2006年

一、选择题

1. B. $\int_0^\infty (2+\tau)\delta(-\tau-1)\,d\tau$

$=\int_0^\infty (2-1)\,\delta(-\tau-1)\,d\tau$

$=0$ $\tau=-1$时.积分区域不包含

2. A. $\cos t\,\varepsilon(t) * \delta'(t)$

$=[\cos t\,\varepsilon(t)]' * [\delta'(t)]^{-1}$

$=[-\sin t\,\varepsilon(t)+\cos t\,\delta(t)] * \delta(t)$

$=\delta(t)-\sin t\,\varepsilon(t)$

3. C. 平移.反折.尺度变换.只对t.

$f(t)\leftrightarrow F(jw)$

$f(t+3)\leftrightarrow F(jw)e^{j3w}$

$f(-t+3)\leftrightarrow F(-jw)e^{-j3w}$

$f(-2t+3)\leftrightarrow \frac{1}{2}F(-j\frac{w}{2})e^{-j\frac{3}{2}w}$

$e^{j3t}f(-2t+3)\leftrightarrow \frac{1}{2}F(-j\frac{w-3}{2})e^{-j\frac{3}{2}(w-3)}$

4. D. ∵是单边拉普拉斯变换

∴$\varepsilon(t+1)$等价于$\varepsilon(t)$

$\delta(t)\leftrightarrow 1$

$e^{-2t}\varepsilon(t+1)=e^{-2t}\varepsilon(t)\leftrightarrow \frac{1}{s+2}$

$\delta(t)-e^{-2t}\varepsilon(t+1)\leftrightarrow \frac{s+1}{s+2}$

5. D. 由选项入手. 先排除A. $(-0.2)^k\varepsilon(k)\leftrightarrow \frac{z}{z+\frac{1}{5}}$

再看D. $(-0.2)^k\varepsilon(k-1)=(-0.2)(-0.2)^{k-1}\varepsilon(k-1)$

$(-0.2)^k\varepsilon(k)\leftrightarrow \frac{z}{z+\frac{1}{5}}$

$(-0.2)^{k-1}\varepsilon(k-1)\leftrightarrow \frac{z}{z+\frac{1}{5}}z^{-1}=\frac{1}{z+\frac{1}{5}}$

$(-0.2)(-0.2)^{k-1}\varepsilon(k-1)\leftrightarrow \frac{-0.2}{z+\frac{1}{5}}=\frac{-1}{5z+1}$

6. A. $T=5.$ $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{5}=0.2Hz$

~~因f(t)为偶函数~~.

f(t)所含频率成分为0.2的整数倍.

7. B. $f(t)=\frac{\sin 2t}{t}=\frac{2\sin 2t}{2t}=2Sa(2t)$

$g_\tau(t)\leftrightarrow \tau Sa(\frac{w\tau}{2})$

$g_4(t)\leftrightarrow 4Sa(2w)$

$4Sa(2t)\leftrightarrow 2\pi g_4(w)$

$2Sa(2t)\leftrightarrow \pi g_4(w)$

$f^2(t)\leftrightarrow \frac{1}{2\pi}[F_1(jw) * F(jw)]$

$W_m=2$ $W_m=2$

∴$f^2(t)$的 $W_m=4$

$W_s=2W_m=8$

$T_s=\frac{2\pi}{W_s}=\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{4}s$

8. A $\beta=1.5\pi.$

$T=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{2\pi}{1.5\pi}=\frac{4}{3}$

9. D. 若一个系统既是稳定的又是因果的.

则H(z)的所有极点均位于单位圆$|z|=1$内.

因 $z=2$. 极点位于单位圆外.

故H(z)不可能为因果稳定系统

10. C.

A. 连续周期信号的和信号不一定是周期信号.

只有当$\frac{T_1}{T_2}$为有理数时.和信号才是周期信号.

其周期为T_1. T_2最小公倍数.

离散周期信号的和信号一定仍是周期信号.

故A错.

B. 非周期信号 — 可能是能量信号也可能是功率信号.

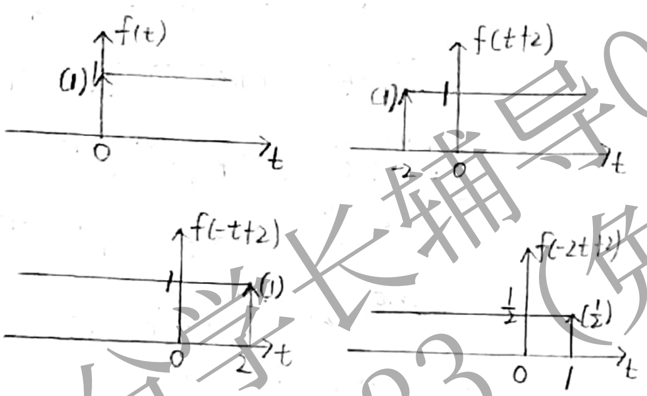
e^{-t} — 既不是能量信号也不是功率信号

C. 能量信号：时限信号（仅在有限时间区间不为0）

能量信号为时限信号，是非周期信号.

二. 填空题

11.



12. 方法一：$g(k)=\sum_{i=-\infty}^{k} h(i)=\sum_{i=0}^{k}(\frac{1}{2})^i$

$=\left(\frac{1-(\frac{1}{2})^{k+1}}{1-\frac{1}{2}}\right)\varepsilon(k)=(2-(\frac{1}{2})^k)\varepsilon(k)$

方法二：由 $y_f(k)=h(k)*f(k)$，得

$g(k)=h(k)*\varepsilon(k)$

$G(z)=H(z)\frac{z}{z-1}=\frac{z}{z-\frac{1}{2}}\cdot\frac{z}{z-1}$

$=\frac{2z}{z-1}-\frac{z}{z-\frac{1}{2}}$

$g(k)=(2-(\frac{1}{2})^k)\varepsilon(k)$

注：由题比较两种方法可知方法一比较简单.

13. 方法一：$\int_{-\infty}^{+\infty}F(jw)\,dw=2\pi f(0)=2\pi$

方法二：$f(t)=g_4(t)\leftrightarrow 4Sa(2w)$

$\int_{-\infty}^{+\infty}F(jw)\,dw=\int_{-\infty}^{+\infty}4Sa(2w)\,dw$

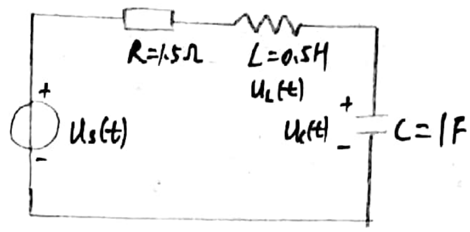
$=\int_{-\infty}^{+\infty}2Sa(2w)\,d(2w)$

$\overset{令2w=t}{=}2\int_{-\infty}^{+\infty}Sa(t)\,dt$

$=2\pi$

注：$\int_{0}^{+\infty}Sa(t)\,dt=\frac{\pi}{2}$，$\int_{-\infty}^{+\infty}Sa(t)\,dt=\pi$

14. 解：方法一：时域电路求解.



$i_C(t)=Cu_C'(t)=u_C'(t)$

$u_L(t)=Li_L'(t)=0.5i_L'(t)$

$i_L(t)=i_C(t)=u_C'(t)$

$\therefore u_L(t)=0.5i_L'(t)=0.5u_C''(t)$

列KVL.

$1.5i_L(t)+u_L(t)+u_C(t)=u_s(t)$

$1.5u_C'(t)+0.5u_C''(t)+u_C(t)=u_s(t)$

$u_C''(t)+3u_C'(t)+2u_C(t)=2u_s(t)$

换成 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=2f(t)$. 求 $h(t)$.

