최대 우도의 추정.

$$p(y) = \begin{cases} 1-p & \text{for } y=0 \\ p & \text{for } y=1 \end{cases} \Rightarrow p(y) = p^{y} \cdot (1-p)^{1-y}$$

$\rightarrow$ 우도 (일어날 확률 × 일어나지 않을 확률)

$$\arg\max_{\theta} \prod_{i=1}^{n} p\left(y^{(i)} \mid x^{(i)} ; \theta^{(i)}\right)$$

x, θ 값이 주어졌을 때, y의 값에 대한 확률을 구함.

그리고 그 y값을 최대로 하는 θ를 구하는 것이 목표.

$$\arg\max_{\theta} \prod_{i=1}^{n} p\left(x^{(i)} ; \theta^{(i)}\right)^{y(i)} \times \left(1-p\left(x^{(i)} ; \theta^{(i)}\right)\right)^{1-y(i)}$$

$\Rightarrow$ $y=0, 1$ 인 경우 나뉘므로.

이때, $p = \dfrac{1}{1+e^{-z}}$

$L(\theta) = \log P(y \mid x ; \theta)$ $\rightarrow$ 계산의 편리성을 위해 log 취해줌.

$$= \sum_{i=1}^{n} \log\left(p(x_i ; \theta_i)^{y_i} \times \left(1-p(x_i ; \theta_i)\right)^{1-y_i}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \log p(x_i ; \theta_i)^{y_i} + \log\left(1-p(x_i ; \theta_i)\right)^{1-y_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot \log p(x_i ; \theta_i) + (1-y_i) \cdot \log\left(1-p(x_i ; \theta_i)\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot \log \frac{1}{1+e^{-x_i\theta}} + (1-y_i) \cdot \log\left(1-\frac{1}{1+e^{-x_i\theta}}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \log\left(1-\frac{1}{1+e^{-x_i\theta}}\right) + y_i \left\{ \log \frac{1}{1+e^{-x_i\theta}} - \log\left(1-\frac{1}{1+e^{-x_i\theta}}\right) \right\}$$

$$\frac{\frac{1}{\cancel{1+e^{-x_i\theta}}}}{\frac{e^{-x_i\theta}}{\cancel{1+e^{-x_i\theta}}}}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \log\left(1-\frac{1}{1+e^{-x_i\theta}}\right) + y_i \left\{ \log e^{-x_i\theta} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} -\log\left(1+e^{x_i\theta}\right) + \sum_{i=1}^{n} y_i x_i \theta$$