

Análisis aplicativo de Métodos Geoestadísticos para la caracterización radiológica de unidades geológicas en La Plata y Yaguará, Huila.

Proyecto de Grado

Autor

Jhonatan David Martinez Tejada

Director

PhD. Lihki José Rubio Ortega



Pregrado de Geología

Departamento de Física y Geociencias

Universidad del Norte

Barranquilla

Mayo 2024

AGRADECIMIENTOS

Primeramente le doy gracias a Dios por su infinita misericordia y a mi familia por todo su apoyo brindado desde que tengo uso de razón hasta el día de hoy. A mi padre Charles Martinez que con el sudor de su frente y poniendo en riesgo su vida ha hecho de todo para que yo salga adelante, a mi madre Mirna Tejada que siempre ha estado ahí anteponiendo sus asuntos personales por mi bienestar, mil gracias por que a pesar de las faltas y errores hasta ahora me han brindado su amor. A mis tíos Loly, Raquel, Marlin y Jackeline por todo su apoyo y buenos consejos. A mi hermana Vanessa que es la persona que mas quiero en el mundo, a mis primos Jean, Gerson, María y Karen que me alegran el ambiente cuando los visito. Ahora me gustaría mencionar a algunos amigos, Katia, Julián, Eduardo, Cristian, Wilev, Armando, Andrés, Valery y Stefanny, entre otros, el espacio es limitado, gracias por hacer mi experiencia en la Universidad más amena, tuve mucha suerte de coincidir con ustedes en diferentes momentos de la carrera. A mis amigos Camilo, Andrés y Darien, muchas gracias por ser clave en un momento de mi vida que simplemente me la devolvió. A mi amiga Daniela que ha estado ahí en las buenas y malas. A los profesores Darling Vasquez, Luis Otero, Javier Idarraga, Juan Royero y Juan Domínguez, cuales desbordan pasión por enseñar y despertaron mi interés por entrar en virtud del conocimiento para la vida. Al profesor Lihki Rubio que me brindo una mano cuando la necesitaba y logró hacer posible esto, siendo pieza clave para ir avanzando en la investigación. Por último, doy gracias a todas las personas que tuvieron alguna buena intención sincera con mi persona en cualquier momento, me hacen recordar que la bondad aún existe, qué este mundo no esta tan perdido y vale la pena. Me gustaría terminar citando a Marie Curie, cual precisamente me impactó su vida, revisando la literatura.

“No hay que temer nada en la vida, sólo hay que entender”

Contenido

RESUMEN	4
ABSTRACT	4
INTRODUCCIÓN.....	5
MARCO TEÓRICO	6
RADIACIÓN	6
GEOESTADÍSTICA	11
VALIDACIÓN DE MODELOS.....	16
MARCO GEOLÓGICO.....	17
Formación Seca:	19
Formación Caballos:	20
Formación Hondita:.....	20
Loma Gorda:	20
Formación Saldaña:.....	20
Formación Gigante:	21
Monzogranito de Algeciras:.....	21
Batolito de Ibagué:	21
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	21
OBJETIVO GENERAL.....	22
Objetivos Específicos:	23
METODOLOGIA:.....	23
RESULTADOS.....	25
Kriging para Potasio.....	25
Kriging para Torio	29
Kriging para Urano.....	34
Splines cúbicos para Potasio	37
Splines cúbicos para Torio	38
Splines cúbicos para Urano	40
Vecinos cercanos	40
DISCUSIONES	41
CONCLUSIONES	43
REFERENCIAS	44

RESUMEN

La radiación es un fenómeno físico que depende de la probabilidad estadística a niveles cuánticos. Esta forma de energía es considerada la más limpia; no obstante, podría contribuir a la mutación de células y, por ende, a la aparición del cáncer. Delimitar geográficamente los lugares donde hay altos niveles de radioactividad a través de una superficie continua sirve para determinar si se podría ver afectada la salud humana o develar un posible yacimiento con atractivo económico. En esta investigación se realizó una serie de modelos que predicen espacialmente la distribución de la radiación de los isótopos de Urano, Torio y potasio por medio de métodos geoestadísticos y matemáticos, resultando como mejor estimador el Kriging Esférico, sin embargo, los otros métodos demostraron su ventaja en ciertos casos específicos que se describen en este trabajo. Un aspecto importante es la intrínseca relación entre los minerales productos de los procesos geológicos y la cantidad de radiación que puede albergar estas unidades en el Huila, minerales como la Monacita, la Pechblenda y el Feldespato potásico son importantes fuentes de radiación.

Palabras claves: Modelo, Radiación, Isótopo, Geoestadística, Validación, Estimación

ABSTRACT

Radiation is a physical phenomenon that depends on statistical probability at quantum levels. This form of energy is considered the cleanest; however, it could contribute to the mutation of cells and thus to the development of cancer. Geographically delimiting the places where there are high levels of radioactivity through a continuous surface serves to determine if human health could be affected or to reveal a possible deposit with economic attractiveness. In this research a series of models that spatially predict the distribution of radiation of Uranium, Thorium and potassium isotopes by means of geostatistical and mathematical methods were carried out, resulting as the best estimator the

Spherical Kriging, however, the other methods demonstrated their advantage in certain specific cases that are described in this work. An important aspect is the intrinsic relationship between the minerals products of geological processes and the amount of radiation that can host these units in Huila, minerals such as Monazite, Pitchblende and K-feldspar are important sources of radiation.

INTRODUCCIÓN

La predicción espacial de datos en el ámbito geológico se ha convertido en una herramienta esencial para comprender la distribución y variabilidad de procesos naturales como la radioactividad asociada a elementos como el Urano, Potasio y Torio. De esta forma, la capacidad de obtener representaciones continuas y precisas para toda el área de las concentraciones radioactivas y de cualquier variable espacial cuantitativa, es muy importante para caracterizar plenamente las formaciones geológicas por medio de estimaciones matemáticas. En términos generales, este presente estudio se enfoca en realizar un análisis de métodos geoestadísticos para la interpolación de datos, con el propósito de brindar una herramienta útil para avanzar en la comprensión de las complejidades geológicas asociadas con la distribución en el espacio de los elementos de interés.

La importancia de la caracterización radiométrica a partir de las mediciones de isótopos no estables por medio de modelos matemáticos, esencialmente, radica en la relevancia para estimar el comportamiento radiológico dependiendo de la unidad geológica, ayudando a la protección de la salud pública y el medio ambiente. En particular, debido a que conocer concentraciones radiactivas en el suelo puede mejorar la comprensión del fenómeno de radioactividad y su impacto en la salud humana. Además, el conocimiento de estas propiedades radiactivas es fundamental para la toma de decisiones en el ámbito de la seguridad nuclear y la protección radiológica. También es relevante para realizar inferencias de posibles recursos energéticos como minerales de interés económico en el sector energético y metalúrgico. Como lo indica, Alonso, D. (2019).

MARCO TEÓRICO

RADIACIÓN

Durante mucho tiempo en la edad media se buscaba la trasmutación, es decir, convertir la materia en otra distinta, probaron todas las maneras sin éxito. Sin embargo, ignoraban que el fenómeno si existía la naturaleza, y es uno de los principales factores asociados al desarrollo del cáncer. No fue hacia finales del siglo XIX, la científica Polaca Marie Curie, estando en su búsqueda de un tema de investigación para su doctorado, encontró un informe del físico francés Henry Becquerel muy peculiar, trataba de un tipo de luz “invisible” que podía pasar a través de otros materiales como el papel o la madera. Al experimentar con una placa fotográfica esta se ponía negra y contorneaba la imagen de una parte del cuerpo como las manos de su mujer, incluso si se le privaba de luz solar por mucho tiempo al material que lo emitía, según Arce, J. (2005). A través de los años, Marie Curie dedicó el resto de su vida a estudiar la denominada radiación y el origen de esta. Encontró que el torio emitía la misma clase de radiación que el Uranio. Descubrió junto a su esposo, Pierre Curie, dos nuevos elementos los cuales denominaron Polonio y Radio según Binda, M. (2019). Lamentablemente, su búsqueda los condujo a un trágico final a causa de la radiación.

Posteriormente, todos los descubrimientos realizados por la pareja junto a otros, como el descubrimiento del electrón, las cargas, el neutrón, los neutrinos etc., cambiaron el paradigma de la ciencia y dieron paso al desarrollo de la física moderna para que físicos como Planck y Einstein desarrollaran sus teorías de Radiación de Cuerpo Negro y el Efecto Fotoeléctrico, como lo indica Zemansky, M. (2009).

¿Qué es la radiación?

La radiación se define como las partículas que emiten algunos átomos, cuales están cargadas energéticamente como resultado de las transformaciones ocurridas a escala cuántica. De acuerdo a Zemansky, M. (2009), entre esta esta la radiación de partículas cargadas eléctricamente (Alfa y Beta),

y la radiación de partículas sin cargas (Neutrinos, Gamma y X). A continuación, se explica el proceso que lleva a cabo que sucede este fenómeno para cada tipo de radiación.

Partículas Alfas

Se debe a que cuando hay gran cantidad de protones en el núcleo del átomo se necesita mayor cantidad de neutrones para que la unión en el núcleo se mantenga estable, sin embargo, cuando ocurre un cambio de partícula como consecuencia de la interacción débil, el átomo despidie dos protones y neutrones, también llamados núcleos de Helio cargados positivamente. Cómo se explica en la siguiente ecuación.

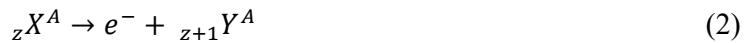


Donde X es el elemento radioactivo con un numero atómico Z y numero masico A, este emite una partícula alfa y se transforma en un elemento Y con 2 protones y neutrones menos en su núcleo.

La probabilidad de emisión se define como la capacidad que esta tiene para superar la barrera de potencial que la mantiene adentro del núcleo y por lo general para una partícula es de 4 a 6 MeV, también interactuan fuertemente con los campos electromagnéticos y puede ionizar la materia, pero esto hace que a medida que avance, pierda su energía.

Partículas beta

Estas son concebidas como electrones rápidos cuales velocidades se acercan a la de la luz, al igual que las partículas alfas se emiten espontáneamente de los núcleos atómicos para alcanzar a tener una configuración estable, la emisión está representada de la siguiente manera



En la cual X representa el núcleo del elemento de numero atómico Z y masico A, que se transforma en un elemento Y de numero atómico Z+1, se subdivide *n beta positivo y negativo*, en las cuales se gana o se pierde un neutrón respectivamente, por transformación de subpartículas que lo

conforman, en el primer caso un neutrón se convierte en protón y en la segunda sucede de forma viceversa. Un aspecto resaltante es que, a diferencia de la emisión Alfa, la masa del átomo se ve levemente afectada porque la masa de un electrón es muy pequeña en comparación de los protones y neutrones.

Rayos X y Gamma

Es la radiación electromagnética emitida por los átomos y no tiene carga eléctrica suficiente para interaccionar con los campos electromagnéticos del espacio. Los rayos X son consecuencia del reordenamiento de electrones en las orbitales del átomo mientras que los rayos Gamma son producto del reordenamiento de las partículas dentro del núcleo, ambos procesos liberan energía cada que el átomo se excita producto de la desintegración Beta y Alfa o algún proceso externo, y tiene una duración de milésimas de segundos.

Neutrinos

Estos no poseen carga e interactúan levemente con la materia, a tal punto que su existencia hasta recientemente era solamente teórica, sin embargo, su descubrimiento se llevó a cabo por medio de novedosas técnicas científicas, cuales consistían en un aislamiento casi perfecto y se teoriza que estas partículas pueden proporcionar gran información de los procesos internos en la tierra, como por ejemplo los mecanismos de producción de calor interna en la Tierra debido a la radiación.

Decaimiento radioactivo.

Como consecuencia de las transformaciones energéticas mencionadas anteriormente, los elementos inestables de la tabla periódica pasan por una serie de elementos mientras dura la vida media de cada uno, en la tierra existen familias radioactivas naturalmente cuales terminan en la emisión de un isótopo estable como Plomo o Argón, cómo afirma Arce, J. (2005).

Las partículas emitidas del fenómeno espontáneo se describen como un proceso estadístico debido a que la probabilidad de las subpartículas a cambiar su configuración energética es distinta.

Ley de decaimiento radioactivo

Cuando un núcleo individual se convierte en algún otro con la emisión de radiación, se dice que el núcleo decae. El decaimiento radioactivo se produce en todos los núcleos con $Z>82$, y también para algunos isótopos inestables con $Z<83$. La tasa de decaimiento resulta proporcional al número de núcleos originales, es decir los no decaídos en la sustancia, según lo afirma Zemansky, M. (2009). El número de núcleos perdidos por el decaimiento, $-dN$ en el intervalo de tiempo dt , se escribe:

$$\begin{aligned}\Delta N/N &= -\lambda \Delta t \\ \frac{\Delta N}{\Delta t} &= -\lambda N \\ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} &= -\lambda N \\ N &= N_0 e^{-\lambda t} \\ \ln \left(\frac{N}{N_0} \right) &= -\lambda t \\ N &= N_0 / 2^{t/\lambda} \\ T &= \ln 2 / \lambda\end{aligned}\tag{3}$$

Donde λ se denomina la constante de decaimiento. (El signo menos indica que el número de núcleos originales es menor con el tiempo). Es decir, cuantos más núcleos estén disponibles para decaer, más es más probable a que el átomo experimente este fenómeno en el tiempo dt . Así, si conocemos la vida media $T/2$ de una sustancia radioactiva, podemos encontrar su constante de decaimiento. El tiempo de vida T de una sustancia radioactiva se define como la cantidad media de existencia de un núcleo antes de decaer.

Radioactividad Geológica

Por medio de estudios geofísicos a través de la litosfera por medio de muestras obtenidas pozos de petróleo, mediciones in situ etc. Se han observado variaciones tanto verticales y horizontalmente en la corteza terrestre dentro de rocas como granitos y pizarras, las fuentes principales de radiación son de afinidad continental, cómo teoriza Arce, J. (2005).

