

[자료구조 및 알고리즘 과제]

[스마트 ICT 융합공학과 201811567_주용한]

[피보나치 수열의 시간 복잡도]

$pib(n)$ 을 피보나치 함수라고 하자.

입력 받은 n 값이 0, 1 이 될 때까지 $\text{return } pib(n-1)+pib(n-2);$ 을 실행한다.

따라서 $pib(n)$ 의 연산 시간은

$$T(0) = T(1) = c(\text{상수}),$$

$n > 2$ 일때, $T(n) = T(n-1) + T(n-2) + c(\text{상수})$ 로 볼 수 있다.

위의 식을 통해 $T(n) > T(n-1)$ 부등식이 성립하고

$$\text{따라서 } T(n) > 2 * T(n-2)$$

$$> 4 * T(n-4)$$

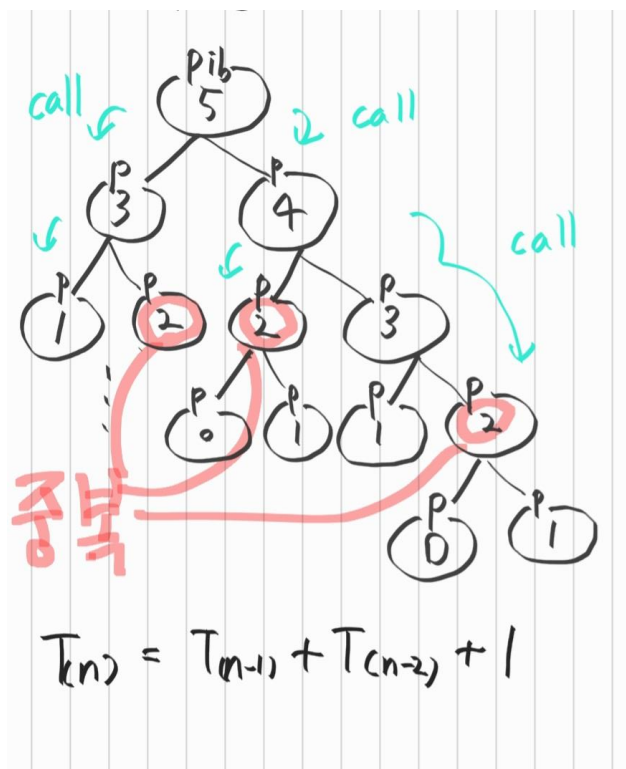
$$> 8 * T(n-6)$$

...

$$> 2^{n/2} * T(0) = c * 2^{n/2}$$

시간 복잡도는 $O(2^n)$ 이 된다.

[피보나치 수열의 문제점]



$pib(n)$ 을 구하기 위해 $pib(n-1), pib(n-2)$ 2 개의 함수를 다시 호출 해야 하므로 재귀호출을 한번 실행할 때 마다 호출함수의 수는 2 배로 증가한다.

이는 매우 비효율 적이며 많은 중복을 포함한다.

