第2章

2.3. 试证明：

(7) $\frac{1}{2}[x(n)+x^*(-n)] \Leftrightarrow Re[X(e^{jw})]$

证：先证 $x^*(-n) \Leftrightarrow X^*(e^{jw})$：

$\sum_n x^*(-n)e^{-jwn}$

$=\sum_n x^*(n)e^{jwn}$

$=\sum_n [Re(n)-jIm(n)]e^{jwn}$

$=\sum_n Re(n)[\cos(wn)+j\sin(wn)]-j\sum_n Im(n)[\cos(wn)+j\sin]$

$=\sum_n [Re(n)\cos(wn)+Im(n)\sin(wn)]+j\sum_n [Re(n)\sin(wn)$

$-Im(n)\cos(wn)]$.

而 $\sum_n x(n)e^{-jwn}$

$=\sum_n [Re(n)+jIm(n)]e^{-jwn}$

$=\sum_n [Re(n)\cos(wn)+Im(n)\sin(wn)]-j\sum_n [Re(n)\sin(wn)$

$-Im(n)\cos(wn)]$,

对比可知 $F[x^*(-n)]=X^*(e^{jw})$.

$\therefore \frac{1}{2}[x(n)+x^*(-n)] \Leftrightarrow \frac{1}{2}[X(e^{jw})+X^*(e^{jw})]$

$=Re[X(e^{jw})]$

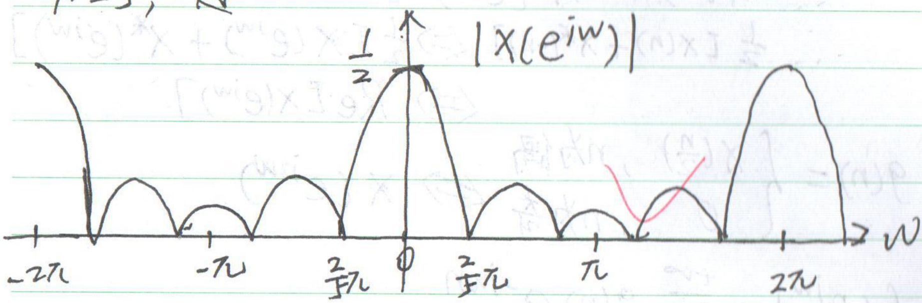
No:

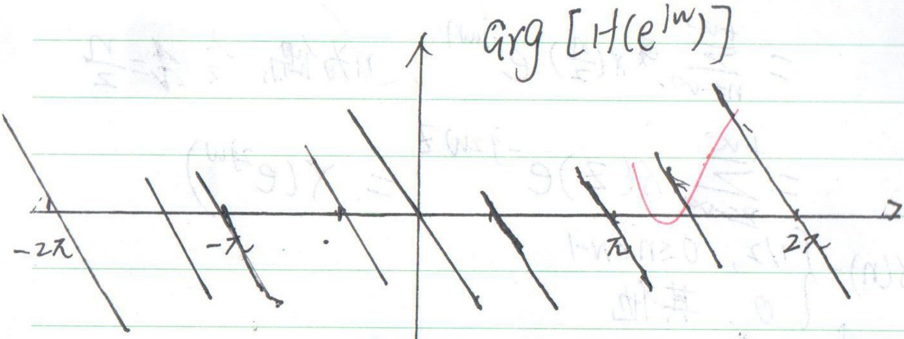
Date:

$$X(e^{jw}) = \frac{1-e^{-jNw}}{2(1-e^{-jw})} = \frac{1}{2}\times\frac{e^{-\frac{jNw}{2}}}{e^{-\frac{jw}{2}}}\times\frac{e^{\frac{jNw}{2}}-e^{-\frac{jNw}{2}}}{e^{\frac{jw}{2}}-e^{-\frac{jw}{2}}}$$

$$= \frac{1}{2}e^{\frac{jw}{2}(1-N)}\frac{\sin\frac{Nw}{2}}{\sin\frac{w}{2}}$$

N=5，图





$$|X(e^{jw})| = \left|\frac{\sin\frac{Nw}{2}}{2\sin\frac{w}{2}}\right|$$

$$\arg|X(e^{jw})| = \frac{w}{2}(1-N) + \underbrace{\arg\left(\frac{\sin\frac{Nw}{2}}{2\sin\frac{w}{2}}\right)}_{0\text{或}\pi}.$$