$s^2Y_{zs}(s)+3sY_{zs}(s)+2Y_{zs}(s)=2F(s)$

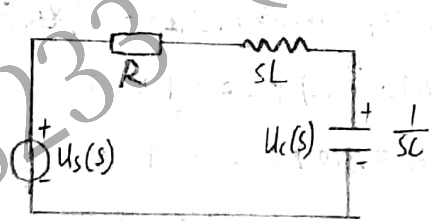
$(s^2+3s+2)Y_{zs}(s)=2F(s)$

$H(s)=\frac{2}{s^2+3s+2}=\frac{2}{s+1}+\frac{-2}{s+2}$

$h(t)=(2e^{-t}-2e^{-2t})\varepsilon(t)$

方法二：s域电路求解

s域零状态电路如下：



$U_C(s)=\frac{\frac{1}{sC}}{R+sL+\frac{1}{sC}}U_s(s)$

代入 $R=1.5$，$L=0.5$，$C=1$，得

$U_C(s)=\frac{\frac{1}{s}}{1.5+0.5s+\frac{1}{s}}U_s(s)=\frac{2}{s^2+3s+2}U_s(s)$

$H(s)=\frac{U_C(s)}{U_s(s)}=\frac{2}{s^2+3s+2}$

$h(t)=(2e^{-t}-2e^{-2t})\varepsilon(t)$

15. $h(0_+)=\lim\limits_{s\to\infty} s\cdot H(s)=\lim\limits_{s\to\infty} s\cdot\dfrac{s^3+s^2+2s+1}{s^3+6s^2+11s+6}$

$=\lim\limits_{s\to\infty}\dfrac{s(s^3+5s^2+s^2-5s^2+2s+9s-9s+5+1-5)}{s^3+6s^2+11s+6}$

$=\lim\limits_{s\to\infty}\left(s+\dfrac{-5s^3-9s^2-5s}{s^3+6s^2+11s+6}\right)$

$=-5$

$h(\infty)=\lim\limits_{s\to 0} s\cdot H(s)=\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{s^4+s^3+2s^2+s}{s^3+6s^2+11s+6}=0$

16. 解：$A(z)=\cancel{z^2+0.5}\ 2z^2-(k-1)z+1$

根据朱里准则，$A(1)>0$，$A(-1)>0$，$a_2>|a_0|$

系统稳定

$$\begin{cases}A(1)=2-k+1+1>0\\ A(-1)=2+k-1+1>0\\ a_2=2>|a_0|=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k<4\\ k>-2\end{cases}$$

$\therefore\ -2<k<4$

17. 解：根据冲激平衡法来计算。

$y''(t)+3y'(t)+2y(t)=2f'(t)+6f(t)$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 2\delta(t)\qquad \varepsilon(t)$

第一列		第二列	
$y''(t)$	$2\delta(t)$	$y''(t)$	$2\delta(t)$
$3y'(t)$	$6\varepsilon(t)$	$y'(t)$	$2\varepsilon(t)$
$2y(t)$		$y(t)$	

①　②　③

$y'(t)$有$2\varepsilon(t)$，说明$y'(t)$在$t=0$处跳变量为2

故 $y'(0_+)=y'(0_-)+2=0+2=2$

$y(0_+)=y(0_-)=2$

18. 解：

预解矩阵 $\varphi(z)=z\cdot\begin{bmatrix}z-\frac12 & 0\\ 0 & z-\frac13\end{bmatrix}^{-1}$

$\varphi(z)=\dfrac{z}{(z-\frac12)(z-\frac13)}\begin{bmatrix}z-\frac13 & 0\\ 0 & z-\frac12\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{z}{z-\frac12} & 0\\ 0 & \frac{z}{z-\frac13}\end{bmatrix}$

$\varphi(k)=Z^{-1}[\varphi(z)]=\begin{bmatrix}(\frac12)^k & 0\\ 0 & (\frac13)^k\end{bmatrix}$

三.计算题.

19. 解：$g(t)=(2-t-2e^{-2t})\varepsilon(t)$

$h(t)=g'(t)=(-1+4e^{-2t})\varepsilon(t)$

$y_{zs}(t)=f(t)*h(t)$

$=h(t)*f(t)$

$=\int_{-\infty}^{+\infty}(-1+4e^{-2\tau})\varepsilon(\tau)e^{2(t-\tau)}d\tau$

$=\int_{-\infty}^{+\infty}(-e^{2(t-\tau)}+4e^{2t-2\tau-2\tau})\varepsilon(\tau)d\tau$

$=\int_0^{+\infty}(-e^{+2t}\cdot e^{-2\tau}+4e^{2t}\cdot e^{-4\tau})d\tau$

$=-e^{+2t}\int_0^{+\infty}e^{-2\tau}d\tau+4e^{2t}\int_0^{+\infty}e^{-4\tau}d\tau$

$=-e^{+2t}(-\frac12 e^{-2\tau}\big|_0^{+\infty})+4e^{2t}(-\frac14 e^{-4\tau}\big|_0^{+\infty})$

$=(-\frac12 e^{2t}+e^{2t})\varepsilon(t)$

$=\frac12 e^{2t}\varepsilon(t)$

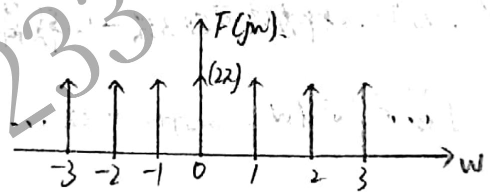
注：此题不能用s域拉氏变换做，也不能直接套用卷积公式，而只能用定义去求$y_{zs}(t)$。因为$f(t)=e^{2t}$，$-\infty<t<\infty$不是因果信号。

20. 略。

21. 解：(1) $1\leftrightarrow 2\pi\delta(w)$

$e^{jnt}\cdot 1\leftrightarrow 2\pi\delta(w-n)$

$f(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}e^{jnt}\leftrightarrow F(jw)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}2\pi\delta(w-n)$



(2) $y_1(t)=f(t)\cos t\leftrightarrow Y_1(jw)=\frac12 F[j(w+1)]+\frac12 F[j(w-1)]$

$F(jw)$以1为周期，左移1，不变，右移1，不变

仍为$F(jw)$

(3) $Y(j\omega)=Y_1(j\omega)H(j\omega)$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}2\pi\delta(\omega-n)e^{-j\frac{\pi}{3}\omega},\quad |\omega|<1.5$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}2\pi\delta(\omega-n)e^{-j\frac{\pi}{3}n},\quad |n|<1.5$$

$$=\sum_{n=-1}^{1}2\pi\delta(\omega-n)e^{-j\frac{\pi}{3}n}$$

$$=2\pi\delta(\omega+1)e^{j\frac{\pi}{3}}+2\pi\delta(\omega)+2\pi\delta(\omega-1)e^{-j\frac{\pi}{3}}$$

$$y(t)=e^{j\frac{\pi}{3}}e^{-jt}+1+e^{-j\frac{\pi}{3}}e^{jt}$$

$$=1+e^{-j(t-\frac{\pi}{3})}+e^{j(t+\frac{\pi}{3})}$$

$$=1+2\cos(t-\frac{\pi}{3})$$

22. 解：(1) $H(s)=\dfrac{2s^{-1}+8s^{-2}}{1+5s^{-1}+6s^{-2}}=\dfrac{2s+8}{s^2+5s+6}$

(2) $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=2f'(t)+8f(t)$.

(3) $Y_{zs}(s)=H(s)\cdot F(s)$

$$=\frac{2s+8}{(s+2)(s+3)}\cdot\frac{1}{s+1}$$

$$=\frac{-4}{s+2}+\frac{1}{s+3}+\frac{3}{s+1}$$

$$y_{zs}(t)=(-4e^{-2t}+e^{-3t}+3e^{-t})\varepsilon(t)$$

(4) 方法一：$y''(t)+5y'(t)+6y(t)=2f'(t)+8f(t)$

$$(s^2-sy(0_-)-y'(0_-))Y(s)+5(s-y(0_-))Y(s)+6Y(s)=(2s+8)F(s)$$

$$(s^2+5s+6)Y(s)-(sy(0_-)+5y(0_-)+y'(0_-))=(2s+8)F(s)$$

$$Y(s)=\frac{sy(0_-)+5y(0_-)+y'(0_-)}{s^2+5s+6}+\frac{2s+8}{s^2+5s+6}F(s)$$

$$Y_{zi}(s)=\frac{sy(0_-)+5y(0_-)+y'(0_-)}{s^2+5s+6}$$

其中 $y(0_-)=3$，$y'(0_-)=2$ 代入上式，得

$$Y_{zi}(s)=\frac{3s+17}{s^2+5s+6}=\frac{11}{s+2}+\frac{-8}{s+3}$$

$$y_{zi}(t)=(11e^{-2t}-8e^{-3t})\varepsilon(t)$$

方法二：$y''(t)+5y'(t)+6y(t)=0$

$\lambda^2+5\lambda+6=0 \Rightarrow \lambda_1=-2,\ \lambda_2=-3$

$\therefore y_{zi}(t)=C_1e^{-2t}+C_2e^{-3t}$

$$\begin{cases}y_{zi}(0_-)=C_1+C_2=3\\ y_{zi}'(0_-)=-2C_1-3C_2=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=11\\ C_2=-8\end{cases}$$

$\therefore y_{zi}(t)=(11e^{-2t}-8e^{-3t})\varepsilon(t)$

23. 解：

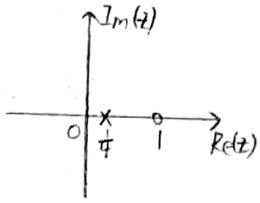
(1) $H_2(z)=5$

$$H(z)=[H_2(z)-H_1(z)]H_3(z)$$

$$=(5-\frac{5}{z})\cdot\frac{1}{4-z^{-1}}$$

$$=\frac{5z-5}{z}\cdot\frac{1}{4-z^{-1}}$$

$$=\frac{5z-5}{4z-1}=\frac{\frac{5}{4}(z-1)}{z-\frac{1}{4}}$$



(2) $\dfrac{H(z)}{z}=\dfrac{\frac{5}{4}(z-1)}{z(z-\frac{1}{4})}=\dfrac{5}{z}+\dfrac{-\frac{15}{4}}{z-\frac{1}{4}}$

$$H(z)=5+\frac{-\frac{15}{4}z}{z-\frac{1}{4}}$$

$$h(k)=5\delta(k)-\frac{15}{4}(\frac{1}{4})^k\varepsilon(k)$$

(3) $H(e^{j\theta})=H(z)|_{z=e^{j\theta}}=\dfrac{\frac{5}{4}(e^{j\theta}-1)}{e^{j\theta}-\frac{1}{4}}$

