数字电路分析与设计

逻辑代数

（1.5、1.6）

n 逻辑代数

- ü 最早于19世纪40年代提出，约经100年以后才真正用在开关电路中。（布尔代数）

- ü 研究客观事物中的逻辑关系，逻辑变量也用字母或符号表示。

- ü 逻辑变量不代表具体数值大小，仅代表两个截然不同的状态。

- ü 逻辑的两种状态：数学定义为逻辑0，逻辑1。

- ü 逻辑代数的三种基本运算：与、或、非。

- 逻辑代数
  - 逻辑问题的描述方法（1.5.1）
  - 逻辑代数的基本定律和基本规则（1.5.2）
  - 逻辑函数的代数法化简（1.6.1）
  - 逻辑函数的卡诺图法化简（1.6.2）

v 逻辑问题的描述方法

- ü 逻辑问题有多种描述方法。
- ü 各类方法，有各自的相对适用场合。
- ü 某些方法的表述结果并非唯一。
- ü 各类方法之间可以相互转换。
  （已知某种表示方法，可以推导出相应的其它各种表示方法）

逻辑问题的描述方法

- 右图所示开关串并联型控制电路。

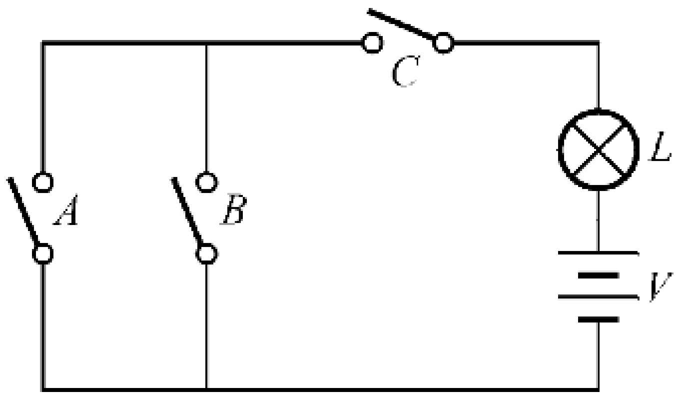
- 逻辑定义：
  开关闭合为逻辑 1、开关断开为逻辑 0；
  灯亮为逻辑 1、灯暗为逻辑 0 。

- 表示方法 1： 真值表

- 表示方法 2： 函数式 $L = AC + BC + ABC$

（开关 AC， 或 BC， 或 ABC 合上，灯亮）

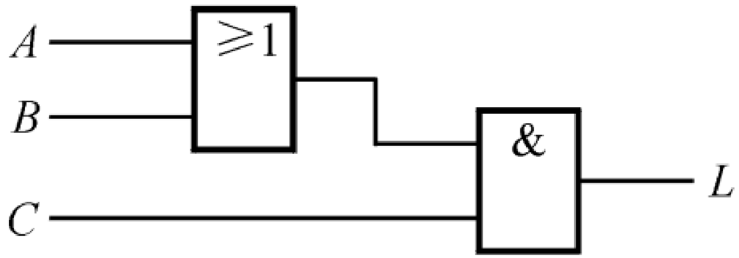
从真值表直接得到：$L = \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC$

