B2} - V'_{A2}) &> -\alpha + \beta - V'_{B1} + V'_{A1} \\ \delta_{\text{内閣}}(V'_{A2} - V'_{B2}) &< \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} \\ \delta_{\text{内閣}} &< \frac{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}} \end{aligned}$$

$T^*_{\text{有事}} \leqslant 0$ より、

$$\begin{aligned} T^*_{\text{有事}} &\leqslant 0 \\ \frac{V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}}{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}} &\leqslant 0 \\ V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2} &\leqslant 0 \\ \delta_{\text{内閣}}(V'_{B2} - V'_{A2}) &\leqslant -V'_{B1} + V'_{A1} \\ \delta_{\text{内閣}}(V'_{A2} - V'_{B2}) &\geqslant V'_{B1} - V'_{A1} \\ \delta_{\text{内閣}} &\geqslant \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}} \end{aligned}$$

これらと、$0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1$ を合わせて

$$\begin{cases} \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} \leqslant \delta_{内閣} < \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} & (\beta < \alpha, \quad \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} < 1) \\ \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1 & (\beta < \alpha, \quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}) \\ \text{解なし} & (\alpha < \beta) \end{cases}$$

有事-(ii)' $T^*_{有事} \leqslant 0, \ \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2} < 0$ の場合

分母の条件より、

$$\delta_{内閣} > \frac{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}$$

$T^*_{有事} \leqslant 0$ より、

$$\begin{aligned} T^*_{有事} &\leqslant 0 \\ \frac{V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}}{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2}} &\leqslant 0 \\ V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2} &\geqslant 0 \\ \delta_{内閣}(V'_{B2} - V'_{A2}) &\geqslant -V'_{B1} + V'_{A1} \\ \delta_{内閣}(V'_{A2} - V'_{B2}) &\leqslant V'_{B1} - V'_{A1} \\ \delta_{内閣} &\leqslant \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}} \end{aligned}$$

これらと、$0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1$ を合わせて

$$\begin{cases} \text{解なし} & (\beta < \alpha) \\ \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} < \delta_{内閣} \leqslant \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} & (\alpha < \beta, \quad 0 \leqslant \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1}) \\ 0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} & (\alpha < \beta, \quad \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} < 0) \end{cases}$$

有事-(iii)' $1 \leqslant T^*_{有事}, \ \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣}V'_{B2} - \delta_{内閣}V'_{A2} > 0$ の場合

分母の条件より、

$$\delta_{内閣} < \frac{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}}$$

$1 \leqslant T^*_{有事}$ より、

$$\begin{aligned}1 &\leqslant T^*_{有事}\\ 1 &\leqslant \frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}}\end{aligned}$$

$$\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2} \leqslant V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}$$

$$\begin{aligned}\alpha-\beta &\leqslant 0\\ \alpha &\leqslant \beta\end{aligned}$$

これらと、$0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1, \quad \alpha \neq \beta$ を合わせて

$$\begin{cases}\alpha < \beta \\ 0 \leqslant \delta_{内閣} < \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} & \left(\frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} < 1\right) \\ 0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1 & \left(1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}\right)\end{cases}$$

有事-(iv)' $1 \leqslant T^*_{有事}$, $\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2} < 0$ の場合

分母の条件より、

$$\delta_{内閣} > \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}$$

$1 \leqslant T^*_{有事}$ より、

$$\begin{aligned}1 &\leqslant T^*_{有事}\\ 1 &\leqslant \frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}}\end{aligned}$$

$$\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2} \geqslant V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}$$

$$\begin{aligned}\alpha-\beta &\geqslant 0\\ \alpha &\geqslant \beta\\ \beta &\leqslant \alpha\end{aligned}$$

これらと、$0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1, \quad \alpha \neq \beta$ を合わせて

$$\begin{cases} \beta < \alpha \\ \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} < \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \left(\quad \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} \leqslant 1 \right) \\ \text{解なし} & \left(\quad 1 < \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} \right) \end{cases}$$

平時-(i)’ $T^*_{\text{平時}} \leqslant 0$, $\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2} > 0$ の場合

まず分母の条件を整理すると、

$$\begin{aligned}
\delta_{\text{内閣}}(V_{B2} - V_{A2}) &> -\alpha + \beta - V_{B1} + V_{A1} \\
\delta_{\text{内閣}}(V_{A2} - V_{B2}) &< \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} \\
&\begin{cases}
\delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}) \\
\delta_{\text{内閣}} > \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2})
\end{cases}
\end{aligned}$$

$T^*_{\text{平時}} \leqslant 0$ より、

$$\begin{aligned}
T^*_{\text{平時}} &\leqslant 0 \\
\frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}} &\leqslant 0 \\
V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2} &\leqslant 0 \\
\delta_{\text{内閣}}(V_{B2} - V_{A2}) &\leqslant -V_{B1} + V_{A1} \\
\delta_{\text{内閣}}(V_{A2} - V_{B2}) &\geqslant V_{B1} - V_{A1} \\
&\begin{cases}
\delta_{\text{内閣}} \geqslant \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}) \\
\delta_{\text{内閣}} \leqslant \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2})
\end{cases}
\end{aligned}$$

これらと、$0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1$ を合わせて

$$\begin{cases}
\frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2},\quad \beta < \alpha,\quad \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} < 1) \\
\frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (V_{B2} < V_{A2},\quad \beta < \alpha,\quad 1 \leqslant \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}}) \\
\text{解なし} & (V_{B2} < V_{A2},\quad , \alpha < \beta) \\
\text{解なし} & (V_{A2} < V_{B2},\quad \beta < \alpha) \\
\frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} < \delta_{\text{内閣}} \leqslant \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2},\quad \alpha < \beta,\quad 0 < \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}}) \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant \frac{V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2},\quad , \alpha < \beta,\quad \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \leqslant 0)
\end{cases}$$

平時-(ii)' $T^*_{平時} \leqslant 0,\ \ \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣}V_{B2} - \delta_{内閣}V_{A2} < 0$ の場合

まず分母の条件を整理すると、

$$\delta_{内閣}(V_{B2} - V_{A2}) < -\alpha + \beta - V_{B1} + V_{A1}$$
$$\delta_{内閣}(V_{A2} - V_{B2}) > \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}$$
$$\begin{cases} \delta_{内閣} > \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}) \\ \delta_{内閣} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2}) \end{cases}$$

$T^*_{平時} \leqslant 0$ より、

$$T^*_{平時} \leqslant 0$$
$$\frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣}V_{B2} - \delta_{内閣}V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣}V_{B2} - \delta_{内閣}V_{A2}} \leqslant 0$$
$$V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣}V_{B2} - \delta_{内閣}V_{A2} \geqslant 0$$
$$\delta_{内閣}(V_{B2} - V_{A2}) \geqslant -V_{B1} + V_{A1}$$
$$\delta_{内閣}(V_{A2} - V_{B2}) \leqslant V_{B1} - V_{A1}$$
$$\begin{cases} \delta_{内閣} \leqslant \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}) \\ \delta_{内閣} \geqslant \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2}) \end{cases}$$

これらと、$0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1$ を合わせて

$$\begin{cases} 解なし & (V_{B2} < V_{A2},\quad \beta < \alpha) \\ \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < \delta_{内閣} \leqslant \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2},\quad \alpha < \beta,\quad 0 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\ 0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2},\quad ,\alpha < \beta,\quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 0) \\ \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{内閣} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2},\quad \beta < \alpha,\quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1) \\ \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1 & (V_{A2} < V_{B2},\quad \beta < \alpha,\quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\ 解なし & (V_{A2} < V_{B2},\quad ,\alpha < \beta) \end{cases}$$

平時-(iii)' $1 \leqslant T^*_{平時}$，$\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2} > 0$ の場合

まず分母の条件を整理すると、

$$\delta_{内閣}(V_{B2} - V_{A2}) > -\alpha + \beta - V_{B1} + V_{A1}$$
$$\delta_{内閣}(V_{A2} - V_{B2}) < \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}$$
$$\begin{cases} \delta_{内閣} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}) \\ \delta_{内閣} > \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2}) \end{cases}$$

$1 \leqslant T^*_{平時}$ より、

$$1 \leqslant T^*_{平時}$$
$$1 \leqslant \frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2}}$$

$$\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2} \leqslant V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2}$$

$$\alpha - \beta \leqslant 0$$
$$\alpha \leqslant \beta$$

$\alpha < \beta$ においては、V_{A2}, V_{B2} の大小関係に関わらず、$\frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}$ が正にも負にもなるりうることに注意する。これらと、$0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1$，　$\alpha \neq \beta$ を合わせて、

$$\begin{cases} \alpha < \beta & \\ \text{解なし} & (V_{B2} < V_{A2},\quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 0) \\ 0 \leqslant \delta_{内閣} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2},\quad 0 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1) \\ 0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1 & (V_{B2} < V_{A2},\quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\ 0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1 & (V_{A2} < V_{B2},\quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 0) \\ \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1 & (V_{A2} < V_{B2},\quad 0 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 1) \\ \text{解なし} & (V_{A2} < V_{B2},\quad 1 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \end{cases}$$

平時-(iv)' $1 \leqslant T^*_{平時}$, $\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2} < 0$ の場合

まず分母の条件を整理すると、

$$\delta_{内閣}(V_{B2} - V_{A2}) < -\alpha + \beta - V_{B1} + V_{A1}$$
$$\delta_{内閣}(V_{A2} - V_{B2}) > \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}$$
$$\begin{cases} \delta_{内閣} > \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}) \\ \delta_{内閣} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2}) \end{cases}$$

$1 \leqslant T^*_{平時}$ より、

$$1 \leqslant T^*_{平時}$$
$$1 \leqslant \frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2}}$$

$$\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2} \geqslant V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2}$$

$$\alpha - \beta \geqslant 0$$
$$\alpha \geqslant \beta$$
$$\beta \leqslant \alpha$$

$\beta < \alpha$ においては、$\frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}$ の正負は以下になることに注意する。

$$\begin{cases} 0 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}) \\ \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 0 & (V_{A2} < V_{B2}) \end{cases}$$

これらと、$0 \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1$, $\alpha \neq \beta$ を合わせて、

$$\begin{cases} \beta < \alpha \\ \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{内閣} \leqslant 1 & (V_{B2} < V_{A2}, \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 1) \\ \text{解なし} & (V_{B2} < V_{A2}, \quad 1 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\ \text{解なし} & (V_{A2} < V_{B2}) \end{cases}$$