(4) 当 $\theta=0$ 时，$H(e^{j0})=0$

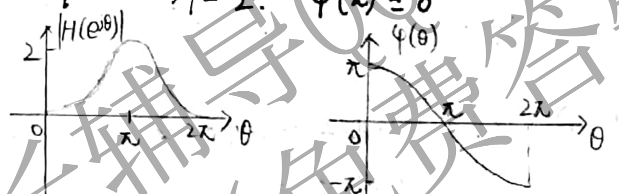
$\therefore |H(e^{j0})|=0 \quad \varphi(0)=\pi$

当 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 时，$H(e^{j\frac{\pi}{2}})=\dfrac{\frac{5}{4}(-j-1)}{-j-\frac{1}{4}}=\dfrac{5+5j}{4+j}$

$\therefore |H(e^{j\frac{\pi}{2}})|=\dfrac{\sqrt{25+25}}{\sqrt{16+1}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{17}}=\dfrac{5\sqrt{34}}{17}\doteq\dfrac{30}{17}$

当 $\theta=\pi$ 时，$H(e^{j\pi})=2$

$\therefore |H(e^{j\pi})|=2.\quad \varphi(\pi)=0$



由幅频特性曲线可知，该系统为带通滤波器.

(5) 系统对 $f_1(k)=5$ 的稳态响应.

$\theta=0.\quad H(e^{j\theta})|_{\theta=0}=0$

$\therefore |H(e^{j0})|=0$

$\therefore y_{ss1}(k)=0$

系统对 $f_2(k)=\cos(\pi k+\frac{\pi}{6})$

$\theta=\pi.\quad |H(e^{j\pi})|=2.\quad \varphi(\pi)=0.$

$\therefore y_{ss2}(k)=2\cos(\pi k+\frac{\pi}{6})$

$$y_{ss}(k)=y_{ss1}(k)+y_{ss2}(k)=2\cos(\pi k+\frac{\pi}{6})$$

—2019年10月18日

刘

2007年

一.选择题

1. B. $-\frac{t}{2}-1=0$

$t=-2$. 不在 $[0,+\infty)$ 内

2. C. $f'(t)=-\sin t\,\varepsilon(t)+\cos t\,\delta(t)$

$=\delta(t)-\sin t\,\varepsilon(t)$

3. ~~B~~ A $f(t)\leftrightarrow F(jw)$

$f(t+1)\leftrightarrow e^{jw}F(jw)$

$f(-t+1)\longleftrightarrow e^{-jw}F(jw)$

$\frac{df(-t+1)}{dt}\longleftrightarrow jwe^{-jw}F(jw)$

特别注意:在求导时中的w不能进整体的替换而变换.

注:做这类题的思路和画图时 $f(t)\to f(-at+b)$ 相同

①时移 ②反折 ③尺度变换.

在所有的傅里叶变换中.变换都是对w而言.

即只要含有w的地方都要变.但除了

$f^{(n)}(t)\leftrightarrow (jw)^n F(jw)$. 中 不变.

4. ~~C~~ ~~A~~ D $\varepsilon(t+2)$ 单边拉普拉其变换和 $\varepsilon(t)$ 相同.

$e^{t}\varepsilon(t)-\varepsilon(t+2)\leftrightarrow$ ~~$\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s}=\frac{-1}{s(s+1)}$~~

$\frac{1}{s-1}-\frac{1}{s}=\frac{1}{s(s-1)}$

5. B. $\frac{z}{z^2+z-2}=\frac{z}{(z+2)(z-1)}$

极点 $z_1=-2$、$z_2=1$.

$|z|>2$. 因果序列. $|z|<1$. 反因果序列

$1<|z|<2$. 双边序列. 不可能为 $|z|<2$

6. B. $\because f(-t)=f(t)$

$\therefore$ 是偶函数. 是余弦波

$T=2$. $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2}=0.5$

$\therefore$ 是奇次谐波.

7. B. $f(t)\leftrightarrow F(jw)$ $f_{m1}=100Hz$

$f(2t)\leftrightarrow 2F(2jw)$ $f_{m2}=200Hz$

$f(t)*f(2t)\leftrightarrow F(jw)\cdot 2F(2jw)$

$f_m=f_{m1}=100Hz$

$f_s=2f_m=200Hz$

8. A. 方法一:理解基波角频率定义.

$f_T(t)=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{+\infty}(a_n\cos n\Omega t+b_n\sin n\Omega t)$.

其中 $\Omega=\frac{2\pi}{T}$ 称为基波角频率. $f=\frac{1}{T}$ 称为基波频率.

$f(t)=\cos 2\pi t+\cos 3\pi t+\cos 5\pi t$.

$T_1=\frac{2\pi}{2\pi}=1$

$T_2=\frac{2\pi}{3\pi}=\frac{2}{3}$. $T_2=2$.

$T_3=\frac{2\pi}{5\pi}=\frac{2}{5}$. $T_3=2$.

$\therefore T$ 为 $T_1.T_2.T_3$ 最小公倍数. $T=2$

基波角频率 $\Omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{2}=\pi$

方法二:

$f(t)=\frac{A_0}{2}+A_1\cos(\Omega t+\varphi_1)+A_2\cos(2\Omega t+\varphi_2)$

$+\cdots=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{+\infty}A_n\cos(n\Omega t+\varphi_n)$

$\frac{A_0}{2}$:直流分量. $A_1\cos(\Omega t+\varphi_1)$:基波分量

$A_2\cos(2\Omega t+\varphi_2)$:二次谐波分量

$A_n\cos(n\Omega t+\varphi_n)$:n次谐波分量.

$f(t)=\cos 2\pi t+\cos 3\pi t+\cos 5\pi t$.

看 2π. 3π. 5π 为些项哪个的倍数.

显然为A.

9. C. ~~解~~ 设 $f(t)=a_1f_1(t)+a_2f_2(t)$.

$y_{zs}(t)=T[\{0\},a_1f_1(t)+a_2f_2(t)]$

$=t\frac{d}{dt}[a_1f_1(t)+a_2f_2(t)]$

$=a_1t\frac{df_1(t)}{dt}+a_2t\frac{df_2(t)}{dt}$

$=a_1y_1(t)+a_2y_2(t)$.

$\therefore$ 是线性.

$T[\{0\}, f(t-t_d)] = t f(t-t_d)$

$y(t-t_d) = (t-t_d) f(t-t_d)$

∴是时变的.

10. D. A、B、C为结论.

D. 只有当$H(z)$的收敛域包含$|z|=1$的单位圆时才成立.

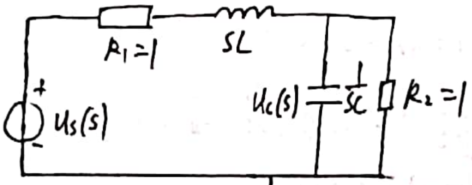
二. 填空题.

11. $f_1(k)=\{-1,\underset{\uparrow}{0},1,2,3\}$

$f_2(k)=\{\underset{\uparrow}{1},1,1\}$

		-1	0	1	2	3
				1	1	1
		-1	0	1	2	3
	-1	0	1	2	3	
-1	0	1	2	3		
-1	-1	0	3	6	5	3
	↑					

12. s域电路.



$$U_C(s)=\frac{\frac{\frac{1}{sC}\cdot R_2}{\frac{1}{sC}+R_2}}{\frac{\frac{1}{sC}\cdot R_2}{\frac{1}{sC}+R_2}+sL+R_1}U_s(s)$$

代入 $C=0.5$, $L=0.5$, $R_1=R_2=1$, 得

$$U_C(s)=\frac{2}{1.5s+5}U_s(s)$$

$$H(s)=\frac{2}{1.5s+5}=\frac{\frac{4}{3}}{s+\frac{10}{3}}$$

$$h(t)=\frac{4}{3}e^{-\frac{10}{3}t}\varepsilon(t)$$

$$\frac{\frac{1}{0.5s}}{\frac{1}{0.5s}+1}=\frac{1}{1+0.5s}=\frac{2}{s+2}$$

$$\frac{\frac{2}{s+2}}{\frac{2}{s+2}+0.5s+1}=\frac{2}{2+0.5s(s+2)+s+2}=\frac{4}{4+s^2+2s+2s+4}=\frac{4}{s^2+4s+8}=2\cdot\frac{2}{(s+2)^2+2^2}$$

$$\therefore h(t)=2e^{-2t}\sin 2t\,\varepsilon(t)$$

13. ~~$f(0)=f(t)|_{t=0}$~~.