Concentración promedio de Radioactividad por tipo de Roca:			
	U (ppm)	Th (ppm)	K(ppm)
Tipos de rocas	Promedio	Promedio	Promedio
Extrusivas ácidas	4.1	11.8	3.1
Intrusivas ácidas	4.5	25.7	3.4
Extrusivas Intermedias	1.1	2.4	3.1
Intrusivas Intermedias	3.2	12.2	2.1
Extrusivas básicas	0.3	2.2	0.7
Intrusivas básicas	0.8	2.3	0.5
Ultra-básicas	0.3	1.4	0.3
Rocas sedimentarias químicas	3.6	11.9	0.6
Carbonatos	2	1.3	0.3
Rocas sedimentarias detríticas	4.8	12.4	1.5
Rocas ígneas metamórficas	4	14.5	2.5
Rocas sedimentarias metamórficas	3	12	2.1

Tabla 1: Radiación según tipo de roca. Adaptado de: *Arce, J. (2015)*.

Debido a la relativa abundancia de los núcleos de Urano-238, Torio-232 y Potasio-40, con sus productos radioactivos, son la mayor fuente de radioactividad presente en rocas y sus componentes minerales entre los cuales se puede encontrar de acuerdo a cada ion radioactivo los siguientes compuestos.

Potasio	Minerales	Ortoclasa y feldespatos microline [KAlSi ₃ O ₈]
	Muscovita	[H ₂ KAl(SiO ₄) ₃]
	Alunita	[K ₂ Al ₆ (OH) ₁₂ SO ₄]
	Silvita,carnalita	[KCl,MgCl ₂ .6H ₂ O]
Torio	Minerales	Monazita [ThO ₂ +fósforo de tierra rara]
	Torianita	[(Th,U)O ₂]
	Torita, uranotorita	[ThSiO ₄ +U]
Uranio	Minerales	Uraninita [óxido de U, Pb, Ra+Th, tierras raras]
	Carnotita	[K ₂ O.2UO ₃ .V ₂ O ₅ .2H ₂ O]
	Gumita	[alteración de la uraninita]

Tabla 2: Isótopos radioactivos presentes en los minerales. Recuperado de *Arce, J. (2015)*.

GEOESTADÍSTICA

La Geoestadística fue introducida gracias a Matheron en 1962, un matemático y geólogo, este la definió como la aplicación del formalismo de las funciones aleatorias al reconocimiento y estimación de fenómenos naturales (Viera, 2002), formalizó y generalizó matemáticamente un conjunto de técnicas desarrolladas por Krige, un ingeniero de minas, basadas en la correlación espacial para predecir reservas de oro en las minas de Sudáfrica. La Geoestadística se aplica en una variedad de procesos donde se presentan variaciones espaciales, en disciplinas relacionadas con las ciencias de la tierra, como la Minería, Metereología, Geología, Geotecnia e Hidrología.

Variograma

La Geoestadística se emplea en la actualidad para predecir valores de una variable espacio-temporal y establecer correlaciones entre ellos, utilizando un análisis denominado Variograma. Tras este análisis, se realizan estimaciones en áreas no muestreadas mediante el método de kriging. El Variograma se utiliza para cuantificar la correlación entre observaciones distribuidas espacialmente y para inferir estimaciones de variables aleatorias en puntos no muestreados (Martínez-Vargas & Ramírez-García, 2005). Esto permite entender cuán similares pueden ser los puntos en el espacio a medida que se alejan entre sí. El análisis estructural o estudio variográfico, según Armstrong y

Caringnan (1997), implica el cálculo del semivariograma experimental y su ajuste a un modelo teórico conocido, entre los más usados tenemos los siguientes:

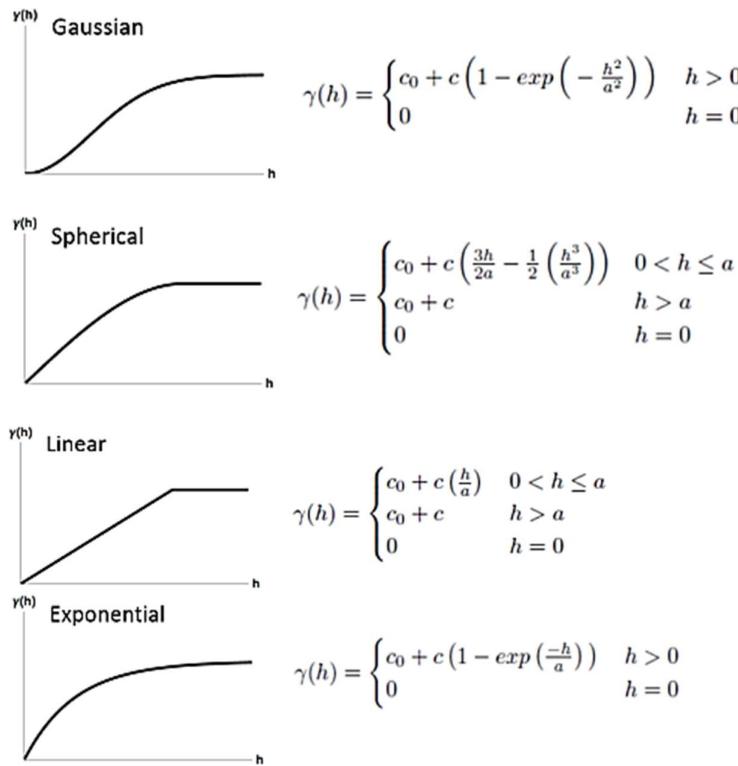


Figura 1. Diferentes modelos matemáticos del Variograma. 1.Esférico, 2. Exponencial, 3. Gaussiano, 4. Lineal. Recuperado de: *De, W., & Caballero, J. (2011)*.

Kriging Ordinario

El Kriging se basa en una teoría de variables regionalizadas que presupone que la variación espacial en el fenómeno representado por los valores Z es estadísticamente homogénea a lo largo de toda la superficie, es decir, se observa el mismo patrón de variación en todas las ubicaciones sobre la superficie. De acuerdo al manual de ArcGIS, la hipótesis de homogeneidad espacial es fundamental para la teoría de variables regionalizadas. Se nombra como variable regionalizada Z (x) a la variable distribuida en el espacio de manera tal que presenta una estructura espacial de covarianza y por ende

de correlación espacial. En particular, el método está basado en modelos estadísticos del variograma que incluyen la autocorrelación, tiene la capacidad de producir un área de predicción y también proporcionar alguna medida de certeza de las predicciones.

$$Z(x_0) - \mu = \sum_{i=1}^n W_i [Z(x_i) - \mu(x_0)] \quad (4)$$

El Kriging supone que la distancia entre los puntos de muestra exhibe una correlación espacial que explica la variación en la superficie. La herramienta ajusta una función matemática a un número específico de puntos o a todos los puntos dentro de un radio específico determinado por el usuario, para estimar el valor de salida para cada ubicación.

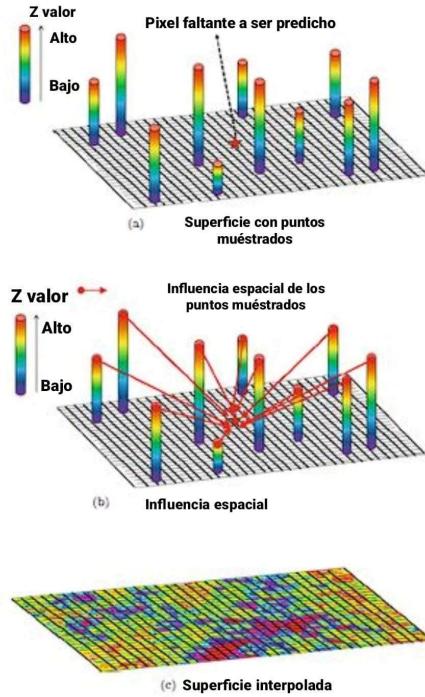


Figura 2: Ejemplo de cómo funciona la técnica Kriging. Las flechas rojas representan la influencia de la distancia. Fuente: *Bhattacharjee, S., Soumya Kanti Ghosh, & Chen, J. (2019)*

Splines

La herramienta Spline utiliza un método de interpolación que estima los valores usando una función de carácter matemática que minimiza la curvatura general de la superficie, lo que resulta en un área suave, que pasa exactamente por los puntos de entrada. (Franke, R. 1982).

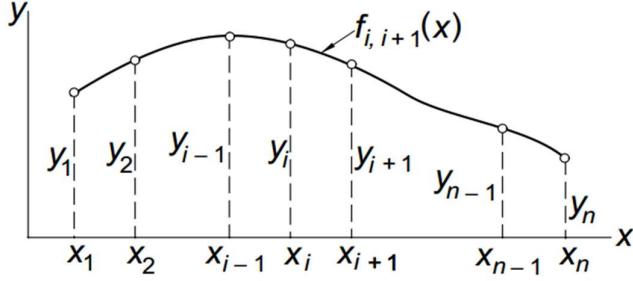


Figura 3: Esquema de funcionamiento para implementar la técnica Spline. Recuperada de:

Kiusalaas, J (2009).

El método numérico consiste en encontrar una función $f''_{i,i+1}(x)$ $f_{i,i+1}(x)$ y luego una $f'_{i,i+1}(x) = k_i l_i(x) + k_{i+1} l_{i+1}(x)$ por medio de una Interpolación de dos puntos de Lagrange donde “k” es la pendiente obtenida al derivar la función. A continuación, la explicación algebraica:

$$\begin{aligned}
 l_i(x) &= \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} & l_{i+1}(x) &= \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \\
 \int f''_{i,i+1}(x) dx &= \int \left(k_i \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} + k_{i+1} \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \right) dx & \\
 f'_{i,i+1}(x) &= \frac{k_i}{x_i - x_{i+1}} \frac{(x - x_{i+1})^2}{2} + \frac{k_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} \frac{(x - x_i)^2}{2} + C & \\
 \int f'_{i,i+1}(x) dx &= \int \left(\frac{k_i}{x_i - x_{i+1}} \frac{(x - x_{i+1})^2}{2} + \frac{k_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} \frac{(x - x_i)^2}{2} + C \right) dx & \\
 f_{i,i+1}(x) &= \frac{k_i}{x_i - x_{i+1}} \frac{(x - x_i)^3}{6} + \frac{k_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} \frac{(x - x_{i+1})^3}{6} + Cx + D &
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 C &= A - B \\
 D &= -Ax_{i+1} + Bx_i
 \end{aligned} \tag{6}$$

Así tenemos:

$$f_{i,i+1}(x) = \frac{k_i}{x_i - x_{i+1}} \frac{(x-x_i)^3}{6} + \frac{k_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} \frac{(x-x_i)^3}{6} + (A - B)x + -Ax_{i+1} + Bx_i \quad (7)$$

Finalmente:

$$\begin{aligned} f_{i,i+1}(x) &= \frac{k_i}{x_i - x_{i+1}} \frac{(x-x_i)^3}{6} - \frac{k_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} \frac{(x-x_i)^3}{6} + A(x - x_{i+1}) - B(x - x_i) \\ \text{ii. } f_{i,i+1}(x_{i+1}) &= y_{i+1} \\ -\frac{k_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} \frac{(x-x_i)^3}{6} + B(x_{i+1} - x_i) &= y_{i+1} \end{aligned} \quad (8)$$

$$B = \frac{y_{i+1}}{(x_i - x_{i+1})} - \frac{k_{i+1}}{6}(x_i - x_{i+1})$$

iii. Sustitución por completar A, B $f_{i,i+1}(x)$

$$\begin{aligned} f_{i,i+1}(x) &= \frac{k_i}{x_i - x_{i+1}} \frac{(x-x_i)^3}{6} - \frac{k_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} \frac{(x-x_i)^3}{6} + \left(\frac{y_i}{(x_i - x_{i+1})} - \frac{k_i}{6}(x_i - x_{i+1}) \right)(x - x_{i+1}) \\ &\quad - \left(\frac{y_{i+1}}{(x_i - x_{i+1})} - \frac{k_{i+1}}{6}(x_i - x_{i+1}) \right)(x - x_i) \\ f_{i,j+1}(x) &= \frac{k_i}{6} \left[\frac{2(x-x_{j+1})^2}{x_i - x_{i+1}} - (x_i - x_{i+1}) \right] \\ &\quad - \frac{k_{k+1}}{6} \left[\frac{3(x-x_i)^2}{x_i - x_{t+1}} - (x_i - x_{i+1}) \right] \\ \Gamma_{i=1,1}(x) &= \frac{k_{1+1}}{b} \left[\frac{3(x-x_1)^3}{x_i - x_1} - (x_{i-1} - x_1) \right] \\ &\quad - \frac{k_{i1}}{6} \left[\frac{x(x-x_{i-1})^2}{x_{i-1} - x_i} - (x_{i1} - x_i) \right] \\ &\quad + \frac{y_{i-1} - y_i}{x_{h-1} - x_i} \end{aligned} \quad (9)$$

2. Igualar: $f_{i-1,1}(x_i) = f_{i,j+1}(x_i)$

$$k_{i,i+1}(x_{i-1} - x_i) + 2k_i(x_{i-1} - x_{i+1}) + k_{i+1}(x_i - x_{i+1}) = \frac{k_i}{6} \left[\frac{(x - x_{i+1})^3}{x_i - x_{i+1}} - (x - x_{i+1})(x_i - x_{i+1}) \right] \\ - \frac{k_{i+1} - y_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \left(\frac{(x - x_i)^3}{x_i - x_{i+1}} - (x - x_i)(x_i - x_{i+1}) \right) \\ x_i - x_{i+1} - y_{i+1}(x - x_i)$$

No existe alguna fórmula o regla general para utilizar splines para interpolar una superficie, usualmente es recomendada la cubica que maximiza la curvatura entre los puntos. Una analogía sería los mapas de isolíneas como ejemplo: Isotermas, Isobatas, Curvas de nivel etc.