まとめると、有事と平時、T^* の分母の正負から以下の 8 つの場合分けが生じる。

$$\text{有事-(i)'} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} & (\beta < \alpha, \quad \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} < 1) \\ \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (\beta < \alpha, \quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}) \\ \text{解なし} & (\alpha < \beta) \end{cases}$$

$$\text{有事-(ii)'} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{解なし} & (\beta < \alpha) \\ \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} < \delta_{\text{内閣}} \leqslant \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} & (\alpha < \beta, \quad 0 \leqslant \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1}) \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} & (\alpha < \beta, \quad \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} < 0) \end{cases}$$

$$\text{有事-(iii)'} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha < \beta & \\ \text{解なし} & (V_{B2} < V_{A2}, \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 0) \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}, \quad 0 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1) \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (V_{B2} < V_{A2}, \quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (V_{A2} < V_{B2}, \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 0) \\ \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (V_{A2} < V_{B2}, \quad 0 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 1) \\ \text{解なし} & (V_{A2} < V_{B2}, \quad 1 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \end{cases}$$

$$\text{有事-(iv)'} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta < \alpha & \\ \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} < \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (\quad \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} \leqslant 1) \\ \text{解なし} & (\quad 1 < \frac{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}) \end{cases}$$

$$
\text{平時-(i)'} \Leftrightarrow \begin{cases}
\frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}, \quad \beta < \alpha, \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1) \\
\frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (V_{B2} < V_{A2}, \quad \beta < \alpha, \quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\
\text{解なし} & (V_{B2} < V_{A2}, \quad ,\alpha < \beta) \\
\text{解なし} & (V_{A2} < V_{B2}, \quad \beta < \alpha) \\
\frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < \delta_{\text{内閣}} \leqslant \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2}, \quad \alpha < \beta, \quad 0 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2}, \quad ,\alpha < \beta, \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 0)
\end{cases}
$$

$$
\text{平時-(ii)'} \Leftrightarrow \begin{cases}
\text{解なし} & (V_{B2} < V_{A2}, \quad \beta < \alpha) \\
\frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < \delta_{\text{内閣}} \leqslant \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}, \quad \alpha < \beta, \quad 0 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant \frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2}, \quad ,\alpha < \beta, \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 0) \\
\frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{A2} < V_{B2}, \quad \beta < \alpha, \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1) \\
\frac{V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (V_{A2} < V_{B2}, \quad \beta < \alpha, \quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\
\text{解なし} & (V_{A2} < V_{B2}, \quad ,\alpha < \beta)
\end{cases}
$$

$$
\text{平時-(iii)'} \Leftrightarrow \begin{cases}
\alpha < \beta \\
\text{解なし} & (V_{B2} < V_{A2},\quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 0) \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & (V_{B2} < V_{A2},\quad 0 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1) \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (V_{B2} < V_{A2},\quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (V_{A2} < V_{B2},\quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 0) \\
\frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (V_{A2} < V_{B2},\quad 0 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 1) \\
\text{解なし} & (V_{A2} < V_{B2},\quad 1 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}})
\end{cases}
$$

$$
\text{平時-(iv)'} \Leftrightarrow \begin{cases}
\beta < \alpha \\
\frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & (V_{B2} < V_{A2},\quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \leqslant 1) \\
\text{解なし} & (V_{B2} < V_{A2},\quad 1 < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}}) \\
\text{解なし} & (V_{A2} < V_{B2})
\end{cases}
$$

このうち、有事 (i)〜(iv) の一つと平時 (i)〜(iv) の一つが同時に成立する必要がある。$4 \times 4 = 16$ 通りの組み合わせがあるが、いくつかは減らせる。

まず、α, β の大小関係に注目すると、以下の組み合わせは成立しないことがわかる。

$$
(\text{有事-(i)}, \text{平時-(iii)}),\quad (\text{有事-(ii)}, \text{平時-(iv)}),\quad (\text{有事-(iii)}, \text{平時-(iv)}),\quad (\text{有事-(iv)}, \text{平時-(iii)})
$$

よって、T^* が全て端点の値を取る場合、残りの 12 通りの組み合わせの条件の内、

1 つは成立する必要がある。

2.4 T^* が内点と端点に存在する条件

これは、上の 2 節で明らかにした条件を組み合わせることで達成できる。

(i) 有事で内点、平時で端点をとる場合

これは、以下の条件を満たせば良い。

$$0 < T^*_{\text{有事}} < 0 \quad \text{かつ} \quad (T^*_{\text{平時}} \leqslant 0 \quad \text{または} \quad 1 \leqslant T^*_{\text{平時}})$$

具体的には、前節で明らかにした条件のうち、有事-(i)〜(ii) のうちの一つと、平時-(i)'〜(iv) のうちの一つが同時に成立すれば良い。組み合わせの数は、2 × 4=8 通り。

(ii) 有事で端点、平時で内点をとる場合

これは、以下の条件を満たせば良い。

$$(T^*_{\text{有事}} \leqslant 0 \quad \text{または} \quad 1 \leqslant T^*_{\text{有事}}) \quad \text{かつ} \quad 0 < T^*_{\text{有事}}$$

具体的には、前節で明らかにした条件のうち、有事-(i)'〜(iv)' のうちの一つと、平時-(i)〜(ii) のうちの一つが同時に成立すれば良い。組み合わせの数は、4 × 2=8 通り。

章末注

1) モデル外

2) $\alpha = \beta$ の場合は考えない。ここで問題にしたいのは、独自の正義感（私欲）によって政策 A もしくは B に偏りが生じるケースだからである。ちなみに、私欲がそもそもないケースは $T = 0$ で分析できる。

3) これらはモデル外の話。

[4] 区間 [0,1] の一様分布

3　国会の最適反応

3.1　市民が愚民 (δ_L) である場合

補題 1 より、市民が愚民である ($\delta_{市民} = \delta_L$) 場合は、非予防的政策 (B) を承認することが支配戦略となる。つまり、内閣の行動や世界状況などに関わらず、常に国会は $a_{国会}(\delta_{市民} = \delta_L) = B$ を選択する。

3.2　市民が賢民 (δ_H) である場合

仮定 5 と仮定 7 より、市民が賢民である場合は、国会は有事には予防的政策 (A) を平時には非予防的政策 (B) を選好する。しかし、世界状況が有事か平時であるかは国会には分からない。国会は内閣の行動を通じて合理的に予測する。

まず、内閣の行動に対する確率を以下のように一旦仮置きして計算を進める。

$$
\begin{aligned}
P(m_{内閣} = A|W = 有事, T > T^*_{有事}) &\equiv e \\
P(m_{内閣} = B|W = 有事, T > T^*_{有事}) &\equiv 1 - e \\
P(m_{内閣} = A|W = 有事, T < T^*_{有事}) &\equiv f \\
P(m_{内閣} = B|W = 有事, T < T^*_{有事}) &\equiv 1 - f \\
P(m_{内閣} = A|W = 平時, T > T^*_{平時}) &\equiv g \\
P(m_{内閣} = B|W = 平時, T > T^*_{平時}) &\equiv 1 - g \\
P(m_{内閣} = A|W = 平時, T < T^*_{平時}) &\equiv h \\
P(m_{内閣} = B|W = 平時, T < T^*_{平時}) &\equiv 1 - h
\end{aligned}
$$

国会の最適反応を考えるにあたって必要なことは、国会の立場から見たときの、先手である内閣の行動 $m_{内閣} = \{A, B\}$ を見た上での条件付き確率 $P(W = 有事\,|m_{内閣})$ である [5)]。さらに、前章で見たように内閣の最適行動は T, T^* の大小関係によっても決まるため、実際に計算しないといけないのは以下の確率である [6)7)]。

$$
\begin{aligned}
&P(W = \text{有事}\,|m_{\text{内閣}}) \\
&= P(W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}|m_{\text{内閣}}) \;+\; P(W = \text{有事}, T < T^*_{\text{有事}}|m_{\text{内閣}}) \\
&= \frac{P(W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}})}{P(m_{\text{内閣}})} + \frac{P(W = \text{有事}, T < T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}})}{P(m_{\text{内閣}})} \\
&= \frac{P(m_{\text{内閣}}|W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) \times P(W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})}{P(m_{\text{内閣}})} \\
&\qquad + \frac{P(m_{\text{内閣}}|W = \text{有事}, T < T^*_{\text{有事}}) \times P(W = \text{有事}, T < T^*_{\text{有事}})}{P(m_{\text{内閣}})}
\end{aligned}
$$

最終的にこれを計算するために、以下、必要な確率を求める。

定義より

$$P(W = \text{有事}) = p, \quad P(W = \text{平時}) = 1 - p$$

$T \sim U(0,1)$ より、$r \equiv P(T < T^*)$ とすると、

$$P(T > T^*_{\text{有事}}) = 1 - r_{\text{有事}} = \begin{cases} 1 & (T^*_{\text{有事}} \leqslant 0) \\ 1 - T^*_{\text{有事}} & (0 < T^*_{\text{有事}} < 1) \\ 0 & (1 \leqslant T^*_{\text{有事}}) \end{cases}$$

$$P(T < T^*_{\text{有事}}) = r_{\text{有事}} = \begin{cases} 0 & (T^*_{\text{有事}} \leqslant 0) \\ T^*_{\text{有事}} & (0 < T^*_{\text{有事}} < 1) \\ 1 & (1 \leqslant T^*_{\text{有事}}) \end{cases}$$

$$P(T > T^*_{\text{平時}}) = 1 - r_{\text{平時}} = \begin{cases} 1 & (T^*_{\text{平時}} \leqslant 0) \\ 1 - T^*_{\text{平時}} & (0 < T^*_{\text{平時}} < 1) \\ 0 & (1 \leqslant T^*_{\text{平時}}) \end{cases}$$

$$P(T < T^*_{\text{平時}}) = r_{\text{平時}} = \begin{cases} 0 & (T^*_{\text{平時}} \leqslant 0) \\ T^*_{\text{平時}} & (0 < T^*_{\text{平時}} < 1) \\ 1 & (1 \leqslant T^*_{\text{平時}}) \end{cases}$$

以下、$r_{有事}, r_{平時}$ の表記を使う。これを用いて、

$$
\begin{aligned}
P(W = 有事, T > T^*_{有事}) &= p \times (1 - r_{有事}) \\
P(W = 有事, T < T^*_{有事}) &= p \times r_{有事} \\
P(W = 平時, T > T^*_{有事}) &= p \times (1 - r_{平時}) \\
P(W = 平時, T < T^*_{有事}) &= p \times r_{平時}
\end{aligned}
$$

これを用いて、[8)]

$$
\begin{aligned}
&P(m_{内閣} = A) \\
&= P(m_{内閣} = A | W = 有事, T > T^*_{有事}) P(W = 有事, T > T^*_{有事}) \\
&\quad + P(m_{内閣} = A | W = 有事, T < T^*_{有事}) P(W = 有事, T < T^*_{有事}) \\
&\quad + P(m_{内閣} = A | W = 平時, T > T^*_{平時}) P(W = 平時, T > T^*_{平時}) \\
&\quad + P(m_{内閣} = A | W = 平時, T < T^*_{平時}) P(W = 平時, T < T^*_{平時}) \\
&= e \times p(1 - r_{有事}) + f \times pr_{有事} + g(1-p)(1 - r_{平時}) + h(1-p)r_{平時}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&P(m_{内閣} = B) \\
&= (1-e) \times p(1 - r_{有事}) + (1-f) \times pr_{有事} + (1-g)(1-p)(1 - r_{平時}) + (1-h)(1-p)r_{平時}
\end{aligned}
$$