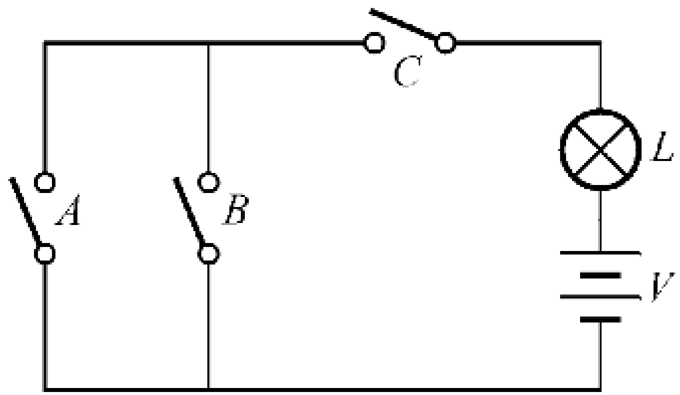


A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Ø 逻辑问题的描述方法

ü 表示方法 3： 电路图





ü 表示方法 1： 真值表

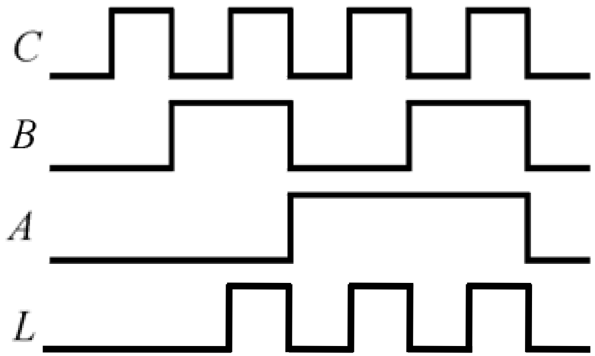
ü 表示方法 2： 函数式 $L = AC + BC + ABC$

$$= (A + B)C$$

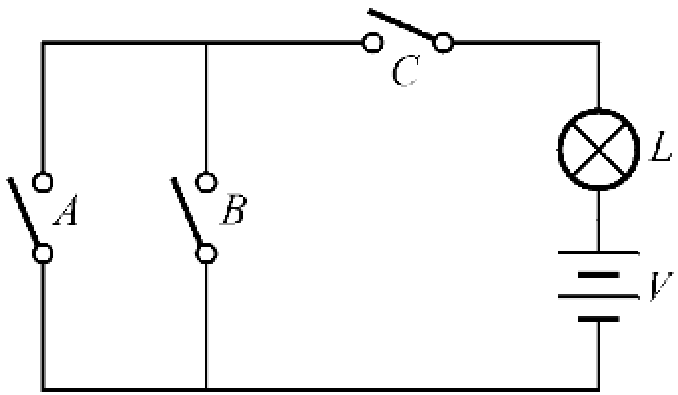
A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Ø 逻辑问题的描述方法

- ü 表示方法 4： 波形图



- ü 表示方法 1： 真值表
- ü 表示方法 2： 函数式
- ü 表示方法 3： 电路图
- ü 表示方法 5： 卡诺图



A	*B*	*C*	*L*
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

- 逻辑代数的基本定律和基本规则
  - 运算定律
  - 常用公式
  - 运算规则

Ø 运算定律

ü 0－1律：
$$A\cdot 0=0 \quad , \quad A+1=1$$
$$A\cdot 1=A \quad , \quad A+0=A$$

ü 重叠律：$A\cdot A=A \quad , \quad A+A=A$

ü 互补律：$A\cdot \overline{A}=0 \quad , \quad A+\overline{A}=1$

ü 否定之否定律：$\overline{\overline{A}}=A$

ü 交换律：$A\cdot B=B\cdot A \quad , \quad A+B=B+A$

ü 结合律：$A\cdot(B\cdot C)=(A\cdot B)\cdot C \quad , \quad A+(B+C)=(A+B)+C$

ü 分配律：$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C \quad , \quad A+B\cdot C=(A+B)\,(A+C)$

ü 摩根定律：$\overline{A\cdot B\cdot C}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C} \quad , \quad \overline{A+B+C}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$

定律的证明：列真值表，利用基本“与”、“或”、“非”逻辑关系穷举。

Ø 常用公式

$$A + AB = A$$

$$AB + A\overline{B} = A$$

$$A + \overline{A}B = A + B$$

$$AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$$

$$AB + \overline{A}C + BCDEF = AB + \overline{A}C$$

$$A \oplus B = \overline{A \odot B}$$

$$A \odot B = \overline{A \oplus B}$$

公式的证明：利用逻辑运算定律。

Ø 运算规则

ü 代入规则：

在任一含有变量 A 的等式中，如果用另一个逻辑函数 F 代替所有的变量 A，则代替后的等式仍然成立。

$$A+\overline{A}B=A+B$$

定义 $F=C+D+E$

$$\Downarrow$$

$$(C+D+E)+(\overline{C+D+E})B=C+D+E+B$$

Ø 运算规则

ü 对偶规则：

在任一等式两边，“0”→“1”、“1”→“0”、“·”→“+”、“+”→“·”，变换后等式仍成立。

$$A + B \cdot C = (A + B)(A + C)$$

$$\Downarrow$$

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$

基本定律中左右等式成对偶关系。

ü 反变量参数如何处理？

例，$\overline{A + B}$ 的对偶式是？$\overline{A \cdot B}$

Ø 运算规则

ü 反演规则：

在任一逻辑函数中，“0”→“1”、“1”→“0”、“·”→“+”、“+”→“·”，原变量换成反变量，反变量换成原变量，则变换后的函数是原函数的反（演）函数。

$$L = A + \overline{B + \overline{C} + \overline{D + \overline{E}}}$$

定义 $F = B + \overline{C} + \overline{D + \overline{E}}$

$$\overline{L} = \overline{A} \cdot \overline{\overline{B} \cdot C \cdot \overline{\overline{D} \cdot E}}$$

$$L = A + \overline{F}$$

$$= \overline{A} \cdot (B + \overline{C} + \overline{D} \cdot E)$$

$$\Downarrow$$

$$\overline{L} = \overline{A} \cdot F \quad \Rightarrow \quad = \overline{A} \cdot (B + \overline{C} + \overline{D + \overline{E}})$$

