

הסקה אוטומטית ושימושיה - 2024

תרגיל בית 2

נתונים טכניים

1. תאריך פרסום התרגיל: 21 בינואר 2024.
2. תאריך הגשת התרגיל: 11 בפברואר 2024.
3. מומלץ להגיש בזוגות, אך אין חובה לעשות זאת.
4. יש להגיש בסאבמיט קובץ `zip` שיכלול את הדברים הבאים:
(א) קובץ פייתון בשם `sat_solver.py` שמכיל את הפתרון לשאלה 1. אם הקובץ מסתמך על קבצים נוספים, יש לכלול אותם גם.
(ב) קובץ `pdf` שיכלול שמות, תעודות זהות, ותשובות לשאלות.
5. אשמח אם תשאלו שאלות בפורום הקורס במודל (וגם אם תענו, אך מבלי לגלות את התשובות לשאלות שבתרגיל).
6. תוכלו להשתמש בפורום גם למציאת בן/בת זוג להגשה.

שאלות

1. ממשו בפייתון שני פותרני `SAT`:
(א) ממשו בפייתון פותרן `SAT` שעובד על ידי מעבר על כל ההשמות האפשריות למשתנים.
(ב) ממשו בפייתון פותרן `SAT` שמבוסס על `DPLL` כפי שנלמד בכיתה.
(ג) הריצו את הפותרנים על שני הקבצים הבאים. איזה פותרן מהיר יותר?
<https://u.cs.biu.ac.il/~zoharyo1/ar-class/2022-2023/verification.cnf> `i`
<https://u.cs.biu.ac.il/~zoharyo1/ar-class/2022-2023/verification2.cnf> `ii`
בשני הסעיפים הראשונים יש לפרסר קבצי `cnf` ולהדפיס `sat` אם הנוסחה המיוצגת בקובץ ספיקה ו-`unsat` אם היא אינה ספיקה.
חובה לממש ולבחון את המימושים על פי ההנחיות המפורטות כאן:
<https://github.com/yoni206/ar-class-2024-hw2>
2.
(א) לכל נוסחה פסוקית X נגדיר ב- $var(X)$ את קבוצת המשתנים הפסוקיים המופיעים ב- X . לדוגמה: $var(p \wedge \neg q) = \{p, q\}$. תהיינה A ו- B נוסחאות בלוגיקה פסוקית כך ש- $var(A) \cap var(B) = \{p_0\}$. נניח כי הנוסחה $p_0 \rightarrow (A \rightarrow B)$ תקפה. הוכיחו כי $p_0 \rightarrow \neg A$ או $p_0 \rightarrow B$ תקפה.
(ב) שלישיה (a, b, c) של מספרים שלמים וחיוביים נקראת פיתגורית אם $a^2 + b^2 = c^2$. צביעה של המספרים $\{1, \dots, n\}$ היא פונקציה מ- $\{1, \dots, n\}$ ל- $\{blue, red\}$. שלישיה של מספרים (a, b, c) נקראת מונוכרומ-טית ביחס ל- f אם $f(a) = f(b) = f(c)$. לדוגמה: אם $n = 10$ ו- f היא הפונקציה שמחזירה תמיד `red`, אז השלישייה $3, 4, 5$ היא שלישית פיתגורית מונוכרומטית. כתבו נוסחה בלוגיקה פסוקית מעל המשתנים $\{p_1, \dots, p_{40}\}$ שספיקה אם ורק אם קיימת צביעה f של $\{1, \dots, 40\}$ ללא שלישיה פיתגורית מונוכרומ-טית ביחס ל- f . הציגו השמה שמספקת אותה, וכן צביעה ללא שלישיה פיתגורית מונוכרומטית שמתאימה להשמה.¹

¹לקריאה נוספת: <https://www.cs.utexas.edu/~marijn/ptn/>

(ג) הוכיחו כי בעיית הספיקות עבור נוסחאות $dual - Horn$ היא ב- P . תוכלו להסתמך על המשפט שהוכחנו לגבי נוסחאות $Horn$, אך אין חובה לעשות זאת.

3. הוכיחו / הפריכו לגבי $DPLL$.

- (א) לכל קונפיגורציה (M, F, D) , אין משתנה שמופיע פעמיים ב- M .
- (ב) לכל קונפיגורציה (M, F, D) , אם (M, F, D) גזירה מ- (\square, F, \emptyset) בתחשיב $DPLL$ אז אין משתנה שמופיע פעמיים ב- M .
- (ג) לכל קונפיגורציה (M, F, D) , אין משתנה שמופיע ב- M אך לא ב- F .
- (ד) לכל קונפיגורציה (M, F, D) , אם (M, F, D) גזירה מ- (\square, F, \emptyset) בתחשיב $DPLL$ אז אין משתנה שמופיע ב- M אך לא ב- F .
- (ה) לכל קונפיגורציה (M, F, D) , אין משתנה שמופיע ב- F אך לא ב- M .
- (ו) לכל קונפיגורציה (M, F, D) , אם (M, F, D) גזירה מ- (\square, F, \emptyset) בתחשיב $DPLL$ אז אין משתנה שמופיע ב- F אך לא ב- M .

תזכורת לתחשיב $DPLL$:

$$\begin{aligned}
 &\text{כלל } Decide: \frac{(M, F, D)}{(M :: \ell, F, D \cup \{\ell\})} \text{ כאשר } var(\ell) \text{ מופיע ב-} F \text{ אך } var(\ell) \text{ לא מופיע ב-} M. \\
 &\text{כלל } Fail: \frac{(M, F, D)}{Fail} \text{ כאשר } D = \emptyset \text{ ויש פסוקית } C \text{ ב-} F \text{ כך ש-} \neg C \models v_M. \\
 &\text{כלל } BackTrack \text{ BT}: \frac{(M :: \ell :: N, F, D)}{(M :: \bar{\ell}, F, D \setminus \{\ell\})} \text{ כאשר } \ell \in D, \neg C \models v_{M :: \ell :: N} \text{ ו-} N \cap D = \emptyset. \\
 &\text{כלל } UP \text{ UnitPropagate}: \frac{(M, F, D)}{(M :: \ell, F, D)} \text{ כאשר יש } C \text{ כך ש-} C \vee \ell \text{ היא פסוקית ב-} F, var(\ell) \text{ לא מופיע ב-} M \text{ ו-} \neg C \models v_M.
 \end{aligned}$$