これを用いて、[9)]

$$
\begin{aligned}
&P(W = 有事, T > T^*_{有事} | m_{内閣} = A) \\
&= \frac{P(m_{内閣} = A | W = 有事, T > T^*_{有事}) \times P(W = 有事, T > T^*_{有事})}{P(m_{内閣} = A)} \\
&= \frac{ep(1 - r_{有事})}{ep(1 - r_{有事}) + fpr_{有事} + g(1-p)(1 - r_{平時}) + h(1-p)r_{平時}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&P(W = 有事, T < T^*_{有事} | m_{内閣} = A) \\
&= \frac{fpr_{有事}}{ep(1 - r_{有事}) + fpr_{有事} + g(1-p)(1 - r_{平時}) + h(1-p)r_{平時}}
\end{aligned}
$$

$$P(W=\text{平時}, T>T^*_{\text{平時}}|m_{\text{内閣}}=A)$$

$$=\frac{g(1-p)(1-r_{\text{平時}})}{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}+g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$P(W=\text{平時}, T<T^*_{\text{平時}}|m_{\text{内閣}}=A)$$

$$=\frac{h(1-p)r_{\text{平時}}}{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}+g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$P(W=\text{有事}, T>T^*_{\text{有事}}|m_{\text{内閣}}=B)$$

$$=\frac{P(m_{\text{内閣}}=B|W=\text{有事}, T>T^*_{\text{有事}})\times P(W=\text{有事}, T>T^*_{\text{有事}})}{P(m_{\text{内閣}}=B)}$$

$$=\frac{(1-e)p(1-r_{\text{有事}})}{(1-e)p(1-r_{\text{有事}})+(1-f)pr_{\text{有事}}+(1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}})+(1-h)(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$P(W=\text{有事}, T<T^*_{\text{有事}}|m_{\text{内閣}}=B)$$

$$=\frac{(1-f)pr_{\text{有事}}}{(1-e)p(1-r_{\text{有事}})+(1-f)pr_{\text{有事}}+(1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}})+(1-h)(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$P(W=\text{平時}, T>T^*_{\text{平時}}|m_{\text{内閣}}=B)$$

$$=\frac{(1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}})}{(1-e)p(1-r_{\text{有事}})+(1-f)pr_{\text{有事}}+(1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}})+(1-h)(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$P(W=\text{平時}, T<T^*_{\text{平時}}|m_{\text{内閣}}=B)$$

$$=\frac{(1-h)(1-p)r_{\text{平時}}}{(1-e)p(1-r_{\text{有事}})+(1-f)pr_{\text{有事}}+(1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}})+(1-h)(1-p)r_{\text{平時}}}$$

これを用いて、最終的に求めたい $P(W|m_{内閣})$ の確率が計算できる。

$$
\begin{aligned}
&P(W = 有事 \,|m_{内閣} = A) \\
&= P(W = 有事, T > T^*_{有事}|m_{内閣} = A) + P(W = 有事, T < T^*_{有事}|m_{内閣} = A) \\
&= \frac{ep(1-r_{有事}) + fpr_{有事}}{ep(1-r_{有事}) + fpr_{有事} + g(1-p)(1-r_{平時}) + h(1-p)r_{平時}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&P(W = 平時 \,|m_{内閣} = A) \\
&= P(W = 平時, T > T^*_{平時}|m_{内閣} = A) + P(W = 平時, T < T^*_{平時}|m_{内閣} = A) \\
&= \frac{g(1-p)(1-r_{平時}) + h(1-p)r_{平時}}{ep(1-r_{有事}) + fpr_{有事} + g(1-p)(1-r_{平時}) + h(1-p)r_{平時}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&P(W = 有事 \,|m_{内閣} = B) \\
&= P(W = 有事, T > T^*_{有事}|m_{内閣} = B) + P(W = 有事, T < T^*_{有事}|m_{内閣} = B) \\
&= \frac{(1-e)p(1-r_{有事}) + (1-f)pr_{有事}}{(1-e)p(1-r_{有事}) + (1-f)pr_{有事} + (1-g)(1-p)(1-r_{平時}) + (1-h)(1-p)r_{平時}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&P(W = 平時 \,|m_{内閣} = B) \\
&= P(W = 平時, T > T^*_{平時}|m_{内閣} = B) + P(W = 平時, T < T^*_{平時}|m_{内閣} = B) \\
&= \frac{(1-g)(1-p)(1-r_{平時}) + (1-h)(1-p)r_{平時}}{(1-e)p(1-r_{有事}) + (1-f)pr_{有事} + (1-g)(1-p)(1-r_{平時}) + (1-h)(1-p)r_{平時}}
\end{aligned}
$$

これで内閣の各行動に対する、国会の最適反応を求めることができる。まず内閣が1 期目で $m_{内閣} = A$ を選択、つまり、予防的政策 (A) を主張した場合の国会の各行動の期待値は

$$E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}}=A,\delta_{\text{市民}}=\delta_H)|m_{\text{内閣}}=A]$$

$$=P(W=\text{有事}\,|m_{\text{内閣}}=A)\times(V'_{A1}+\delta_H V'_{A2})+P(W=\text{平時}\,|m_{\text{内閣}}=A)\times(V_{A1}+\delta_H V_{A2})$$

$$=\frac{\{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}\}(V'_{A1}+\delta_H V'_{A2})+\{g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}\}(V_{A1}+\delta_H V_{A2})}{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}+g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}}=B,\delta_{\text{市民}}=\delta_H)|m_{\text{内閣}}=A]$$

$$=P(W=\text{有事}\,|m_{\text{内閣}}=A)\times(V'_{B1}+\delta_H V'_{B2})+P(W=\text{平時}\,|m_{\text{内閣}}=A)\times(V_{B1}+\delta_H V_{B2})$$

$$=\frac{\{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}\}(V'_{B1}+\delta_H V'_{B2})+\{g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}\}(V_{B1}+\delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}+g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

この差分を計算すると、

$$E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}}=A,\delta_{\text{市民}}=\delta_H)|m_{\text{内閣}}=A]-E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}}=B,\delta_{\text{市民}}=\delta_H)|m_{\text{内閣}}=A]$$

$$=\frac{\{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}+g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$+\frac{\{g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}+g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

この差分の大小関係によって、以下が決まる。x とは前章で定義した $P(a_{\text{国会}}=A|m_{\text{内閣}}=A,\delta_{\text{市民}}=\delta_H)\equiv x$ である。

$$\begin{cases}\text{差分}=0 & \Leftrightarrow a_{\text{国会}}=A,B\ \text{は無差別}\\ \text{差分}>0 & \Leftrightarrow a^*_{\text{国会}}(\delta_H,m_{\text{内閣}}=A)=A \quad \to x=1\\ \text{差分}<0 & \Leftrightarrow a^*_{\text{国会}}(\delta_H,m_{\text{内閣}}=A)=B \quad \to x=0.\end{cases}$$

次に内閣が 1 期目で $m_{\text{内閣}}=B$ を選択、つまり、非予防的政策 (B) を主張した場合の国会の各行動の期待値は

$$E[u_{国会}(a_{国会}=A,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=B]$$

$$=P(W=有事\,|m_{内閣}=B)\times(V'_{A1}+\delta_H V'_{A2})+P(W=平時\,|m_{内閣}=B)\times(V_{A1}+\delta_H V_{A2})$$

$$=\frac{\{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}\}(V'_{A1}+\delta_H V'_{A2})}{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}+(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}}$$

$$+\frac{\{(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}\}(V_{A1}+\delta_H V_{A2})}{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}+(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}}$$

$$E[u_{国会}(a_{国会}=B,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=B]$$

$$=P(W=有事\,|m_{内閣}=B)\times(V'_{B1}+\delta_H V'_{B2})+P(W=平時\,|m_{内閣}=B)\times(V_{B1}+\delta_H V_{B2})$$

$$=\frac{\{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}\}(V'_{B1}+\delta_H V'_{B2})}{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}+(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}}$$

$$+\frac{\{(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}\}(V_{B1}+\delta_H V_{B2})}{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}+(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}}$$

この差分を計算すると、

$$E[u_{国会}(a_{国会}=A,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=B]-E[u_{国会}(a_{国会}=B,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=B]$$

$$=\frac{\{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

$$+\frac{\{(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

この差分の大小関係によって、以下が決まる。y とは前章で定義した $P(a_{国会}=A|m_{内閣}=B,\delta_{市民}=\delta_H)\equiv y$ である。

$$\begin{cases} 差分=0 & \Leftrightarrow a_{国会}=A,B \text{ は無差別} \\ 差分>0 & \Leftrightarrow a^*_{国会}(\delta_H,m_{内閣}=A)=A \quad \rightarrow y=1 \\ 差分<0 & \Leftrightarrow a^*_{国会}(\delta_H,m_{内閣}=A)=B \quad \rightarrow y=0. \end{cases}$$

章末注

[5] 有事、平時の確率がわかれば、それに対応する国会の最適行動が求まるから。また、条件付き期待値を考えるのは、$p, 1-p$ よりもより正確に有事, 平時の確率を計算できるため。また有事か平時かの条件付き確率が片方わかれば、$P(W=$ 平時 $|m_{\text{内閣}}) = 1 - P(W =$ 有事 $|m_{\text{内閣}})$ でもう片方も計算できる。

[6]$m_{\text{内閣}}$ は $=\{A, B\}$ でそれぞれ場合分けする必要がある。

[7] 最後の変換は、$(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})$ を 1 つの事象とみなして、ベイズの公式を使って計算できます。具体的には、

$$\begin{aligned} P(m_{\text{内閣}}|W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) &= \frac{P(m_{\text{内閣}}, W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})}{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})} \\ &= \frac{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}})}{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})} \quad \text{より、} \end{aligned}$$

$$P(m_{\text{内閣}}|W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) = \frac{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}})}{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})}$$

$$P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}}) = P(m_{\text{内閣}}|W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) \times P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})$$

を使って、

$$\begin{aligned} & P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}|m_{\text{内閣}}) \\ &= \frac{P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}, m_{\text{内閣}})}{P(m_{\text{内閣}})} \\ &= \frac{P(m_{\text{内閣}}|W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}}) \times P(W=\text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})}{P(m_{\text{内閣}})} \end{aligned}$$

[8] 最初の変形は一見ややこしいが､「傘を持っていく確率」=「晴れの日に傘を持っていく確率」×「晴れの確率」+ $\cdots$ というように､「ある行動の確率」=「条件付き行動の確率」×「その条件の事象の発生確率」を計算しているだけ。

[9] 計算の方法は上の注と同じで、$(W = \text{有事}, T > T^*_{\text{有事}})$ を1つの事象とみなして、ベイズの公式を使って計算できる。