$$\int_{-\infty}^{+\infty}F(j\omega)\,d\omega=2\pi f(0)$$

$$\int_{-2}^{2}\pi\,d\omega=2\pi f(0)$$

$$f(0)=2$$

14. $$\frac{F(z)}{z}=\frac{z}{(z-\frac{1}{2})^2(z-1)}=\frac{k_{11}}{(z-\frac{1}{2})^2}+\frac{k_{12}}{z-\frac{1}{2}}+\frac{k_3}{z-1}$$

$$k_{11}=(z-\frac{1}{2})^2\frac{F(z)}{z}\Big|_{z=\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}$$

$$k_{12}=\frac{1}{(2-1)!}\frac{d}{dz}\left(\frac{z^2}{z-1}\right)\Big|_{z=\frac{1}{2}}=-3$$

$$k_3=(z-1)\frac{F(z)}{z}\Big|_{z=1}=\frac{1}{\frac{1}{4}}=4$$

$$\therefore F(z)=\frac{-\frac{1}{2}z}{(z-\frac{1}{2})^2}+\frac{-3z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{4z}{z-1}$$

$$f(k)=\left(-\frac{1}{2}k\left(\frac{1}{2}\right)^k-3\left(\frac{1}{2}\right)^k\right)\varepsilon(k)-4\varepsilon(-k-1)$$

15. $$f(0)=\lim_{z\to\infty}F(z)=\lim_{z\to\infty}\frac{z^2+z+1}{(z-1)(z+0.5)}=1$$

$$f(\infty)=\lim_{z\to1}(z-1)F(z)=\lim_{z\to1}\frac{z^2+z+1}{z+0.5}=\frac{3}{1.5}=2$$

16. $1+k>0$

$k>-1$

罗斯阵列:

s^3 | 1 3

s^2 | 3 $1+k$

s^1 | $\frac{\begin{vmatrix}1 & 3\\ 3 & 1+k\end{vmatrix}}{3}$

$9-1-k>0$

$k<8$

17. 零状态 $f(k)=2^k\varepsilon(k)$ $y_f(-1)=y_f(-2)=0$

$y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)$

$y(k)=f(k)-3y(k-1)-2y(k-2)$

$y_f(0)=1-3y_f(-1)-2y_f(-2)=1$

$y_f(1)=2-3y_f(0)-2y_f(-1)=2-3=-1$

$\because y(k)=y_x(k)+y_f(k)$

$\therefore y_x(0)=y(0)-y_f(0)=0-1=-1$

$y_x(1)=y(1)-y_f(1)=1+1=2$

18.

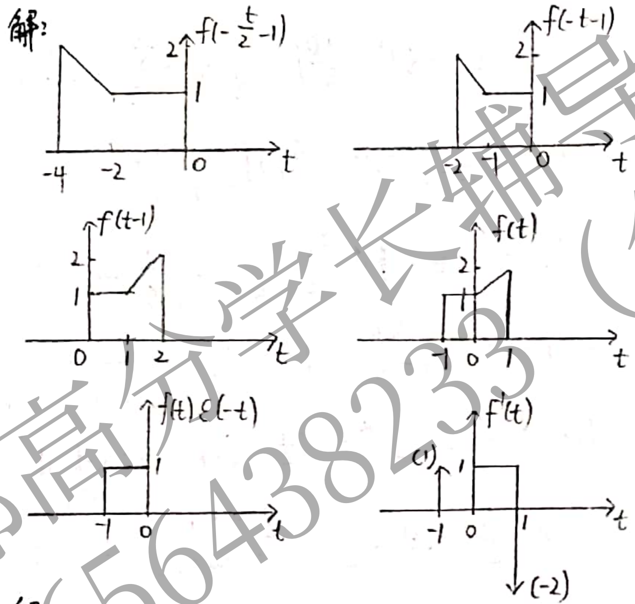
预解矩阵 $\Phi(s)=\begin{bmatrix} s-1 & -2 \\ 0 & s+1 \end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{(s+1)(s-1)}\begin{bmatrix} s+1 & 2 \\ 0 & s-1 \end{bmatrix}$

$$=\begin{bmatrix} \frac{1}{s-1} & \frac{2}{(s+1)(s-1)} \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

$$\varphi(t)=L^{-1}[\Phi(s)]=\begin{bmatrix} e^{t} & e^{t}-e^{-t} \\ 0 & e^{-t} \end{bmatrix}\varepsilon(t).$$

三、计算题

19. 解：



20. 解：(1) P162 页.

$$E=\int_{-\infty}^{+\infty}|f(t)|^2dt=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(jw)e^{jwt}dw\right]dt$$

交换积分次序.

$$原式=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(jw)\left[\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{jwt}dt\right]dw$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(jw)F(-jw)dw$$

$\because F(-jw)=F^*(jw)$　$F(jw)F^*(jw)=|F(jw)|^2$

$$\therefore 原式=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F(jw)|^2dw$$

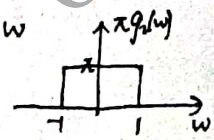
(2) $Sa(t)\leftrightarrow \pi g_2(w)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}[Sa(t)]^2dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}[\pi g_2(w)]^2dw$$

$$=\frac{\pi^2}{2\pi}\int_{-1}^{1}1\,dw$$

$$=\frac{\pi}{2}\cdot 2$$

$$=\pi.$$



21. 解：

求解周期信号傅里叶变换的方法

1. 找周期信号在第一个周期内的单体 $f_0(t)$
2. 求该单体的傅里叶变换 $F_0(jw)$
3. 根据傅里叶系数与傅里叶变换的关系 $F_n=\frac{1}{T}F_0(jw)|_{w=n\Omega}$
4. 根据周期信号傅里叶变换表达式 $F(jw)=2\pi\sum_{n=-\infty}^{+\infty}F_n\delta(w-n\Omega)$

(1) $f_0=g_\pi(t)\leftrightarrow F_0(jw)=\pi Sa\left(\frac{w\pi}{2}\right)$

$$F_n=\frac{1}{2\pi}\cdot\pi Sa\left(\frac{w\pi}{2}\right)\Big|_{w=n\Omega}=\frac{1}{2}Sa\left(\frac{n\pi\Omega}{2}\right)$$

$$F(jw)=\pi\sum_{n=-\infty}^{+\infty}Sa\left(\frac{n\pi\Omega}{2}\right)\delta(w-n\Omega)$$

$$\Omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{2\pi}=1$$

$$\therefore F(jw)=\pi\sum_{n=-\infty}^{+\infty}Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right)\delta(w-n)$$

(2) $h_1(t)=e^{-t}\varepsilon(t)\leftrightarrow H_1(jw)=\frac{1}{jw+1}$

$$Y_1(jw)=F(jw)H(jw)=\frac{\pi}{jw+1}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right)\delta(w-n)$$

(3) $s(t)=2\cos t\leftrightarrow S(jw)=2\pi[\delta(w+1)+\delta(w-1)]$

$y_2(t)=y_1(t)\cdot s(t)$

$$Y_2(jw)=\frac{1}{2\pi}[Y_1(jw)*S(jw)]$$

$$=\frac{1}{2\pi}\{Y_1(jw)*2\pi[\delta(w+1)+\delta(w-1)]\}$$

$$=\frac{\pi}{j(w+1)+1}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right)\delta(w+1-n)+\frac{\pi}{j(w-1)+1}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right)\delta(w-n-1)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{\pi}{jn+1}Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right)[\delta(w+1-n)+\delta(w-n-1)]$$

(4) $Y(jw)=Y_2(jw)\cdot H_2(jw)$

$$=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{jn+1}Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right)[\delta(w+1-n)+\delta(w-n-1)]\cdot(1-0.5|w|)\quad |w|\le 2$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{jn+1}Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right)[\delta(w+1-n)+\delta(w-n-1)]\cdot(1-0.5|n|)\quad |n|\le 2$$

$$=\sum_{n=-2}^{2}\frac{1}{jn+1}Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right)[\delta(w+1-n)+\delta(w-n-1)](1-0.5|n|)$$

$$=\delta(w)+\pi[\delta(w+1)+\delta(w-1)]$$

$$y(t)=\frac{1}{2\pi}+\cos t$$

22. 解：(1) $H(s)=A\cdot\frac{s-3}{(s+3)(s+1)}$

$$h(0_+)=\lim_{s\to\infty} sH(s)=\lim_{s\to\infty} A\cdot\frac{s^2-3s}{(s+3)(s+1)}=2$$