逻辑函数的代数法化简

- 逻辑函数有多种表示形式，不同形式通过不同的门电路实现。

- 例：

$L = AB + \overline{A}C$ 与或表达式（与+或门）

$= (A+C)(\overline{A}+B)$ 或与表达式（或+与门）

$= \overline{\overline{AB}\,\overline{\overline{A}C}}$ 与非表达式（与非门）

$= \overline{\overline{A+C}+\overline{\overline{A}+B}}$ 或非表达式（或非门）

$= \overline{\overline{A}\,\overline{C}+A\overline{B}}$ 与或非表达式（与或非门）

Ø 逻辑函数的简化

ü 简化目标：使一个逻辑函数对应的逻辑电路最简。

（逻辑门电路数量、每个门电路的输入端数，均为最少）

“与”项、“或”项的项数最少，而每项中的变量数也最少。

ü 基本简化形式：最简“与—或”表达式。

（与或表达式中的与项数最少，与项中的变量也最少）

ü 常用简化方法：代数法、卡诺图法。

ü 代数法简化依据：基本定律、规则、常用公式；

代数法常用方法：吸收法、配项法、合并法、消去法、冗余法；

代数法化简特点：技巧性强，规律性弱。

【例2.1-1】

化简：$L = ABCD + ABD + BCD + ABC + BD + BC$

解：$L = B(ACD + AD + CD + AC + D + C)$

$= B(C + D)$

<u>代数法化简特点：技巧性强，规律性弱。</u>

【例2.1-2】

$$L = ABC\overline{D} + ABD + BC\overline{D} + ABC + BD + B\overline{C}$$

$$= B(AC\overline{D} + AD + C\overline{D} + AC + D + \overline{C})$$

$$= B(A\overline{D} + AD + \overline{D} + A + D + \overline{C})$$

$$= B$$

【例2.1-3】

$$
\begin{aligned}
L &= AB + BD + ABC \\
&= AB(1 + C) + BD \\
&= AB + BD
\end{aligned}
$$

【例2.1-4】

$$
\begin{aligned}
L &= A + A\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}CD + \overline{C}E + \overline{D}E \\
&= A(1 + \overline{B}\,\overline{C}) + \overline{A}CD + \overline{C}E + \overline{D}E \\
&= A + \overline{A}CD + \overline{C}E + \overline{D}E \\
&= A + CD + \overline{C}E + \overline{D}E \\
&= A + CD + \overline{CD}E \\
&= A + CD + E
\end{aligned}
$$

【例2.1-5】

$$L = A + AB + \overline{A}C + BD + ACEF + \overline{B}E + DEF$$

$$= A(1 + B + CEF) + \overline{A}C + BD + \overline{B}E + DEF$$

$$= A + C + BD + \overline{B}E + DEF$$

$$= A + C + BD + \overline{B}E$$

【例2.1-6】

$$
\begin{aligned}
L &= \overline{A}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B} + BC + \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D} \\
&= \overline{A}(\overline{B} + \overline{C} + \overline{C}\,\overline{D}) + BC \\
&= \overline{A}\,\overline{BC} + BC \\
&= \overline{A} + BC
\end{aligned}
$$

【例2.1-7】

$$
\begin{aligned}
L &= ACE + \overline{A}BE + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + B\overline{C}E + \overline{C}DE + \overline{A}E \\
&= E(C + B + D + \overline{A}) + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} \\
&= E(\overline{\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}} + \overline{A}) + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} \\
&= E\overline{\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}} + E\overline{A} + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} \\
&= E + E\overline{A} + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} \\
&= E + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}
\end{aligned}
$$