4 均衡

4.1 T^* が全て内点に存在する場合

ここでは、T^* が全て内点、つまり $0 < T^*_{\text{有事}} < 1, \quad 0 < T^*_{\text{平時}} < 1,$ の場合を考える。この時、有事-(i) かつ平時-(i) の条件の成立が必要であった。改めて書くと

$$\text{有事-(i)} \Leftrightarrow 0 < T^*_{\text{有事}} < 1, \quad \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2} > 0$$

$$\text{平時-(i)} \Leftrightarrow 0 < T^*_{\text{平時}} < 1, \quad \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2} > 0$$

$$\text{有事-(i) かつ平時-(i)} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta < \alpha, \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{V'_{B1} - V'_{A1}}{V'_{A2} - V'_{B2}} \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} < 1 \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad 1 \leqslant \frac{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1}}{V_{A2} - V_{B2}} \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}$$

T^* が全て内点に存在する場合、T^* を境目として内閣の最適反応が変化する必要がある。よって内閣の純粋戦略は以下の 4 つになる。

$$\begin{cases} (W = \text{有事}) \text{ かつ } (T > T^*_{\text{有事}}) \to A \\ (W = \text{有事}) \text{ かつ } (T < T^*_{\text{有事}}) \to B \\ (W = \text{平時}) \text{ かつ } (T > T^*_{\text{平時}}) \to A \\ (W = \text{平時}) \text{ かつ } (T < T^*_{\text{平時}}) \to B \end{cases} \quad \begin{cases} \to B \\ \to A \\ \to B \\ \to A \end{cases} \quad \begin{cases} \to A \\ \to B \\ \to B \\ \to A \end{cases} \quad \begin{cases} \to B \\ \to A \\ \to A \\ \to B \end{cases}$$

まず 1 つ目の戦略でベイジアンナッシュ均衡になる条件を求める。

戦略 1. (A,B,A,B)

次の戦略を考える。

$$\begin{cases} (W = \text{有事}) \text{ かつ } (T > T^*_{\text{有事}}) \to A \\ (W = \text{有事}) \text{ かつ } (T < T^*_{\text{有事}}) \to B \\ (W = \text{平時}) \text{ かつ } (T > T^*_{\text{平時}}) \to A \\ (W = \text{平時}) \text{ かつ } (T < T^*_{\text{平時}}) \to B \end{cases}$$

この時、仮置きしておいた内閣の行動の確率は $(e,f,g,h)=(1,0,1,0)$ となる。後手の国会の最適反応を明らかにするために、先手の内閣の行動で場合分けして考える。

(i)$m_{内閣}=A$ の場合：

$$E[u_{国会}(a_{国会}=A,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=A]-E[u_{国会}(a_{国会}=B,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=A]$$

$$=\frac{\{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

$$+\frac{\{g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

$$=\frac{p(1-r_{有事})(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{p(1-r_{有事})+(1-p)(1-r_{平時})}$$

$$+\frac{(1-p)(1-r_{平時})(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{p(1-r_{有事})+(1-p)(1-r_{平時})}$$

また、T^* が全て内点にある時、$r_{有事}=T^*_{有事},\quad r_{平時}=T^*_{平時}$ となるので、

$$=\frac{p(1-T^*_{有事})(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{p(1-T^*_{有事})+(1-p)(1-T^*_{平時})}$$

$$+\frac{(1-p)(1-T^*_{平時})(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{p(1-T^*_{有事})+(1-p)(1-T^*_{平時})}$$

分母は正になるので、分子だけを考える。以下の定義を思い出すと、

定義 $1-T^*_{有事}=\frac{\alpha-\beta}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}}$

定義 $1-T^*_{平時}=\frac{\alpha-\beta}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}V_{B2}-\delta_{内閣}V_{A2}}$

$$p(1-T^*_{有事})(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})+(1-p)(1-T^*_{平時})(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})$$

$$=p(\frac{\alpha-\beta}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}})(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})$$
$$+(1-p)(\frac{\alpha-\beta}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}V_{B2}-\delta_{内閣}V_{A2}})(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})$$

$$=(\alpha-\beta)p(\frac{1}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}})(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})$$
$$+(\alpha-\beta)(1-p)(\frac{1}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}V_{B2}-\delta_{内閣}V_{A2}})(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})$$

$$=(\alpha-\beta)p(\frac{V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2}}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}})$$
$$+(\alpha-\beta)(1-p)(\frac{V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2}}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}V_{B2}-\delta_{内閣}V_{A2}})$$

$$=(\alpha-\beta)\Big\{\quad p(\frac{V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2}}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2}})$$
$$+(1-p)(\frac{V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2}}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}V_{B2}-\delta_{内閣}V_{A2}})\Big\}$$

$$=(\alpha-\beta)\times$$
$$\Big\{p(\frac{V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H(V'_{A2}-V'_{B2})}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}(V'_{B2}-V'_{A2})})+(1-p)(\frac{V_{A1}-V_{B1}+\delta_H(V_{A2}-V_{B2})}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}(V_{B2}-V_{A2})})\Big\}$$

$$=(\alpha-\beta)\times$$
$$\Big\{-p(\frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_H(V'_{B2}-V'_{A2})}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}(V'_{B2}-V'_{A2})})-(1-p)(\frac{V_{B1}-V_{A1}+\delta_H(V_{B2}-V_{A2})}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}(V_{B2}-V_{A2})})\Big\}$$

$$=(\beta-\alpha)\times$$
$$\Big\{p(\frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_H(V'_{B2}-V'_{A2})}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}(V'_{B2}-V'_{A2})})+(1-p)(\frac{V_{B1}-V_{A1}+\delta_H(V_{B2}-V_{A2})}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}(V_{B2}-V_{A2})})\Big\}$$

仮定 5 より、

$$V'_{B1}+\delta_H V'_{B2}<V'_{A1}+\delta_H V'_{A2}$$
$$V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_H(V'_{B2}-V'_{A2})<0$$

仮定 7 より、

$$
\begin{aligned}
&V_{A1} + \delta_{市民} V_{A2} < V_{B1} + \delta_{市民} V_{B2} \\
&-V_{B1} + V_{A1} + \delta_{市民} V_{A2} - \delta_{市民} V_{B2} < 0 \\
&V_{B1} - V_{A1} + \delta_{市民} V_{B2} - \delta_{市民} V_{A2} > 0 \\
&V_{B1} - V_{A1} + \delta_{市民} (V_{B2} - V_{A2}) > 0 \\
&V_{B1} - V_{A1} + \delta_{H} (V_{B2} - V_{A2}) > 0
\end{aligned}
$$

有事-(i) より、$\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣} V'_{B2} - \delta_{内閣} V'_{A2} > 0$

平時-(i) より、$\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} V_{B2} - \delta_{内閣} V_{A2} > 0$

有事-(i) かつ平時-(i) より、$\beta < \alpha$

となり、全ての項の正負が明らかになる。しかし、全体の正負は不明なので場合分けをして考える。見やすくするために、以下のように変数を置く。

$$
\begin{aligned}
V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{H} (V'_{B2} - V'_{A2}) &\equiv X' < 0 \\
\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{内閣} (V'_{B2} - V'_{A2}) &\equiv Y' > 0 \\
V_{B1} - V_{A1} + \delta_{H} (V_{B2} - V_{A2}) &\equiv X > 0 \\
\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{内閣} (V_{B2} - V_{A2}) &\equiv Y > 0
\end{aligned}
$$

$$
\frac{X'}{Y'} < 0, \quad \frac{X}{Y} > 0
$$

すると差分は

$$
\begin{aligned}
&= (\beta - \alpha) \times \left\{ p \left(\frac{X'}{Y'} \right) + (1-p) \left(\frac{X}{Y} \right) \right\} \\
&= (\beta - \alpha) \times \frac{1}{Y'Y} \left\{ p \Big(X'Y \Big) + (1-p) \Big(XY' \Big) \right\} \\
&= (\beta - \alpha) \times \frac{1}{Y'Y} \left\{ pX'Y + XY' - pXY' \right\} \\
&= (\beta - \alpha) \times \frac{1}{Y'Y} \left\{ p \Big(X'Y - XY' \Big) + XY' \right\}
\end{aligned}
$$

となり、$Y'Y > 0$ なので、$p\Big(X'Y - XY'\Big) + XY'$ の正負が、そのまま全体の正

負となる。$p\Big(X'Y - XY'\Big) + XY' > 0$ の場合とはつまり、

$$p\Big(X'Y - XY'\Big) + XY' > 0$$
$$p\Big(X'Y - XY'\Big) > -XY'$$
$$p\Big(XY' - X'Y\Big) < XY'$$

$XY' > 0, \quad X'Y < 0$ より、 $XY' - X'Y > 0$ なので、

$$p < \frac{XY'}{XY' - X'Y}$$

であり、$p\Big(X'Y - XY'\Big) + XY' < 0$ の場合とは、$p > \frac{XY'}{XY'-X'Y}$ である。

よって、T^* が全て内点の場合の、国会の期待値の差分は以下になる。

$$\begin{cases} p < \frac{XY'}{XY'-X'Y} & \Rightarrow \quad \text{全体} > 0 \quad \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = A) = A \\ p > \frac{XY'}{XY'-X'Y} & \Rightarrow \quad \text{全体} < 0 \quad \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = A) = B \end{cases}$$

(ii)$m_{\text{内閣}} = B$ の場合：

$$E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}} = A, \delta_{\text{市民}} = \delta_H) | m_{\text{内閣}} = B] - E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}} = B, \delta_{\text{市民}} = \delta_H) | m_{\text{内閣}} = B]$$

$$= \frac{\{(1-e)p(1-r_{\text{有事}}) + (1-f)pr_{\text{有事}}\}(V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_H V'_{A2} - \delta_H V'_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}}) + fpr_{\text{有事}} + g(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$+ \frac{\{(1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + (1-h)(1-p)r_{\text{平時}}\}(V_{A1} - V_{B1} + \delta_H V_{A2} - \delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}}) + fpr_{\text{有事}} + g(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$= \frac{pr_{\text{有事}}(V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_H V'_{A2} - \delta_H V'_{B2})}{p(1-r_{\text{有事}}) + (1-p)(1-r_{\text{平時}})}$$

$$+ \frac{(1-p)r_{\text{平時}}(V_{A1} - V_{B1} + \delta_H V_{A2} - \delta_H V_{B2})}{p(1-r_{\text{有事}}) + (1-p)(1-r_{\text{平時}})}$$

また、T^* が全て内点にある時、$r_{\text{有事}} = T^*_{\text{有事}}, \quad r_{\text{平時}} = T^*_{\text{平時}}$ となるので、

$$= \frac{pT^*_{\text{有事}}(V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_H V'_{A2} - \delta_H V'_{B2})}{p(1-T^*_{\text{有事}}) + (1-p)(1-T^*_{\text{平時}})}$$

$$+ \frac{(1-p)T^*_{\text{平時}}(V_{A1} - V_{B1} + \delta_H V_{A2} - \delta_H V_{B2})}{p(1-T^*_{\text{有事}}) + (1-p)(1-T^*_{\text{平時}})}$$