Vecinos Cercanos

El algoritmo de interpolación por vecino más próximo es simple, pero no es muy preciso para realizar un buen registro de imágenes. Funciona de la siguiente manera, se recorre cada punto de referencia y se busca el punto más cercano del dato de referencia dentro de la región que se solapa, en lugar de calcular la distancia euclíadiana entre los puntos, lo que es muy costoso en términos de tiempo, así que se redondean las coordenadas del punto de la imagen flotante a su valor entero más cercano para encontrar el valor más cercano en los datos de referencia. Jiménez, F. (2008).

VALIDACIÓN DE MODELOS

Coeficiente de Pearson: Es una medida de la correlación lineal entre dos variables cuantitativas. Va de -1 a 1, donde 1 significa una correlación positiva perfecta, -1 significa una correlación negativa perfecta y 0 significa que no hay correlación lineal, funciona mejor en una distribución normal.

Coeficiente de Kendall: Es una medida de correlación no paramétrica que se encarga de evaluar la asociación ordinal entre dos conjuntos variables.

Coeficiente de Spearman: Evalúa la relación entre dos variables ordinales o de intervalo que se basa estrictamente en el grado de concordancia entre las clasificaciones de las variables sin importar el orden lineal, es decir en su forma dispersa.

RMSE (Root Mean Squared Error): Es una medida de la diferencia entre los valores predichos por el modelo y los valores observados en la realidad. Se calcula como la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de estas diferencias. Hodson, T. (2022).

$$\text{RMSE} = \sqrt{\sum_{j=1}^n \frac{(y_{\text{pred}} - y_{\text{ref}})^2}{N}} \quad (10)$$

MAE (Mean Absolute Error): Es una medida de la diferencia entre los valores predichos por el modelo y los valores observados en la realidad, pero a diferencia del RMSE, se calcula como la media de los valores absolutos de estas diferencias. Hodson, T. (2022).

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |y_j - \hat{y}_j| \quad (11)$$

Coeficiente de determinación (R cuadrado): Es una medida de la proporción de variabilidad en la variable dependiente que es explicada por un modelo. Los valoren que alcanza a tomar van de 0 a 1, donde 1 indica que el modelo explica toda la variabilidad del fenómeno y 0 indica que no explica nada. Hodson, T. (2022).

$$R^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2}{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (12)$$

MARCO GEOLÓGICO

Según el Servicio Geológico Colombiano en la plancha 366 elaborada en el año 2001, el área de la Plata- Yaguará se pertenece a la subcuenca Neiva en el Valle Superior del Magdalena y afloran rocas del Triásico-Jurásico (Formaciones Saldaña, Monzogranito de Algeciras y Batolito de Ibagué), Cretáceas (Formaciones Caballos, Hondita, Loma Gorda, La Tabla, Olini y Seca), Paleógenas (Formaciones Palermo, Bache, Tesalia, Potrerillos, Doima, Honda y Gigante) y Cuaternarias

(Aluviones, Coluviones y Terrazas). A partir de mediciones con el detector portátil de radiación se hallaron valores anomalías para el conjunto de mediciones de datos para uranio, considerablemente en la Formación La Tabla, que se pueden asociar a niveles de Fosforitas con una posible presencia de elementos de las Tierras Raras y en cuarzoarenitas finas de la Formación Potrerillos.

Mapa geológico del departamento del Huila

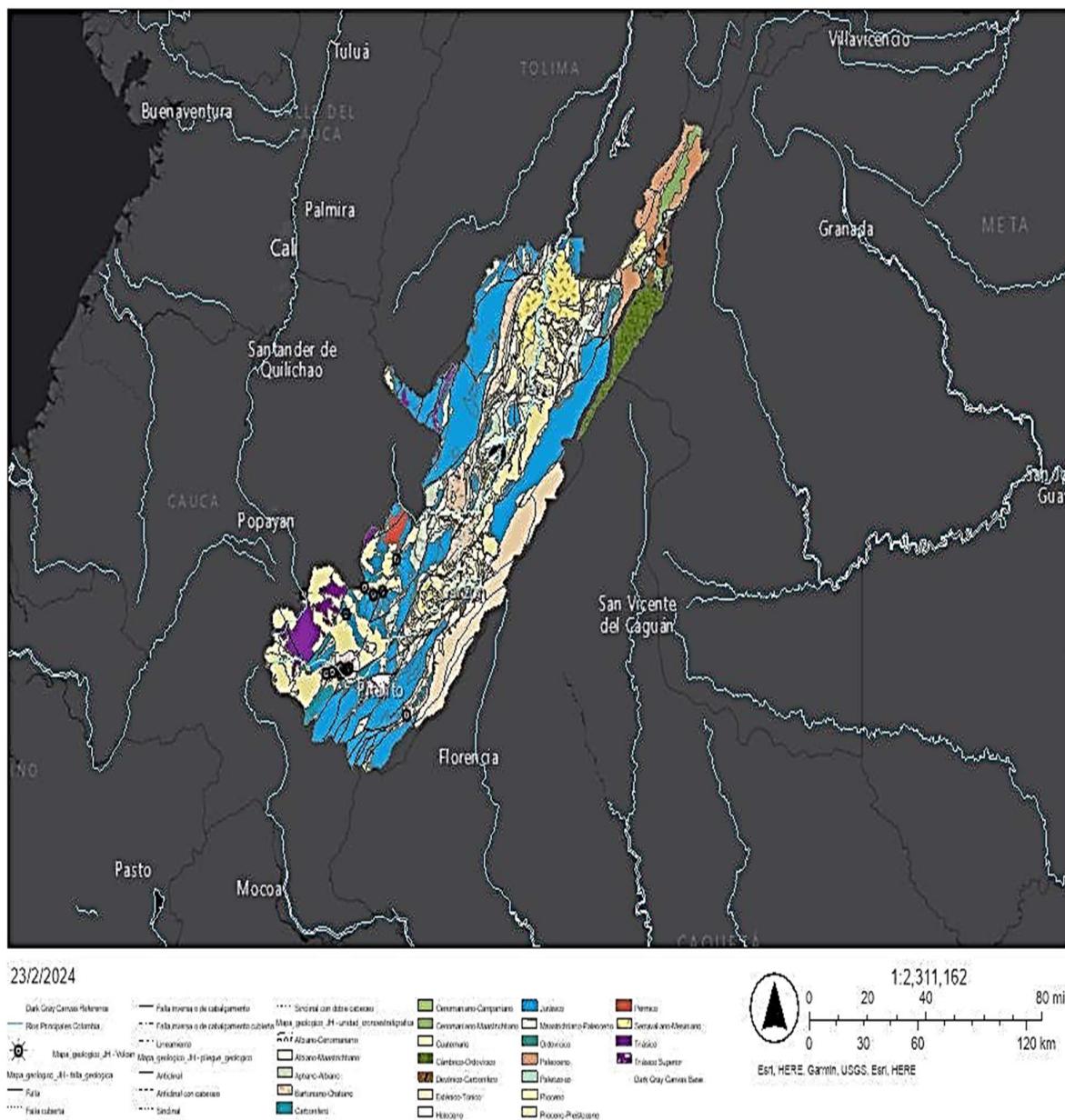


Figura 5: Mapa geológico del departamento del Huila. Fuente: Generado en ArcGIS por el autor

Formación Seca:

La Formación Seca es una secuencia de capas de areniscas y lutitas rojas. En la quebrada Seca, al sur de Cambao, se encuentra la sección tipo de esta formación. La parte inferior está compuesta

principalmente por lodoletas rojizas y verdosas con venas de yeso, mientras que la parte superior presenta bancos de areniscas líticas de grano fino a medio, de color gris a verde oscuro, compuestas de chert y otros componentes líticos, con una matriz arcillosa.

Formación Caballos:

La Formación Caballos se divide en tres unidades litológicas. La parte inferior está compuesta por areniscas cuarzosas de grano medio a grueso de color blanco, con intercalaciones de láminas delgadas de lodo carbonoso y lentes conglomeráticos irregulares. La parte media incluye intercalaciones de lodoletas negras y grises, areniscas de grano fino y calizas micríticas y esparíticas. El miembro superior consiste en areniscas cuarzosas de grano fino a medio, con tonos rojizos debido a la presencia de cemento ferruginoso, y capas menores de lodoletas. Velandia, F., Et al. (2001).

Formación Hondita:

La Formación Hondita se presenta plegada y fallada, lo que dificulta determinar su espesor total. Sin embargo, se estima que en el área puede alcanzar los 400 m. Se caracteriza por intercalaciones de lodoletas arenosas y limolitas grises, con restos fósiles de peces, amonitas, bivalvos y fragmentos carbonosos de plantas. También se puede observar en la formación capas delgadas y medianas de calizas negras micríticas, fosilíferas. Velandia, F., Et al. (2001).

Loma Gorda:

En Loma Gorda se encuentran lutitas, lodoletas silíceas y chert estratificados en capas delgadas a medianas, con una abundancia de foraminíferos. Estas rocas están muy replegadas y repetidas, y en la base de la unidad se presentan lodoletas calcáreas laminadas y algunas intercalaciones de calizas micríticas negras. Velandia, F., Et al. (2001).

Formación Saldaña:

Debido a la meteorización y a factores tectónicos, la caracterización de la Formación Saldaña presenta desafíos. Sin embargo, se han identificado tobas vítreas, cristalinas y litocristalinas, con variaciones en textura y composición, como los principales componentes de esta formación. También

se observan diques andesíticos a dacíticos, así como limolitas de arenitas rojas tobáceas y aglomerados volcánicos. Velandia, F., Et al. (2001).

Formación Gigante:

La Formación Gigante consta de intercalaciones de areniscas y arcillolitas, con niveles de piroclastitas y epiclastitas. Se observan capas muy gruesas de gravas polimícticas en la base, constituidas por cantos y bloques de rocas volcánicas y metamórficas. También se presentan tobas pumíticas, lahares, arenas pumíticas y brechas pumíticas, compuestas por fragmentos angulares de pumitas, vidrio y cuarzo. Velandia, F., Et al. (2001).

Monzogranito de Algeciras:

Este cuerpo intrusivo presenta una composición de granito-cuarzomonzdiorita, con textura fanerítica de grano medio a grueso. Los minerales félscicos incluyen cuarzo, plagioclasa y feldespato potásico, mientras que los máficos son biotita, hornblenda y, localmente, piroxeno. Velandia, F., Et al. (2001).

Batolito de Ibagué:

El Batolito de Ibagué está compuesto principalmente por una composición tonalítica a granodiorítica, con una textura fanerítica de grano medio a grueso. Los minerales félscicos incluyen cuarzo, plagioclasa y feldespato potásico, mientras que los máficos son hornblenda, biotita y ocasionalmente piroxeno. La composición es homogénea con pequeñas variaciones texturales y composicionales. Velandia, F., Et al. (2001).

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

En el ámbito geológico y el sector energético, la medición de variables como leyes de corte, concentración y recurrencia de elementos de interés resulta crucial para llevar a cabo proyectos económicos y de gestión. El inconveniente reside debido a que, generalmente, aplicarla para toda el área es muy costosa y a veces hasta inviable por las condiciones del terreno. Sin embargo, existen diversas herramientas, entre ellas la geoestadística, para una precisa predicción de datos y es muy

importante a la hora de tomar decisiones informadas. En ese aspecto, la aplicación de técnicas como Kriging, Splines, Vecinos Cercanos, entre otras, a los datos radiométricos en el complejo geológico presenta una oportunidad significativa para mejorar la comprensión de la distribución espacial del fenómeno de distribución de los isótopos o cualquier otro elemento según el caso, y por ende a optimizar la exploración y explotación de recursos.

El Kriging, como método de interpolación geoestadística, también conocida como regresión en procesos gaussianos, se basa en la teoría de la regionalización espacial, y asume la existencia de una correlación espacial entre los puntos de muestreo. Esta característica lo convierte en una herramienta idónea para trabajar con datos radiométricos, los cuales exhiben una variabilidad espacial compleja debido a la naturaleza heterogénea del entorno geológicos. Posteriormente después de aplicar el modelo, se pueden desarrollar mapas de distribución espacial con una precisión considerable, que ayudan en medida a identificar patrones, anomalías y tendencias que podrían pasar desapercibidas a simple vista y también ofrece información sobre la incertidumbre asociada a las estimaciones realizadas, al saber la certeza asociada a las predicciones hechas, los tomadores de decisiones podrían evaluar mejor los riesgos y diseñar estrategias de exploración, explotación y mitigación efectivas, y sostenibles.

OBJETIVO GENERAL

El principal objetivo de esta investigación es realizar un análisis aplicativo de métodos geoestadísticos, como Kriging, Splines, y Vecinos Cercanos en la interpolación de datos geoespaciales a través de modelos matemático computacionales, con el fin proporcionar una visión detallada y optima de la distribución espacial de Uranio, Potasio y Torio en el área geológica del Huila, para al avance de las técnicas de caracterización geológica por medio de simulaciones espaciales, evaluando la precisión y confiabilidad de los resultados.

Objetivos Específicos:

- Evaluar la eficacia de métodos geoestadísticos clásicos, como Kriging Ordinario, en la interpolación de concentraciones de uranio, potasio y torio en áreas geológicas específicas en comparación de otras técnicas de uso rápido como Splines y Vecinos Cercanos.
- Usar geoestadísticas avanzadas y complementación con GIS para generar mapas de distribución espacial de elementos radiactivos.
- Analizar la influencia de la variabilidad de la muestra desde el punto de vista geofísico y la densidad de datos en la precisión de la interpolación mediante los métodos geoestadísticos.
- Identificar posibles sesgos o limitaciones asociadas con cada método geoestadístico, proponer estrategias para mitigarlos y ofrecer alternativas de uso según sea la necesidad de un problema en específico que requiera la implementación de estas técnicas.
- Caracterizar las propiedades radiométricas de las unidades geológicas y explicar el origen de las anomalías basado en el contexto geológico.