【例2.1-8】

$$
\begin{aligned}
L &= A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B \\
&= A\overline{B}(C + \overline{C}) + (A + \overline{A})B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B \\
&= A\overline{B}C + A\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B \\
&= \overline{B}C(A+1) + A\overline{C}(B + \overline{B}) + \overline{A}B(\overline{C} + 1) \\
&= \overline{B}C + A\overline{C} + \overline{A}B
\end{aligned}
$$

v 逻辑函数的卡诺图法化简

- ü 代数法化简特点：技巧性强，规律性弱。
- ü 卡诺图法化简：有规律。
- ü 卡诺图基础：最小项、最大项。

Ø 最小项

- ü 针对具有 n 个变量的逻辑函数，最小项定义为 n 个变量相与。（每个逻辑变量可以是原变量，也可以是反变量）

- ü 针对具有 n 个变量的逻辑函数，最小项的个数为：2^n 。

- ü 例，具有 A、B 两个变量的逻辑函数，所有的最小项为：

$$\overline{A}\,\overline{B}\ ,\ \overline{A}B\ ,\ A\overline{B}\ ,\ AB$$

- ü 最小项：m_i

Ø 最小项（性质）

- ü 针对 n 个变量的任意一组取值，有且仅有一个最小项的值为 1 。

- ü 任何两个最小项相与，结果为 0 ： $m_i \cdot m_j = 0$ 。

- ü 全部最小项的和，结果为 1 ： $\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1$

- ü 相邻项：只差一个变量不同的两个最小项；
  合并相邻项后，可消去不同的变量。
  例：$ABC + A\overline{B}C = AC$

- ü 标准“与—或”表达式：最小项之和表达式。

  例：$L = f(A,B,C) = \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC = m_3 + m_5 + m_7 = \sum m(3,5,7)$

Ø 最大项

ü 针对具有 n 个变量的逻辑函数，最大项定义为 n 个变量相或。（每个逻辑变量可以是原变量，也可以是反变量）

ü 针对具有 n 个变量的逻辑函数，最大项的个数为：2^n 。

ü 例，具有 A、B 两个变量的逻辑函数，所有的最大项为：

$$A+B \quad , \quad A+\overline{B} \quad , \quad \overline{A}+B \quad , \quad \overline{A}+\overline{B}$$

ü 最大项：M_i

Ø 最大项（性质）

ü 针对 n 个变量的任意一组取值，有且仅有一个最大项的值为 0 。

ü 任何两个最大项相或，结果为 1 ： $M_i + M_j = 1$ 。

ü 全部最大项的与，结果为 0 ： $\prod_{i=0}^{2^n-1} M_i = 0$

ü 相邻项：只差一个变量不同的两个最大项；

合并相邻项后，可消去不同的变量。

例：$(A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C}) = A+B$

ü 标准“或—与”表达式：最大项之与表达式。

例：$L = f(A,B,C) = (A+B+C)(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+\overline{B}+C)$

$$= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_6 = \prod M(0,1,2,4,6)$$

Ø 最小项 ~ 最大项

ü 针对 n 个变量的任意一组取值，最小项最大项互反：

$$m_i = \overline{M_i} \quad , \quad M_i = \overline{m_i}$$

例，3 变量逻辑函数：$m_0 = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} = \overline{A+B+C} = \overline{M_0}$

ü 任意逻辑函数，既可以写成“与—或”，也可以写成“或—与”表达式：

$$\sum m_i = \prod M_j$$

例，3变量逻辑函数：$L = \sum m(3,5,7) = \prod M(0,1,2,4,6)$

Ø 卡诺图

- ü 逻辑功能的另一种表格表示形式。
- ü 通常按二维形式排列。
- ü 行（X）列（Y）方向变量按格雷码编码。
- ü 针对具有 n 个变量的逻辑函数，有 2^n 个小方格，一一对应 2^n 个最小项。

- 卡诺图（二变量）

$A \backslash B$	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$
A	$A\bar{B}$	AB

AB	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$

$A \backslash B$	**0**	**1**
0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

AB	**00**	**01**	**11**	**10**
	m_0	m_1	m_3	m_2

Ø 卡诺图（三变量）

$A \backslash BC$	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

ABC	000	001	011	010	110	111	101	100
	m_0	m_1	m_3	m_2	m_6	m_7	m_5	m_4

Ø 卡诺图（四/五变量）

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

$AB \backslash CDE$	000	001	011	010	110	111	101	100
00	m_0	m_1	m_3	m_2	m_6	m_7	m_5	m_4
01	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}	m_{14}	m_{15}	m_{13}	m_{12}
11	m_{24}	m_{25}	m_{27}	m_{26}	m_{30}	m_{31}	m_{29}	m_{28}
10	m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}	m_{22}	m_{23}	m_{21}	m_{20}