$\therefore A=2$

$$H(s)=\frac{2(s-3)}{(s+3)(s+1)}=\frac{6}{s+3}+\frac{-4}{s+1}$$

$$h(t)=(6e^{-3t}-4e^{-t})\varepsilon(t)$$

(2) $g'(t)=h(t)$

$$sG(s)=H(s)$$

$$G(s)=\frac{H(s)}{s}=\frac{2(s-3)}{s(s+3)(s+1)}=\frac{-2}{s}+\frac{-2}{s+3}+\frac{4}{s+1}$$

$$g(t)=(-2-2e^{-3t}+4e^{-t})\varepsilon(t)$$

(3) $H(s)=\frac{2s-6}{s^2+4s+3}$

$$y''(t)+4y'(t)+3y(t)=2f'(t)-6f(t)$$

(4) 特征方程 $\lambda^2+4\lambda+3=0$. $\Rightarrow \lambda_1=-3\quad \lambda_2=-1$

$$y_x(t)=C_1e^{-3t}+C_2e^{-t}$$

$$\begin{cases} y_x(0_-)=y(0_-)=C_1+C_2=1 \\ y_x'(0_-)=y'(0_-)=-3C_1-C_2=3 \end{cases}\qquad \begin{cases} C_1=-2 \\ C_2=3 \end{cases}$$

$$\therefore y_x(t)=(-2e^{-3t}+3e^{-t})\varepsilon(t)$$

(5) 当输入为 $\varepsilon(t)$ 时. $y_{zs}(t)=g(t)=(-2-2e^{-3t}+4e^{-t})\varepsilon(t)$

当输入为 $f(t)=5\varepsilon(t-2)$

$$y(t)=y_x(t)+5y_{zs}(t-2)$$

$$=(-2e^{-3t}+3e^{-t})\varepsilon(t)+5(-2-2e^{-3(t-2)}+4e^{-(t-2)})\varepsilon(t-2)$$

$$=(-2e^{-3t}+3e^{-t})\varepsilon(t)+(-10-10e^{-3(t-2)}+20e^{-(t-2)})\varepsilon(t-2)$$

23. 解：(1) 左加法器：$x(k)=f(k)+ax(k-1)+bx(k-2)$

$x(k)-ax(k-1)-bx(k-2)=f(k)$

右加法器：$y(k)=x(k)-cx(k-1)$

$\therefore y(k)-ay(k-1)-by(k-2)=f(k)-cf(k-1)$

当输入 $f(k)=(-1)^k\varepsilon(k)$，全响应 $y(k)=[\underbrace{2-\frac{8}{3}(2)^k}_{\text{齐次解}}+\underbrace{\frac{2}{3}(-1)^k}_{\text{特解}}]\varepsilon(k)$，$\lambda_1=1$ $\lambda_2=2$

$\therefore$ 特征方程 $(\lambda-1)(\lambda-2)=0$ $\lambda^2-3\lambda+2=0$

得 $a=3$，$b=-2$

故 $y(k)-3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)-cf(k-1)$

将 $y_p(k)=\frac{2}{3}(-1)^k\varepsilon(k)$，$f(k)=(-1)^k\varepsilon(k)$ 代入~~微~~差分方程。

得 $c=-5$。

(2) $y(k)-3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)+5f(k-1)$

$Y_{zs}(z)-3z^{-1}Y_{zs}(z)+2z^{-2}Y_{zs}(z)=F(z)+5z^{-1}F(z)$

$(1-3z^{-1}+2z^{-2})Y_{zs}(z)=(1+5z^{-1})F(z)$

$H(z)=\frac{Y_{zs}(z)}{F(z)}=\frac{1+5z^{-1}}{1-3z^{-1}+2z^{-2}}=\frac{z(z+5)}{z^2-3z+2}=\frac{7z}{z-2}+\frac{-6}{z-1}$

$\therefore h(k)=[7(2)^k-6]\varepsilon(k)$

(3) $y(k)-3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)+5f(k-1)$

(4) $f(k)=(-1)^k\varepsilon(k)\leftrightarrow F(z)=\frac{z}{z+1}$

$Y_f(z)=H(z)F(z)=\frac{z(z+5)}{(z^2-3z+2)}\cdot\frac{z}{z+1}=\frac{-3z}{z-1}+\frac{\frac{14}{3}z}{z-2}+\frac{-\frac{2}{3}z}{z+1}$

$Y_f(k)=[-3+\frac{14}{3}(2)^k-\frac{2}{3}(-1)^k]\varepsilon(k)$

(5) $y_x(k)=y(k)-y_f(k)=[5-\frac{16}{3}(2)^k]\varepsilon(k)$

注：$y(k)=y_{zi}(k)+y_{zs}(k)=\underbrace{\overbrace{\sum_{i=1}^{n}C_{xi}\lambda_i^k}_{}}_{\text{零输入响应}}\underbrace{\overbrace{+\sum_{i=1}^{n}C_{si}\lambda_i^k}^{\text{自由响应}}+\overbrace{y_p(k)}^{\text{强迫响应}}}_{\text{零状态响应}}=\underbrace{\sum_{i=1}^{n}C_i\lambda_i^k}_{\text{齐次解（自由响应）}}+\underbrace{y_p(k)}_{\text{特解（强迫响应）}}$

—2019年10月21日

刘港国

2008年

一、填空题

1. 是 、 2.

2. $f_m = 10kHz$ 则 $f_s = 2f_m = 2\times10^4 Hz$

$T = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{2\times10^4} = 5\times10^{-5} s$

$f(4t) \longleftrightarrow \frac{1}{4}F(j\frac{\omega}{4})$. $f_m' = 40kHz$

$f_s' = 80kHz$

$\cancel{T' = \frac{1}{f_s'} = 8\times10^4}$

3. $h(t) = g'(t) = (3e^{-t} - 4e^{-2t})\varepsilon(t)$

当 $t<0$ 时，$h(t)=0$，故为因果系统

4. $3+k>0$

$k>-3$

5. $f(0_+) = \lim\limits_{s\to\infty} sF(s) = \lim\limits_{s\to\infty} \frac{s(s^2+3s+4)}{s^2+2s+2}$

$= \lim\limits_{s\to\infty}(s + \frac{s^2+2s}{s^2+2s+2}) = 1$

$f(\infty) = \lim\limits_{s\to 0} sF(s) = \lim\limits_{s\to0}\frac{s^3+3s^2+4s}{s^2+2s+2} = 0$

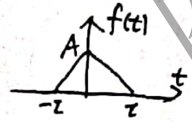
6. $F(z) = \frac{z^2}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{3})} = \frac{3z}{z-\frac{1}{2}} - \frac{2z}{z-\frac{1}{3}}$

当 $|z|>\frac{1}{2}$ 时，$f(k) = [3(\frac{1}{2})^k - 2(\frac{1}{3})^k]\varepsilon(k)$

当 $|z|<\frac{1}{3}$ 时，$f(k) = [-3(\frac{1}{2})^k + 2(\frac{1}{3})^k]\varepsilon(-k-1)$

当 $\frac{1}{3}<|z|<\frac{1}{2}$ 时，$f(k) = -3(\frac{1}{2})^k\varepsilon(-k-1) - 2(\frac{1}{3})^k\varepsilon(k)$

7. $\int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega)\,d\omega = 2\pi f(0) = 2\pi$



$\longleftrightarrow A\tau Sa^2(\frac{\omega\tau}{2})$

由题知，$A=1$，$\tau=2$。

$\therefore f(t) \longleftrightarrow 2Sa^2(\omega)$

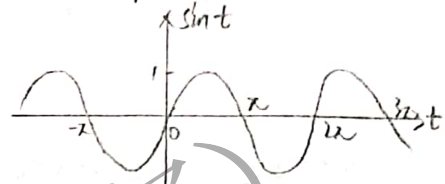
$F(0) = F(j\omega)|_{\omega=0} = 2Sa^2(0) = 2$

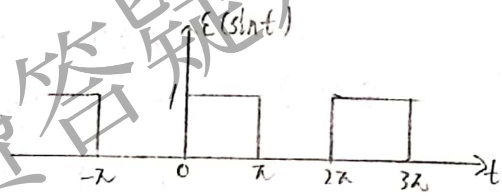
二、选择题

1-5. D A B B C

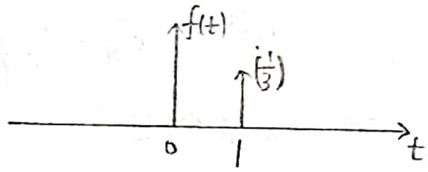
三、画出下列各信号的时域波形.

1.

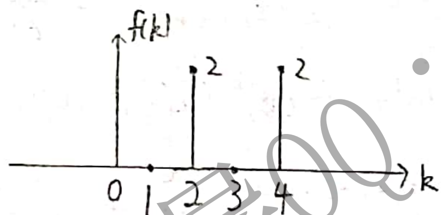




2. $f(t) = \delta(3t-3) = \frac{1}{3}\delta(t-1)$



3.



4. $F_0(s) = \frac{\pi(1+e^{-s})}{s^2+\pi^2} = \frac{\pi}{s^2+\pi^2} + \frac{\pi e^{-s}}{s^2+\pi^2}$

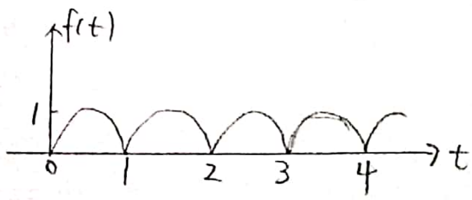
$\frac{\pi}{s^2+\pi^2} \longleftrightarrow \sin\pi t\,\varepsilon(t)$

$\frac{\pi e^{-s}}{s^2+\pi^2} \longleftrightarrow \sin\pi(t-1)\,\varepsilon(t-1)$

$= \sin(\pi t-\pi)\varepsilon(t-1)$

$= -\sin\pi t\,\varepsilon(t-1)$

$\therefore f_0(t) = \sin(\pi t)[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)]$



四. 计算下列卷积.