METODOLOGIA:

La metodología empleada en este estudio se compone de varias etapas esenciales para lograr un análisis integral de los datos de radioactividad asociados a los isótopos inestables presentes en el suelo, y establecer su contexto espacial en toda el área. Inicialmente, se realiza la preparación de los datos obtenidos en la página de Datos Abiertos de Colombiana de la Plata-Yaguará, de un área aproximada de 1300 km², donde se muestreo 2179 puntos de control. Para la obtención de los valores, se empleó un Detector Portátil de Radiación – Gamaespectrómetro, modelo RS – 230 (BGO-SUPER-SPEC) de la marca Radiation Solutions Inc, cual funciona gracias a un detector de centelleo de estado sólido de Bismuto Germanio Bi₄Ge₃O₁₂. Posteriormente, se limpian los datos radiactivos del Servicio Geológico, cuales fueron medidos por un, utilizando herramientas estadísticas y de manipulación de datos en Python versión 3.11, para ajustarlos a una distribución normal. Según Pyrcz (s.f.), la distribución gaussiana multivariante es fundamental en la modelización de propiedades continuas, ya

que es única para inferir distribuciones condicionales. Los algoritmos geoestadísticos modernos dependen de esta distribución para predecir propiedades continuas, y se caracteriza por un vector medio y una matriz de varianza-covarianza, lo que la hace compacta y fácil de manejar para representar correctamente el variograma de cada uno de los isótopos radioactivos.

Se realiza una matriz de covarianza y de distancias calculadas a partir de los límites geográficos de los datos proyectados en el elipsoide WGS84. Posteriormente, se aplana y se grafica la diferencia al cuadrado de los datos en función de la distancia. Luego, se implementa un modelo de Kriging mediante el software SAGA GIS, que ya cuenta con una matriz de distancia en el elipsoide WGS84, optimizando los parámetros geoestadísticos para lograr una estimación precisa de los datos radiactivos sin consumir demasiados recursos. Este modelo se valida mediante una evaluación de parámetros de error, y pruebas de correlación para verificar su rendimiento.

En un cuadernillo de Jupyter, se utiliza la biblioteca Scipy-interpolation para aplicar la herramienta de splines de dos dimensiones en una malla de 100x100 unidades georreferenciadas previamente creadas. Se asigna un grado cúbico tanto en el eje x como en el eje y. Para generar el mapa de vecinos cercanos, se emplea la herramienta 2D-neighborhood de Scipy en una malla de las mismas dimensiones. Luego, se realizan operaciones geométricas convirtiendo todo a capas vectoriales, para generar un mapa georreferenciado. Con finalidad de evaluar la validez de los modelos, se realiza una transformación ráster a los mapas para crear gráficos de distribuciones estadísticas con su media y mediana. Además, mediante la biblioteca Scikit-learn, se calculan las medidas de *MAE*, *RMSE*, *R²*, y los coeficientes de *Spearman*, *Kendall* y *Pearson*.

Una vez interpolados los datos, se generan mapas predictivos por unidad geológica del mejor modelo para representar la distribución espacial de las concentraciones de Urano, Potasio y Torio en toda el área de interés, con los respectivos test estadísticos que sean pertinentes, como el de *Shapiro-Wilk* para la normalidad, y *Mann-Whitney U* para diferencias significativas en las variables observadas y predichas, al ser una distribución no paramétricamente normal. Estos mapas son complementados

con análisis estadísticos adicionales para comprender la variabilidad espacial y las posibles tendencias presentes en los datos. Además, se lleva a cabo un análisis geológico detallado, considerando la literatura científica existente y comparando los hallazgos obtenidos con estudios geológicos previos para determinar su coherencia y contribución a la investigación.

RESULTADOS

Analisis Exploratorio

Antes de aplicar las técnicas para interpolar, se realizo un análisis exploratorio de los dato. En el cual, los istopos de Potasio y Uranio, mostraron una desviación estándar menor 1.5, el isotopo de Torio cuenta con una desviación estándar relativamente alta con un valor de 4.33; Sin embargo para el isotopo de Uranio y Torio, la media es superior al doble de la desviación estándar, en contraste, al isotopo de potasio cual su media y desviación estándar son similares.

Isótopo	Media	Desviación estándar	Mínimo	25%	50%	75%	Máximo
Potasio	1.6	1.4	0.0	0.5	1.1	2.4	8.0
Uranio	2.83	1.31	0.0	1.9	2.7	3.6	2.9
Torio	9.95	4.33	0.0	6.7	9.8	13.0	19.9

Tabla 3: Análisis exploratorio de los datos.

Kriging para Potasio

Al realizar una serie de variogramas para representar la variabilidad espacial de las concentraciones de radiación de Potasio en el área del Huila se obtuvieron las siguientes figuras 5, 6 y 7, como resultado. En la figura 6 y 7 se observa como el variograma creado se adapta a la curva de covarianza que exhiben los datos originales, modelando bien desde aproximadamente el primer kilómetro hasta aproximadamente 24 kilómetros. Es destacable que los variogramas en la figura 6 y 7 empiezan con un nugget mayor al de los datos originales, pero la logran aproximarse bien a la covarianza de la mayoría de datos. En cambio, el variograma de la figura 5 consigue representar la curva de la covarianza de los datos hasta aproximadamente los siete kilómetros, empieza con un nugget igual a los datos en el origen, pero tiene una meseta inferior al resto del comportamiento de los datos.

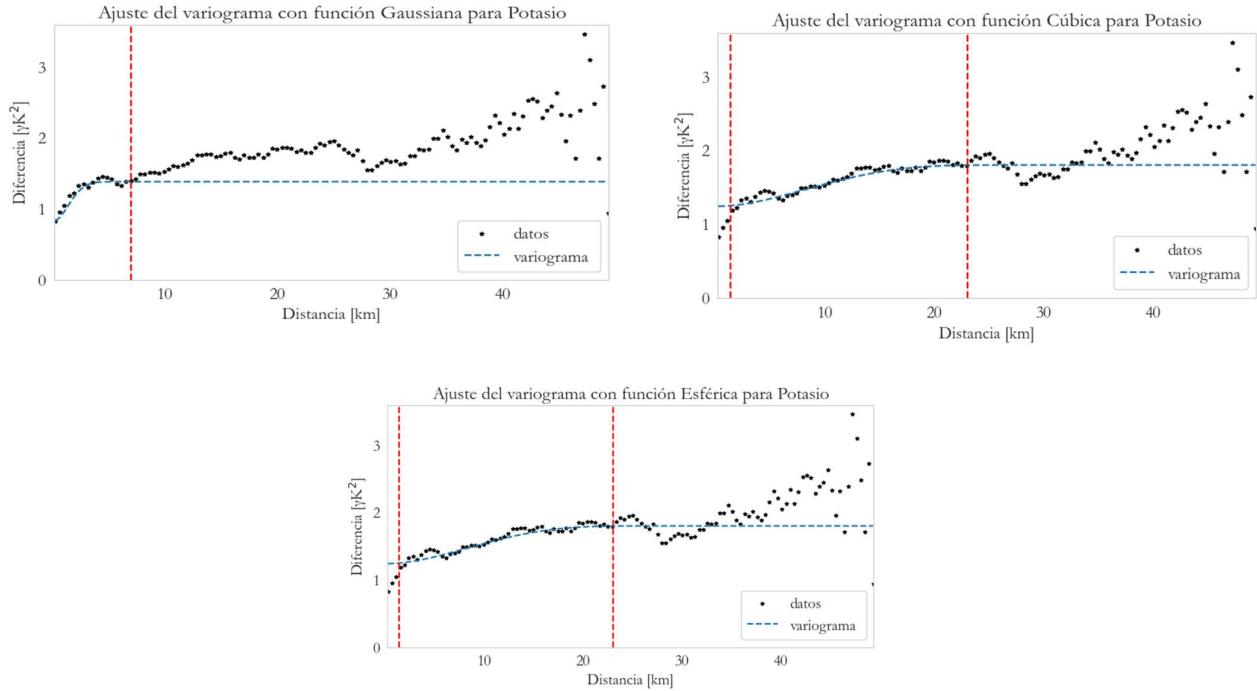


Figura 5, 6 y 7: Variogramas con función Gaussiana, Cúbica y Esférica para Potasio

A partir de los Variogramas generados se construyeron los siguientes mapas en la figura 8, las estrellas marcan los puntos originales donde se tomaron los datos y el sombreado corresponde a el ráster obtenido al hacer uso de Kriging. Es resaltable el color Vinotinto, se debe a que en las zonas sur y algunos bordes no hubo suficiente relevancia espacial para modelar los nuevos valores.

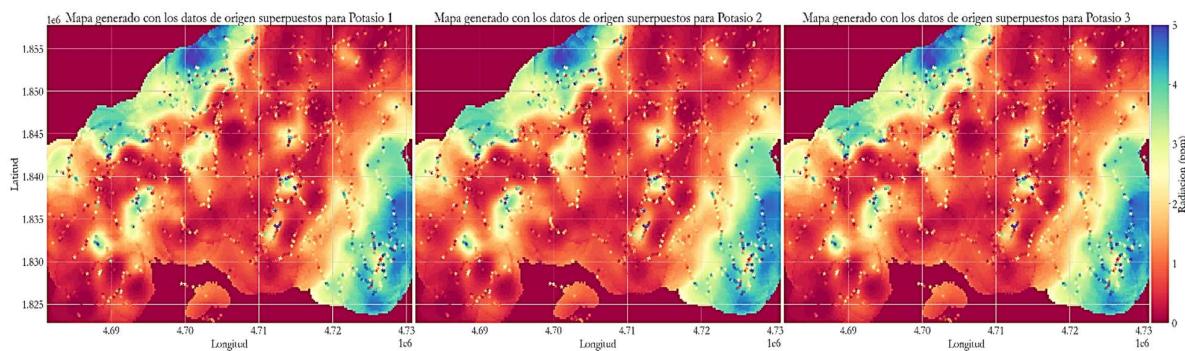


Figura 8: Mapas predictivos para Potasio

Las medidas de error y gráficos estadísticos mostrados a continuación ilustran que tan bueno es el modelo, y caracterizan el comportamiento en general de la predicción respecto a los datos

originales. El gráfico de violín muestra que la distribución del modelo se parece a la de los datos originales, pero los datos extremos no se generaron. La media y la mediana parecen coincidir. Las medidas de correlación dadas por los coeficientes son altas, el error cuadrático medio es bajo y el coeficiente de determinación (R^2) es de más del 70% para el Esférico, y 60% para los otros. La prueba de Mann Whitney U arrojó un p valor menor a 0.05 para todos los resultados, cual indica que las distribuciones entre los datos predichos y observados son significativamente diferentes.

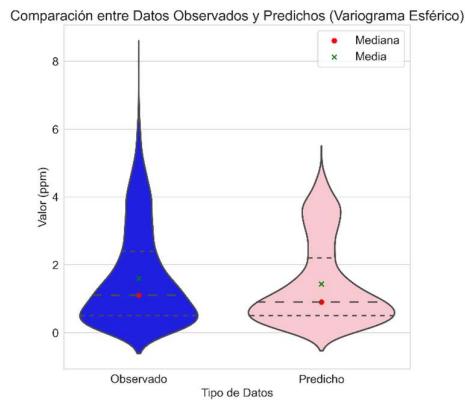


Tabla de Resultados de validacion para Kriging con variograma Esférico	
Coefficiente de correlación de Spearman:	0.8419514939979073
Coefficiente de correlación de Kendall:	0.6778074197716503
Coefficiente de correlación de Pearson:	0.8488370803663643
RMSE:	0.7650491843806149
MAE:	0.501041251938272
R^2 :	0.7051212303159231

Figura 9 y 10: Medidas de validación para el modelo Esférico.

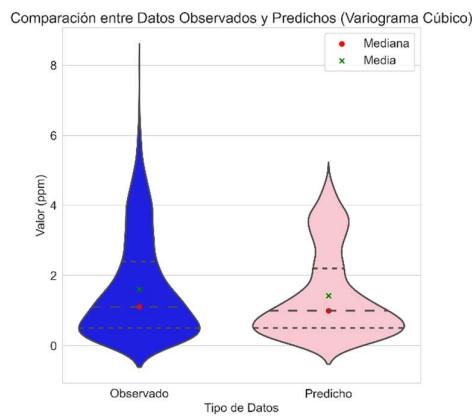


Tabla de Resultados de validacion para Kriging con variograma Cúbico	
Coefficiente de correlación de Spearman:	0.8047735213209237
Coefficiente de correlación de Kendall:	0.6327715311829186
Coefficiente de correlación de Pearson:	0.8118610896608887
RMSE:	0.8458334937150611
MAE:	0.5576562349235625
R^2 :	0.6395586978208181

Figura 11 y 12: Medidas de validación para el modelo Cúbico.

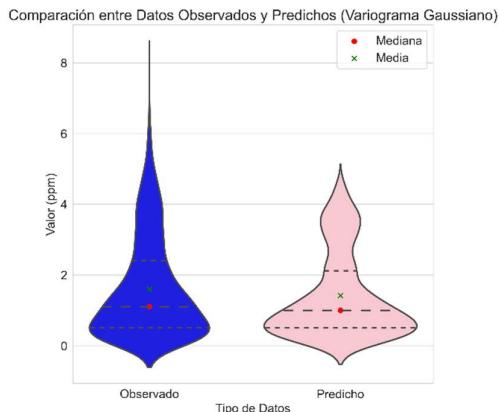


Tabla de Resultados de validacion para Kriging con variograma Gaussiano	
Cociente de correlación de Spearman:	0.7957174714808597
Cociente de correlación de Kendall:	0.6222069975451254
Cociente de correlación de Pearson:	0.8025943473049788
RMSE:	0.8654757132712926
MAE:	0.5712311862922793
R cuadrado:	0.6226237508527184

Figura 13 y 14: Medidas de validación para el modelo Gaussiano.