Ø 卡诺图（表示逻辑函数）

- ü 探究：如何用卡诺图表示一逻辑函数。

- ü 步骤：

  逻辑函数写成标准的与或（最小项之和）表达式；

  画出 n 变量卡诺图（假设原逻辑函数为 n 变量）；

  表达式中所有最小项对应的卡诺图小方格填 1 ；

  卡诺图中剩余小方格填 0 ；

  填好后的图形就是该逻辑函数的卡诺图。

【例2.2-1】

画出逻辑函数 $L = f(A,B,C) = AC + BC$ 所对应的卡诺图。

解：逻辑函数写成标准的与或（最小项之和）表达式；

$$L = AC + BC = A\bar{B}C + ABC + \bar{A}BC + ABC$$
$$= A\bar{B}C + ABC + \bar{A}BC$$

L

A \ BC	**00**	**01**	**11**	**10**
0	0	0	1	0
1	0	1	1	0

画出 n 变量卡诺图；

表达式中所有最小项对应的卡诺图小方格填 1 ；

卡诺图中剩余小方格填 0 ；

填好后的图形就是该逻辑函数的卡诺图。

【复例2.2-1】

画出逻辑函数 $L = f(A,B,C) = AC + BC$ 所对应的卡诺图。

解：~~逻辑函数写成标准的与或（最小项之和）表达式~~;

画出 n 变量卡诺图;

$B=1$ 且 $C=1$

$\Downarrow$

L \ BC / A	00	01	11	10
0	0	0	1	0
$A=1 \Rightarrow$ 1	0	1	1	0

$\Uparrow \quad \Uparrow$

$C=1$

表达式中所有最小项对应的卡诺图小方格填 1 ;

AC ： $A=1$ 且 $C=1$

BC ： $B=1$ 且 $C=1$

卡诺图中剩余小方格填 0 ;

填好后的图形就是该逻辑函数的卡诺图。

【例2.2-2】

画出逻辑函数 $L=f(A,B,C,D)=\bar{B}C+BCD+AC\bar{D}+\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{D}$ 所对应的卡诺图。

解：

L $AB \backslash CD$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1	0	1	1
01	1	1	1	0
11	0	0	1	1
10	1	0	1	1

4 变量逻辑函数中

仅含 3 个变量的与项占 2 个小方格；

仅含 2 个变量的与项占 4 个小方格；

仅含 1 个变量的与项占 8 个小方格。

用卡诺图化简逻辑函数的基本思路

Ø 卡诺图（表示逻辑函数）

ü 探究：如何用卡诺图表示一逻辑函数。

ü 步骤：

逻辑函数写成标准的与或（最小项之和）表达式；

画出 n 变量卡诺图（假设原逻辑函数为 n 变量）；

表达式中所有最小项对应的卡诺图小方格填 1；

卡诺图中剩余小方格填 0；

填好后的图形就是该逻辑函数的卡诺图。

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

ü 针对：已知逻辑函数（或最小项）表达式；

要求对二～十进制的转换十分熟悉。

Ø 卡诺图（化简逻辑函数）

- ü 化简依据：
  相邻两个小方格代表的最小项只差一个变量；
  可以合并此两相邻项成一项，从而消去一个变量。

- ü 两个相邻最小项合并可消去一个变量；
  四个相邻最小项合并可消去二个变量；
  八个相邻最小项合并可消去三个变量；
  十六个相邻最小项合并可消去四个变量。

- ü 相邻项：几何相邻或轴对称相邻。

- ü 不适合包含五个以上逻辑变量的逻辑函数简化。

Ø 卡诺图（化简逻辑函数：相邻项合并）

- ü 右图所示 4 变量卡诺图。

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

- ü m_5 的相邻项：
  m_4、m_1、m_7、m_{13}

- ü 合并 m_5、m_4：$\overline{A}B\overline{C}D+\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}=\overline{A}B\overline{C}$

  合并 m_5、m_1：$\overline{A}B\overline{C}D+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D=\overline{A}\,\overline{C}D$

  合并 m_5、m_7：$\overline{A}B\overline{C}D+\overline{A}BCD=\overline{A}BD$

  合并 m_5、m_{13}：$\overline{A}B\overline{C}D+AB\overline{C}D=B\overline{C}D$

Ø 卡诺图（化简逻辑函数：相邻项合并）

ü 右图所示 4 变量卡诺图。

ü m_1 的相邻项：

m_0、m_3、m_5、m_9

ü 合并 m_1、m_0：$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

合并 m_1、m_3：$\overline{A}\,\overline{B}D$

合并 m_1、m_5：$\overline{A}\,\overline{C}D$

合并 m_1、m_9：$\overline{B}\,\overline{C}D$

AB \ CD	**00**	**01**	**11**	**10**
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

