KJA
Korean Journal of Anesthesiology

Statistical Round
pISSN 2005-6419 • eISSN 2005-7563

T test as a parametric statistic

Tae Kyun Kim

Department of Anesthesia and Pain Medicine, Pusan National University School of Medicine, Busan, Korea

In statistic tests, the probability distribution of the statistics is important. When samples are drawn from population N (μ, σ^2) with a sample size of n, the distribution of the sample mean $\bar{X}$ should be a normal distribution N (μ, σ^2/n). Under the null hypothesis $\mu = \mu_0$, the distribution of statistics $z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ should be standardized as a normal distribution. When the variance of the population is not known, replacement with the sample variance s^2 is possible. In this case, the statistics $\frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ follows a t distribution (*n-1* degrees of freedom). An independent-group t test can be carried out for a comparison of means between two independent groups, with a paired t test for paired data. As the t test is a parametric test, samples should meet certain preconditions, such as normality, equal variances and independence.

Key Words: Biostatistics, Matched-pair analysis, Normal distribution, Probability.

Introduction

T test는 두 군 간의 평균을 비교하는 가장 기본적인 통계방법으로 통증학회지에 실린 연구들에서 가장 많이 사용된 추정통계법 중 하나다[1]. 통계적 추론에는 모수적 방법과 비모수적 방법이 있다. 모수적 방법이란 확률변수의 확률분포를 미리 정의하고 그 확률분포의 특성인 모수(parameter)에 대해 추론을 하는 것을 말하며 모집단의 확률분포를 정의할 수 없는 경우, 비모수적(non-parametric) 방법이라 한다. T test는 모수적 통계방법으로서 표본이 정규성, 등분산성, 독립성등을 만족할 경우 적용 가능하다.

T test는 비교하는 두 군이 서로 독립인 경우 적용할 수 있는 independent t test와 서로 짝을 이룬 경우 사용할 수 있는 paired t test로 나눌 수 있다. 보통 t test를 사용하게 되는 경우의 예를 들면, 실험 대상을 독립된 두 군으로 나누어 한 쪽은 A, 다른 쪽은 B 처치를 하는 경우이다. A 처치 전후의 결과인 PreA, PostA와 B처치 전후의 결과인 PreB, PostB를 얻을 수 있다. 최종 결과인 PostA와 PostB를 군 간 비교하거나, PostA와 PreA의 변화량(PostA-PreA)과 PostB와 PreB의 변화량(PostB-PreB)을 군 간 비교할 경우 independent t test를 적용할 수 있다(Table 1).

실험 대상을 두 군으로 나누지 않고 모든 대상에 A 처치를 하고 처치 전후로 변화량(PostA-PreA)을 측정하고 A 효과가 모두 사라진 후 다시 B 처치를 해서 그 전후의 변화량(PostB-PreB)을 측정한다. 각 개인별로 A처치의 변화량과 B처치의 변화량를 짝지을 수 있고 그 값에 차이가 있는지 비교한다. 즉, 실험 디자인이 소위 cross-over일 때 paired t test를 적용할 수 있다(Table 2).

Corresponding author: Tae Kyun Kim, M.D., Ph.D.
Department of Anesthesia and Pain Medicine, Pusan National University School of Medicine, 20, Geumo-ro, Mulgeum-eup, Yangsan 50612, Korea
Tel: 82-51-360-2129, Fax: 82-51-360-2149
E-mail: anesktk@pusan.ac.kr
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4790-896X

Received: July 10, 2015.
Revised: August 19, 2015.
Accepted: September 7, 2015.

Korean J Anesthesiol 2015 December 68(6): 540-546
http://dx.doi.org/10.4097/kjae.2015.68.6.540

Table 1. Example of an Independent T test

Treatment A				Treatment B			
ID	preA	postA	ΔA	ID	preB	postB	ΔB
1	63	77	14	11	81	101	20
2	69	88	19	12	87	103	16
3	76	90	14	13	77	107	30
4	78	95	17	14	80	114	34
5	80	96	16	15	76	116	40
6	89	96	7	16	86	116	30
7	90	102	12	17	98	116	18
8	92	104	12	18	87	120	33
9	103	110	7	19	105	120	15
10	112	115	3	20	69	127	58

ID: individual identification, preA, preB: before the treatment A or B, postA, postB: after the treatment A or B, ΔA, ΔB: difference between before and after the treatment A or B.