解: 1. 方法一: $f_1(t)*f_2(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\tau}\varepsilon(\tau+3)\varepsilon(t-\tau-5)d\tau$$

$$=\int_{-3}^{t-5} e^{-2\tau}d\tau$$

$$=-\frac{1}{2} e^{-2\tau}\Big|_{-3}^{t-5}$$

$$=(-\frac{1}{2} e^{-2(t-5)}+\frac{1}{2} e^{6})\varepsilon(t-2)$$

$$=\frac{1}{2} e^{6}(1-e^{-2(t-2)})\varepsilon(t-2)$$

方法二. 用性质.

$$f_1(t)*f_2(t)=e^{-2t}\varepsilon(t+3)*\varepsilon(t-5)$$

$$=e^{6} e^{-2(t+3)}\varepsilon(t+3)*\varepsilon(t-5)$$

利用卷积时移特性:

$f(t)=f_1(t)*f_2(t)$

则 $f_1(t-t_1)*f_2(t-t_2)=f_1(t-t_1-t_2)*f_2(t)$

$$=f_1(t)*f_2(t-t_1-t_2)$$

$$=f(t-t_1-t_2)$$

$$e^{6}e^{-2(t+3)}\varepsilon(t+3)*\varepsilon(t-5)=e^{6} e^{-2t}\varepsilon(t)*\varepsilon(t-2)$$

由 $e^{-2t}\varepsilon(t)*\varepsilon(t)=\frac{1}{2}(1-e^{-2t})\varepsilon(t)$ 得

$$e^{-2t}\varepsilon(t)*\varepsilon(t-2)=\frac{1}{2}(1-e^{-2(t-2)})\varepsilon(t-2)$$

故原式$=\frac{1}{2} e^{6}(1-e^{-2(t-2)})\varepsilon(t-2)$.

2. $f_1(k)*f_2(k)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^n\varepsilon(n)\cdot b^{k-n}\varepsilon(k-n)$

$$=b^k\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{a}{b}\right)^n\varepsilon(n)\varepsilon(k-n)$$

$$=b^k\sum_{n=0}^{k}\left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$=\begin{cases} b^k\dfrac{1-(\frac{a}{b})^{k+1}}{1-\frac{a}{b}}, & a\neq b\\ b^k\sum_{n=0}^{k} 1, & a=b\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\dfrac{b^{k+1}-a^{k+1}}{b-a}\varepsilon(k), & a\neq b\\ b^k(k+1), & a=b\end{cases}$$

五. 解: (1) $f(t)=\frac{\sin 2t}{t}=\frac{2\sin 2t}{2t}=2Sa(2t)$

$$g_4(t)\leftrightarrow 4Sa(2w)$$

$$4Sa(2t)\leftrightarrow 2\pi g_4(w)$$

$$2Sa(2t)\leftrightarrow \pi g_4(w)$$

$$F(jw)=\pi g_4(w)$$

(2) $y_1(t)=f(t)\cdot s(t)$

$$s(t)=\cos 3t\leftrightarrow S(jw)=\pi[\delta(w+3)+\delta(w-3)]$$

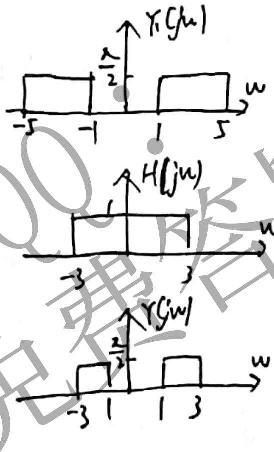
$$Y_1(jw)=\frac{1}{2\pi}F(jw)*S(jw)$$

$$=\frac{1}{2\pi}\cdot\pi g_4(w)*\pi[\delta(w+3)+\delta(w-3)]$$

$$=\frac{\pi}{2}[g_4(w+3)+g_4(w-3)]$$

(3) $Y(jw)=Y_1(jw)\cdot H(jw)$

$$=\frac{\pi}{2}[g_2(w+2)+g_2(w-2)]$$



(4) $Y(jw)=\frac{\pi}{2} g_2(w+2)+\frac{\pi}{2} g_2(w-2)$

$$g_2(t)\leftrightarrow 2Sa(w)$$

$$2Sa(t)\leftrightarrow 2\pi g_2(w)$$

$$\frac{1}{2} Sa(t)\leftrightarrow\frac{\pi}{2} g_2(w)$$

$$\therefore y(t)=\frac{1}{2}Sa(t)\cdot e^{-2t}+\frac{1}{2} Sa(t)e^{2t}$$

$$=Sa(t)\cdot\left(\frac{e^{-2t}+e^{2t}}{2}\right)$$

$$=Sa(t)\cdot\cos(2t)$$

六.解：(1) $H(s)=A\dfrac{s+4}{(s+2)(s+1)}$

$H(0)=\dfrac{4A}{2}=2$

$\therefore A=1$

$H(s)=\dfrac{s+4}{(s+2)(s+1)}=\dfrac{s+4}{s^2+3s+2}$

(2) $H(s)=\dfrac{s+4}{(s+2)(s+1)}=\dfrac{3}{s+2}+\dfrac{-2}{s+1}$

$h(t)=(3e^{-2t}-2e^{-t})\varepsilon(t)$

(3) $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=f'(t)+4f(t)$

(4) 特征方程 $\lambda^2+3\lambda+2=0$. $\Rightarrow \lambda_1=-2.\ \lambda_2=-1$

$y_x(t)=C_1e^{-2t}+C_2e^{-t}$

$\begin{cases} y_x(0_-)=y(0_-)=C_1+C_2=1 \\ y_x'(0_-)=y'(0_-)=-2C_1-C_2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1=-2 \\ C_2=3 \end{cases}$

$\therefore y_x(t)=(-2e^{-t}+3e^{-t})\varepsilon(t)$

(5) $Y_f(s)=H(s)\cdot F(s)=\dfrac{s+4}{(s+2)(s+1)}\cdot\dfrac{1}{s+2}=\dfrac{k_{11}}{(s+2)^2}+\dfrac{k_{12}}{s+2}+\dfrac{k_3}{s+1}$

$k_{11}=(s+2)^2Y_f(s)\big|_{s=-2}=-2$

$k_{12}=(s+1)^2\dfrac{dY_f(s)}{ds}\Big|_{s=-2}=-3$

$k_3=(s+1)Y_f(s)\big|_{s=-1}=3$

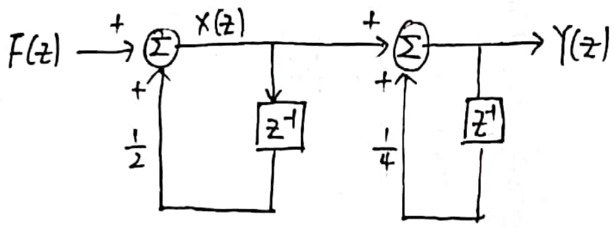
$\therefore Y_f(s)=\dfrac{-2}{(s+2)^2}+\dfrac{-3}{s+2}+\dfrac{3}{s+1}$

$y_f(t)=(-2te^{-2t}-3e^{-2t}+3e^{-t})\varepsilon(t)$

(6) $y(t)=y_x(t)+2y_f(t-1)$

$=(-2e^{-2t}+3e^{-t})\varepsilon(t)+[-4(t-1)e^{-2(t-1)}-6e^{-2(t-1)}+6e^{-(t-1)}]\varepsilon(t-1)$

七、解：(1) z域框图.



左加法器：$X(z)=\frac{1}{2}z^{-1}X(z)+F(z)$

$(1-\frac{1}{2}z^{-1})X(z)=F(z)$

右加法器：$Y(z)=\frac{1}{4}z^{-1}Y(z)+X(z)$

$(1-\frac{1}{4}z^{-1})Y(z)=X(z)$

$Y(z)=\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}X(z)$

$$H(z)=\frac{Y(z)}{F(z)}=\frac{1}{(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}=\frac{z^2}{(z^2-\frac{1}{4})(z-\frac{1}{2})}$$

(2) $|z|>\frac{1}{2}$ 系统稳定.

(3) $H(z)=\frac{z^2}{(z-\frac{1}{4})(z-\frac{1}{2})}=\frac{-z}{z-\frac{1}{4}}+\frac{2z}{z-\frac{1}{2}}$

$h(k)=(-(\frac{1}{4})^k+2(\frac{1}{2})^k)\varepsilon(k)$

(4) $G(z)=H(z)\cdot\frac{z}{z-1}=\frac{z^2}{(z-\frac{1}{4})(z-\frac{1}{2})}\cdot\frac{z}{z-1}=\frac{\frac{1}{3}z}{z-\frac{1}{4}}+\frac{-2z}{z-\frac{1}{2}}+\frac{\frac{8}{3}z}{z-1}$

$g(k)=(\frac{1}{3}(\frac{1}{4})^k-2(\frac{1}{2})^k+\frac{8}{3})\varepsilon(k)$

(5) $H(z)=\frac{1}{(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}=\frac{1}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}$

$y(k)-\frac{3}{4}y(k-1)+\frac{1}{8}y(k-2)=f(k)$

2019年10月23日.

