הסקה אוטומטית ושימושיה -- תרגיל בית 3

נתונים טכניים

1. תאריך הגשת התרגיל: 7 ביוני 2022.
2. מותר להגיש בזוגות, אך אין חובה לעשות זאת.
3. יש לשלוח אלי במייל (כתובתו רשומה כאן `https://u.cs.biu.ac.il/~zoharyo1/`) קובץ *zip* שיכלול את הדברים הבאים:
   (א) כל הקוד שכתבתם בפייתון
   (ב) קובץ *pdf* שיכלול את שמות המגישים, תעודות הזהות שלהם, והתשובות לשאלות.
4. הרגישו חופשי לשאול שאלות בפורום הקורס במודל (וגם לענות, אך מבלי לגלות את התשובות לשאלות שבתרגיל).
5. מוזמנים להשתמש בפורום גם למציאת בן/בת זוג להגשה.

הכנה לתרגיל

1. נמשיך לעבוד עם *pysmt*, אבל עבור תרגיל זה, יש לחבר אותו עם $z3$.
2. בהינתן ש-*pysmt* מותקן, יש להריץ את הפקודה הבאה:

```
pysmt-install --z3
```

לאחר מכן יש להריץ

```
pysmt-install --env
```

תקבלו הדפסה של פקודה אותה יש להעתיק, להדביק ולהריץ. הפקודה משנה את משתנה המערכת $PYTHONPATH$ כדי ש-$z3$ יהיה זמין. יש לעשות זאת מחדש בכל פעם שפותחים חלון טרמינל.

3. כדי לוודא שהספרייה מותקנת ועובדת יחד עם $z3$, יש לכתוב קובץ פייתון ולהריץ אותו, ולוודא שאין שגיאות. תוכן הקובץ הוא:

```
from pysmt import solver
a = Solver("z3")
```

4. לקריאה נוספת:
   (א) להריץ

```
pysmt-install --help
```

(ב) מידע על התקנת ספריות פייתון:
https://packaging.python.org/en/latest/tutorials/installing-packages/

(ג) הקוד של *pysmt*: https://github.com/pysmt/pysmt

(ד) הדוקיומנטציה של *pysmt*: https://pysmt.readthedocs.io/en/latest/

תרגיל

1. כתבו תכנית פייתון שמקבלת כקלט בעיית התקנה (מהסוג שראינו בכיתה) וקובעת האם יש תכנית התקנה שמתאימה לה. במידה ויש, על התכנית להציג אחת כזו. פרטים מלאים ודוגמאות זמינים כאן:

https://github.com/yoni206/ar-class-2022-hw3.

2. תהי $\Sigma = (P_\Sigma, F_\Sigma, a_\Sigma)$ סיגנטורה. ליטרל ב-Σ נקרא שטוח אם יש לו את אחת מהצורות הבאות:

- $x = y$ עבור משתנים x, y.
- $x \neq y$ עבור משתנים x, y.
- $x = f(x_1, \ldots, x_n)$ עבור משתנים $x, x_1, \ldots, x_n$ וסימן פונקציה $f \in F_\Sigma$ עם $a_\Sigma(f) = n$.
- $P(x_1, \ldots, x_n)$ עבור משתנים $x_1, \ldots, x_n$ וסימן פרדיקט $P \in P_\Sigma$ עם $a_\Sigma(P) = n$.
- $\neg P(x_1, \ldots, x_n)$ עבור משתנים $x_1, \ldots, x_n$ וסימן פרדיקט $P \in P_\Sigma$ עם $a_\Sigma(P) = n$.

קובייה ב-Σ נקראת שטוחה אם כל הליטרלים בה שטוחים.

להלן מערכת של כללי היסק שהופכת קוביה ב-Σ לקוביה שטוחה ב-Σ שספיקה איתה ביחד. בכללי ההיסק אנו מזהים קוביות עם קבוצות של ליטרלים.

- $\dfrac{s = t \in X}{X \setminus \{s = t\} \cup \{x_s = t, x_s = s\}}$ אם s אינו משתנה
- $\dfrac{s \neq t \in X}{X \setminus \{s \neq t\} \cup \{x_s \neq t, x_s = s\}}$ אם s אינו משתנה
- $\dfrac{x \neq t \in X}{X \setminus \{x \neq t\} \cup \{x \neq x_t, x_t = t\}}$ אם t אינו משתנה
- $\dfrac{x = f(s_1, \ldots, s_n) \in X}{X \setminus \{x = f(s_1, \ldots, s_n)\} \cup \{x = f(s_1, \ldots, s_{i-1}, x_{s_i}, s_{i+1}, \ldots, s_n), x_{s_i} = s_i\}}$ אם s_i אינו משתנה.
- $\dfrac{P(s_1, \ldots, s_n) \in X}{X \setminus \{P(s_1, \ldots, s_n)\} \cup \{P(s_1, \ldots, s_{i-1}, x_{s_i}, s_{i+1}, \ldots, s_n), x_{s_i} = s_i\}}$ אם s_i אינו משתנה.

שאלות:

(א) מערכת כללי ההיסק לעיל אינה מספיקה -- חסר לה כלל אחד. מהו?
(ב) הוכיחו: $P(s)$ ספיקה אם ורק אם $P(x) \wedge x = s$ ספיקה כאשר x הוא משתנה שאינו מופיע ב-s.
(ג) היפכו את הנוסחה הבאה לשטוחה באמצעות כללי ההיסק: $x \leq y + (z + w) \wedge w \neq x + x \wedge \neg(x \leq z)$.

3. תהי Σ'_{LA} הסיגנטורה המתקבלת מ-Σ_{LA} על ידי מחיקת סימן היחס $\leq$ (למעשה, ב-Σ'_{LA} אין כלל סימני יחס).

(א) הציגו נוסחה ב-Σ'_{LA} שספיקה על ידי מבנה Σ'_{LA} כלשהו, אבל לא על ידי מבנה LRA.
(ב) עבור הנוסחה שהצגתם, הציגו גזירה בתחשיב CC שהמוכיחה שהיא אכן ספיקה.
(ג) הציגו מודל כלשהו שמספק את הנוסחה שבחרתם.

4. עבור כל אחת מהנוסחאות הבאות, קיבעו אם היא ספיקה או לא. אם היא ספיקה, הציגו מבנה שמספק אותה. אם היא לא ספיקה, הוכיחו זאת.

רמז: לרוב, כדי להוכיח שנוסחה אינה ספיקה, מניחים בשלילה שיש מבנה שמספק אותה ומקבלים סתירה. מכיוון שלא למדנו אלגוריתם CC עם פרדיקטים, לא ניתן להשתמש באלגוריתם כזה כטיעון לאי ספיקות או לספיקות.

(א) $x \neq y \wedge P(x) \wedge P(y)$
(ב) $x = y \wedge P(x) \wedge P(y)$
(ג) $x = y \wedge P(x) \wedge \neg P(y)$
(ד) $P(x) \wedge Q(x, y) \wedge \neg Q(x, x) \wedge x \neq y$
(ה) $x = y \wedge y \neq z \wedge (P(x) \leftrightarrow P(z))$