Table 2. Example of a Paired T test

Treatment A					Treatment B			
ID	preA	postA	ΔA		ID	preB	postB	ΔB
1	63	77	14		1	73	103	30
2	69	88	19		2	74	104	30
3	76	90	14		3	76	107	31
4	78	95	17		4	84	108	24
5	80	96	16	wash out	5	84	110	26
6	89	96	7		6	86	110	24
7	90	102	12		7	92	113	21
8	92	104	12		8	95	114	19
9	103	110	7		9	103	118	15
10	112	115	3		10	115	120	5

ID: individual identification, preA, preB: before the treatment A or B, postA, postB: after the treatment A or B, ΔA, ΔB: difference between before and after the treatment A or B.

Statistic and Probability

기본적으로 통계란 확률에 대한 이야기다. 비교하는 측정 결과가 크다 혹은 작다라고 통계적 결론에서 판단하는 것은 절대적 기준이 있는 것이 아니라 확률적으로 일어나기 힘든 경우인가 아닌가에 대한 평가이다. 임상 검사를 예로 들면, 우리는 흔히 검사 결과의 수치로서 환자의 질병 유무를 판단하게 되는데 그 검사 결과가 기준치보다 높거나 낮을 경우, 실제로 환자는 그 질병이 없을 수도 있지만 질병이 있다고 판단하게 된다. 이렇게 판단하는 근거는 정상인의 드문 경우라고 판단하기보다 정상인에서는 확률적으로 희박한 검사 결과이므로 차라리 환자라고 판단하는 것이 타당하다는 확률적 개념이 바탕이 된다.

확률적으로 희박한지 아닌지 알기 위해서는 먼저 검사 결과값과 그 값의 확률분포를 미리 알고 있어야 한다. 임상 지표도 전체 인구 혹은 적어도 많은 사람으로부터 얻은 데이터를 기반으로 기준치를 마련했을 것이다. 어떤 임상 지표가 평균이 μ이고 분산이 σ^2의 정규분포를 나타낼 때, 한 환자의 검사 결과 값 χ가 확률적으로 희박한 결과인지 일정한 기준(예, 5%, 1%)으로 판단해 보자. 확률 분포에서 확률은 면적으로 나타나고 그 면적이 양끝 쪽 5% 혹은 1%가 되는 z 값이 기준값이 된다. χ가 z 값보다 더 외곽 즉, 분포곡선의 양끝 쪽에 위치해 있다면 기준확률과 비교해서 확률적으로 희박한 경우라고 할 수 있다(Fig. 1).

그런데 한 명의 임상 지표 값이 아니라 여러 명으로 이루어진 한 표본집단의 평균이 전체 평균과 차이가 있는지 비교하고 싶다면 어떻게 비교하는 것이 좋을까? 구성원 한 사람씩 비교하는 것은 의미가 없고 집단의 대푯값인 평균을 비교해야 한다. 그렇다면 집단의 평균을 구해서 앞서 사용한 임상 지표의 전체 인구에 대한 분포를 이용해 통계적 추론을 하면 되는 것인가? 그렇지 않다. 확률적 가능성을 추론하기 위해서는 앞서 언급한 것처럼 관심 지표와 바로 그 지표의 확률분포를 알고 있어야 한다. 여기서 관심의 대상은 표본집단의 평균이고 바로 이 평균이 이루는 분포를 알고 있어야 된다. 그래서 표본평균이 모평균에서 멀리 떨어져 있는지 그렇지 않은지 확인 하려면, 검정하고자 하는 표본평균의 분포에 대해 알아야 한다.

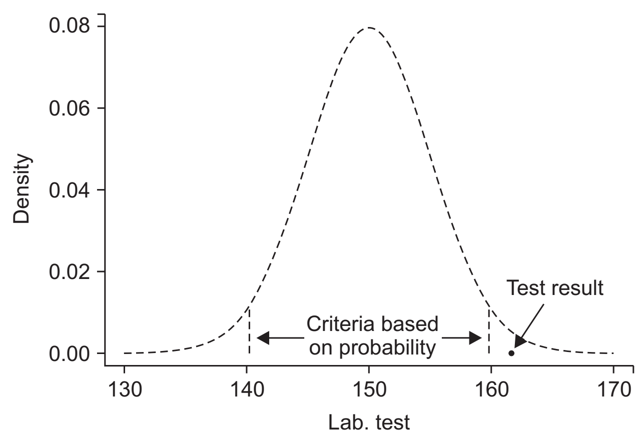

Fig. 1. The determination of whether the laboratory finding is abnormal is done according to the probability that the laboratory finding occurs in the distribution of the population.