刘港国

200?年

一、填空题

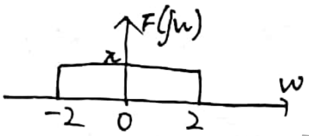
1. 是 20

2. $f(t)=\frac{\sin 2t}{t}=\frac{2\sin 2t}{2t}=2Sa(2t)$

$g_4(t)\longleftrightarrow 4Sa(2w)$

$4Sa(2t)\longleftrightarrow 2\pi g_4(w)$

$2Sa(2t)\longleftrightarrow \pi g_4(w)$



$W_m=2$

$W_s=2W_m=4$

$T_s=\frac{2\pi}{W_s}=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}s$

$f(t)*f(t)=F(jw)\cdot F(jw)=(F(jw))^2$

$f_s=\frac{1}{T_s}=\frac{2}{\pi}H_z$

3. $y''(t)+6y'(t)+8y(t)=f'(t)$

$y''(t)$ $\delta(t)$ $\quad$ $y''(t)$ $\delta(t)$

$6y'(t)$ $\quad$ $y'(t)$ $\varepsilon(t)$

$8y(t)$ $\quad$ $y(t)$

$\therefore y'(0_+)=y'(0_-)+1=1+1=2$

$y(0_+)=y(0_-)=0$

4. $A(z)=z^2+0.5z+(k+1)$

根据朱里准则

$A(1)=2.5+k>0$ $\quad k>-2.5$

$A(-1)=1.5+k>0$ $\quad k>-1.5$

$a_2=1>|a_0|=|k+1|$ $\quad -2<k<0$

$\therefore -1.5<k<0$

5. $f(0)=\lim_{z\to\infty}F(z)=\lim_{z\to\infty}\frac{z^2}{(z-1)(z-2)}=1$

$\because z=2$在单位圆外，故$f(\infty)$不存在

6. $|z|>2$. $\quad |z|<1$ $\quad 1<|z|<2$

7. $t\varepsilon(t)*\delta(2t-2)$

$=t\varepsilon(t)*\frac{1}{2}\delta(t-1)$

$=\frac{1}{2}(t-1)\varepsilon(t-1)$

8. $f_1(k)=\{\underset{\uparrow}{1},2,3\}$ $\quad f_2(k)=\{\underset{\uparrow}{1},1,1,1\}$

		1	1	1	1
			1	2	3
		3	3	3	3
	2	2	2	2	
1	1	1	1		
1	3	6	6	5	3

↑

$f(0)=1$ $\quad f(1)=3$ $\quad f(2)=6$

二、选择题

1. 方法一：$\varepsilon(k)=\sum_{j=0}^{+\infty}\delta(k-j)$

$\sum_{j=0}^{\infty}\delta[(k-2)-j]=\varepsilon(k-2)$

方法二：$\sum_{j=0}^{\infty}\delta(k-2-j)=\sum_{j=0}^{+\infty}\delta[k-(2+j)]$

$\overset{令2+j=n}{=}\sum_{n=2}^{+\infty}\delta(k-n)]$

$=\begin{cases}0 & k=0\\ 0 & k=1\\ 1 & k=2\\ 1 & k=3\\ \vdots & \\ 1 & k=n\end{cases}$

$=\varepsilon(k-2)$

2. A. $f(t)=\sin^2(6t)$

$\sin(6t) \leftrightarrow j\pi[\delta(w+6)-\delta(w-6)]$

时域相乘，频域卷积。

卷积后，$W_m=12>8$，故会振幅失真。

B. $f(t)=\cos(6t)+\cos 2t$。

$W_m=6$，不产生失真

C. $\sin(2t) \leftrightarrow j\pi[\delta(w+2)-\delta(w-2)]$

$\cos(6t) \leftrightarrow \pi[\delta(w+6)+\delta(w-6)]$

$W_m=8>6$，故会相位失真

D. 同理。

3. $T[\{af(k)\},\{0\}]=k|af(k)|$

$=k|a|\cdot|f(k)|$

$\neq a y_f(k)=ka|f(k)|$

∴是非线性。

$T[\{0\},f(k-k_d)]=k|f(k-k_d)|$

$y_f(k-k_d)=(k-k_d)|f(k-k_d)|$

∴是时变的。

4. $f(t)$为偶函数 → 含余弦波。

$f(t)=-f(t\pm\frac{T}{2})$ → 含偶次谐波。

5. ∵为单边拉氏变换。

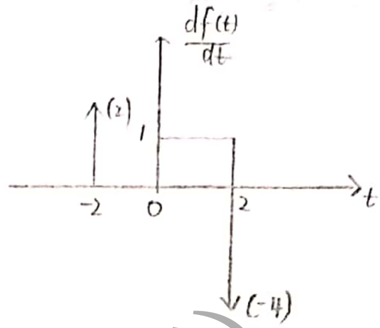
∴ $\varepsilon(t+1)$等价于$\varepsilon(t)$

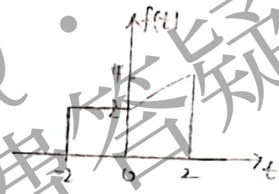
$\cos(\pi t)\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{s}{s^2+\pi^2}$

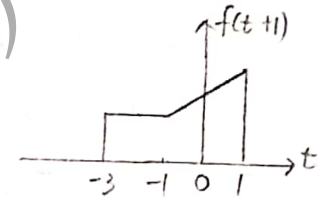
$e^{-t}\cos(\pi t)\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{s+1}{(s+1)^2+\pi^2}$

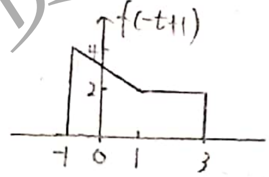
三. 按要求画波形。

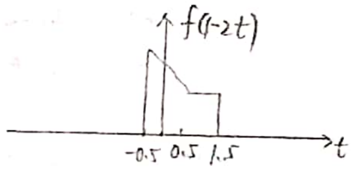
1.











2. 解：$\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$

$F_n=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\delta_T(t)e^{-jn\Omega t}dt$

$=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\delta(t)e^{-jn\Omega t}dt$

$=\frac{1}{T}e^{-jn\Omega t}\Big|_{t=0}=\frac{1}{T}$

故 $F(jw)=2\pi\sum_{n=-\infty}^{+\infty}F_n\delta(w-n\Omega)$

$=\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(w-n\Omega)$

$=\Omega\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(w-n\Omega)$

本题需要记住的傅里叶变换对：

$\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT) \leftrightarrow \Omega\delta_\Omega(w)=\Omega\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(w-n\Omega)$

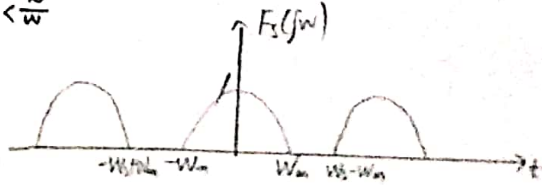
$f_s(t)=f(t)\delta_T(t)$

$F_s(jw)=\frac{1}{2\pi}\cdot F(jw)*F_T(jw)$

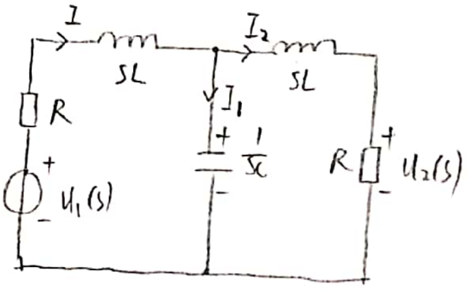
$=\frac{1}{2\pi}\cdot F(jw)*\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(w-n\Omega)$

$=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}F[j(w-n\Omega)]$

$\because T<\frac{\pi}{w}$



四.解: S域零状态电路



由KVL.KCL得

$$\begin{cases} U_1(s)=IR+ISL+I_1\cdot\frac{1}{CS}\\ I=I_1+I_2\\ \frac{1}{SC}I_1=I_2SL+U_2(s)\\ U_2(s)=I_2R\end{cases}$$

解得: $U_1=U_2[C(1+S)(S^2+2S+2)]$

故 $H(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{1}{[(s+1)^2+1)](1+s)}$

$H(s)=\frac{k_{11}}{s+1-j}+\frac{k_{12}}{s+1+j}+\frac{k_3}{s+1}$

$k_{11}=-\frac{1}{2}$ $k_{12}=k_{11}^*=-\frac{1}{2}$

$k_3=1$

$\therefore H(s)=\frac{-\frac{1}{2}}{s+1-j}+\frac{-\frac{1}{2}}{s+1+j}+\frac{1}{s+1}$