Luego de una serie de operaciones espaciales y ajustar algunos detalles de proyección en un plano se generaron los siguientes mapas que describen el comportamiento de la radiación dentro de las zonas muestreadas.

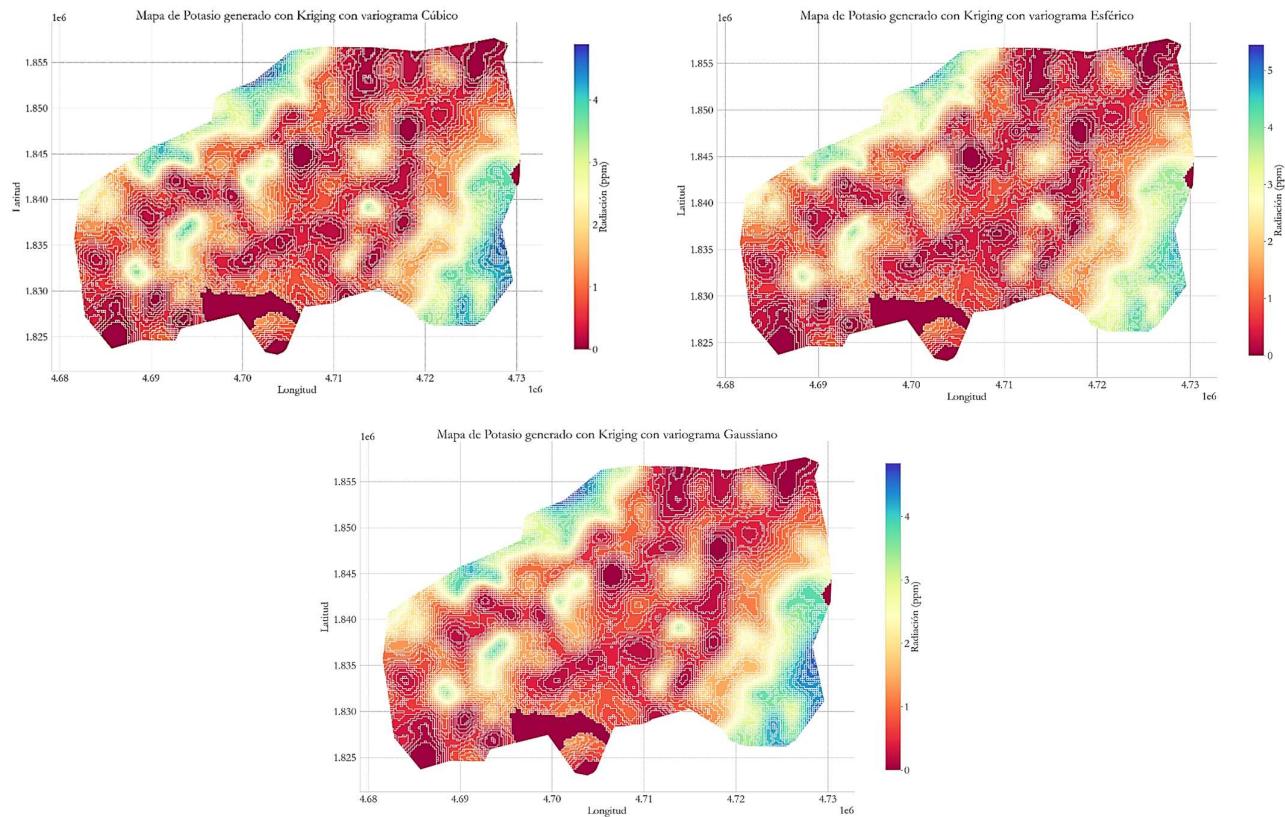


Figura 15, 16 y 17: Mapas generados con Kriging con ajuste de variograma Esférico, Cúbico y Gaussiano

Se generó el mapa que describe el fenómeno de la radiación por unidad geológica en la figura 18, teniendo en cuenta la distribución de los datos generados, al ser una distribución asimétrica, es decir, la mediana y la media no coinciden, es preferible representar las unidades por su mediana. La prueba de Shapiro-Wilk, también indica que la distribución es asimétrica, arrojando un p-valor de 0.00001.

Entre la cuales el Monzogranito de Algeciras, el Batolito de Ibagué y la Formación Saldaña en la parte norte destacan por su alta radiación con respecto del resto.

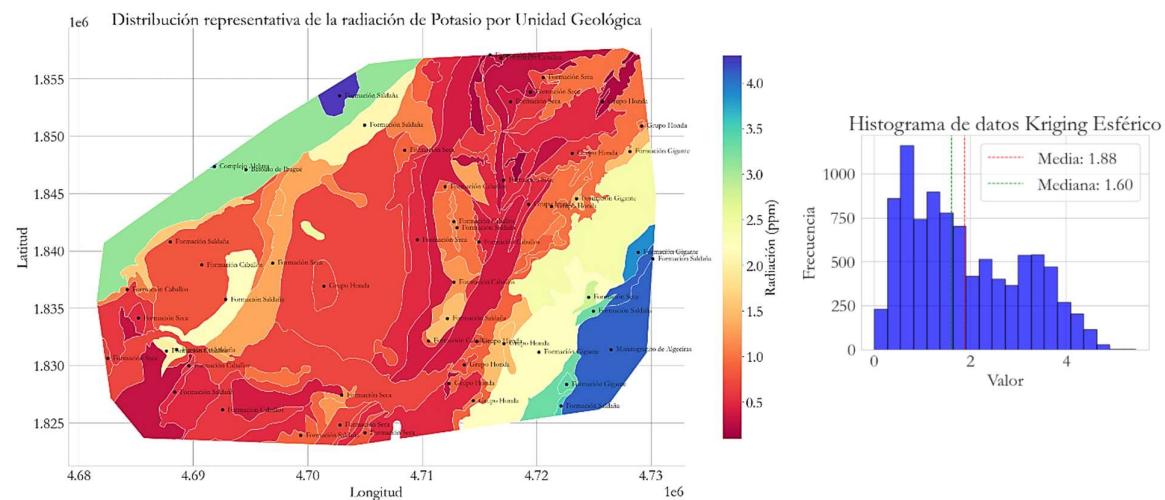


Figura 18 y 19: Mapa de radiación de Potasio por unidad geológica y su distribución estadística.

Kriging para Torio

Al realizar los variogramas para representar la variabilidad espacial de las concentraciones de radiación de Torio se obtuvieron las siguientes figuras 20, 21 y 22. Se puede observar todas las gráficas como la curva de covarianza entre los datos es más irregular que la del Potasio, sin embargo, el ajuste del variograma logra abarcar cierta cantidad de datos hasta aproximadamente de 30 kilómetros. El nugget inicia desde el origen de los datos originales y la meseta se aplana desde los 5 kilómetros.

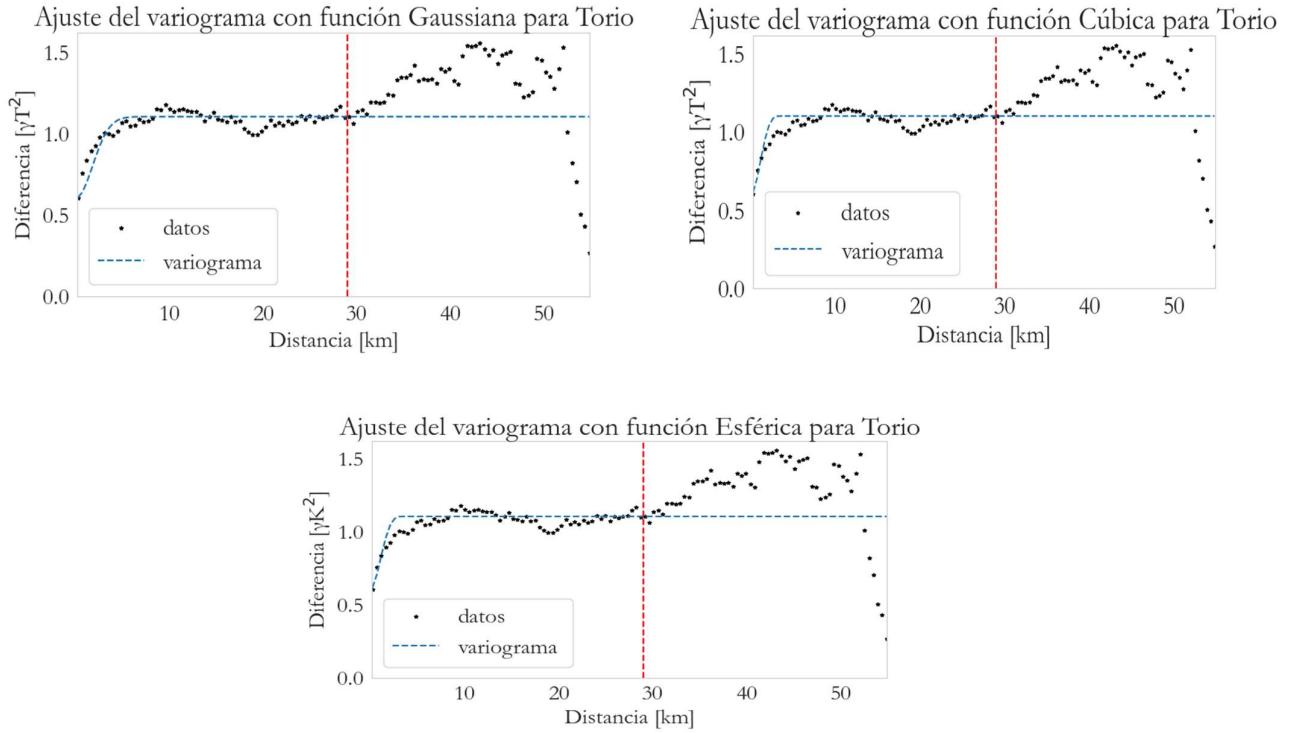


Figura 20, 21 y 22: Variogramas con función Gaussiana, Cúbica y Esférica para Torio.

Se logró modelar también una serie de mapas para este ion radioactivo, las estrellas corresponden a los valores medidos y el sombreado al ráster generado por el modelo.

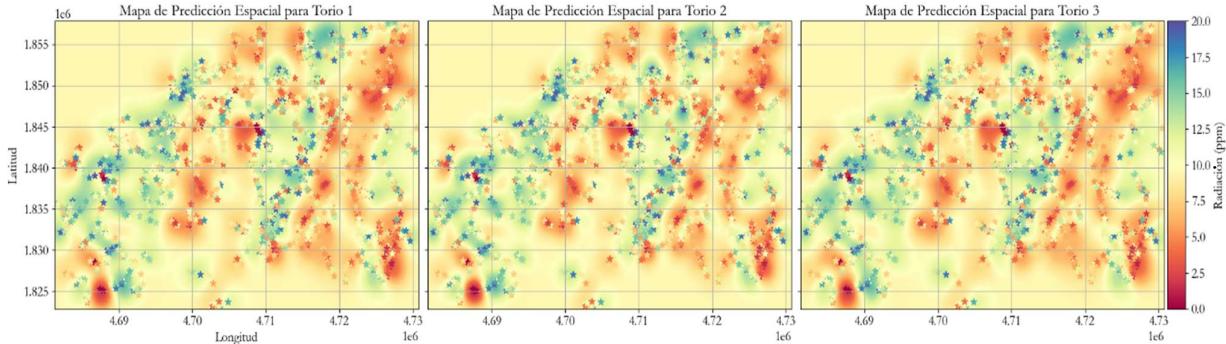


Figura 23: Mapas predictivos para Torio.

El grafico de violín para los modelos muestra que la distribución tiene cierta similitud a la de los datos originales, sin embargo, los datos extremos no fueron generados. La media y la mediana parecen coincidir. Las medidas de correlación dadas por los coeficientes son moderadamente aceptables, el error cuadrático medio es pequeño y el coeficiente de determinación es de más del 55%

el Esférico, 49% el modelo Gaussiano y 45% el modelo Cúbico, sin embargo, el modelo no seria para un proyecto ambiental o minero riguroso por los resultados de validación. La prueba de Mann Whitney U arrojó un p valor menor a 0.05 para todos los resultados, cual indica que las distribuciones entre los datos predichos y observados son significativamente diferentes.

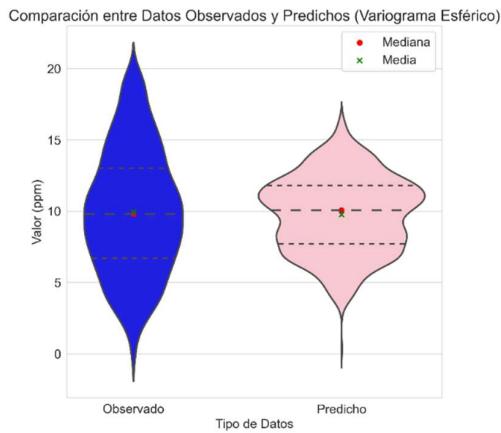


Tabla de Resultados de validacion para Kriging con variograma Esférico

Cociente de correlación de Spearman:	0.7561508206309855
Cociente de correlación de Kendall:	0.5669654778583303
Cociente de correlación de Pearson:	0.7584887341253854
RMSE:	2.881163389259946
MAE:	2.274027159764021
R cuadrado:	0.5568439479292902

Figura 24 y 25: Medidas de validación para el modelo Esférico.

