

6. Лабораторна робота . РЕКУРСІЯ

Мета роботи: навчитися оцінювати складність рекурсивних алгоритмів.

Теоретичний матеріал, необхідний для виконання лабораторної роботи

Методи, які потрібно використати, розглянуто в лекційному курсі, а також у запропонованій літературі.

Наведемо базову теорему про рекурентні співвідношення.

Нехай $a \geq 1$ та $b > 1$ – константи, $f(n)$ – функція та $T(n)$ – рекурентно визначена для невід’ємних цілих чисел функція:

$$T(n) = at(n/b) + f(n),$$

де ми інтерпретуємо n/b як $\lfloor n/b \rfloor$ або $\lceil n/b \rceil$.

Тоді $T(n)$ має такі асимптотичні оцінки:

1) якщо $f(n) = O(n^{\log_b a - \epsilon})$ для деякої константи $\epsilon > 0$, тоді функція $T(n)$ має вигляд: $T(n) = \theta(n^{\log_b a})$;

2) якщо $f(n) = \theta(n^{\log_b a})$, тоді $T(n) = \theta(n^{\log_b a} \lg n)$;

3) якщо $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$ для деякої константи $\epsilon > 0$ та якщо $af(n/b) \leq cf(n)$ для деякої константи $c < 1$ і всіх достатньо великих n , тоді $T(n) = \theta(f(n))$.

Завдання до лабораторної роботи

Для алгоритму, складність якого описано виданою згідно з варіантом рекурентною функцією вигляду $T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)$, визначити складність його виконання, використовуючи такі методи:

1) метод підстановки;

- 2) перетворення до суми;
- 3) базова теорема про рекурентні співвідношення;
- 4) моделювання за допомогою програми (отримати значення $T(n)$ для різних n та підібрати формулу).

Отримані результати порівняти.

Варіанти завдань до лабораторної роботи

Варіант 1: $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n.$

Варіант 2: $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2} + 35\right) + n.$

Варіант 3: $T(n) = 4T\left(\frac{n}{5}\right) + 2n.$

Варіант 4: $T(n) = 4T\left(\frac{n}{5}\right) + n^3.$

Варіант 5: $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \lg n.$

Варіант 6: $T(n) = 3T\left(\frac{n}{3}\right) + n \lg^2 n.$