第六章

6.2 解:

$$\begin{cases} w = \Omega T \\ f = \Omega / 2\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\frac{w}{T}$$

① $\frac{1}{T} = 10\,kHz$ $\quad f = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\pi}{8}\cdot 10\,kHz = 0.625\,kHz$

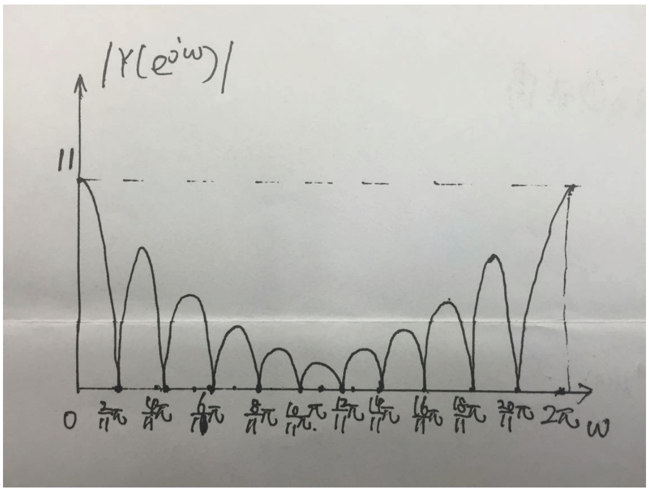
② $\frac{1}{T} = 20\,kHz$ $\quad f = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\pi}{8}\cdot 20\,kHz = 1.25\,kHz$

6.4

解:

依题意得 $Y(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{11}(n) e^{-jwn} = \sum_{n=0}^{10} e^{-jwn} = \frac{1-e^{-11jw}}{1-e^{-jw}} = e^{-5jw}\frac{\sin(\frac{11}{2}w)}{\sin(\frac{w}{2})}$

其幅值 $|Y(e^{jw})| = |\frac{\sin(\frac{11}{2}w)}{\sin(\frac{w}{2})}|$，有限长序列的离散时间傅里叶变换是以 2π 为周期的连续函数，如下图所示给出了一个周期内的幅频响应特性曲线，而信号经过低通滤波器后高频成分会被滤去，而 $y(n)$ 的幅度谱是连续的，高频成分仍然存在，所以不能找到合适的 $x(n)$ 和 w_c 使得经过低通滤波器后的信号是 $y(n)$。



6.5 解:

(c) $y(n)=[(-1)^n x(n) * h(n)](-1)^n = \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty}(-1)^{n-k}x(n-k)h(k)\right]\cdot(-1)^n$

$= \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x(n-k)\cdot(-1)^k h(k)\right]\cdot(-1)^{2n}$

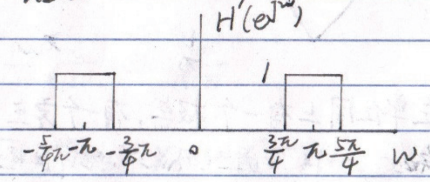
$= x(n) * (-1)^n h(n)$

∴ 系统等效为冲激响应为 $(-1)^n h(n)$ 的滤波器.

$$H'(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-1)^n h(n)e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty}h(n)e^{-j\pi n}e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty}h(n)e^{-j(\pi+\omega)n} = H(e^{j(\pi+\omega)})$$

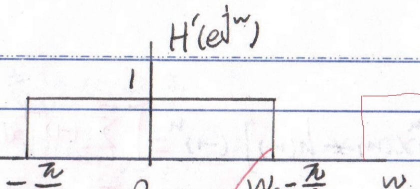


属于高通滤波器.

(d) $H'(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}h(n)e^{-j\omega n}$

$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty}h\left(\frac{2k}{2}\right)e^{-j\omega 2k} + 0$$

$$= H(e^{j2\omega})$$



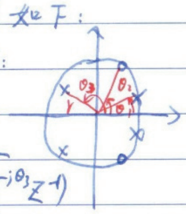
带阻

属于~~低通~~滤波器.