分母は正になるので、分子だけを考える。

$$pT^*_{\text{有事}}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})+(1-p)T^*_{\text{平時}}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})$$

$$=p\frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})$$

$$+(1-p)\frac{V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V_{A2}}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V_{A2}}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})$$

$$=p\frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V'_{B2}-V'_{A2})}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V'_{B2}-V'_{A2})}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H(V'_{A2}-V'_{B2}))$$

$$+(1-p)\frac{V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V_{B2}-V_{A2})}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V_{B2}-V_{A2})}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H(V_{A2}-V_{B2}))$$

$$=-p\frac{V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V'_{B2}-V'_{A2})}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V'_{B2}-V'_{A2})}(V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_H(V'_{B2}-V'_{A2}))$$

$$-(1-p)\frac{V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V_{B2}-V_{A2})}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V_{B2}-V_{A2})}(V_{B1}-V_{A1}+\delta_H(V_{B2}-V_{A2}))$$

同じく、X', Y', X, Y を用いて、

$$Y'-\alpha+\beta=V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V'_{B2}-V'_{A2})$$

$$Y-\alpha+\beta=V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V_{B2}-V_{A2})$$

となることに注意すると、

$$
\begin{aligned}
&= -p\frac{Y'-\alpha+\beta}{Y'}X' - (1-p)\frac{Y-\alpha+\beta}{Y}X \\
&= -p\frac{X'Y'-X'(\alpha-\beta)}{Y'} - (1-p)\frac{XY-X(\alpha-\beta)}{Y} \\
&= -p\frac{X'Y'-X'(\alpha-\beta)}{Y'} - \frac{XY-X(\alpha-\beta)}{Y} + p\frac{XY-X(\alpha-\beta)}{Y} \\
&= \frac{1}{Y'Y}\Big\{-p\{X'Y'Y - X'Y(\alpha-\beta)\} - (1-p)\{XY'Y - XY'(\alpha-\beta)\}\Big\} \\
&= \frac{1}{Y'Y}\Big\{-pX'Y'Y + pX'Y(\alpha-\beta) - \{XY'Y - XY'(\alpha-\beta)\} + p\{XY'Y - XY'(\alpha-\beta)\}\Big\} \\
&= \frac{1}{Y'Y}\Big\{-pX'Y'Y + pX'Y(\alpha-\beta) - XY'Y + XY'(\alpha-\beta) + pXY'Y - pXY'(\alpha-\beta)\Big\} \\
&= \frac{1}{Y'Y}\Big\{p\{-X'Y'Y + X'Y(\alpha-\beta) + XY'Y - XY'(\alpha-\beta)\} - XY'Y + XY'(\alpha-\beta)\Big\} \\
&= \frac{1}{Y'Y}\Big\{p\{X'Y(\alpha-\beta) - XY'(\alpha-\beta) - X'Y'Y + XY'Y\} - XY'Y + XY'(\alpha-\beta)\Big\} \\
&= \frac{1}{Y'Y}\Big\{p\{(\alpha-\beta)(X'Y - XY')Y'Y(X-X')\} - XY'Y + XY'(\alpha-\beta)\Big\}
\end{aligned}
$$

$Y'Y > 0$ より、$p\{(\alpha-\beta)(X'Y-XY')Y'Y(X-X')\} - XY'Y + XY'(\alpha-\beta)$ の正負が全体の正負となる。これが正となる条件は、

$\alpha-\beta > 0,\ X'Y - XY' < 0,\ Y'Y > 0,\ X - X' > 0$ なので

$$
\begin{aligned}
&p\{(\alpha-\beta)(X'Y-XY')Y'Y(X-X')\} - XY'Y + XY'(\alpha-\beta) > 0 \\
&p\{(\alpha-\beta)(X'Y-XY')Y'Y(X-X')\} > XY'Y - XY'(\alpha-\beta) \\
&p < \frac{XY'Y - XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y-XY')Y'Y(X-X')}
\end{aligned}
$$

よって、T^* が全て内点の場合の、国会の期待値の差分は以下になる。

$$
\begin{cases}
p < \frac{XY'Y-XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y-XY')Y'Y(X-X')} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = B) = A \\
p > \frac{XY'Y-XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y-XY')Y'Y(X-X')} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = B) = B
\end{cases}
$$

まとめると、

(i)$m_{\text{内閣}} = A$ の場合：

$$\begin{cases} (1)\ p < \frac{XY'}{XY'-X'Y} & \Rightarrow \quad \text{全体} > 0 & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = A) = A \\ (2)\ p > \frac{XY'}{XY'-X'Y} & \Rightarrow \quad \text{全体} < 0 & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = A) = B \end{cases}$$

(ii)$m_{\text{内閣}} = B$ の場合：

$$\begin{cases} (3)\ p < \frac{XY'Y-XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y-XY')Y'Y(X-X')} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = B) = A \\ (4)\ p > \frac{XY'Y-XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y-XY')Y'Y(X-X')} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = B) = B \end{cases}$$

内閣の最適反応は、有事・平時の場合ごとにそれぞれ以下の期待値の差分によって決まる。

$$\begin{aligned} &E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}} = A | W = \text{有事})] - E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}} = B | W = \text{有事})] \\ &= q(x-y)\{T(\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}) + V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_{\text{内閣}}(V'_{A2} - V'_{B2})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}} = A | W = \text{有事})] - E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}} = B | W = \text{有事})] \\ &= q(x-y)\{T(\alpha - V_{A1} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2} - \beta + V_{B1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2}) + V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{A2} - V_{B1} - \delta_{\text{内閣}} V_{B2}\} \\ &= q(x-y)\{T(\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}) + V_{A1} - V_{B1} + \delta_{\text{内閣}}(V_{A2} - V_{B2})\} \end{aligned}$$

ここでは T^* が全て内点に存在する場合を考えているので、どちらの場合でも有事-(i), 平時-(i) の条件より、T の係数は正である。よって国会の最適反応を所与とした、内閣の最適反応は以下となる。

$$\begin{cases} (1),(3)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y) = (1,1) & \Rightarrow \text{差分} = 0\ \text{で無差別} \\ (1),(4)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y) = (1,0) & \Rightarrow T > T^* \text{なら}\ m^*_{\text{内閣}} = A,\ \ T < T^* \text{なら}\ m^*_{\text{内閣}} = B \\ (2),(3)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y) = (0,1) & \Rightarrow T > T^* \text{なら}\ m^*_{\text{内閣}} = B,\ \ T < T^* \text{なら}\ m^*_{\text{内閣}} = A \\ (2),(4)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y) = (0,0) & \Rightarrow \text{差分} = 0\ \text{で無差別} \end{cases}$$

いま検討している戦略は以下であった。

$$
\begin{cases}
(W = \text{有事})\ \text{かつ}\ (T > T^*_{\text{有事}}) \to A \\
(W = \text{有事})\ \text{かつ}\ (T < T^*_{\text{有事}}) \to B \\
(W = \text{平時})\ \text{かつ}\ (T > T^*_{\text{平時}}) \to A \\
(W = \text{平時})\ \text{かつ}\ (T < T^*_{\text{平時}}) \to B
\end{cases}
$$

内閣の最適反応が無差別となる場合はここでは除外する。

この内閣の戦略が均衡となるには、(1),(4) の成立が必要である。よって、T^* が全て内点に存在する場合、この戦略 1. (A,B,A,B) は条件 1〜5 に加え、以下の条件のもとで均衡戦略となる。

$$
p\ \text{に関する条件} \Leftrightarrow
\begin{cases}
(1)\ p < \frac{XY'}{XY'-X'Y} \\
(4)\ p > \frac{XY'Y-XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y-XY')Y'Y(X-X')}
\end{cases}
$$

$$
\text{有事-(i) かつ平時-(i)} \Leftrightarrow
\begin{cases}
\beta < \alpha, \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & \text{if}\quad V_{B2} < V_{A2}\quad \text{かつ}\quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1 \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if}\quad V_{B2} < V_{A2}\quad \text{かつ}\quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \\
0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if}\quad V_{A2} < V_{B2}
\end{cases}
$$

$$
\text{国会の戦略} \Leftrightarrow
\begin{cases}
a^*_{\text{国会}}(\delta_{\text{市民}} = \delta_L) = B \\
a^*_{\text{国会}}(\delta_{\text{市民}} = \delta_H, m_{\text{内閣}} = A) = A \\
a^*_{\text{国会}}(\delta_{\text{市民}} = \delta_H, m_{\text{内閣}} = B) = B
\end{cases}
$$

$$
\text{内閣の戦略} \Leftrightarrow
\begin{cases}
(W = \text{有事})\ \text{かつ}\ (T > T^*_{\text{有事}}) \to A \\
(W = \text{有事})\ \text{かつ}\ (T < T^*_{\text{有事}}) \to B \\
(W = \text{平時})\ \text{かつ}\ (T > T^*_{\text{平時}}) \to A \\
(W = \text{平時})\ \text{かつ}\ (T < T^*_{\text{平時}}) \to B
\end{cases}
$$

戦略 2. (B,A,B,A)

次の戦略を考える。

$$\begin{cases}(W=\text{有事})\text{ かつ }(T>T^*_{\text{有事}})\rightarrow B\\(W=\text{有事})\text{ かつ }(T<T^*_{\text{有事}})\rightarrow A\\(W=\text{平時})\text{ かつ }(T>T^*_{\text{平時}})\rightarrow B\\(W=\text{平時})\text{ かつ }(T<T^*_{\text{平時}})\rightarrow A\end{cases}$$

この時、仮置きしておいた内閣の行動の確率は $(e,f,g,h)=(0,1,0,1)$ となる。

(i)$m_{\text{内閣}}=A$ の場合：

$$E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}}=A,\delta_{\text{市民}}=\delta_H)|m_{\text{内閣}}=A]-E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}}=B,\delta_{\text{市民}}=\delta_H)|m_{\text{内閣}}=A]$$

$$=\frac{\{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}+g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$+\frac{\{g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}+g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$=\frac{\{pr_{\text{有事}}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{pr_{\text{有事}}+(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$+\frac{\{(1-p)r_{\text{平時}}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{pr_{\text{有事}}+(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$=\frac{\{pT^*_{\text{有事}}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{pT^*_{\text{有事}}+(1-p)T^*_{\text{平時}}}$$

$$+\frac{\{(1-p)T^*_{\text{平時}}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{pT^*_{\text{有事}}+(1-p)T^*_{\text{平時}}}$$

分母は正になるので、分子だけを考える。

$$= \{pT^*_{\text{有事}}\}(V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_H V'_{A2} - \delta_H V'_{B2})$$

$$+ \{(1-p)T^*_{\text{平時}}\}(V_{A1} - V_{B1} + \delta_H V_{A2} - \delta_H V_{B2})$$

$$= \{p\frac{V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}}{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}}\}(V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_H V'_{A2} - \delta_H V'_{B2})$$

$$+ \{(1-p)\frac{V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}}\}(V_{A1} - V_{B1} + \delta_H V_{A2} - \delta_H V_{B2})$$