Sampling Distribution (Sample Mean Distribution)

실험으로부터 얻은 표본 하나의 평균은 아마도 그 모집단으로부터 추출 가능한 수많은 표본들 중 하나일 것이다. 추출한 하나

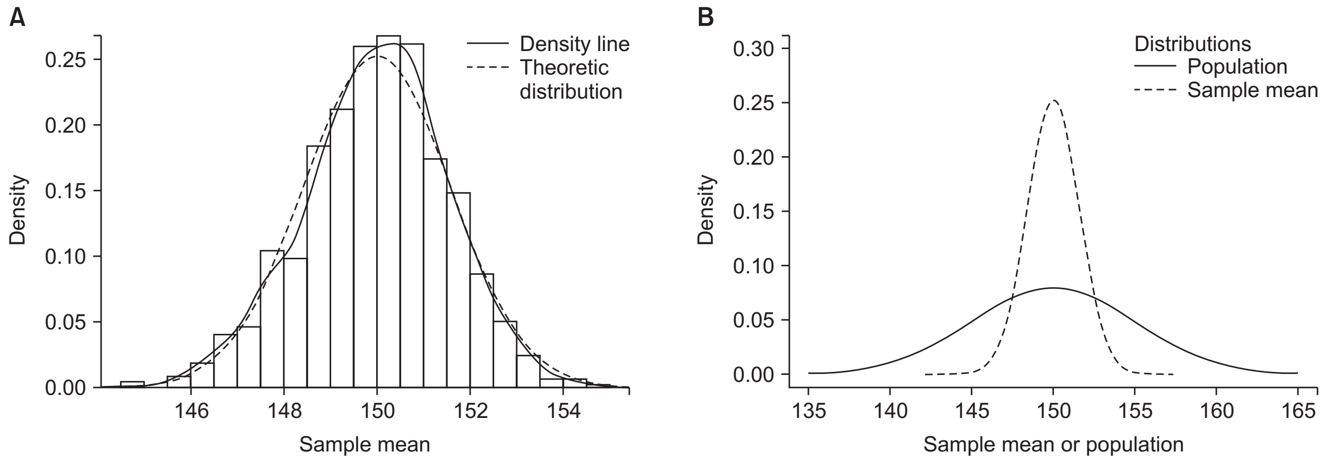

Fig. 2. Simulation of sampling distribution. (A) A histogram of the sample mean distribution which results from 1,000 samples from population N (150, 5^2) with a sample size of 10. The simulated density line shows a distribution similar to the theoretical sampling distribution N(150, 5^2/10). (B) Comparison of the shapes between the population and the sampling distribution.

의 표본의 평균은 이미 알고 있는 정보이지만 우리가 추출한 표본의 평균을 포함해서 추출되진 않았지만 추출 가능했던 다른 모든 표본의 평균들을 모아 본다면 어떤 분포를 이룰까? 모집단으로부터 표본을 반복 추출할 때 표본의 평균들이 이루는 표본분포(Sampling distribution)가 어떤 분포를 띄는지 Fig. 2에 시뮬레이션을 통해 나타내었다. 평균이 μ이고 분산이 σ^2인 정규분포하는 모집단으로부터 표본크기(sample size)가 n인 표본을 반복 추출할 때, 일반적으로 표본분포는 평균이 μ이고 분산은 σ^2/n인 정규분포를 한다. 표본분포 모양은 표본크기(sample size)에 의해서 영향을 받는다. 즉 표본분포의 분산이 σ^2/n이므로 표본크기가 클수록 분산이 작아지고 폭이 좁은 종모양이 된다. 표본분포의 형성 과정은 Lee 등이[2] 도표로 잘 표현해 두었다.