6.8

6.8 (1) 由图，$\begin{cases} 20\lg|H(e^{j\theta_1})| = +\infty \\ 20\lg|H(e^{j\theta_2})| = -\infty \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{H(e^{j\theta_1})} = 0 \\ H(e^{j\theta_2}) = 0 \end{cases}$

且在θ_3处有一极大值 ∴ 极零点图如下：



(2) 根据零极点分布，得到系统函数如下：

$$H(z) = \frac{(1-e^{j\theta_2}z^{-1})(1-e^{-j\theta_2}z^{-1})}{(1-e^{j\theta_1}z^{-1})(1-e^{-j\theta_1}z^{-1})(1-re^{j\theta_3}z^{-1})(1-re^{-j\theta_3}z^{-1})}$$

易知，该系统的冲激响应为 IIR

∴ 长度为无限长

(3) $$\tau_g(\omega) = -R_e\left\{z\frac{d\ln[H(z)]}{dz}\right\}\Bigg|_{z=e^{j\omega}}$$

$$= R_e\left\{\frac{e^{j\theta_2}}{z-e^{j\theta_2}} + \frac{e^{-j\theta_2}}{z-e^{-j\theta_2}} - \frac{e^{j\theta_1}}{z-e^{j\theta_1}} - \frac{e^{-j\theta_1}}{z-e^{-j\theta_1}} - \frac{re^{j\theta_3}}{z-re^{j\theta_3}} - \frac{re^{-j\theta_3}}{z-re^{-j\theta_3}}\right\}\Bigg|_{z=e^{j\omega}}$$

可见，$\tau_g(\omega)$ 不是常数 ∴ $\theta(\omega)$ 非线性

(4) 由于系统是因果系统，而在单位圆上有极点

∴ 系统函数 $H(z)$ 的收敛域 ROC：$|z|>1$

不包含单位圆 ⇒ 不稳定

6.8 解：

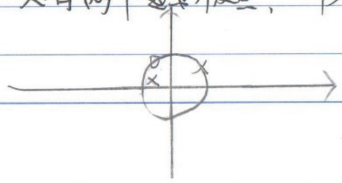
(1) 若存在零点，则知 $20\log_{10}|H(e^{j\omega})| = 20\log_{10}0 = -\infty$

若存在极点，则知 $20\log_{10}|H(e^{j\omega})| = 20\log_{10}|\infty| = +\infty$

则由图可知 $H(z)$ 在 $z=e^{j\omega}$ 上有一个零点和一个极点

而图中存在一个极大值点，可知其为单位圆内的一个极点

⇒ 一共有两个极点，一个零点



(2) 可设零极点分别为 z_1 z_2 z_3 $|z_1| = |z_2| = 1$ $|z_3|<1$

则 $H(z) = \dfrac{k(z-z_1)}{(z-z_2)(z-z_3)}$

⇒ $y(n) - (z_2+z_3)y(n-1) + z_2z_3y(n-2) = kx(n-1) - kz_1x(n-2)$

↓

无限长

(3) 假设其为线性相位 则 $H(z^{-1})$ 和 $H(z)$ 必须有相同零极点，而显然不对

⇒ 非线性相位。

(4) 由于单位圆上有极点，且又是因果、线性时不变系统 ⇒ 系统不稳定

6.9

6.9. (1) $y(n)-ay(n-1)=x(n)-a^{-1}x(n-1)$

(2) $\begin{cases} 1-ap^{-1}=0 \\ p\leq 1 \end{cases}$，则 $a\leq 1$.

(3) $p=\frac{1}{2}$, $z=2$.

收敛域 $|z|\geq\frac{1}{2}$.

(4) $H(z)=\frac{1}{1-az^{-1}}-\frac{1}{az-a^2}$.