上と同じように、見やすくするために、以下のように変数を置く。

$$\begin{aligned} V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_H (V'_{B2} - V'_{A2}) &\equiv X' < 0 \\ \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} (V'_{B2} - V'_{A2}) &\equiv Y' > 0 \\ V_{B1} - V_{A1} + \delta_H (V_{B2} - V_{A2}) &\equiv X > 0 \\ \alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} (V_{B2} - V_{A2}) &\equiv Y > 0 \end{aligned}$$

$$\frac{X'}{Y'} < 0, \quad \frac{X}{Y} > 0$$

すると差分は

$$\begin{aligned} &= p\{\frac{Y' - \alpha + \beta}{Y'}\}(-X') + \{(1-p)\frac{Y - \alpha + \beta}{Y}\}(-X) \\ &= -p\frac{Y' - \alpha + \beta}{Y'}X' - (1-p)\frac{Y - \alpha + \beta}{Y}X \end{aligned}$$

これは、戦略.1 の (ii)$m_{\text{内閣}} = B$ の場合と同じ式である。よって、

$$\begin{cases} (3)\ p < \frac{XY'Y - XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y - XY')Y'Y(X-X')} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = A) = A \\ (4)\ p > \frac{XY'Y - XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y - XY')Y'Y(X-X')} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = A) = B \end{cases}$$

(ii)$m_{内閣}=B$ の場合：

$$E[u_{国会}(a_{国会}=A,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=B]-E[u_{国会}(a_{国会}=B,\delta_{市民}=\delta_H)|m_{内閣}=B]$$

$$=\frac{\{(1-e)p(1-r_{有事})+(1-f)pr_{有事}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

$$+\frac{\{(1-g)(1-p)(1-r_{平時})+(1-h)(1-p)r_{平時}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{有事})+fpr_{有事}+g(1-p)(1-r_{平時})+h(1-p)r_{平時}}$$

$$=\frac{\{p(1-r_{有事})\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{pr_{有事}+(1-p)r_{平時}}$$

$$+\frac{\{(1-p)(1-r_{平時})\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{pr_{有事}+(1-p)r_{平時}}$$

また、T^* が全て内点にある時、$r_{有事}=T^*_{有事}$,　$r_{平時}=T^*_{平時}$ となるので、

$$=\frac{\{p(1-T^*_{有事})\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{pT^*_{有事}+(1-p)T^*_{平時}}$$

$$+\frac{\{(1-p)(1-T^*_{平時})\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{pT^*_{有事}+(1-p)T^*_{平時}}$$

分母は正になるので、分子だけを考える。

$$\{p(1-T^*_{有事})\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})+\{(1-p)(1-T^*_{平時})\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})$$

これは、戦略.1 の (i)$m_{内閣}=A$ の場合と同じ式である。よって、よって、T^* が全て内点の場合の、国会の期待値の差分は以下になる。

$$\begin{cases}(1)\ p<\frac{XY'}{XY'-X'Y} & \Rightarrow \quad 全体>0 \quad \Rightarrow \quad a^*_{国会}(\delta_H|m_{内閣}=B)=A\\(2)\ p>\frac{XY'}{XY'-X'Y} & \Rightarrow \quad 全体<0 \quad \Rightarrow \quad a^*_{国会}(\delta_H|m_{内閣}=B)=B\end{cases}$$

まとめると、

(i)$m_{\text{内閣}} = A$ の場合：

$$\begin{cases} (3)\ p < \frac{XY'Y - XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y - XY')Y'Y(X-X')} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = A) = A \\ (4)\ p > \frac{XY'Y - XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y - XY')Y'Y(X-X')} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = A) = B \end{cases}$$

(ii)$m_{\text{内閣}} = B$ の場合：

$$\begin{cases} (1)\ p < \frac{XY'}{XY' - X'Y} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = A) = A \\ (2)\ p > \frac{XY'}{XY' - X'Y} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H | m_{\text{内閣}} = A) = B \end{cases}$$

内閣の最適反応は、有事・平時の場合ごとにそれぞれ以下の期待値の差分によって決まる。

$$\begin{aligned} & E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}} = A | W = \text{有事})] - E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}} = B | W = \text{有事})] \\ & = q(x-y)\{T(\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}) + V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_{\text{内閣}}(V'_{A2} - V'_{B2})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}} = A | W = \text{有事})] - E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}} = B | W = \text{有事})] \\ & = q(x-y)\{T(\alpha - V_{A1} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2} - \beta + V_{B1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2}) + V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{A2} - V_{B1} - \delta_{\text{内閣}} V_{B2}\} \\ & = q(x-y)\{T(\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}) + V_{A1} - V_{B1} + \delta_{\text{内閣}}(V_{A2} - V_{B2})\} \end{aligned}$$

ここでは T^* が全て内点に存在する場合を考えているので、どちらの場合でも有事-(i), 平時-(i) の条件より、T の係数は正である。よって国会の最適反応を所与とした、内閣の最適反応は以下となる。

$$\begin{cases} (3),(1)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y) = (1,1) & \Rightarrow \text{差分} = 0\ \text{で無差別} \\ (3),(2)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y) = (1,0) & \Rightarrow T > T^*\text{なら}\ m^*_{\text{内閣}} = A,\ \ T < T^*\text{なら}\ m^*_{\text{内閣}} = B \\ (4),(1)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y) = (0,1) & \Rightarrow T > T^*\text{なら}\ m^*_{\text{内閣}} = B,\ \ T < T^*\text{なら}\ m^*_{\text{内閣}} = A \\ (4),(1)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y) = (0,0) & \Rightarrow \text{差分} = 0\ \text{で無差別} \end{cases}$$

いま検討している戦略は以下であった。

$$\begin{cases} (W = \text{有事})\ \text{かつ}\ (T > T^*_{\text{有事}}) \to B \\ (W = \text{有事})\ \text{かつ}\ (T < T^*_{\text{有事}}) \to A \\ (W = \text{平時})\ \text{かつ}\ (T > T^*_{\text{平時}}) \to B \\ (W = \text{平時})\ \text{かつ}\ (T < T^*_{\text{平時}}) \to A \end{cases}$$

内閣の最適反応が無差別となる場合はここでは除外する。

この内閣の戦略が均衡となるには、(4),(1) の成立が必要である。よって、T^* が全て内点に存在する場合、この戦略 2. (B,A,B,A) は条件 1〜5 に加え、以下の条件のもとで均衡戦略となる。

$$p\text{ に関する条件} \Leftrightarrow \begin{cases} (1)\ p < \frac{XY'}{XY'-X'Y} \\ (4)\ p > \frac{XY'Y-XY'(\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(X'Y-XY')Y'Y(X-X')} \end{cases}$$

$$\text{有事-(i) かつ平時-(i)} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta < \alpha, \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}} \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} < 1 \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{B2} < V_{A2} \quad \text{かつ} \quad 1 \leqslant \frac{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}}{V_{A2}-V_{B2}} \\ 0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} \leqslant 1 & \text{if} \quad V_{A2} < V_{B2} \end{cases}$$

$$\text{国会の戦略} \Leftrightarrow \begin{cases} a^*_{\text{国会}}(\delta_{\text{市民}} = \delta_L) = B \\ a^*_{\text{国会}}(\delta_{\text{市民}} = \delta_H, m_{\text{内閣}} = A) = B \\ a^*_{\text{国会}}(\delta_{\text{市民}} = \delta_H, m_{\text{内閣}} = B) = A \end{cases}$$

$$\text{内閣の戦略} \Leftrightarrow \begin{cases} (W = \text{有事}) \text{ かつ } (T > T^*_{\text{有事}}) \rightarrow B \\ (W = \text{有事}) \text{ かつ } (T < T^*_{\text{有事}}) \rightarrow A \\ (W = \text{平時}) \text{ かつ } (T > T^*_{\text{平時}}) \rightarrow B \\ (W = \text{平時}) \text{ かつ } (T < T^*_{\text{平時}}) \rightarrow A \end{cases}$$

戦略 3. (A,B,B,A)

次の戦略を考える。

$$\begin{cases} (W=\text{有事})\text{ かつ }(T>T^*_{\text{有事}}) \to A \\ (W=\text{有事})\text{ かつ }(T<T^*_{\text{有事}}) \to B \\ (W=\text{平時})\text{ かつ }(T>T^*_{\text{平時}}) \to B \\ (W=\text{平時})\text{ かつ }(T<T^*_{\text{平時}}) \to A \end{cases}$$

この時、仮置きしておいた内閣の行動の確率は $(e,f,g,h)=(1,0,0,1)$ となる。

(i)$m_{\text{内閣}}=A$ の場合：

$$E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}}=A,\delta_{\text{市民}}=\delta_H)|m_{\text{内閣}}=A]-E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}}=B,\delta_{\text{市民}}=\delta_H)|m_{\text{内閣}}=A]$$

$$=\frac{\{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}+g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$+\frac{\{g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}})+fpr_{\text{有事}}+g(1-p)(1-r_{\text{平時}})+h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$=\frac{\{p(1-r_{\text{有事}})\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})}{p(1-r_{\text{有事}})+(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$+\frac{\{(1-p)r_{\text{平時}}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})}{p(1-r_{\text{有事}})+(1-p)r_{\text{平時}}}$$

分母は正になるので、分子だけを考える。T^* が全て内点に存在する場合は、$r=T^*$ なので

$$=\{p(1-T^*_{\text{有事}})\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})$$

$$+\{(1-p)T^*_{\text{平時}}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})$$

$$=\{p\frac{\alpha-\beta}{\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}}\}(V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_H V'_{A2}-\delta_H V'_{B2})$$

$$+\{(1-p)\frac{V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V_{A2}}{\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V_{A2}}\}(V_{A1}-V_{B1}+\delta_H V_{A2}-\delta_H V_{B2})$$

上と同じように、見やすくするために以下のように変数を置く。

$$
\begin{aligned}
V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_H (V'_{B2} - V'_{A2}) &\equiv X' < 0 \\
\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} (V'_{B2} - V'_{A2}) &\equiv Y' > 0 \\
V_{B1} - V_{A1} + \delta_H (V_{B2} - V_{A2}) &\equiv X > 0 \\
\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} (V_{B2} - V_{A2}) &\equiv Y > 0
\end{aligned}
$$

$$
\frac{X'}{Y'} < 0, \quad \frac{X}{Y} > 0
$$

すると差分は

$$
\begin{aligned}
&= p\{\frac{\alpha - \beta}{Y'}\}(-X') + \{(1-p)\frac{Y - \alpha + \beta}{Y}\}(-X) \\
&= -p\frac{\alpha - \beta}{Y'}X' - (1-p)\frac{Y - \alpha + \beta}{Y}X \\
&= -p\frac{X'(\alpha - \beta)}{Y'} - (1-p)\frac{XY + X(-\alpha + \beta)}{Y} \\
&= -p\frac{X'(\alpha - \beta)}{Y'} - (1-p)\frac{XY - X(\alpha - \beta)}{Y} \\
&= -p\frac{X'(\alpha - \beta)}{Y'} - \frac{XY - X(\alpha - \beta)}{Y} + p\frac{XY - X(\alpha - \beta)}{Y} \\
&= p\Big\{\frac{XY - X(\alpha - \beta)}{Y} - \frac{X'(\alpha - \beta)}{Y'}\Big\} - \frac{XY - X(\alpha - \beta)}{Y} \\
&= \frac{1}{Y'Y}\Big\{p\{XY'Y - XY'(\alpha - \beta) - X'Y(\alpha - \beta)\} - XY'Y - XY'(\alpha - \beta)\Big\}
\end{aligned}
$$