T Distribution

이제 표본평균의 분포를 알 수 있으므로 실험으로부터 얻은 한 표본집단의 평균이 이 분포상의 어디에 위치하는지 확인할 수 있을 것이다. 그런데 문제가 있다. 표본분포는 정규분포를 이루고 그 분산이 σ^2/n 을 따른다고 했는데 사실상 모집단의 분산 σ^2을 알 수 없다. 따라서 모분산 대신 표본의 분산

$$s^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$$

을 대신 사용해서 표본평균의 분포를 알 수 있는데 이렇게 표본분산을 사용할 경우 표본분포는 정규분포가 아니라 각 표본의 자유도에 따른 t 분포를 따르게 된다(Fig. 3).

Independent T test

T test는 Student's t test라고도 하는데 1908년 William Searly Gosset이 흑맥주의 질관리를 위해서 개발한 통계분석 기법이다. 독립된 두 표본평균의 차가 있는지 검정하는 방법은 앞서 설명한 표본이 하나일 경우와 다르지 않다. 다만 두 표본평균의 차이가 없다면 0에 가까워 질 것이므로 표본평균의 차이가 0과 같다고 할 수 있는지를 통계적 검정을 시행하면 된다.

정규분포를 이루는 모집단으로부터 독립된 두 표본을 추출한 다음 두 평균의 차를 구해 보자. 표본 추출 과정에서는 무작위 추출로 다양한 조합의 표본이 추출되므로 같은 모집단에서 추출됐다고 해서 항상 0이 되지는 않을 것이다. 모집단 N(150, 5^2)으로부터 표본 크기 6으로 두 개의 표본을 추출 후, 두 표본 평균의 차를 구했다. 이것을 반복하여 1,000회 시행해 보면 Fig. 4와 같은 분포를 보인다(Fig. 4). 분포를 히스토그램과 밀도선(density line)으로 나타내고 이론적 표본분포인 정규분포 N(0, 2 × 5^2 / 6)와 비교해 보면 거의 일치함을 알 수 있다(Fig. 4).

그러나 모집단의 분산을 모르는 상태이므로 두 표본의 평균의 차 역시 그 분포를 정의하기 어렵다. 따라서 표본의 분산을 대신 사용하게 되면 표본평균의 차에 대한 분포는 t 분포를 따르게 된다. 단 두 표본이 정규분포하는 동일한 모집단에서 독립적으로 추출되었으므로 두 표본은 정규분포하고 분산은 동질하다.

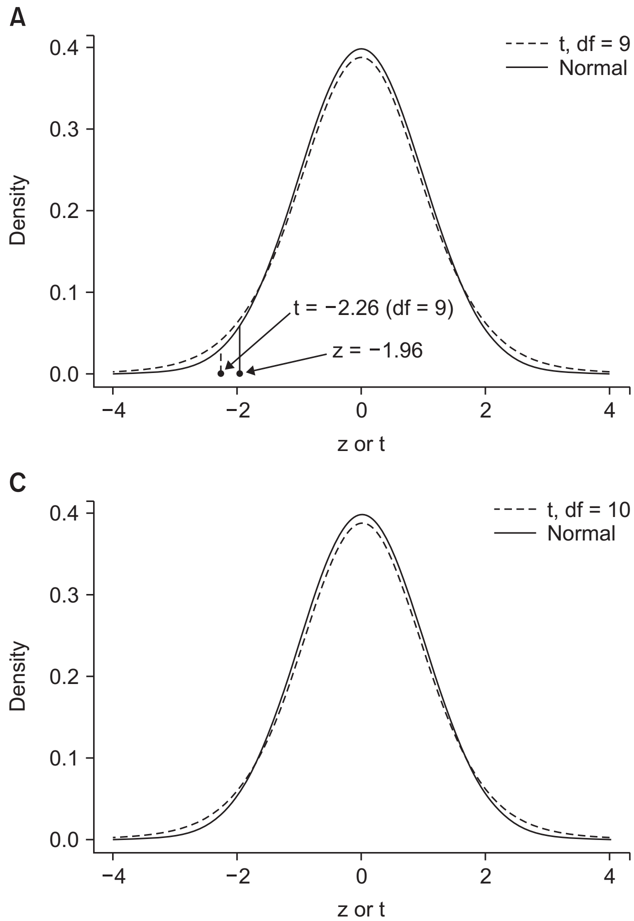

Fig. 3. Comparison between a normal distribution and a t distribution. (A) The point t (−2.25, df = 9) corresponding to a probability of 0.025 for a t distribution is located more toward the tail than that of z for a normal distribution. (B–D) As the degree of freedom of the t distribution increase, the t distribution becomes closer to a normal distribution.

