

# 1 שאלות

## 1.1 מאורעות זנב

1.1.1 מטיילים מטבח הוגן אינסוף פעמים (הטלות ב"ת). הראו שהמאורעות הבאים הם מאורעות זנב:

1. „ע"ז“ מתקבל אינסוף פעמים

2. „ע"ז“ מתקבל מספר סופי של פעמים

הבהרה: כשמדברים על סיגמות אלgebra הזנב, ביחס לסדרה  $\dots, X_2, X_1$ , כאשר  $X_n$  אינדקטור של המאורע שיצא ע"ז בהטלה ה  $n$

1.1.2  $X_n(w) \leq \dots, X_2, X_1$  אוסף של מ"מ ב"ת כך ש  $\forall w \in \Omega$  תהיה  $\mathcal{F}$  סיגמת אלgebra הזנב שלהם. נסתכל על  $S_{10} = X_1 + X_2 + \dots + X_{10}$ . קבעו האם המאורעות הבאים נמצאים ב  $\mathcal{F}$  (כלומר האם הם מאורעות זנב)

$$S_{10} \leq 10 .1$$

$$S_{10} > 60 .2$$

(א) רמז : אילו  $\Omega \in w$  מתקיימות את המאורע?

## 1.2 משפט הגבול המרכזי

1.2.1 תרגיל:

מספר המכוניות הנכנסות לצומת ביום כלשהו בין ארבע לחמשacha" צ מתפלג פואסונית בקצב של 100 מכוניות לשעה. מניחים אי תלות בין הימים. מעוניינים להעריך את הסיכוי שב 100 ימים, ממוצע מספר המכוניות הנכנסות לצומת בין השעות ארבע וחמש הוא מעל 10.3.

1. מתאו תשובה מקורבת באמצעות משפט הגבול המרוצאי

2. מצאו ביטוי מדויק להסתברות המבוקשת על סמך תוכנות התפלגות פואסון.

הערה: מספיק ביטוי. לא צריך לחשב את הערך

1.2.2 תרגיל:

יהו  $\{Y_i\}_{i \in \mathbb{N}}$  מ"מ ב"ת ש"ה מתפלגים אחיד בין 0 ל 1. נגדיר  $W_n := \prod_{k=1}^n Y_k$ . חשבו את הגבול הבא

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(W_n \leq e^{-n})$$

רמזים: כיצד מתפלג  $-\ln Y_i$ ? שימוש בטרנספורמציה על הפה"מ. מהי תוחלת של הסכום  $-\sum(\ln Y_i)$ ?