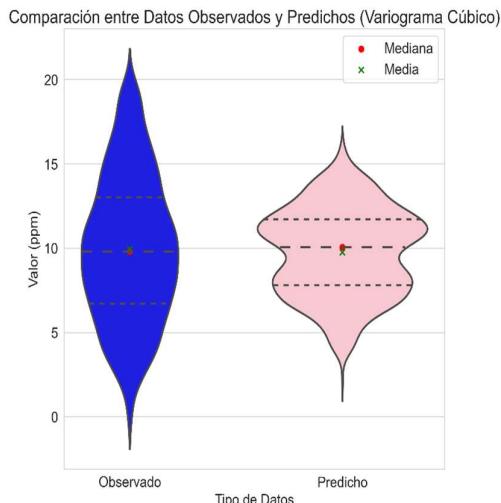


Tabla de Resultados de validacion para Kriging con variograma Cúbico

Cociente de correlación de Spearman:	0.6847917159827248
Cociente de correlación de Kendall:	0.4992131934987906
Cociente de correlación de Pearson:	0.6823128193536051
RMSE:	3.189389251065759
MAE:	2.5210113547746333
R cuadrado:	0.45695482162613454

Figura 26 y 27: Medidas de validación para el modelo Cúbico.

Comparación entre Datos Observados y Predichos (Variograma Gaussiano)

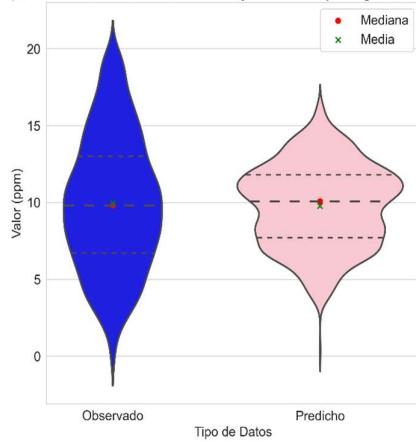
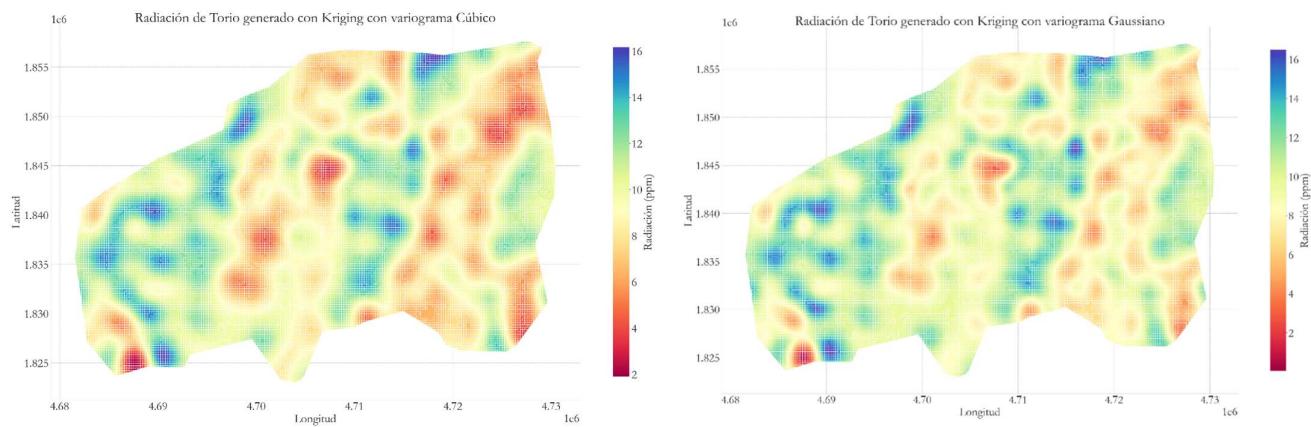


Tabla de Resultados de validacion para Kriging con variograma Gaussiano

Coefficiente de correlación de Spearman:	0.7151812443931206
Coefficiente de correlación de Kendall:	0.5277693634835693
Coefficiente de correlación de Pearson:	0.7145501871871955
RMSE:	3.061614304432336
MAE:	2.4146442053225297
R cuadrado:	0.49959473990876957

Figura 28 y 29: Medidas de validación para el modelo Gaussiano.

A partir de operaciones geométricas se consiguió representar el fenómeno de radiación de Torio en el área del Huila con los siguientes mapas.



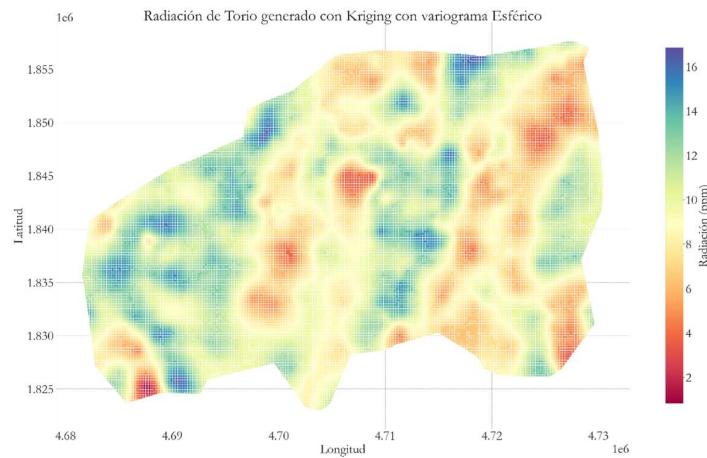


Figura 30, 31 y 32: Mapas generados con Kriging con ajuste de variograma Cúbico, Gaussiano y Esférico.

Se generó un mapa que describe la radiación por unidad geológica en la figura 33, teniendo en cuenta la distribución de los datos generados, la prueba de Shapiro-Wilk, también indica que la distribución es asimétrica, arrojando un p-valor de 3.4×10^{-32} , al ser una distribución asimétrica, es preferible representar las unidades por su mediana. Entre la cuales, la Formación Seca, Saldaña y Caballos destacan por su alta radiación con respecto del resto, Mientras que el grupo Honda muestra tener menor radiación en general que las demás.

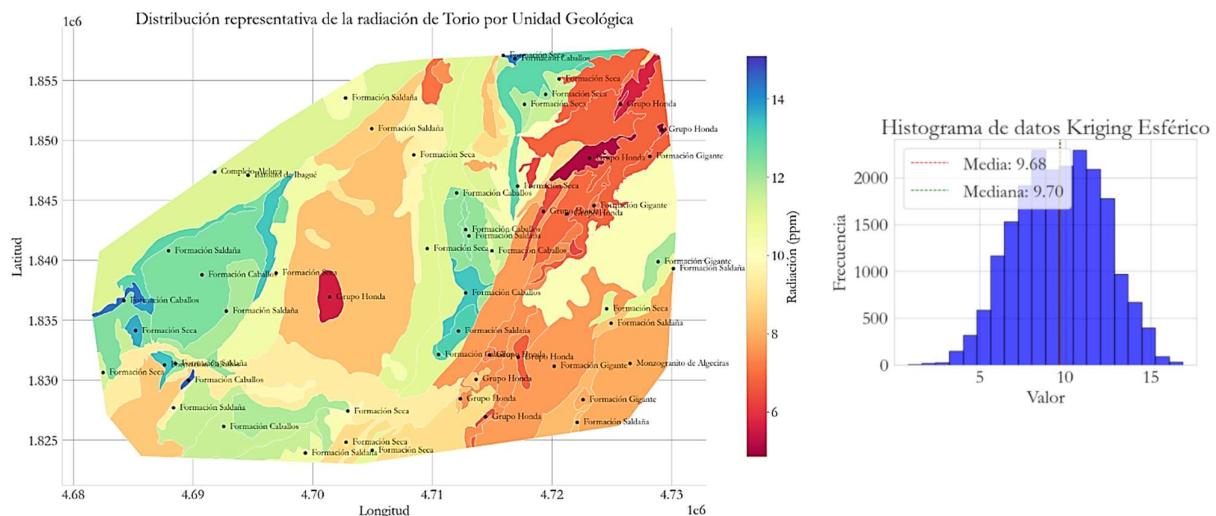


Figura 33 y 34: Mapa de radiación de Torio por unidad geológica y su distribución estadística.

Kriging para Urano

Los variogramas para representar la variabilidad espacial de las de radiación para Urano se obtuvieron las siguientes figuras 35, 36 y 37. El ajuste del variograma logra abarcar cierta cantidad de datos hasta aproximadamente los 30 kilómetros. El nugget inicia desde el origen de los datos originales y la meseta se aplana desde los 4 kilómetros.

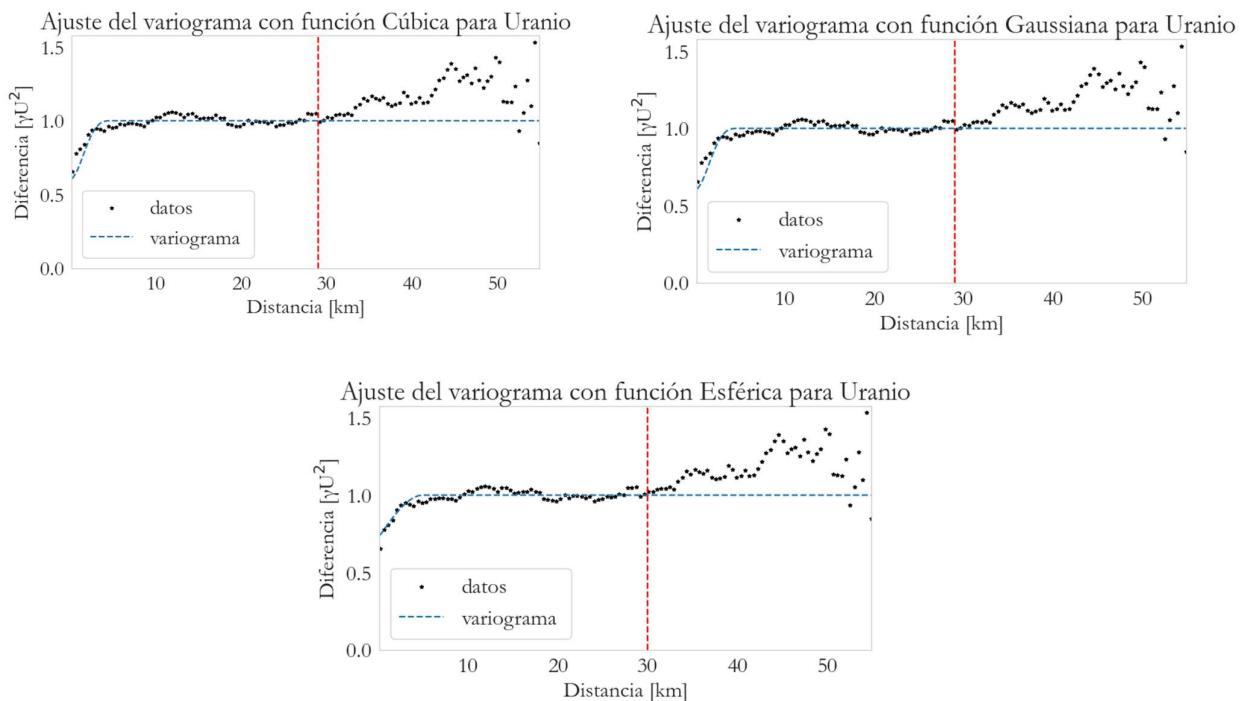


Figura 35, 36 y 37: Variogramas con función Cúbica, Gaussiana y Esférica para Torio.

Se generó también una serie de mapas para este isótopo radioactivo, las estrellas corresponden a los valores medidos in situ y el sombreado al ráster generado por el modelo.

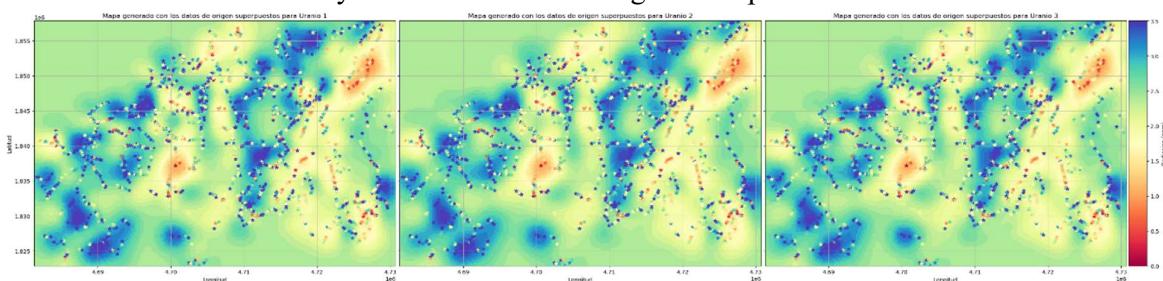


Figura 38: Mapas predictivos para Urano.

El grafico de violín para los modelos muestra que la distribución alcanzó solo un rango de valores de los datos originales, no obstante, la media y la mediana son similares. Las medidas de correlación dadas por los coeficientes son moderados, el error cuadrático medio es relativamente considerable y el coeficiente de determinación es de más del 27% el Esférico, 21% el modelo Gaussiano y 22% el modelo Cúbico, no obstante, no se podrían usar para un proyecto ambiental o minero riguroso. La prueba de Mann Whitney U arrojó un p valor menor a 0.05 para todos los resultados, cual indica que las distribuciones entre los datos predichos y observados son significativamente diferentes.

Comparación entre Datos Observados y Predichos (Variograma Esférico)

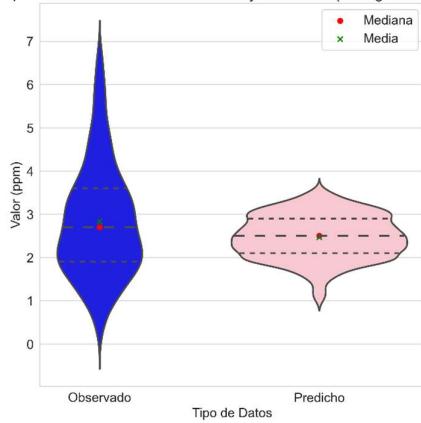


Tabla de Resultados de validacion para Kriging con variograma Esférico

Cociente de correlación de Spearman:	0.6600040005403259
Cociente de correlación de Kendall:	0.49230119030237257
Cociente de correlación de Pearson:	0.646740685706754
RMSE:	1.115151450113551
MAE:	0.8198107561304373
R cuadrado:	0.2744304342622539

Figura 39 y 40: Medidas de validación para el Modelo Esférico.