$Y'Y > 0$ なので、それ以外の式の正負を考える。

$$
\begin{aligned}
&p\{XY'Y - XY'(\alpha - \beta) - X'Y(\alpha - \beta)\} - XY'Y - XY'(\alpha - \beta) \\
&= p\Big\{XY'\{Y - (\alpha - \beta)\} - X'Y(\alpha - \beta)\Big\} - XY'Y - XY'(\alpha - \beta) \\
&= p\Big\{XY'(Y - \alpha + \beta) - X'Y(\alpha - \beta)\Big\} - XY'Y - XY'(\alpha - \beta)
\end{aligned}
$$

$Y-\alpha+\beta$ の正負を考える。

$$
\begin{aligned}
&Y-\alpha+\beta \\
&=\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V_{B2}-V_{A2})-\alpha+\beta \\
&=V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V_{B2}-V_{A2})
\end{aligned}
$$

仮定 7 より、

$$
\begin{aligned}
&V_{A1}+\delta_{\text{市民}}V_{A2}<V_{B1}+\delta_{\text{市民}}V_{B2} \quad \text{ただし} \quad 0\leqslant\delta_{\text{市民}}\leqslant 1 \\
&0<V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{市民}}V_{B2}-\delta_{\text{市民}}V_{A2} \\
&0<V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{市民}}(V_{B2}-V_{A2})
\end{aligned}
$$

$0\leqslant\delta_{\text{内閣}}\leqslant 1$ なので、

$$0<V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}(V_{B2}-V_{A2})$$

よって、$Y-\alpha+\beta>0$, また $XY'>0$, $\quad -X'Y(\alpha-\beta)>0$ であるから、
$p\Big\{XY'(Y-\alpha+\beta)-X'Y(\alpha-\beta)\Big\}-XY'Y-XY'(\alpha-\beta)>0$ となる条件は、

$$
\begin{aligned}
&p\Big\{XY'(Y-\alpha+\beta)-X'Y(\alpha-\beta)\Big\}-XY'Y-XY'(\alpha-\beta)>0 \\
&p\Big\{XY'(Y-\alpha+\beta)-X'Y(\alpha-\beta)\Big\}>XY'Y+XY'(\alpha-\beta) \\
&p>\frac{XY'Y+XY'(\alpha-\beta)}{XY'(Y-\alpha+\beta)-X'Y(\alpha-\beta)}
\end{aligned}
$$

よって、国会の最適反応は

$$
\begin{cases}
(5)\ p>\frac{XY'Y+XY'(\alpha-\beta)}{XY'(Y-\alpha+\beta)-X'Y(\alpha-\beta)} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H|m_{\text{内閣}}=A)=A \\
(6)\ p<\frac{XY'Y+XY'(\alpha-\beta)}{XY'(Y-\alpha+\beta)-X'Y(\alpha-\beta)} & \Rightarrow \quad a^*_{\text{国会}}(\delta_H|m_{\text{内閣}}=A)=B
\end{cases}
$$

(ii)$m_{\text{内閣}} = B$ の場合：

$$E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}} = A, \delta_{\text{市民}} = \delta_H)|m_{\text{内閣}} = B] - E[u_{\text{国会}}(a_{\text{国会}} = B, \delta_{\text{市民}} = \delta_H)|m_{\text{内閣}} = B]$$

$$= \frac{\{(1-e)p(1-r_{\text{有事}}) + (1-f)pr_{\text{有事}}\}(V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_H V'_{A2} - \delta_H V'_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}}) + fpr_{\text{有事}} + g(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$+ \frac{\{(1-g)(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + (1-h)(1-p)r_{\text{平時}}\}(V_{A1} - V_{B1} + \delta_H V_{A2} - \delta_H V_{B2})}{ep(1-r_{\text{有事}}) + fpr_{\text{有事}} + g(1-p)(1-r_{\text{平時}}) + h(1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$= \frac{\{pr_{\text{有事}}\}(V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_H V'_{A2} - \delta_H V'_{B2})}{p(1-r_{\text{有事}}) + (1-p)r_{\text{平時}}}$$

$$+ \frac{\{(1-p)(1-r_{\text{平時}})\}(V_{A1} - V_{B1} + \delta_H V_{A2} - \delta_H V_{B2})}{p(1-r_{\text{有事}}) + (1-p)r_{\text{平時}}}$$

また、T^* が全て内点にある時、$r_{\text{有事}} = T^*_{\text{有事}}, \quad r_{\text{平時}} = T^*_{\text{平時}}$ となるので、

$$= \frac{\{pT^*_{\text{有事}}\}(V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_H V'_{A2} - \delta_H V'_{B2})}{p(1-T^*_{\text{有事}}) + (1-p)T^*_{\text{平時}}}$$

$$+ \frac{\{(1-p)(1-T^*_{\text{平時}})\}(V_{A1} - V_{B1} + \delta_H V_{A2} - \delta_H V_{B2})}{p(1-T^*_{\text{有事}}) + (1-p)T^*_{\text{平時}}}$$

分母は正になるので、分子だけを考える。

$$\{pT^*_{\text{有事}}\}(V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_H V'_{A2} - \delta_H V'_{B2}) + \{(1-p)(1-T^*_{\text{平時}})\}(V_{A1} - V_{B1} + \delta_H V_{A2} - \delta_H V_{B2})$$

$$= \{p\frac{V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}}{\alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V'_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V'_{A2}}\}(V'_{A1} - V'_{B1} + \delta_H V'_{A2} - \delta_H V'_{B2})$$

$$+ \{(1-p)\frac{\alpha - \beta}{\alpha - \beta + V_{B1} - V_{A1} + \delta_{\text{内閣}} V_{B2} - \delta_{\text{内閣}} V_{A2}}\}(V_{A1} - V_{B1} + \delta_H V_{A2} - \delta_H V_{B2})$$

上と同じように、見やすくするために X', Y', X, Y で置換すると

$$= \{p\frac{Y'-\alpha+\beta}{Y'}\}(-X') + \{(1-p)\frac{\alpha-\beta}{Y}\}(-X)$$

$$= \{-p\frac{X'Y'+X'(-\alpha+\beta)}{Y'}\} - \{(1-p)\frac{X(\alpha-\beta)}{Y}\}$$

$$= \{-p\frac{X'Y'-X'(\alpha-\beta)}{Y'}\} - \{(1-p)\frac{X(\alpha-\beta)}{Y}\}$$

$$= \frac{1}{Y'Y}\Big\{\{-pX'Y'Y + pX'Y(\alpha-\beta)\} - \{(1-p)XY'(\alpha-\beta)\}\Big\}$$

$Y'Y > 0$ なので、残りの式の正負を考える。

$$-pX'Y'Y + pX'Y(\alpha-\beta) - \{(1-p)XY'(\alpha-\beta)\}$$

$$= -pX'Y'Y + pX'Y(\alpha-\beta) - \{XY'(\alpha-\beta) - pXY'(\alpha-\beta)\}$$

$$= -pX'Y'Y + pX'Y(\alpha-\beta) - XY'(\alpha-\beta) + pXY'(\alpha-\beta)$$

$$= p\{XY'(\alpha-\beta) + X'Y(\alpha-\beta) - X'Y'Y\} - XY'(\alpha-\beta)$$

$$= p\Big\{X'Y\{(\alpha-\beta) - Y'\} + XY'(\alpha-\beta)\Big\} - XY'(\alpha-\beta)$$

$$= p\Big\{-X'Y\{Y' - (\alpha-\beta)\} + XY'(\alpha-\beta)\Big\} - XY'(\alpha-\beta)$$

$Y' - (\alpha-\beta)$ の正負を考える。

$$\begin{aligned} &Y' - (\alpha-\beta) \\ &= \alpha - \beta + V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}}(V'_{B2} - V'_{A2}) - (\alpha-\beta) \\ &= V'_{B1} - V'_{A1} + \delta_{\text{内閣}}(V'_{B2} - V'_{A2}) \end{aligned}$$

T^* が全て内点に存在する場合、有事-(i) かつ平時-(i) の条件の成立が必要。そのう

ちの一つに、$0 \leqslant \delta_{内閣} < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}$ がある。

$$0 \leqslant \delta_{内閣} < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}$$

$$\delta_{内閣} < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}$$

$$\delta_{内閣}(V'_{A2}-V'_{B2}) < V'_{B1}-V'_{A1}$$

$$0 < V'_{B1}-V'_{A1}-\delta_{内閣}(V'_{A2}-V'_{B2})$$

$$0 < V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}(V'_{B2}-V'_{A2})$$

よって、$Y'-(\alpha-\beta) > 0$。また、$-X'Y > 0, \quad XY'(\alpha-\beta) > 0$ なので、
$p\Big\{-X'Y\{Y'-(\alpha-\beta)\}+XY'(\alpha-\beta)\Big\}-XY'(\alpha-\beta) > 0$ となる条件は、

$$p\Big\{-X'Y\{Y'-(\alpha-\beta)\}+XY'(\alpha-\beta)\Big\}-XY'(\alpha-\beta) > 0$$

$$p\Big\{-X'Y\{Y'-(\alpha-\beta)\}+XY'(\alpha-\beta)\Big\} > XY'(\alpha-\beta)$$

$$p > \frac{XY'(\alpha-\beta)}{-X'Y\{Y'-(\alpha-\beta)\}+XY'(\alpha-\beta)}$$

$$p > \frac{XY'(\alpha-\beta)}{-X'Y\{Y'-\alpha+\beta\}+XY'(\alpha-\beta)}$$

$$p > \frac{XY'(\alpha-\beta)}{XY'(\alpha-\beta)-X'Y\{Y'-\alpha+\beta\}}$$

よって、T^* が全て内点の場合の、国会の期待値の差分は以下になる。

$$\begin{cases} (7)\ p > \frac{XY'(\alpha-\beta)}{XY'(\alpha-\beta)-X'Y\{Y'-\alpha+\beta\}} \quad \Rightarrow \quad 全体 > 0 \quad \Rightarrow \quad a^*_{国会}(\delta_H|m_{内閣}=B)=A \\ (8)\ p < \frac{XY'(\alpha-\beta)}{XY'(\alpha-\beta)-X'Y\{Y'-\alpha+\beta\}} \quad \Rightarrow \quad 全体 < 0 \quad \Rightarrow \quad a^*_{国会}(\delta_H|m_{内閣}=B)=B \end{cases}$$

まとめると、

(i)$m_{内閣} = A$ の場合：

$$\begin{cases} (5)\ p > \frac{XY'Y+XY'(\alpha-\beta)}{XY'(Y-\alpha+\beta)-X'Y'(\alpha-\beta)} & \Rightarrow \quad a^*_{国会}(\delta_H|m_{内閣}=A)=A \\ (6)\ p < \frac{XY'Y+XY'(\alpha-\beta)}{XY'(Y-\alpha+\beta)-X'Y'(\alpha-\beta)} & \Rightarrow \quad a^*_{国会}(\delta_H|m_{内閣}=A)=B \end{cases}$$