卡诺图（化简逻辑函数：相邻项合并）

- 右图所示 4 变量卡诺图。

- m_0 的相邻项：

  m_1、m_4、m_2、m_8

- 合并 m_0、m_1：$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

  合并 m_0、m_4：$\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}$

  合并 m_0、m_2：$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}$

  合并 m_0、m_8：$\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$

AB \ CD	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

Ø 卡诺图（化简逻辑函数：相邻项合并）

ü 右图所示 4 变量卡诺图。

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

ü 合并 m_1、m_3 与 m_5、m_7： $\overline{A}D$

合并 m_1、m_3 与 m_0、m_2： $\overline{A}\,\overline{B}$

合并 m_1、m_3 与 m_9、m_{11}： $\overline{B}D$

ü 合并 m_0、m_2 与 m_8、m_{10}： $\overline{B}\,\overline{D}$

Ø 卡诺图（化简逻辑函数：原则和规律）

ü 包围圈越大，消去变量越多，但只能对 2^n 个相邻小方块实施包围。

ü 小方块可以被重复包围（利用重叠律），但每一个包围圈中至少应有一个小方块未曾被其它包围过。

ü 可包围卡诺图中 1 的小方块，得到原函数的最简“与—或”表达式；

二次求反之后，可以得到原函数的最简“与非—与非”表达式，可全部用“与非”门实现。

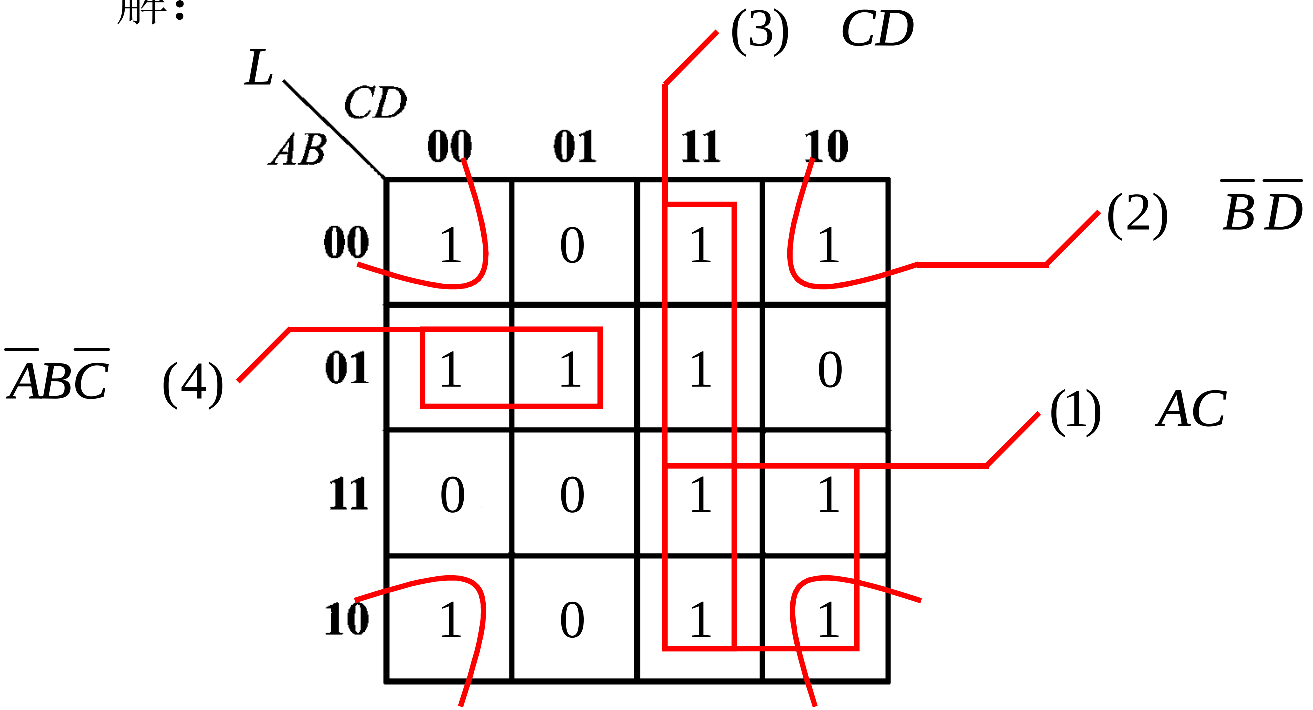
ü 可包围卡诺图中 0 的小方块，得到原函数的最简“或—与”表达式；

二次求反之后，可以得到原函数的最简“或非—或非”表达式，可全部用“或非”门实现。

【例2.3-1】

用卡诺图化简：$L = f(A,B,C,D) = \overline{B}C + BCD + AC\overline{D} + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}$