Comparación entre Datos Observados y Predichos (Variograma Cúbico)

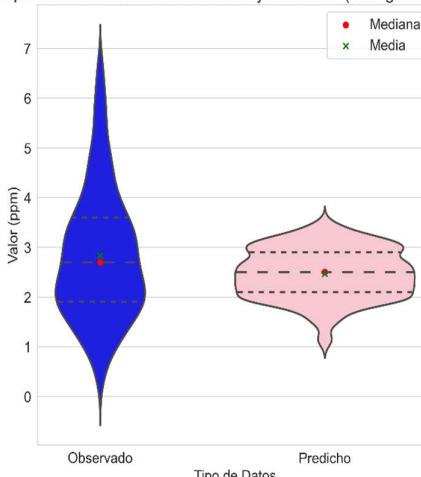


Tabla de Resultados de validacion para Kriging con variograma Cúbico

Cociente de correlación de Spearman:	0.598273559260212
Cociente de correlación de Kendall:	0.43979216925192144
Cociente de correlación de Pearson:	0.5863132324597969
RMSE:	1.1516592265924133
MAE:	0.8516261058380755
R cuadrado:	0.226145462334448

Figura 41 y 42: Medidas de validación para el Modelo Cúbico.

Comparación entre Datos Observados y Predichos (Variograma Gaussiano)

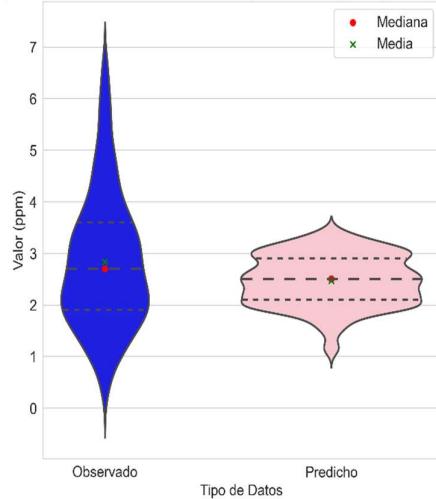


Tabla de Resultados de validacion para Kriging con variograma Gaussiano

Cociente de correlación de Spearman:	0.5844216400051745
Cociente de correlación de Kendall:	0.4277609783882075
Cociente de correlación de Pearson:	0.5711266889344062
RMSE:	1.1629936682349717
MAE:	0.8602816807341153
R cuadrado:	0.21083820599377667

Figura 43 y 44: Medidas de validación para el Modelo Esférico.

A partir de operaciones geométricas se consiguió representar el fenómeno de radiación de Uranio en el área del Huila con los siguientes mapas.

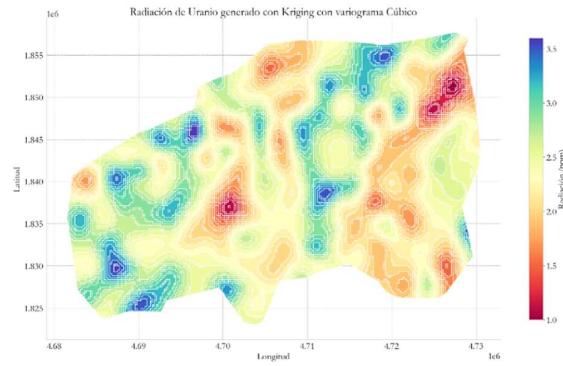
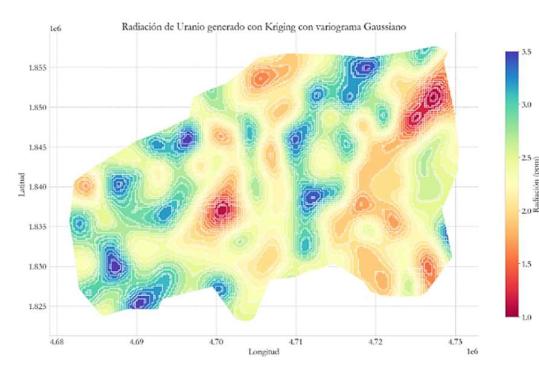
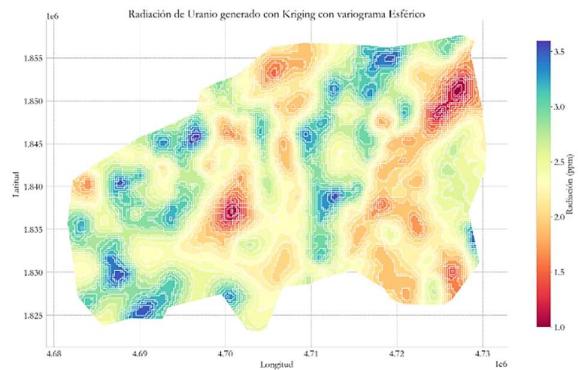


Figura 45, 46 y 47: Mapas generado con Kriging con ajuste de variograma Esférico, Gaussiano y Cúbico.

Se generó un mapa que describe la radiación por unidad geológica en la figura 48, para este también se tuvo en cuenta la distribución de los datos generados, la prueba de Shapiro-Wilk, también indica que la distribución es asimétrica, arrojando un p-valor de 1.9×10^{-11} , al ser una distribución asimétrica, se representa en este caso igualmente las unidades por su mediana. Entre la cuales La Formación Seca, Saldaña y Caballos destacan por su alta radiación con respecto del resto, Mientras que el grupo Honda nuevamente muestra tener menor radiación en promedio que las demás.

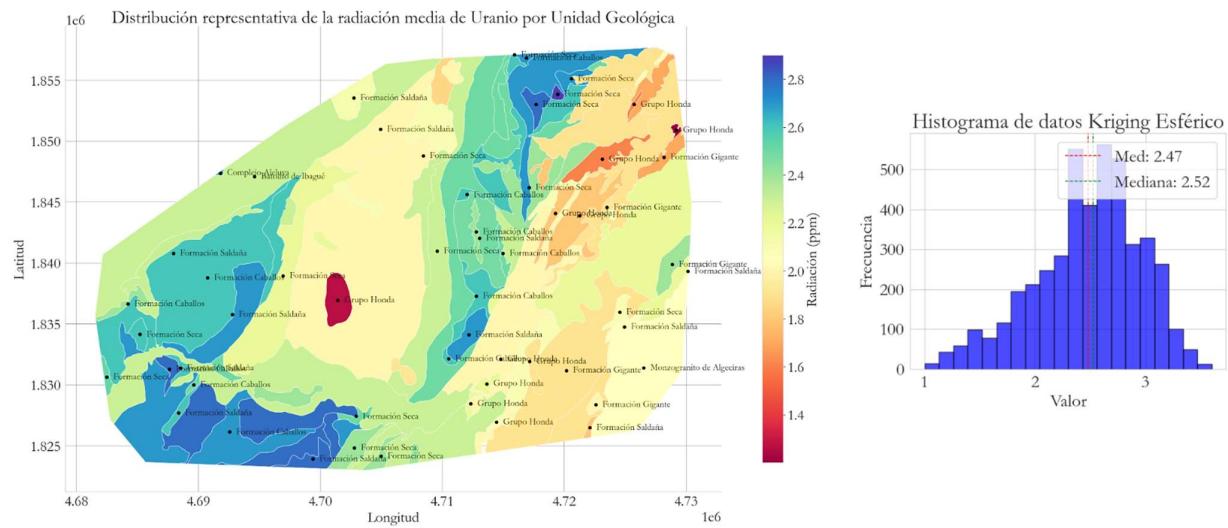


Figura 48 y 49: Mapa de radiación de Urano por unidad geológica y su distribución estadística.

Splines Cúbicos para Potasio

Los resultados para el método de Spline para el isótopo radioactivo de Potasio representan alrededor de un 50% de la varianza que describe el fenómeno y el error cuadrático es bajo, sin embargo, el mapa generado muestra unas superficies suaves y es similar al generado con Kriging.

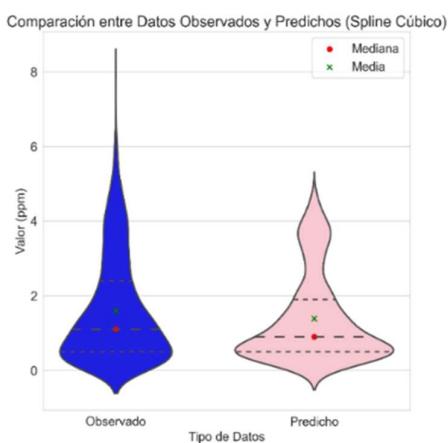
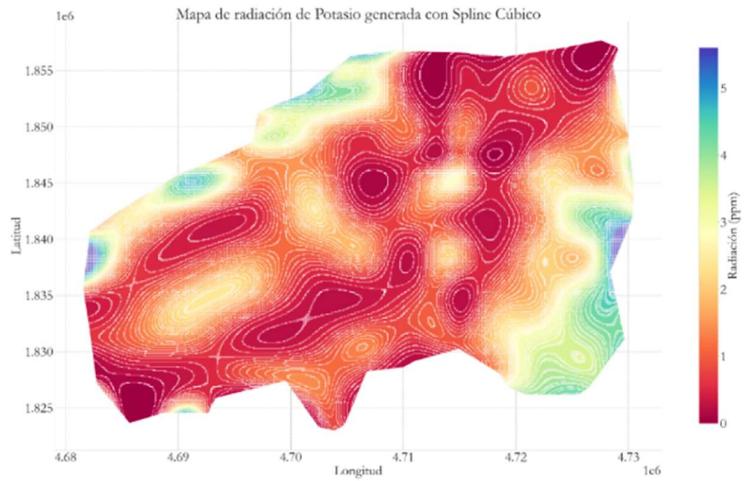


Tabla de Resultados de validacion del Spline Cubico

Coefficiente de correlación de Spearman:	0.729664919090861
Coefficiente de correlación de Kendall:	0.5497061368865215
Coefficiente de correlación de Pearson:	0.7312456421366693
RMSE:	0.997696949235573
MAE:	0.6722583332865072
R cuadrado:	0.49851022630799713

Figura 50, 51 y 52: Mapa generado con la técnica Spline para Potasio y sus métricas de validación.

Splines Cúbicos para Torio

Los resultados para el método de Spline para el isótopo radioactivo de Torio son de ligeramente más de un 13% de la varianza que describe el fenómeno real, el error cuadrático medio es moderado.

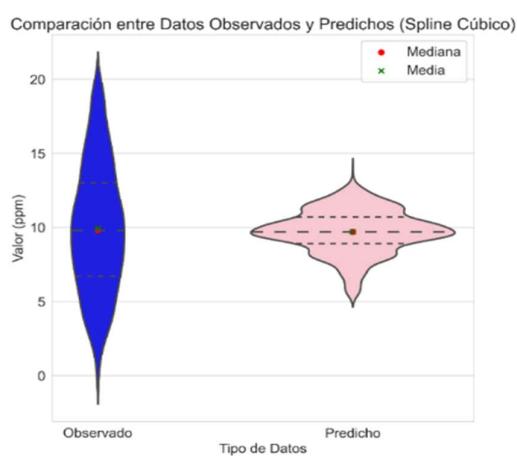
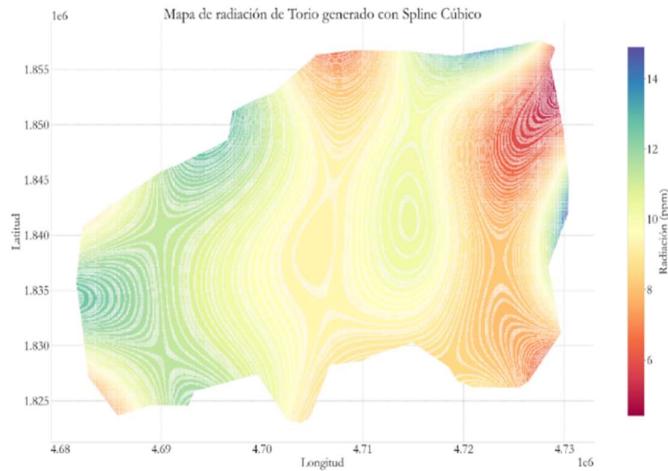


Tabla de Resultados de validacion del Spline Cubico

Cociente de correlación de Spearman:	0.38358116181145124
Cociente de correlación de Kendall:	0.2621747721275382
Cociente de correlación de Pearson:	0.3811491522756397
RMSE:	4.01373662966143
MAE:	3.2269273355023684
R cuadrado:	0.13995999447169138

Figura 53, 54 y 55: Mapa generado con la técnica Spline para Torio y sus métricas de validación.

Splines Cúbicos para Urano

Para este caso al representar la superficie con el método Spline para el isótopo radiactivo de uranio el coeficiente de determinación es bastante bajo, sin embargo, el error cuadrático medio es relativamente aceptable.

