

6강. 선형 판별함수

※ 점검하기

Q1. 다음 순서에 따라 OR 함수를 학습하는 퍼셉트론을 구현하여 설명하시오.

(1) 네 개의 학습 데이터를 다음과 같이 만드시오.

데이터 1 : 입력 (0,0), 출력 (0)	데이터 2 : 입력 (1,0), 출력 (1)
데이터 3 : 입력 (0,1), 출력 (1)	데이터 4 : 입력 (1,1), 출력 (1)

(2) 입력 노드 2개와 출력 노드 1개로 구성된 다층 퍼셉트론을 만들고, 위에서 생성한 4개의 데이터를 이용하여 학습을 수행하시오.

(3) 학습이 진행되는 과정에서, 4개의 데이터가 한 번씩 학습에 사용되고 난 뒤 퍼셉트론의 출력오차를 계산하여 그 오차가 줄어드는 과정을 그래프로 나타내고 설명하시오.

(4) 학습이 완료된 후 찾아진 결정경계를 2차원 평면상에 나타내어 설명하시오.

(5) 학습이 완료된 후, 다음 데이터에 대한 출력값을 계산해 보시오.

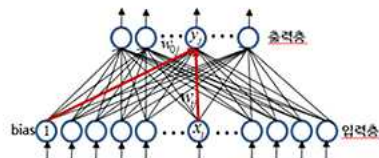
데이터 1 : 입력 (0.1, 0.1)	데이터 2 : 입력 (0.9, 0.9)
데이터 3 : 입력 (0.1, 0.9)	데이터 4 : 입력 (0.9, 0.1)

<관련학습보기>

2) 퍼셉트론 학습

1 퍼셉트론(Perceptron)

» Rosenblatt, 인간 뇌의 정보처리 방식을 모방한 인공지능회로망의 기초적인 모델



입력 x 에 대한 i 번째 출력 y_i ← 동일 → 선형 판별함수를 이용한 결정규칙

$$y_i = \text{step}(w_i^T x + w_{i0})$$

$$\text{step}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } g(x) > 0 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

2) 퍼셉트론 학습

M개의 패턴 분류 문제

- » 각 클래스별로 하나의 출력을 정의하여 모두 M개의 퍼셉트론 판별함수를 만듦
- » 학습 데이터를 이용하여 원하는 출력을 낼 수 있도록 파라미터를 조정

파라미터 수정식

$$\underline{w}_i^{(t)} = [w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{in}]^T$$

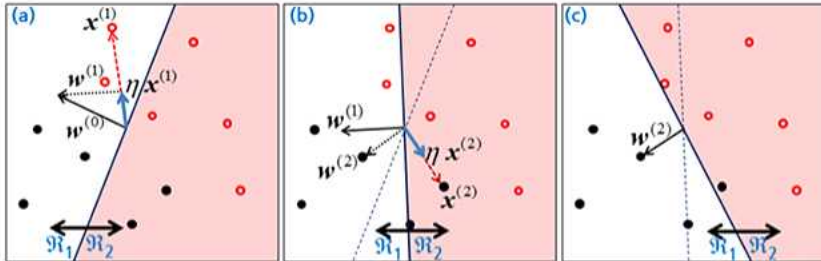
$$\text{입력 } \underline{x}^{(t)} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \quad \text{목표출력 } \underline{t}^{(t)} = [t_1, t_2, \dots, t_M]^T$$

$$\underline{w}_i^{(t+1)} = \underline{w}_i^{(t)} + \eta(t_i - y_i)\underline{x}$$

$$w_{i0}^{(t+1)} = w_{i0}^{(t)} + \eta(t_i - y_i)$$

2) 퍼셉트론 학습

퍼셉트론 학습에 의한 결정경계의 변화



2) 퍼셉트론 학습

2 퍼셉트론 학습 단계

- ① 임의의 값으로 가중치 w_{ij} 를 초기화한다.
- ② 하나의 입력 데이터 x 에 대해 출력값 y 를 계산한다.
- ③ 목표출력값 t 와 퍼셉트론의 출력값 y 의 차이를 계산한다.
- ④ 퍼셉트론 학습 규칙을 이용하여 가중치를 수정한다.

$$w_{ij}^{(t+1)} = w_{ij}^{(t)} + \eta(t_i - y_j)x_{ij} \quad (j=1, \dots, N, \quad i=1, \dots, M)$$
- ⑤ ②~④ 과정을 모든 입력 패턴에 대해서 반복한다.
- ⑥ t 와 y 의 차이의 제곱으로 정의되는 오차가 원하는 값으로 줄어들거나 미리 정해진 반복 횟수까지 ②~⑤ 과정을 반복한다.

교재 6.3절(매트랩을 이용한 선형 판별함수 분류기 실험)의
 [프로그램 6-1, Perceptron Classifier]의 코드를 활용한다.
 [참조] 2. 판별함수의 학습의 「2) 퍼셉트론 학습」

※ 정리하기

1. 판별함수와 패턴인식

- 1) 분류를 위한 결정경계는 판별함수의 형태에 크게 의존하여, 어떤 판별함수를 사용하느냐에 따라 분류기의 성능과 계산의 효율성 등이 직접적으로 영향을 받게 되므로 각 판별함수의 특성에 대해 잘 알고 있는 것이 좋은 분류기를 설계하기 위한 핵심적인 지식이 됨
- 2) 각 클래스별 확률밀도함수가 아닌 일반적인 형태의 판별함수를 정의하고 데이터를 통해 직접 학습하여 사용하는 경우에는 모호한 영역과 미결정영역에 대한 문제를 염두에 두어야 함

2. 판별함수의 학습

- 1) 각각의 데이터에 대한 판별함수의 출력값과 목표출력값의 차이의 제곱을 계산하여 모두 더한 값을 최소로 하는 파라미터를 찾는 것을 최소제곱법이라고 함
- 2) 특히 한 번에 파라미터를 추정하는 것이 아니라 순차적 반복을 통해 각 데이터에 대한 파라미터 변화량만큼씩 변화시키면서 원하는 파라미터를 찾아가는 방법을 최소평균제곱 알고리즘이라고 함
- 3) 퍼셉트론의 학습 수행 단계
 - ① 임의의 값으로 가중치를 초기화함
 - ② 하나의 입력 데이터 x 에 대해 출력값 y 를 계산함
 - ③ 목표 출력값 t 와 퍼셉트론 y 의 출력값의 차를 계산
 - ④ 퍼셉트론 학습 규칙을 이용하여 파라미터를 수정함

$$w_{ij}^{(\tau+1)} = w_{ij}^{(\tau)} + \eta(t_i - y_i)x_j \quad (j = 1, \dots, N, i = 1, \dots, M)$$
 - ⑤ ②~④ 과정을 모든 입력 데이터에 대해서 반복함
 - ⑥ t 와 y 의 차의 제곱으로 정의되는 오차가 원하는 값으로 줄어들거나 미리 정해둔 반복 횟수까지 ②~⑤ 반복함