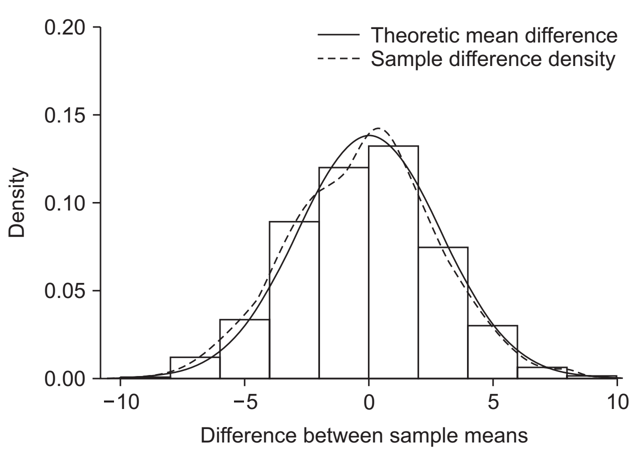

Fig. 4. Simulation of the difference between the sample means. A histogram of the difference in the sample means as sampled from population N(μ, σ^2) with a sample size of 6 in each case. The density line of the simulation is becoming close to the theoretical normal distribution.

두 표본집단이 정규분포를 따르고 분산이 동질하다고 가정할 경우 통계량 t는 다음과 같다.

$$t = \frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{s_{(1+2)}\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \sim t\,(n_1+n_2-2)$$

$\mu_1 - \mu_2$는 0으로 가정했으므로 다음처럼 나타낼 수 있다.

$$t = \frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{s_{(1+2)}\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

독립된 두 표본평균 차의 분포 역시 모분산을 알 수 없으므로 표본의 통합분산 $s^2_{(1+2)}$을 사용했다.

$$s^2_{(1+2)} = \frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

그런데 모집단의 분산이 동질하다고 할 수 없는 경우 t test의 통계량 t는

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

로 나타내고 Welch Satterthwaite 공식으로 계산된 자유도를 사용한다.

만약 n_1과 n_2가 충분히 클 경우, t 통계량은 정규분포에 가까워지는 것을 알 수 있다(Fig. 3).

통계적 검정은 연구로부터 획득한 표본평균의 차가 표본평균 차의 분포(Fig. 4)에서 어디에 위치하는지 파악하는 일이다. 만약 두 표본 평균의 차가 표본평균 차의 분포에서 양 끝 단에 위치한다면, 이런 경우는 동일한 모집단에서 추출되었지만 확률적으로 매우 드문 경우라고 할 수 있다. 그래서 통계적 결론을 내린다면, 비록 같은 모집단에서 추출되었지만 차라리 서로 다른 모집단으로부터 추출되었다고 결론 내리는 것이 확률적으로 타당하다.

Paired T test

Paired t test는 짝이 되는 두 결과의 차를 이용하게 되므로 결과적으로 단일 표본의 t test라고 할 수 있다. 두 처치에 차이가 없다면 결과의 차는 0에 가까울 것이므로 paired t test의 표본 평균의 비교 대상은 0이 된다.

그런데 앞서 independent t test 통계량 결정에 사용된 표본 분산에 대해서 한 번 생각해 보도록 하자. 서로 독립인 두 변수간의 차의 분산은 각 분산의 합으로 나타낼 수 있었는데, 독립이란 조건이 없다면, 두 변수 A, B 차의 분산, Var(A-B)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathrm{Var}(A - B) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 ,$$

σ_1^2은 변수 A의 분산, σ_2^2은 변수 B의 분산이고 ρ는 두 변수의 상관계수이다. Independent t test 에서는 두 군이 서로 독립이므로 상관계수가 0이 된다. 따라서 두 변수의 차의 분산은 단순한 두 변수의 분산의 합으로 나타낼 수 있었지만 짝으로 이루어진 데이터의 경우는 상관계수가 0이 아닐 수 있다. 따라서 서로 독립이 아닌 두 군의 통계량 t는 달라져야 한다. 따라서 independent t test의 통계량