2.7. (2) $T[x(n)]=\sum_{k=n_0}^{n}x(k)$

解：(c) 线性：$T[ax_1(n)+bx_2(n)]$

$$=\sum_{k=n_0}^{n}[ax_1(k)+bx_2(k)]$$

$$=\sum_{k=n_0}^{n}ax_1(k)+\sum_{k=n_0}^{n}bx_2(k)$$

$$=aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]$$ 是线性的.

(d) $y(n-a)=\sum_{k=n_0}^{n-a}x(k)=\sum_{k=n_0+a}^{n}x(k-a)\neq T[x(n-a)]$

∴系统时变。

(a) 当 $x(n)=1$, $\forall n$ 时, $\lim_{n\to+\infty}y(n)=\lim_{n\to+\infty}(n-n_0+1)=+\infty$,

系统不稳定;

(b) $y(n)$ 只与 n 时刻前的 x 值有关, 是因果的.

(e) $y(n)$ 可能与 $x(n-1)$ 有关, 系统有记忆。

(5) $T[x(n)]=e^{x(n)}$

解: $T[x_1(n)+x_2(n)]=e^{x_1(n)+x_2(n)}\neq e^{x_1(n)}+e^{x_2(n)}$,

(c) 系统非线性.

(d) $y(n-k)=e^{x(n-k)}=T[x(n-k)]$, 系统时不变.

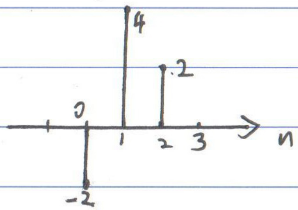
(a) 若 $x(n)\leq S$, $\forall n$, 则 $y(n)\leq e^{S}$, $\forall n$,

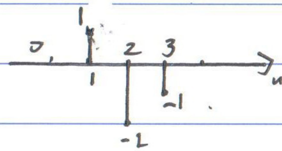
∴系统稳定.

(b) $y(n)$ 只与 n 时刻 $x(n)$ 有关, 是因果的.

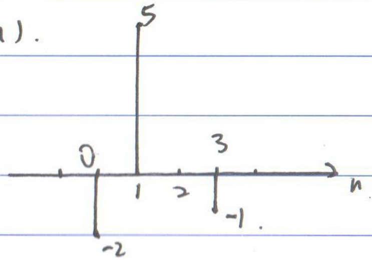
(e) $y(n)$ 只与 $x(n)$ 有关, 系统无记忆。

2.10 (b). $x(0)$. $x(1)$.





$x(n)$.



2.16 解 $[1-\frac{1}{4}e^{-jw}+\frac{1}{8}e^{-2jw}]Y(s)=2e^{-jw}X(s)$

$$H(e^{jw})=\frac{2e^{-jw}}{1-\frac{3}{4}e^{-jw}+\frac{1}{8}e^{-2jw}}=\frac{8}{1-\frac{1}{2}e^{-jw}}-\frac{8}{1-\frac{1}{4}e^{-jw}}$$

当 $x(n)=\delta(n)$ 时 $X(e^{jw})=1. \Rightarrow Y(e^{jw})=H(e^{jw})$.

故 $y(n)=8[(\frac{1}{2})^n-(\frac{1}{4})^n]u[n]$.

2.23 解: (1). $(1-\frac{1}{2}e^{-jw})Y(e^{jw})=(1+2e^{-jw}+e^{-j2w})X(e^{jw})$

$$H(e^{jw})=\frac{1+2e^{-jw}+e^{-j2w}}{1-\frac{1}{2}e^{-jw}}$$

(2) $(1+\frac{1}{2}e^{-jw}+\frac{3}{4}e^{-j2w})Y(e^{jw})=(1-\frac{1}{2}e^{-jw}+e^{-j3w})X(e^{jw})$

$$y(n)+\frac{1}{2}y(n-1)+\frac{3}{4}y(n-2)=x(n)-\frac{1}{2}x(n-1)+x(n-3)$$