$h(t)=(-\frac{1}{2}e^{(-1+j)t}-\frac{1}{2}e^{(-1-j)t}+e^{-t})\varepsilon(t)$

$=-e^{-t}(\frac{1}{2}e^{jt}+\frac{1}{2}e^{-jt}-1)\varepsilon(t)$

$=-e^{-t}(\cos t-1)\varepsilon(t)$

$=-e^{-t}\cos t\,\varepsilon(t)+e^{-t}\varepsilon(t)$

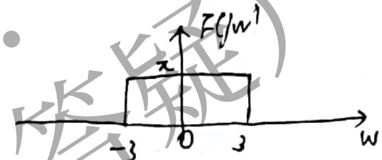
五.解:(1) $f(t)=\frac{\sin3t}{t}=\frac{3\sin3t}{3t}=3Sa(3t)$

$g_6(t)\leftrightarrow 6Sa(3w)$

$6Sa(3t)\leftrightarrow 2\pi g_6(w)$

$3Sa(3t)\leftrightarrow \pi g_6(w)$

$F(jw)=\pi g_6(w)$

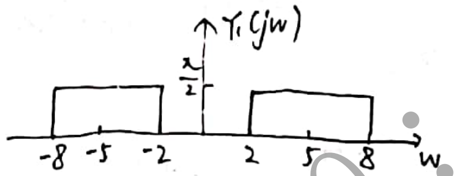


(2) $s(t)=\cos5t\leftrightarrow S(jw)=\pi[\delta(w+5)+\delta(w-5)]$

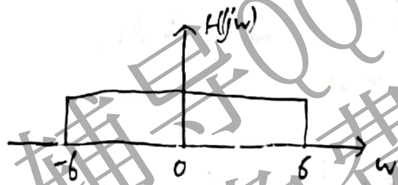
$Y_1(jw)=\frac{1}{2\pi}[F(jw)*S(jw)]$

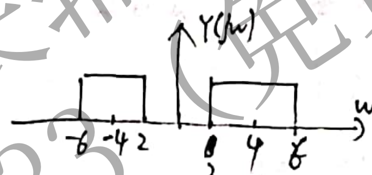
$=\frac{1}{2\pi}\cdot\pi g_6(w)*\pi[\delta(w+5)+\delta(w-5)]$

$=\frac{\pi}{2}[g_6(w+5)+g_6(w-5)]$



(3)





$Y(jw)=Y_1(jw)\cdot H(jw)$

$=\frac{\pi}{2}g_4(w+4)e^{j\frac{\pi}{2}}+\frac{\pi}{2}g_4(w-4)e^{-j\frac{\pi}{2}}$

(4) $g_4(t)\leftrightarrow 4Sa(2w)$

$4Sa(2t)\leftrightarrow 2\pi g_4(w)$

$Sa(2t)\leftrightarrow \frac{\pi}{2}g_4(w)$

$y(t)=Sa(2t)e^{-j4t}\cdot e^{j\frac{\pi}{2}}+Sa(2t)e^{j4t}e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$=Sa(2t)(e^{j(\frac{\pi}{2}-4t)}+e^{-j(\frac{\pi}{2}-4t)})$

$=2Sa(2t)\cos(\frac{\pi}{2}-4t)$

$=2Sa(2t)\sin(4t)$

六、解：(1) $H(s)=H_1(s)-H_2(s)=\frac{4}{s+2}-\frac{3}{s+3}=\frac{s+6}{s^2+5s+6}$

(2) $h(t)=(4e^{-2t}-3e^{-3t})\varepsilon(t)$

(3) $y''+5y'(t)+6y(t)=7f'(t)+18f(t)$

特征方程 $r^2+5r+6=0 \Rightarrow r_1=-2\ \ r_2=-3$

$\therefore y_x(t)=C_1e^{-2t}+C_2e^{-3t}$

$$\begin{cases} y_x(0_-)=y(0_-)=C_1+C_2=1 \\ y_x'(0_-)=y'(0_-)=-2C_1-3C_2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1=4 \\ C_2=-3 \end{cases}$$

$\therefore y_x(t)=(4e^{-2t}-3e^{-3t})\varepsilon(t)$

(4) $Y_f(s)=H(s)\cdot F(s)=\frac{s+6}{s^2+5s+6}\cdot\frac{1}{s}$

$=\frac{s+6}{(s+2)(s+3)s}=\frac{1}{s}+\frac{-2}{s+2}+\frac{1}{s+1}$

$y_f(t)=(1-2e^{-2t}+e^{-3t})\varepsilon(t)$

(5) $y(t)=y_x(t)+3y_f(t-2)$

$=(4e^{-2t}-3e^{-3t})\varepsilon(t)+(3-6e^{-2(t-2)}+3e^{-3(t-2)})\varepsilon(t-2)$

七、解：(1) 零点 $z=0$，$z=2$. 极点 $z=-\frac{1}{2}$，$z=\frac{1}{4}$

$H(z)=A\frac{z(z-2)}{(z+\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}$

$H(1)=A\cdot\frac{-1}{\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4}}=-\frac{8}{9}A=-\frac{8}{9}$

$A=1$

$\therefore H(z)=\frac{z(z-2)}{(z+\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}$

(2) $H(e^{j\theta})=\frac{e^{j\theta}(e^{j\theta}-2)}{(e^{j\theta}+\frac{1}{2})(e^{j\theta}-\frac{1}{4})}$

(3) $H(z)=\frac{z(z-2)}{(z+\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}=\frac{\frac{10}{3}z}{z+\frac{1}{2}}+\frac{-\frac{7}{3}z}{z-\frac{1}{4}}$

$h(k)=[\frac{10}{3}(-\frac{1}{2})^k-\frac{7}{3}(\frac{1}{4})^k]\varepsilon(k)$

(4) $H(z)=\frac{z^2-2z}{z^2+\frac{1}{4}z-\frac{1}{8}}=\frac{1-2z^{-1}}{1+\frac{1}{4}z^{-1}-\frac{1}{8}z^{-2}}$

$y(k)+\frac{1}{4}y(k-1)-\frac{1}{8}y(k-2)=f(k)-2f(k-1)$

(5) 系统对于分量 $f_1(k)=1$ 的稳态响应.

$\theta=0 \qquad H(e^{j0})=-\frac{8}{9}$

$\therefore |H(e^{j0})|=\frac{8}{9} \qquad \varphi(\theta)=\varphi(0)=0$

$\therefore y_{ss1}(k)=1\times(\frac{8}{9})=\frac{8}{9}$

系统对于分量 $f_2(k)=2\sin(\frac{\pi}{6}k)$ 的稳态响应.

$\theta=\frac{\pi}{6}$

$H(e^{j\theta})|_{\theta=\frac{\pi}{6}}=\frac{e^{j\frac{\pi}{6}}(e^{j\frac{\pi}{6}}-2)}{(e^{j\frac{\pi}{6}}+\frac{1}{2})(e^{j\frac{\pi}{6}}-\frac{1}{4})}$

$=\frac{(\frac{\sqrt3}{2}+\frac{1}{2}j)(\frac{\sqrt3}{2}+\frac{1}{2}j-2)}{(\frac{\sqrt3}{2}+\frac{1}{2}j+\frac{1}{2})(\frac{\sqrt3}{2}+\frac{1}{2}j-\frac{1}{4})}$

$=\frac{2(\sqrt3+j)(\sqrt3-4+j)}{(\sqrt3+1+j)(2\sqrt3-1+2j)}$

$=\frac{2(3-4\sqrt3+\sqrt3j+\sqrt3j-4j-1)}{6-\sqrt3+2\sqrt3j+2\sqrt3-1+2j+2\sqrt3j-j-2}$

$=\frac{4-8\sqrt3+(4\sqrt3-8)j}{3+\sqrt3+(4\sqrt3+1)j}$

$=\frac{-9.856-1.072j}{4.732+7.928j}$

$=\frac{(-9.856-1.072j)(4.732-7.928j)}{(4.732+7.928j)(4.732-7.928j)}$

$=\frac{-55.138+73.062j}{85.245}$

$=-0.647+0.857j$

$|H(e^{j\theta})|=\sqrt{0.647^2+0.857^2}=\sqrt{1.153}=1.074$

$\varphi(\theta)=\arctan\frac{0.857}{-0.647}=\arctan(-1.324)$

$\approx -53^\circ$ ($\sin53^\circ=\frac{4}{5}$, $\cos53^\circ=\frac{3}{5}$, $\tan53^\circ=\frac{4}{3}=1.33$)

$\therefore y_{ss2}(k)=2\cdot|H(e^{j\theta})|\sin(\frac{\pi}{6}k-53^\circ)$

$=2.14\sin(\frac{\pi}{6}k-53^\circ)$

$\therefore y_{ss}(k)=y_{ss1}(k)+y_{ss2}(k)$

$=\frac{8}{9}+2.14\sin(\frac{\pi}{6}k-53^\circ)$

2019年10月25日
刘港国