

הסקה אוטומטית ושימושיה – תרגיל בית 1

נתונים טכניים

1. תאריך הגשת התרגיל: 3 באפריל 2022.
2. מותר להגיש בזוגות, אך אין חובה לעשות זאת.
3. יש לשלוח אלי במייל קובץ *zip* שיכלול את הדברים הבאים:
 - (א) כל הקוד שכתבתם בפייתון
 - (ב) קבצי ה-*cnf* שנתבקשתם ליצור
 - (ג) קובץ *pdf* שיכלול את שמות המגשים, תעודות הזהות שלהם, והתשובות לשאלות.
4. הרגישו חופשי לשאול שאלות בפורום הקורס במודל (וגם לענות, אך מבלי לגלות את התשובות לשאלות שבתרגיל).
5. מוזמנים להשתמש בפורום גם למציאת בן/בת זוג להגשה.

תרגיל

1. ממשו בפייתון שני פותרני *SAT*:
 - (א) מעבר על כל ההשמות האפשריות למשתנים.
 - (ב) *DPLL* כפי שנלמד בכיתה.בשני המקרים יש לפרסר קבצי *cnf* ולהדפיס *sat* אם הנוסחה המיוצגת בקובץ ספיקה ו-*unsat* אם היא אינה ספיקה.
חובה לממש ולבחון את המימושים על פי ההנחיות המפורטות כאן:
<https://github.com/yonit206/ar-class-2022-hw1>
2. בשיעור הראשון יצרנו את הנוסחאות הבאות:

$$\varphi_{foo} = ((\neg a \wedge \neg b \wedge h) \vee (\neg(\neg a \wedge \neg b) \wedge ((\neg a \wedge g) \vee (a \wedge f))))$$

$$\varphi_{goo} = ((a \wedge f) \vee (\neg a \wedge ((b \wedge g) \vee (\neg b \wedge h))))$$

$$\varphi = \varphi_{foo} \leftrightarrow \varphi_{goo}$$

- (א) רשמו את $\neg\varphi$ (שימו לב לשלילה!) בצורת *cnf* לפי האלגוריתם של צייטין.
- (ב) צרו קובץ *cnf* שמייצג את הנוסחה שרשמתם.
- (ג) הריצו את הסולברים שמימשתם על הקובץ הזה. התוצאה אמורה להיות *unsat*.
 - i. מה התוצאה אומרת על הפונקציות *foo* ו-*goo* מהשיעור הראשון?
 - ii. איזה סולבר היה מהיר יותר?

לנוחותכם, להלן ההגדרה המלאה של שיטת צייטין. תהי נוסחה A . ניצור נוסחה B כדלהלן:
עבור כל תת נוסחה C של A שאינה משתנה נגדיר משתנה חדש p_C . נגדיר את B להיות הנוסחה $p_A \wedge \bigwedge_{\{C \in \text{sub}(A)\}} E(C)$
כאשר $E(C)$ מוגדרת כך:

$$E(C) = \begin{cases} \text{CNF}(p_C \leftrightarrow C) & C \text{ is variable} \\ \text{CNF}(p_C \leftrightarrow \text{true}) & C \text{ is true} \\ \text{CNF}(p_C \leftrightarrow \text{false}) & C \text{ is false} \\ \text{CNF}(p_C \leftrightarrow \neg p_D) & C = \neg D \\ \text{CNF}(p_C \leftrightarrow (p_{C_1} \wedge p_{C_2})) & C = C_1 \wedge C_2 \\ \text{CNF}(p_C \leftrightarrow (p_{C_1} \vee p_{C_2})) & C = C_1 \vee C_2 \\ \text{CNF}(p_C \leftrightarrow (p_{C_1} \rightarrow p_{C_2})) & C = C_1 \rightarrow C_2 \\ \text{CNF}(p_C \leftrightarrow (p_{C_1} \leftrightarrow p_{C_2})) & C = C_1 \leftrightarrow C_2 \end{cases}$$

$$\text{CNF}(p \leftrightarrow C) = \begin{cases} (\neg p_C \vee C) \wedge (\neg C \vee p_C) & C \text{ is variable} \\ (\neg p_C \vee \text{true}) \wedge (\text{false} \vee p_C) & C \text{ is true} \\ (\neg p_C \vee \text{false}) \wedge (\text{true} \vee p_C) & C \text{ is false} \\ (\neg p_C \vee \neg p_D) \wedge (p_D \vee p_C) & C \text{ is } \neg D \\ (\neg p_C \vee p_{C_1}) \wedge (\neg p_C \vee p_{C_2}) \wedge (\neg p_{C_1} \vee \neg p_{C_2} \vee p_C) & C \text{ is } C_1 \wedge C_2 \\ (\neg p_C \vee p_{C_1} \vee p_{C_2}) \wedge (\neg p_{C_1} \vee p_C) \wedge (\neg p_{C_2} \vee p_C) & C \text{ is } C_1 \vee C_2 \\ (\neg p_{\{C\}} \vee \neg p_{C_1} \vee p_{C_2}) \wedge (p_{C_1} \vee p_C) \wedge (\neg p_{C_2} \vee p_C) & C \text{ is } C_1 \rightarrow C_2 \\ (\neg p_C \vee \neg p_{C_1} \vee p_{C_2}) \wedge (\neg p_C \vee p_{C_1} \vee \neg p_{C_2}) \wedge (p_C \vee \neg p_{C_1} \vee \neg p_{C_2}) \wedge (p_C \vee p_{C_1} \vee p_{C_2}) & C \text{ is } C_1 \leftrightarrow C_2 \end{cases}$$

3. בכיתה הוכחנו שניתן לפתור נוסחאות הורן בזמן ריבועי.

(א) הוכיחו את 2 הלמות הבאות, אותן רק ציינו בכיתה ללא הוכחה:

i. למה 1: תהי F נוסחה. נניח שיש ב- F פסוקית עם ליטרל אחד ℓ . תהי F' הנוסחה המתקבלת מ- F על ידי מחיקת כל הפסוקיות בהן ℓ מופיע, ומחיקת $\bar{\ell}$ מכל הפסוקיות בהן $\bar{\ell}$ מופיע. אז כל השמה שמספקת את F מספקת גם את F' , ואם F' ספיקה אז גם F ספיקה.

ii. למה 2: תהי F נוסחת הורן כך שבכל פסוקית יש לפחות שני ליטרלים. אז F ספיקה.

(ב) האלגוריתם הפולינומיאלי שראינו לפתרון נוסחאות הורן עלול לתת תשובה לא נכונה על נוסחאות שאינן הורן. הסיבה לכך היא שלמה 2 נכונה רק לנוסחאות הורן. תנו דוגמה לנוסחה F שאינה הורן, שבה בכל פסוקית יש לפחות שני ליטרלים, אך היא אינה ספיקה.