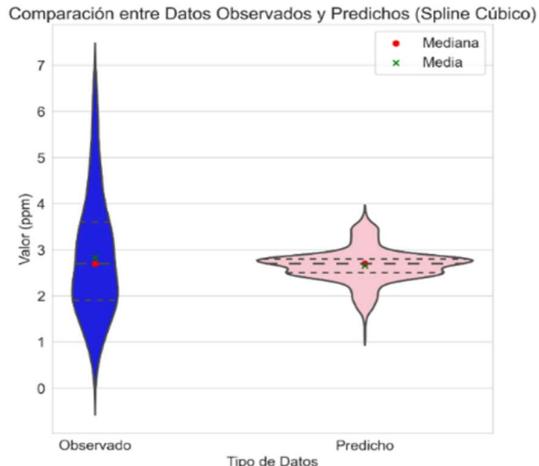
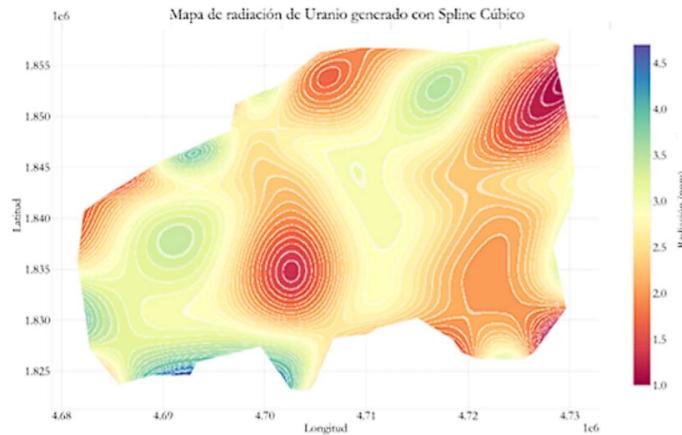


Tabla de Resultados de validacion del Spline Cubico	
Coefficiente de correlación de Spearman:	0.3091268307223542
Coefficiente de correlación de Kendall:	0.21742247386793961
Coefficiente de correlación de Pearson:	0.2988642381594664
RMSE:	1.2619569491769551
MAE:	0.97701995602738
R cuadrado:	0.07081876648945606

Figura 56, 57 y 58: Mapa generado con la técnica Spline para Urano y sus métricas de validación.

Vecinos Cercanos

Los resultados de esta interpolación no satisfacen las métricas de validación, el error cuadrático medio es alto para todos y los coeficientes de determinación son negativos, fundamentalmente, debido

a que el método se basa en la geometría. Lo anterior, sugiere que incluso usando un modelo constante sería mejor que Este método. No obstante, visualmente muestra los patrones de radiación de cada isótopo y concuerdan con los de las otras técnicas.

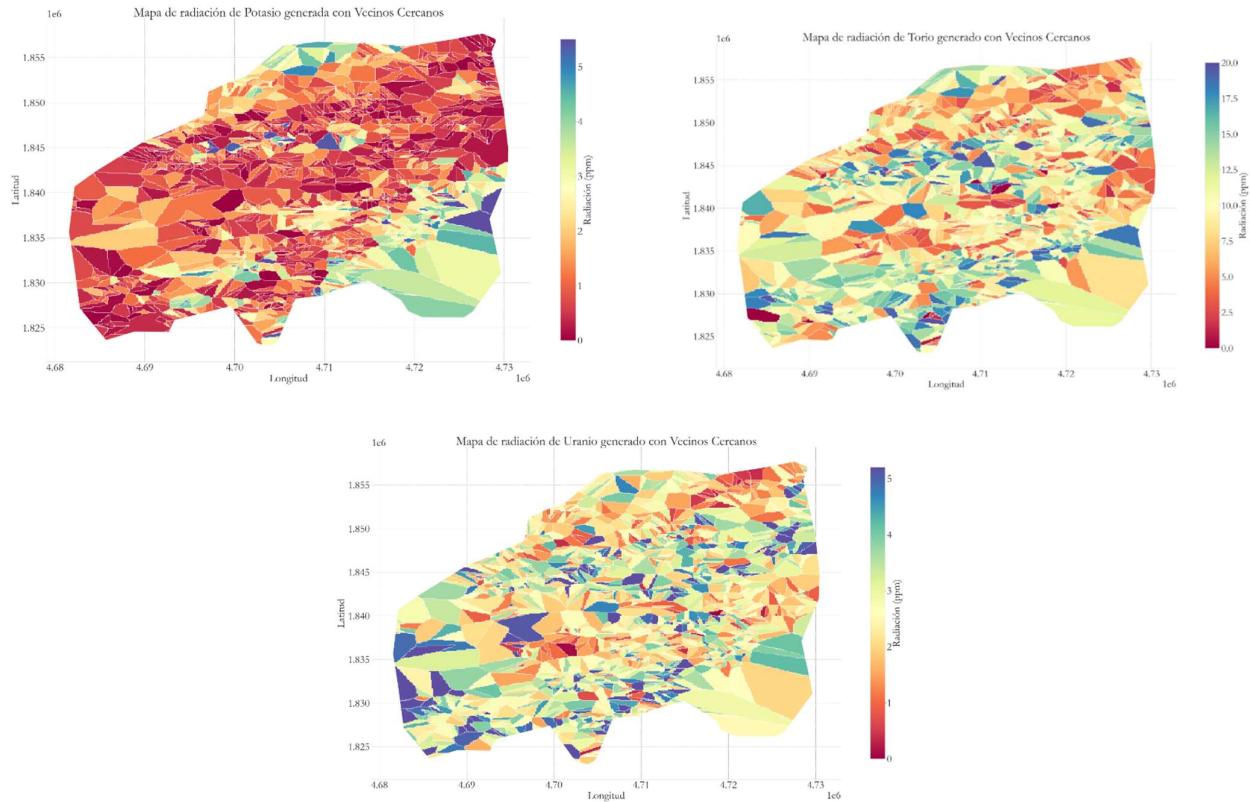


Figura 59, 60 y 61: Mapas generados con la técnica de vecinos cercanos para los isótopos radioactivos.

DISCUSIONES

El análisis de las diferentes técnicas de modelado de radiación en la región de Yarahuá y La Plata, Huila, destacó la eficacia de Kriging para simular el fenómeno de distribución espacial de la radiación en la zona. Este método demostró capturar de manera muy efectiva la covarianza de las variables, ajustándose de forma más cercana a los datos originales y revelando patrones geológicos subyacentes a la geografía general del terreno. Entre los modelos, el Variograma Esférico mostró un

mejor ajuste a la estructura espacial observada, brindando estimaciones más realistas y mapas más detallados.

La radiación asociada al isótopo Potasio fue la variable más sencilla de modelar debido a su estabilidad y su estrecha relación con procesos geológicos superficiales, como la diagénesis de rocas ígneas y metamórficas ricas en Micas y Feldespatos. Las formaciones sobresalientes del mapa geológico por unidad de radiación en partes por millón son especialmente el Monzogranito de Algeciras y el Batolito de Bucaramanga. Estas unidades geológicas podrían estar asociadas a niveles elevados de radiación de Potasio, dado su alto contenido de Ortoclasa, Moscovita y Biotita. En contraste, las variables relacionadas con isótopos de Uranio y Torio presentan una mayor complejidad y variabilidad, la radiación estimada de Uranio en los mapas predichos es probable que esté asociada a formaciones arcillosas, cuales contienen minerales como la Pechblenda, o a la infiltración de fluidos en lechos carbonosos lenticulares presentes en las unidades geológicas, especialmente en la formación Seca, Caballos y Saldaña. La existencia de elementos radiactivos como el Torio en la región podría estar relacionada con la presencia de Monacita, un fosfato de torio, que además es posible que contenga tierras raras por su estructura química, añadiendo un nivel adicional de aleatoriedad a la zona por la interacción física de los isótopos con los campos producto de cada elemento. En general, los resultados de la distribución los isotopos radioactivos en la mineralogía coinciden con las descripciones de la composición de las formaciones geológicas de la plancha 366 del Servicio Geológico Colombiano.

Los procesos sedimentarios de carácter muy importante en la distribución de isótopos radiactivos como el uranio y el torio. Durante la formación y el transporte de sedimentos, los minerales radiactivos pueden concentrarse en depósitos sedimentarios a lo largo de las cuencas hidrográficas, en áreas donde las condiciones de deposición favorecen la acumulación de minerales pesados. Estos depósitos, también llamados yacimientos de placer, pueden contener pechblenda y monacita, cuales son ricos en Uranio y Torio respectivamente. Además, la erosión y el transporte de sedimentos desde

formaciones geológicas más antiguas pueden redistribuir isótopos radiactivos a nuevas áreas, contribuyendo a la complejidad de la variable.

La técnica de Splines Cúbicos fue la segunda mejor opción, proporcionando ventajas en la suavización de superficies y visualización de gradientes. Su eficiencia y menor consumo de recursos la convierten en una herramienta útil para ciertos contextos de análisis espacial. Por otra parte, la técnica de vecinos cercanos presentó dificultades para representar la realidad, evidenciando valores negativos en su coeficiente de determinación. Sin embargo, es útil para obtener una visión general de extensas áreas con numerosas mediciones, para abordar una primera vista general en un contexto espacial. El uso en conjunto de herramientas de sistemas de información geográfica y alternativamente lenguajes de programación como Python, fortaleció las capacidades de análisis espacial en la investigación, lo anterior permite una implementación más eficiente de las técnicas de estimación y ofrece a los usuarios una interfaz óptima para realizar análisis estadísticos y multidisciplinares. El uso de formatos ráster facilitó las operaciones numéricas y el contraste de datos en arreglos numéricos. A su vez, las capas vectoriales permitieron modelar con precisión geometrías, realizando operaciones de superposición y acceso a ubicaciones específicas.

Los posibles errores en los modelos pueden atribuirse a la calibración de equipos, errores humanos, variaciones en la ubicación de recolección de datos o la naturaleza aleatoria de la radiación. Es importante tener en cuenta estos factores para optimizar los métodos de análisis y mejorar la precisión de las estimaciones, sobre todo cuando se hace una representación espacial. La incorporación de técnicas de Machine Learning para investigaciones futuras, abre las posibilidades para mejorar los modelos actuales, representando un campo muy prometedor para la exploración geoestadística.

CONCLUSIONES

Gracias al trabajo realizado en este estudio con las herramientas de libre acceso como Python y los softwares GIS, se alcanzaron los objetivos planteados de aplicar modelos para representar el

fenómeno de radiación asociado a isótopos de Potasio, Torio y Urano, y posteriormente analizarlos. El trabajo destaca la técnica de Kriging con variograma Esférico como la más adecuada para realizar una predicción considerablemente sólida. También se ilustra el uso de la estadística como herramienta de ayuda para comprender los procesos geológicos y físicos en la naturaleza. Adicionalmente se infiere a partir del análisis de resultados que el área especialmente de las unidades con mayores niveles de Torio, podrían ser de interés energético y económico debido a las asociaciones mineralógicas como las tierras raras que guardan relación con los isótopos radioactivo de Torio y Urano. Por último, se recomienda hacer nuevos monitoreos y mejorar la comprensión del fenómeno espacio-temporal por medio de aplicar Machine Learning y Estadística Bayesiana en futuras investigaciones.

REFERENCIAS

- Alonso, D. (2019). *Importancia de la investigación radiométrica ambiental en proyectos de aprovechamiento de recursos minerales e hidrocarburíferos.*
- Arce, J. (2015). *Identificación de radioisótopos de un mineral radiactivo a partir del radioespectrómetro RS-125.*
- Armstrong, M., & Carignan, J. (1997). *Géostatistique Linéaire, Application au Domaine Minier.* École de Mines de Paris.
- Bhattacharjee, S., Soumya Kanti Ghosh, & Chen, J. (2019). *Semantic Kriging for Spatio-temporal Prediction.* En *Studies in Computational Intelligence.* <https://doi.org/10.1007/978-981-13-8664-0>
- Binda, María del Carmen. (2009). *Marie Curie, una mujer pionera en su tiempo (Primera parte).* Revista Argentina de Radiología, 73(3), 265–270.
- Cómo funciona Kriging. (n.d.). En ArcGIS Pro | Documentación. <https://pro.arcgis.com/es/pro-app/latest/tool-reference/3d-analyst/how-kriging-works.htm>

- De, W., & Caballero, J. (2011). *Kriging Universal para Datos Funcionales*. [Trabajo de investigación, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/9425/1832260.2011.pdf?sequence=1>
- Díaz Viera. (2002). *Geoestadística aplicada*. México: UNAM.
- Franke, R. (1982). *Smooth Interpolation of Scattered Data by Local Thin Plate Splines*. *Computer and Mathematics with Applications*, 8(4), 273–281.
- Hodson, T. (2022). *Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE): When to use them or not*. *Geoscientific Model Development*, 15(5), 2461–2470. <https://doi.org/10.5194/gmd-2022-64>
- Jiménez, F. (2008). *Estudio comparativo de métodos de interpolación para el cálculo de la información mutua en el registro de imágenes médicas*.
- Kiusalaas, J. (2009). *Numerical Methods in Engineering with MATLAB ®*. Cambridge University Press.
- Morales, C. et al. (s.f.). Plancha 345 - record center ECM. [Archivo digital]. Servicio Geológico Colombiano.
- Philip, G. M., & Watson, D. F. (1982). *A Precise Method for Determining Contoured Surfaces*. *Australian Petroleum Exploration Association Journal*, 22, 205–212.
- Pyrcz, M., & Deutsch, C. (s.f.). *Transforming Data to a Gaussian Distribution*. [Archivo digital]. <https://geostatisticslessons.com/pdfs/normalscore.pdf> (Accedido el 24 de febrero de 2024).
- Servicio Geológico Colombiano. (2023). Gamaespectrometría La plata yaguará. [Archivo digital]. https://www.datos.gov.co/dataset/Gamaespectrometr-a-La-Plata-Yaguar-/xmry-97nu/about_data (Accedido el 21 de noviembre de 2023).
- Velandia, F., Ferreira, P., García, G., & Núñez, A. (2001). *Levantamiento geológico de la plancha Garzón*. [Archivo digital]. <https://doi.org/10.13140/2.1.4393.2484>
- Zemansky, M. W., Sears, F. W., Young, H. D., & Freedman, R. A. (2009). *Física universitaria - I* (11a ed.). Naucalpan de Juárez: Pearson Educación.