(ii)$m_{内閣} = B$ の場合：

$$\begin{cases} (7)\ p > \frac{XY'(\alpha-\beta)}{XY'(\alpha-\beta)-X'Y\{Y'-\alpha+\beta\}} & \Rightarrow \quad a^*_{国会}(\delta_H|m_{内閣}=B)=A \\ (8)\ p < \frac{XY'(\alpha-\beta)}{XY'(\alpha-\beta)-X'Y\{Y'-\alpha+\beta\}} & \Rightarrow \quad a^*_{国会}(\delta_H|m_{内閣}=B)=B \end{cases}$$

内閣の最適反応は、有事・平時の場合ごとにそれぞれ以下の期待値の差分によって決まる。

$$\begin{aligned} &E[u_{内閣}(m_{内閣}=A|W=有事)]-E[u_{内閣}(m_{内閣}=B|W=有事)] \\ &=q(x-y)\{T(\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{内閣}V'_{B2}-\delta_{内閣}V'_{A2})+V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_{内閣}(V'_{A2}-V'_{B2})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &E[u_{内閣}(m_{内閣}=A|W=有事)]-E[u_{内閣}(m_{内閣}=B|W=有事)] \\ &=q(x-y)\{T(\alpha-V_{A1}-\delta_{内閣}V_{A2}-\beta+V_{B1}+\delta_{内閣}V_{B2})+V_{A1}+\delta_{内閣}V_{A2}-V_{B1}-\delta_{内閣}V_{B2}\} \\ &=q(x-y)\{T(\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{内閣}V_{B2}-\delta_{内閣}V_{A2})+V_{A1}-V_{B1}+\delta_{内閣}(V_{A2}-V_{B2})\} \end{aligned}$$

ここでは T^* が全て内点に存在する場合を考えているので、どちらの場合でも有事-(i), 平時-(i) の条件より、T の係数は正である。よって国会の最適反応を所与とした、内閣の最適反応は以下となる。

$$\begin{cases} (5),(7)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y)=(1,1) & \Rightarrow \text{差分}=0\ \text{で無差別} \\ (5),(8)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y)=(1,0) & \Rightarrow T>T^*\text{なら}\ m^*_{内閣}=A,\ \ T<T^*\text{なら}\ m^*_{内閣}=B \\ (6),(7)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y)=(0,1) & \Rightarrow T>T^*\text{なら}\ m^*_{内閣}=B,\ \ T<T^*\text{なら}\ m^*_{内閣}=A \\ (6),(8)\ \text{が成立} & \Rightarrow (x,y)=(0,0) & \Rightarrow \text{差分}=0\ \text{で無差別} \end{cases}$$

いま検討している戦略は以下であった。

$$\begin{cases} (W=有事)\ \text{かつ}\ (T>T^*_{有事}) \to A \\ (W=有事)\ \text{かつ}\ (T<T^*_{有事}) \to B \\ (W=平時)\ \text{かつ}\ (T>T^*_{平時}) \to B \\ (W=平時)\ \text{かつ}\ (T<T^*_{平時}) \to A \end{cases}$$

内閣の最適反応が無差別となる場合はここでは除外する。

この内閣の戦略が均衡となるには、有事で (5),(8), および平時で (6),(7) の成立が必要である。しかし、(5) と (6)、(7) と (8) はどちらか片方しか成立し得ない。また有事・平時で変化しない。よって、この戦略 3.(A,B,B,A) は T^* が全て内点に存在する場合には均衡にならない。

戦略.4 (B,A,A,B)

次の戦略を考える。

$$\begin{cases}(W = \text{有事}) \text{ かつ } (T > T^*_{\text{有事}}) \to B \\ (W = \text{有事}) \text{ かつ } (T < T^*_{\text{有事}}) \to A \\ (W = \text{平時}) \text{ かつ } (T > T^*_{\text{平時}}) \to A \\ (W = \text{平時}) \text{ かつ } (T < T^*_{\text{平時}}) \to B\end{cases}$$

この時、仮置きしておいた内閣の行動の確率は $(e, f, g, h) = (0, 1, 1, 0)$ となる。

戦略.1 と戦略.2 は真反対の戦略で、その結果、戦略.1 での $(i)m_{\text{内閣}} = A$ における国会の期待値と、戦略.2 での $(ii)m_{\text{内閣}} = B$ における国会の期待値が等くなった。これは、国会の期待値の差分の式では、内閣の戦略を固定することによって決まる 4 つの変数 e, f, g, h が、$p : 1 - p,\ r^*; 1 - r^*$ という 2 つの変数で平均をとっているからである。そのため、e か f、g か h が 0 と 1 の値を同じように取ることで、分子全体としての増減が一定になるためである。

これと同じことが戦略.3 と戦略.4 にも言える。具体的には、この戦略.4 が均衡となるには、有事で (6),(7), および平時で (5),(6) の成立が必要となる。しかし、(5) と (6)、(7) と (8) はどちらか片方しか成立し得ない。また有事・平時で変化しない。よって、この戦略 4.(B,A,A,B) は T^* が全て内点に存在する場合には均衡にならない。

4.2 考察

均衡を考察する。

戦略.1（A,B,A,B）では、国会は内閣のメッセージをそのまま承認することが最適反応であった。この時、$(x, y) = (1, 0)$ となるため、内閣の有事における期待値は以

下のようになる。

$$
\begin{aligned}
&E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}}=A|W=\text{有事})]-E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}}=B|W=\text{有事})]\\
&=q(x-y)\{T(\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2})+V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_{\text{内閣}}(V'_{A2}-V'_{B2})\}\\
&=q\{T(\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2})+V'_{A1}-V'_{B1}+\delta_{\text{内閣}}(V'_{A2}-V'_{B2})\}
\end{aligned}
$$

これを内閣の私欲（独自の正義感）パラメーター T で微分すると、

$$
q(\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2})
$$

q は市民が賢民 (δ_H) になる確率を表す。T^* が全て内点に存在する場合、$\alpha-\beta+V'_{B1}-V'_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V'_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V'_{A2}>0$ となるので、この値は正の値を取る。つまり、私欲が増せば増すほど、内閣は予防的政策 (A) を主張しやすくなる。これは、内点の仮定から生じた条件 $\alpha>\beta$、つまり内閣は予防的政策 (A) を世界の状況に関係なく選好していることが理由に挙げられる。

また別の見方では、この内閣は実は有事であっても、非予防的政策 (B) を選好する部分がある。それは、内点の仮定の $0\leqslant\delta_{\text{内閣}}<\frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}$ から生じる。この条件は、内閣の時間割引率が低いことを表しており、有事において社会厚生的に頓珍漢な振る舞いをする可能性があるということだ。
しかし、こういった頓珍漢な内閣であっても、有事においては私欲が強い内閣が政権を握ることで結果的に市民が喜ぶこともある。その際に重要な点は、このモデルでは共有情報としている α,β、つまり政治家ごとの方針の好みを正確に把握することが重要である。また、市民および国会にとっては観測できない内閣の私欲パラメータも、実際にはメッセージなどの歴史を通じて、ある程度が予想できるだろう。

平時においては、内閣の期待値は以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
&E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}}=A|W=\text{有事})]-E[u_{\text{内閣}}(m_{\text{内閣}}=B|W=\text{有事})]\\
&=q\{T(\alpha-V_{A1}-\delta_{\text{内閣}}V_{A2}-\beta+V_{B1}+\delta_{\text{内閣}}V_{B2})+V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V_{A2}-V_{B1}-\delta_{\text{内閣}}V_{B2}\}\\
&=q\{T(\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V_{A2})+V_{A1}-V_{B1}+\delta_{\text{内閣}}(V_{A2}-V_{B2})\}
\end{aligned}
$$

これも T で微分すると、

$$
q\{(\alpha-\beta+V_{B1}-V_{A1}+\delta_{\text{内閣}}V_{B2}-\delta_{\text{内閣}}V_{A2})
$$

となり、有事と同じことが言える。

また、この 2 つの均衡に共通して言えることは、内閣の時間割引率 $\delta_{\text{内閣}}$ が賢民の時間割引率 δ_H よりも低くなる必要があるということである。これは、T^* が全て内点に存在する場合には、$0 \leqslant \delta_{\text{内閣}} < \frac{V'_{B1}-V'_{A1}}{V'_{A2}-V'_{B2}}$ を満たす必要があることが理由である。この値はどれくらい低いかというと、ちょうど市民が愚民 (δ_L) である時の時間割引率の範囲と等しい。つまりこれらの均衡での内閣は、とても近視眼的な選好を持っていることがわかる。

5　終章

設定に四苦八苦したモデルだったが、均衡が計算できた時はとても面白いおもちゃが作れたように感じた。しかしまだ今モデルにおいても分析しきれていない点や、本来の疑問にモデルで答えきれていない部分があるので、今後の展望としてまとめる。

今後の展望は３つある。

１つ目は、別の均衡の計算である。今回は T^* が全て内点という条件での均衡を分析したが、いくつかのパラメーターがかなり制限されてしまった。例えば、内閣の時間割引率 $\delta_{\text{内閣}}$ や、内閣の政策への偏り α, β である。これらは $T^*_{\text{有事}}, T^*_{\text{平時}}$ の少なくとも一つが端点をとる場合を考えることで、より広い範囲を分析できる。

２つ目は、国会の暴走に注目したモデルの拡張である。今回のモデル設定では国会はタイプを 2 つで、その一つ (愚民:δ_L) においては最適行動を仮定していた。国会の暴走はポピュリズムを念頭に置いてモデルを設計したが、この点について詳しく分析するには、$\delta_{\text{市民}}$ を連続変数にするのが良いかもしれない。

３つ目は、司法をプレイヤーとして組み込むことである。現実では、司法は合憲/違憲を判断するだけでなく、あえて判断しないという選択をすることで内閣の権力を認めるような振る舞いをする。また日本では裁判長の個人色が薄い印象があるがアメリカでは濃い。それは制度的な違いではなく、まだ日本ではたまたま発生していないだけかもしれない。これらの点がモデル化の鍵かもしれない。

謝辞

三島大輝君の LaTeX ファイルを参考にしました。三島君は濱田高彰君のファイルを参考にしたそうです。先輩の知恵に感謝します。

宮川先生、長い時間をとっていただきありがとうございました。議論や小話からいつも気付きや新しい視点をもらえて、後年色々とても役立ちそうな気がします。作業中やゼミの時間はとても楽しかったです。

参考文献

[1] 宮本憲一, 宇野重規, 浦部法穂, 野田昌吾, 諸富徹, 鳥畑与一, 森裕之, 山崎圭一, 新井浩, 石塚誠, & 畠山容子. (2018). 政経 312 高校政治・経済 新訂版. 東京: 実教出版.

[2] モンテスキュー, 井上尭裕訳. (2016). 法の精神. 中央公論新社