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{(1+2)}\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} ,$$

를 변형해야 한다. 일단, 표본수는 서로 짝으로 이루어져 있으므로 $n_1 = n_2 = n$이고 분산은 상관계수를 고려해서 $s_1^2 + s_2^2 - 2\rho s_1 s_2$로 나타낼 수 있다. 따라서 paired t test 통계량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2 - 2\rho s_1 s_2}{n}}}$$

이 통계량을 자세히 살펴보면, 만약 상관계수가 0보다 크면 분모가 작아져서 통계량 t는 증가하게 되고 independent t test보다 검정력이 높아지는 것을 알 수 있다. 상관계수가 0보다 작다면 반대로 independent t test보다 검정력이 낮아지는 것을 알 수 있다. 그런데 이런 성질을 잘못 이해해서 상관계수가 0보다 작을 때 paired t test대신 independent t test를 사용하는 것은 이미 짝 지워진 실험 디자인을 무시하는 것으로 옳지 않은 결과를 제시하게 되므로 주의해야 한다.

Assumptions

앞서 설명한 바와 같이 정규분포하는 모집단으로부터 표본을 추출할 경우 정규분포하는 표본평균의 분포를 알 수 있고 그런데 모분산을 알 수 없으므로 대신 표본분산을 사용함으로써 t 분포를 유도할 수 있었다. 따라서 t 분포를 통해서 어떤 표본 평균에 대한 통계적 결론을 내리면 적어도 t 분포가 유래하기까지의 선행 조건을 만족해야 한다. 즉 비교 대상이 되는 두 표본은 정규분포하는 동일한 모집단에서 독립적으로 추출되어야 하므로 표본은 정규성, 등분산성, 독립성을 만족해야 한다.

정규성 가정의 검정은 Shapiro's test나 Kolmogorov-Smirnov test를 실행한다. 만약 정규성 가정을 만족하지 못한다면 독립 표본의 비교일 경우에는 Wilcoxon rank sum test (Mann-Whitney U test)를, 대응표본의 경우 Wilcoxon sign rank test 등의 비모수 검정을 실시한다.

등분산성 검정은 Levene's test나 Bartlett's test를 실시한다. 등분산 가정을 만족하지 못하는 경우 통계량은

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}},$$

을 사용하고 그 통계량은 t 분포를 따르지만 자유도는 Welch-Satterthwaite [3,4] 공식으로 계산된 자유도를 사용해서 검정하거나 차라리 비모수 검정을 시행하기도 한다.

Conclusion

이용하기 쉬운 통계 소프트웨어, 온라인 상에서 쉽게 찾을 수 있는 좋은 통계 정보들, 각 병원마다 계시는 훌륭한 통계학 전공 선생님들의 조언 등으로 이제 통계를 처리하는 일은 더 이상 어려운 일은 아닐 것이다. 그러나 사용된 통계방법의 사전 조건이나 통계적 가정들이 어긋나지 않게 연구 초기 단계부터 주의해서 실험 디자인을 구성하는 것은 여전히 연구자의 중요한 몫으로 남아 있다. 특히 모수적 통계법은 그 통계적 가정들을 충분히 만족했을 때 비로소 설득력 있는 통계적 결론을 내릴 수 있다. 어떤 연구자들은 이런 가정들에 대해서 매우 불편하게 생각하며 때론 무시하고 투고하기도 한다. 모집단이 정규분포를 하던 그렇지 않던 표본분포는 정규분포를 한다는 중심극한정리의 성질을 언급하며 통계학자들 중에도 정규성을 만족하지 않더라도 t test의 검정력은 충분하다고 주장한다 [5]. 또 분산이 9배 차이가 나더라도 α level이 겨우 0.5에서 0.6으로 변하는 정도의 영향만 있을 뿐이라고 언급하며 등분산의 가정을 너무 엄격히 적용하지 않더라도 t test로 충분히 검정할 수 있다고 한다[6]. 그러나 정규성이나 등분산성 위반 허용 한계 등에 대해서는 아직 널리 합의가 이루어진 사항이 아니므로 일부 통계학자들의 이런 주장들을 그대로 받아들여 t test의 기본 가정들을 무시하고 투고한다면 반드시 심사자들로부터 통계에 대한 지적을 받을 것이며 아무리 충분한 근거를 제시하더라도 심사자를 충분히 설득하기는 쉽지 않을 것이다. 따라서 연구 결과를 투고할 때는 통계적인 가정들을 충분히 검정하고 현재 가장 널리 인정되는 방법으로 통계적인 결론을 제시하는 것이 바람직할 것이다.