则 $h(n)=a^n u(n)-\frac{1}{a}a^{n-1}u(n-1)$

$=a^n u(n)-a^{n-2}u(n-1)$

(5) $|H(e^{jw})|=|1-a^{-1}e^{-jw}|\div|1-ae^{-jw}|$

$=\sqrt{(1-a^{-1}\cos w)^2+(a^{-1}\sin w)^2}\div\sqrt{(1-a\cos w)^2+(a\sin w)^2}$

$=a^{-2}\sqrt{(a-\cos w)^2+\sin^2 w}\div\sqrt{(a^{-1}-\cos w)^2+\sin^2 w}$

$=a^{-2}\sqrt{\frac{a^2-2a\cos w+1}{a^{-2}-2a^{-1}\cos w+1}}$

$=a^{-1}$.

$|H(e^{jw})|=a^{-1}$，是全通系统。

6.16

6.16.(1)低通：Ⅱ、Ⅰ.

(2)带通：Ⅰ、Ⅱ，Ⅲ、Ⅳ

(3)高通：Ⅰ，Ⅳ

(4)带阻：Ⅰ、

(5)微分：Ⅲ，Ⅳ

10.2.5 FIR 微分器设计

在许多模拟和数字系统中，微分器常常用来求信号的导数。理想微分器具有与频率成线性关系的频率响应。这样，理想微分器可以定义为具有频率响应

$$H_d(\omega) = j\omega, \qquad -\pi \leqslant \omega \leqslant \pi \qquad (10.2.[illegible])$$

的微分器。对应于 $H_d(\omega)$ 的单位样本响应为

$$\begin{aligned} h_d(n) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(\omega)e^{j\omega n}d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} j\omega e^{j\omega n}d\omega \qquad (10.2.[illegible]) \\ &= \frac{\cos \pi n}{n}, \qquad -\infty < n < \infty, \qquad n \neq 0 \end{aligned}$$

我们注意到理想微分器的单位样本响应具有反对称性[即 $h_d(n)=-h_d(-n)$]，故 $h_d(0)=0$。

考虑到理想微分器的单位样本响应具有反对称性，我们只集中考虑 $h(n)=-h(M-1-n)$ 情况下 FIR 的设计，因此我们将考虑在前一小节归类为情形 3 和情形 4 的滤波器类型。

我们回想一下情形 3，其中 M 为奇数，FIR 滤波器的实值频率响应 $H_r(\omega)$ 具有 $H_r(0)=0$ 特性。当频率为 0 时，响应也为 0，这正是微分器必须满足的条件。从表 10.5 可知那两种类型的滤波器都符合条件。然而，如果需要全频带微分器，就不可能由具有奇数个系数的 FIR 滤波器得到，因为当 M 是奇数时 $H_r(\pi)=0$。但是实际中，很少用到全频带微分器。

在大多数实际应用中，仅仅要求理想频率响应在有限频率范围 $0 \leqslant \omega \leqslant 2\pi f_p$ 是线性的，其中 f_p 是微分器的带宽。在频率范围 $2\pi f_p < \omega \leqslant \pi$，频率响应可以不加约束或规定为 0。

基于切比雪夫逼近准则设计 FIR 微分器，加权函数在程序中规定为

$$W(\omega) = \frac{1}{\omega}, \qquad 0 \leqslant \omega \leqslant 2\pi f_p \qquad (10.2.83)$$

目的在于保证通带中的相对纹波不变。于是，理想响应 $H_d(\omega)$ 和近似 $H_r(\omega)$ 之间的绝对误差随着 ω 从 0 到 $2\pi f_p$ 变化而增大，然而，在式(10.2.83)中的加权函数确保了相对误差

$$\begin{aligned} \delta &= \max_{0 \leqslant \omega \leqslant 2\pi f_p}\{W(\omega)[\omega - H_r(\omega)]\} \\ &= \max_{0 \leqslant \omega \leqslant 2\pi f_p}\left[1 - \frac{H_r(\omega)}{\omega}\right] \qquad (10.2.84) \end{aligned}$$

在微分器通带内保持不变。