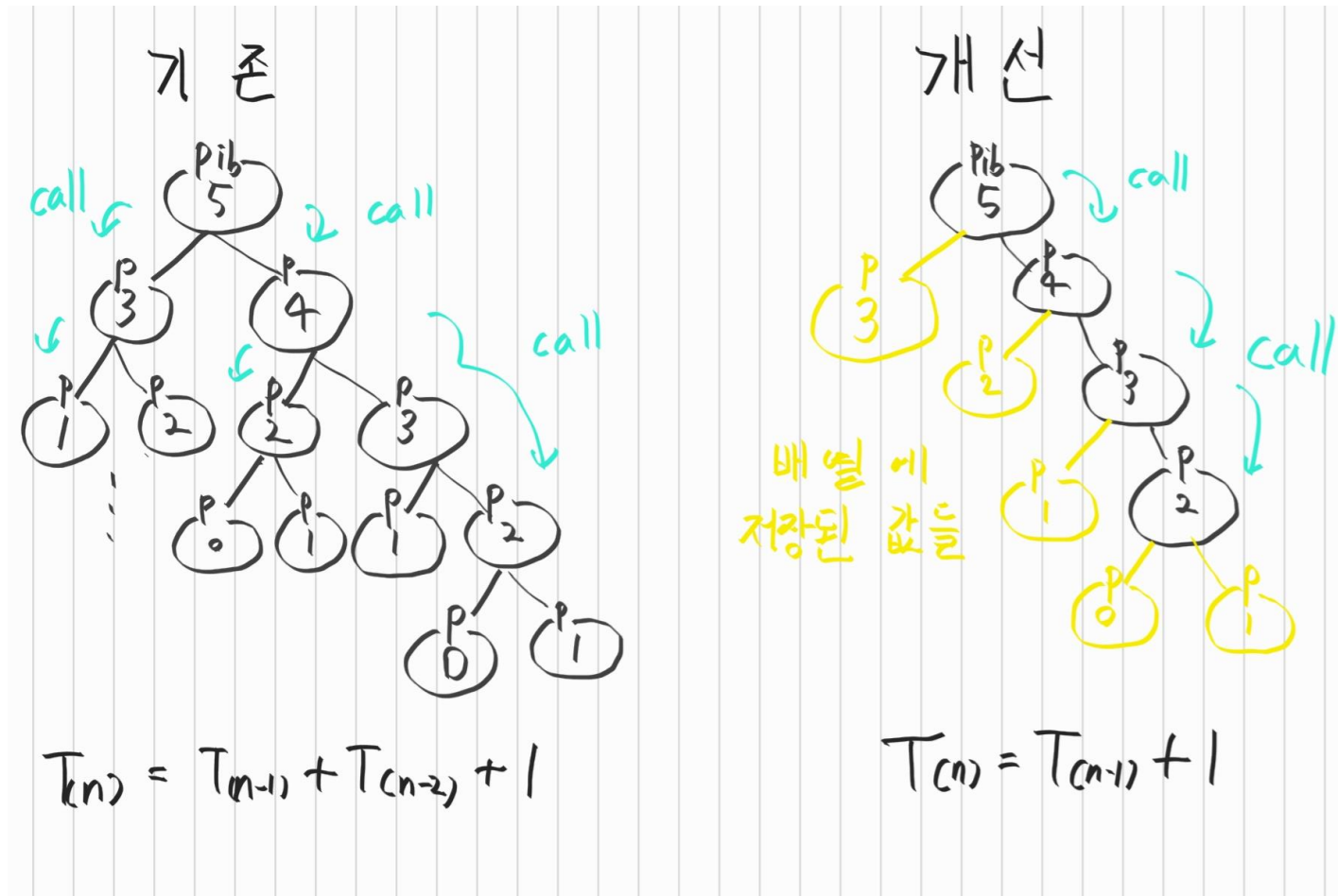
왼쪽 그림을 보면 알 수 있듯 이미 계산한 값을 중복해서 호출을 하고 있다.

(예를 들어 $pib(5)$ 를 호출하기 위해서는 $pib(2)$ 이 3 번이나 호출된다.)

[문제점 개선하기]

pib(5)에서부터 양쪽으로 뻗어가는 트리 모양을 피하고 한쪽으로만 뻗어 나가는(하나의 재귀함수만을 호출) 함수를 생각해 보았다.

그리고 중복한 값을 계속 계산하지 않기 위해 이미 계산한 값을 배열에 넣고 다음에 다시 사용하기로 했다.



위 그림과 같이 $\text{pib}(n) = \text{pib}(n-1) + A(\text{배열에 저장된 수})$ 가 된다면

시간복잡도는

$$\begin{aligned}
 T(n) &= T(n-1) + c \\
 &= T(n-2) + 2c \\
 &= T(n-3) + 3c \\
 &\dots \\
 &= T(0) + n \cdot c
 \end{aligned}$$

실제 코드 수정내용 중 일부분

```
return pib(num-1) + pib(num-2);
```

↓

```
return *(arr+num) = improvedPib(num-1, arr) + *(arr+num-2);
```

이므로 $O(n)$ 의 시간복잡도를 가지게 되고 문제점을 해결 할 수 있다.