References

1. Yim KH, Nahm FS, Han KA, Park SY. Analysis of statistical methods and errors in the articles published in the korean journal of pain. Korean J Pain 2010;23:35-41.
2. Lee DK, In J, Lee S. Standard deviation and standard error of the mean. Korean J Anesthesiol 2015; 68: 220-3.
3. Welch BL. The generalisation of student's problems when several different population variances are involved. Biometrika 1947; 34: 28-35.
4. Satterthwaite FE. An approximate distribution of estimates of variance components. Biometrics 1946; 2: 110-4.
5. Lumley T, Diehr P, Emerson S, Chen L. The importance of the normality assumption in large public health data sets. Annu Rev Public Health 2002; 23: 151-69.
6. Box GEP. Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems, I. Effect of inequality of variance in the one-way classification. Ann Math Statist 1954; 25: 290-302.

Appendix

다음은 Table 1과 2에 나온 예를 SPSS 통계패키지(IBM® SPSS® Statistics 21, SPSS Inc., Chicago, IL, USA)를 통해서 independent t test와 paired t test를 실행한 결과이다.

Independent T test (Table 1)

집단통계량

Independent t test	N	평균	표준편차	평균의 표준오차
ΔA	10	12.1000	5.04315	1.59478
ΔB	10	29.4000	13.20942	4.17719

정규성 검정

Independent t test	Kolmogorov-smirnov			Shapiro-wilk		
	통계량	자유도	유의확률	통계량	자유도	유의확률
ΔA	0.192	10	0.200*	0.947	10	0.635
ΔB	0.164	10	0.200*	0.900	10	0.218

독립표본 검정

Independent t test		Levene의 등분산 검정		평균의 동일성에 대한 t-검정		
		F	유의확률	t	자유도	유의확률(양쪽)
Between ΔA and ΔB	등분산이 가정됨	4.340	0.052	−3.869	18	0.001
	등분산이 가정되지 않음			−3.869	11.569	0.002

먼저 정규성을 살펴봐야 할 것이다. 정규성 검정은 두번째 테이블에 Kolmogorov-Smirnov나 Shapiro-Wilk test를 확인한다. P value가 0.05보다 크므로 정규성의 조건을 만족한다. 다음으로 등분산성 가정은 세번째 테이블에 있는 Levene's test 결과를 확인한다. 역시 0.05보다 크므로 등분산 가정도 만족한다고 할 수 있다. 따라서 결론은 마지막 테이블의 '등분산이 가정됨' 줄에 있는 유의확률을 읽는다. 그러나 등분산 가정이 충족되지 않을 때(Levene's test의 결과가 0.05보다 작을 때)는 '등분산이 가정되지 않음' 줄에 있는 유의확률을 읽어서 결론을 내리거나, 차라리 비모수 검정을 시행한다.

Paired T test (Table 2)

대응표본 통계량

Paired t test	평균	N	표준편차	평균의 표준오차
ΔA	12.1000	10	5.04315	1.59478
ΔB	22.5000	10	8.01734	2.53531

정규성 검정

Paired t test	Kolmogorov-smirnov			Shapiro-wilk		
	통계량	자유도	유의확률	통계량	자유도	유의확률
ΔA-ΔB	0.171	10	0.200*	0.919	10	0.350

대응표본 검정

Paired t test	대응차					t	자유도	유의확률 (양쪽)
	평균	표준편차	평균의 표준오차	차이의 95% 신뢰구간				
				하한	상한			
ΔA-ΔB	−10.40000	4.94862	1.56489	−13.94003	−6.85997	-6.646	9	0.000

Paired t test는 단일 표본 t test와 같다. 따라서 두 처치 A, B의 변화량 ΔA, ΔB의 차인 ΔA-ΔB에 대한 정규성 검정을 한다. 두번째 표에서 Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk test 모두 통과하여 정규성은 만족하였다. 최종적으로 유의확률은 0.001보다 작은 값을 나타내어 두 처치 사이에 유의한 차이가 있는 것을 알 수 있다.