

## 1 שאלות

### 1.1 מאורעות זנב

**1.1.1** מטילים מטבע הוגן אינסוף פעמים (הטלות ב"ת). הראו שהמאורעות הבאים הם מאורעות זנב:

1. „עץ“ מתקבל אינסוף פעמים

2. „עץ“ מתקבל מספר סופי של פעמים

הבהרה: כשמדברים על סיגמת אלברה הזנב, ביחס לסדרה  $X_1, X_2, \dots$  כאשר  $X_n$  אינדקטור של המאורע שיצא עץ בהטלה ה  $n$

**1.1.2** יהי  $X_1, X_2, \dots$  אוסף של מ"מ ב"ת כך ש  $X_n \sim \text{bin}(n, \frac{1}{n})$ , וגם  $X_n(w) \leq S_{10} = X_1 + X_2 + \dots + X_{10}$ . קבעו האם המאורעות הבאים נמצאים ב  $\mathcal{F}$  (כלומר האם הם מאורעות זנב)

1.  $S_{10} \leq 10$

2.  $S_{10} > 60$

(א) רמז: אילו  $w \in \Omega$  מתקיימות את המאורע?

### 1.2 משפט הגבול המרכזי

#### 1.2.1 תרגיל:

מספר המכוניות הנכנסות לצומת ביום כלשהו בין ארבע לחמש אחה"צ מתפלג פואסוני בקצב של 100 מכוניות לשעה. מניחים אי תלות בין הימים. מעוניינים להעריך את הסיכוי שב 100 ימים, ממוצע מספר המכוניות הנכנסות לצומת בין השעות ארבע וחמש הוא מעל 10.3.

1. מתאו תשובה מקורבת באמצעות משפט הגבול המרכזי

2. מצאו ביטוי מדויק להסתברות המבוקשת על סמך תכונות התפלגות פואסון.

הערה: מספיק ביטוי. לא צריך לחשב את הערך

#### 1.2.2 תרגיל:

יהו  $\{Y_i\}_{i \in \mathbb{N}}$  מ"מ ב"ת ש"ה מתפלגים אחיד בין 0 ל 1. נגדיר  $W_n := \prod_{k=1}^n Y_k$ . חשבו את הגבול הבא

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(W_n \leq e^{-n})$$

רמזים: כיצד מתפלג  $-\ln Y_i$ ? שימוש בטרנספורמציה על הפה"מ. מהי תוחלת של הסכום  $\sum (-\ln Y_i)$ ?