解：



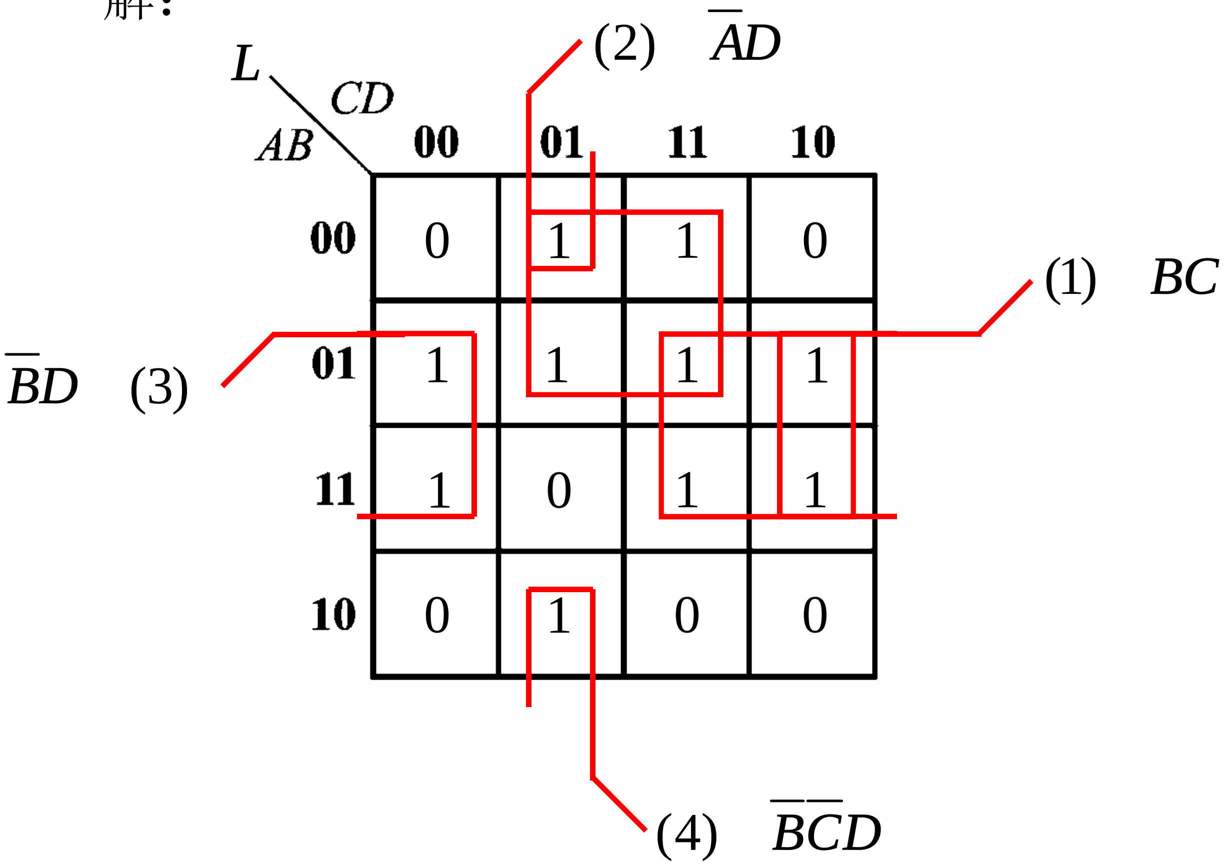
$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	1	1	1	0
11	0	0	1	1
10	1	0	1	1

结论：$L = AC + \overline{B}\,\overline{D} + CD + \overline{A}B\overline{C}$

【例2.3-2】

用卡诺图化简：$L = f(A,B,C,D) = \sum m(1,3,4,5,6,7,9,12,14,15)$

解：



结论：$L = BC + \overline{A}D + \overline{B}D + \overline{B}\overline{C}D$

【例2.3-3】

用卡诺图化简：$L=f(A,B,C,D)=ABC+ABD+A\overline{C}D+\overline{C}\,\overline{D}+A\overline{B}C+\overline{A}C\overline{D}$

