

## תרגיל סימולציה לחלק 4

בתרגיל זה אתם מתבקשים לכתוב שתי פונקציות. פונקציה אחת המייצרת ווקטורים אקראיים מהתפלגות דו-ממדית ממבנה נתון ופונקציה שניה היוצרת מדגמים מלאכותיים מהתפלגות אפוסטריורית במודל בייסיאני לתצפיות נורמליות.

תבנית הפונקציות נמצאת בקובץ "123456789\_project\_4.R". לפני ההגשה יש להחליף את הקידומת "123456789" שבשם הפונקציה במספר הזהות שלכם.

בכל אחת מן הפונקציות בקובץ זה אתם נדרשים להחליף את שומר המקום "return(NA)" בגוף הקוד של הפונקציה שאתם תכתבו. אסור לשנות את שם הפונקציה ואת השמות של הארגומנטים. אין להוסיף הערות לקוד בקובץ ההגשה, או קוד נוסף מחוץ לגוף הפונקציה, אלא רק את הקוד הנקי שלכם הנכלל בגוף הפונקציה.

### שאלה 1 (Q1):

כתבו פונקציה בשם "ex4q1" הנעזרת באלגוריתם של גיבס ומייצרת מטריצה ממד  $2 \times (n_{sim})$ . כל שורה במטריצה מקורה מן ההתפלגות המשותפת  $(X, Y)$ , שצפיפותה המשותפת מקיימת:

$$f_{X,Y}(x,y) = c \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot y^2 - \frac{a_1 \cdot x^2}{2} - \frac{a_2 \cdot y^2}{2} + b_1 \cdot x + b_2 \cdot y \right\}$$

כאשר  $a_2 > 0$ ,  $a_1 > 0$ . התומך של ההתפלגות המשותפת הוא כל המישור הממשי. שימו לב שההתפלגות המשותפת איננה דו-נורמלית אבל ההתפלגות המותנית של  $X$ , בהינתן הערך של  $Y$  היא נורמלית, וכך גם ההתפלגות המותנית של  $Y$ , בהינתן הערך של  $X$ .

הארגומנט של הפונקציה הם:

$n_{sim}$  = מספר הווקטורים האקראיים שהפונקציה מייצרת = ממד השורות של מטריצת הפלט.

$n_{conv}$  = מספר החזרות "לחימום" האלגוריתם לפני תחילת הייצור של הפלט.

$a$  = וקטור נומרי מאורך 2 המכיל במקם הראשון את הפרמטר  $a_1$  ובמקום השני את הפרמטר  $a_2$ .

$b$  = וקטור נומרי מאורך 2 המכיל במקם הראשון את הפרמטר  $b_1$  ובמקום השני את הפרמטר  $b_2$ .

הפלט של הפונקציה צריך להיות מטריצה בעלת 2 עמודות ו- $n$  שורות, כאשר כל שורה מכילה וקטור מן ההתפלגות המבוקשת.

### שאלה 2 (Q2):

כתבו פונקציה בשם "ex4q2" הנעזרת באלגוריתם של גיבס ומייצרת מטריצה ממד  $2 \times (n_{sim})$ . כל שורה במטריצה מקורה מן ההתפלגות האפוסטריורית המשותפת של התוחלת ופרמטר הדיוק, בהינתן וקטור של תצפיות נורמליות. (פרמטר הדיוק שווה לאחד חלקי פרמטר השונות).

נתונות תצפיות  $x_1, x_2, \dots, x_n$  שמקורן מההתפלגות הנורמלית בעלת תוחלת  $M$  ושונות  $1/Y$ . ההתפלגות האפריורית של  $M$  היא  $N(\mu, \tau^2)$  וההתפלגות האפריורית של  $Y$  היא  $\text{Gamma}(r, \lambda)$ .

ברשימות לכיתה אנו מראים כי ההתפלגות של  $M$ , בהינתן הערך של  $Y$  ושל התצפיות היא:

$$N \left( \frac{\mu/\tau^2 + Y \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{1/\tau^2 + Y \cdot n}, \frac{1}{1/\tau^2 + Y \cdot n} \right)$$

כמו כן, ההתפלגות של  $Y$ , בהינתן הערך של  $M$  ושל התצפיות היא:

$$Gamma\left(r + \frac{n}{2}, \lambda + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i - M)^2\right)$$

היעזרו בעובדות אלה ובאלגוריתם של גיבס כדי ליצר מדגם מההתפלגות האפוסטריורית המשותפת של  $(M, Y)$ .  
הארגומנטים של הפונקציה הם:

data = וקטור נומרי של נתונים.

mu = סקלר. הערך של הפרמטר  $\mu$ .

tau = סקלר. הערך של הפרמטר  $\tau$ .

r = סקלר. הערך של הפרמטר  $r$ .

lam = סקלר. הערך של הפרמטר  $\lambda$ .

n\_sim = מספר הווקטורים האקראיים שהפונקציה מייצרת = ממד השורות של מטריצת הפלט.

n\_conv = מספר החזרות "לחימום" האלגוריתם לפני תחילת הייצור של הפלט.

הפלט של הפונקציה צריך להיות מטריצה מממד  $2 \times (n\_sim)$ . העמודה הראשונה מכילה את הערכים המיוצרים של  $M$  והעמודה השנייה מכילה את הערכים המיוצרים של  $Y$ .