解：

L $AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

(2) $\overline{D}$

(1) A

结论：$L=A+\overline{D}$

【例2.3-4】

用卡诺图化简：$L = f(A,B,C,D) = \overline{A}B\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}BC + \sum m(7,10,13,14,15)$

解：

L $AB \backslash CD$	**00**	**01**	**11**	**10**
00	0	0	1	0
01	1	0	1	1
11	0	1	1	1
10	0	0	0	1

结论：$L = \overline{A}B\overline{D} + \overline{A}CD + ABD + AC\overline{D}$

【例2.3-5】

用卡诺图化简：$L = f(A,B,C) = A\overline{B} + BC + AC$ 成最简与或、或与表达式。

解：

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	1	1	0

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	1	1	0

圈 1，得最简与或表达式：$L = A\overline{B} + BC$

二次求反后，得：$L = \overline{\overline{\overline{A\overline{B}}\cdot\overline{BC}}}$

圈 0，得最简或与表达式：$L = (A+B)(\overline{B}+C)$

二次求反后，得：$L = \overline{\overline{\overline{A+B}+\overline{\overline{B}+C}}}$

反函数表达式：$\overline{L} = f(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B} + B\overline{C}$

回顾

Ø 卡诺图（化简逻辑函数：原则和规律）

- ü 包围圈越大，消去变量越多，但只能对 2^n 个相邻小方块实施包围。

- ü 小方块可以被重复包围（利用重叠律），但每一个包围圈中至少应有一个小方块未曾被其它包围过。

- ü 可包围卡诺图中 1 的小方块，得到原函数的最简“与—或”表达式；
  二次求反之后，可以得到原函数的最简“与非—与非”表达式，可全部用“与非”门实现。

- ü 可包围卡诺图中 0 的小方块，得到原函数的最简“或—与”表达式；
  二次求反之后，可以得到原函数的最简“或非—或非”表达式，可全部用“或非”门实现。

Ø 约束条件

- ü 约束项（无关项）：实际中，输入端不可能出现的最小项。

- ü 例：
  在 BCD 编码中，4 位二进制的十六组编码中，只选其中 10 组；
  另外代码作约束项处理（电路中限制这些组合不出现）。

- ü 例：
  十字路口的交通控制灯（红、绿、黄），指挥机动车是否可以通行；
  红灯亮，不能通行；绿灯亮，可以通行；黄灯亮，应停车；
  在控制灯正常运行时，不允许同时有两个或两个以上的灯亮；
  即：两个或两个以上的灯亮的情况应受到制约（约束）。

约束条件（表示方法）

- 以十字路口的交通控制灯为例。

  A：红灯，B：绿灯，C：黄灯，Z：机动车；

  灯亮为 1，灯暗为 0；

  机动车可以通行为 0，停车为 1 。

- 右图所示真值表

  “×”表示约束项（无关项），分别对应：

  $\overline{A}BC$ ， $A\overline{B}C$ ， $AB\overline{C}$ ， ABC

- 函数表示法：$Z = f(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}C + A\overline{B}\,\overline{C}$

  约束条件： $\overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC = 0$

  或者：$Z = f(A,B,C) = \sum m(1,4) + \sum d(3,5,6,7)$

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	×
1	0	0	1
1	0	1	×
1	1	0	×
1	1	1	×

【例2.4】

用卡诺图化简：$L=f(A,B,C,D)=\sum m(2,3,4,5,9,10,12,15)+\sum d(0,1,6,11,13)$

解：

L $AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	×	×	1	1
01	1	1	0	×
11	1	×	1	0
10	0	1	×	1

结论：$L=B\overline{C}+\overline{B}C+AD$

v 本节作业

- ü 习题 1（P52）（不含卡诺图化简）

  17、18.2、20增加画波形图和卡诺图、21.1/3/5、22

- ü 习题 1（P53）（卡诺图化简）

  23.2/4、24.2/4、27.1/2

- ü 提示：

  17 题，两个函数的对偶式和反函数式都需要写出；

  18 题，要求用代数法证明；

  20 题，相当于写出用逻辑问题的所有描述方法；

  22 题，两个函数的最小最大项都需要写出，写成 m_i、M_j 格式即可；

  24 题 4，约束条件表明，C 不能等于 D；

  27 题，所谓最少量，即要求用卡诺图化简。