

תרגיל בית 1 - אנו ליזה נומרית

מגישיים:

Yoni Grinberg : 307868257

Osher Ben Zazon : 212240238

:1,) Skell

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0.04 & 57.8 & 58.2 \\ 5.29 & -6.2 & 46.7 \end{array} \right) \xrightarrow{l_{21} = \frac{5.29}{0.04} = 132.25} \text{rs}(3) \rightarrow 132$$

$$\left[R_2 \rightarrow R_2 - 132R_1 \right] \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 0.04 & 57.8 & 58.2 \\ 0 & -7,640 & -7,640 \end{array} \right)$$

$$-7,640 \cdot y = -7,640$$

$$\boxed{y=1}$$

$$0.04 \times 57.8 \cdot 1 = 58.2$$

$$0.04x = 0.4 \quad | :0.04$$

$$X = 10$$

2) : X ist ein Maß der Abweichung

$$A.E = |x' - x| = |10 - 10| = |0| = 0$$

$$\text{Abweichung} = \frac{A.E}{x'} \cdot 100\% = \frac{0}{10} \cdot 100\% = 0\%$$

: y ist ein Maß der Abweichung

$$A.E = |y' - y| = |1 - 1| = |0| = 0$$

$$\text{Abweichung} = \frac{A.E}{y'} \cdot 100\% = \frac{0}{1} \cdot 100\% = 0\%$$

O.I. ମାତ୍ରାକୀଳ ଅଳ୍ପିଲେ ବ୍ୟାଙ୍କ

$$\cdot y \quad 1,281 \times 128$$

c)

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0.04 & 57.8 & 58.2 \\ 5.29 & -6.2 & 46.7 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 5.29 & -6.2 & 46.7 \\ 0.04 & 57.8 & 58.2 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{array}{l} l_{21} = \frac{0.04}{5.29} = 0.00756 \\ r_d(3) \rightarrow 0.00756 \end{array}}$$

$$\left[R_2 \rightarrow R_2 - 0.00756 \cdot R_1 \right] \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 5.29 & -6.2 & 46.7 \\ 0 & 57.8 & 57.8 \end{array} \right)$$

$$57.8 \cdot y^* = 57.8 \rightarrow \boxed{y^* = 1}$$

$$5.29 x^* - 6.2 \cdot 1 = 46.7$$

$$5.29 x^* = 52.9 \mid :5.29$$

$$\boxed{x^* = 10}$$

: X 1108 1001 1101 1011

$$A.E = |x^* - \bar{x}| = |10 - 10| = |0| = 0$$

$$\frac{\text{אפקט}}{\text{טונין}} = \frac{A \cdot E}{x} \cdot 100\% = \frac{0}{10} \cdot 100\% = 0\%$$

∵ y ≠ y^* \rightarrow אפקט ≠ 0%

$$A \cdot E = |y - y^*| = |1 - 1| = |0| = 0$$

$$\frac{\text{אפקט}}{\text{טונין}} = \frac{A \cdot E}{y^*} \cdot 100\% = \frac{0}{1} \cdot 100\% = 0\%$$

0% ≠ 0% → אפקט ≠ 0%

∴ y ≠ y^* \rightarrow אפקט ≠ 0%

שאלה 2

$$\begin{pmatrix} 2.11 & -4.21 & 0.921 \\ 4.01 & 10.2 & -1.12 \\ 1.09 & 0.987 & 0.832 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.01 \\ -3.09 \\ 4.21 \end{pmatrix}$$

נתונה המערכת:

נתון כי הפתרון האנליטי המדויק של המערכת עם 3 ספורות במנטישה הינו:
 $x = (x_1, x_2, x_3)^T = (-0.428, 0.427, 5.11)^T$

הפתרון הקרוב למערכת, לפי שיטת גאוס, ללא החלפת שורות ועם דיזק של 3 ספורות במנטישה בשיטת הנקודת הצפה ועיגול בשיטת Pz , הינו: $x_G = (-0.427, 0.428, 5.11)^T$

מצאו פתרון מוקrb של המערכת הנתונה בשיטת גאוס עם **partial pivoting**. השוו את התוצאה שקבלתם להתוצאה המדויקת הנתונה (עם ייזוג של 3 ספורות במנטישה) ע"י חישוב **חישוב חישותי באחוים עבו כל קוודרינט**.

עזרה: בכל סעיף ובכל שלב של החישוב **כולל בשלב קלט של המערכת יש לעגל** (round) את התוצאה ל 3 ספורות משמעותיות במנטישה עשוית בשיטת הנקודת הצפה.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4.01 & 10.2 & -7.12 & -3.09 \\ 2.11 & -4.21 & 0.927 & 2.01 \\ 7.09 & 0.187 & 0.832 & 4.21 \\ \hline 7 & 0.187 & 0.832 & \end{array} \right)$$

$$m_{21} = \frac{2.11}{4.01} = 0.526 \xrightarrow[R_1]{\leftarrow} 0.526$$

$$m_{22} = \frac{1.09}{4.01} = 0.2718 \xrightarrow[R_1]{\leftarrow} 0.272$$

$$R_2 \leftarrow R_2 - m_{21} R_1$$

$$\overbrace{R_3 \leftarrow R_3 - m_{31} R_1}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4.01 & 10.2 & -7.12 & -3.09 \\ 0 & -9.58 & 1.51 & 3.64 \\ 0 & -1.78 & 1.14 & 5.05 \\ \hline -7.28 & & & \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow[7.28]{\leftarrow} \left| \begin{array}{c|cc} 9.58 & 3.64 \\ 7.28 & 5.05 \end{array} \right|$$

$$m_{32} = \frac{-1.78}{-9.58} = 0.1858 \xrightarrow[R_1]{\leftarrow} 0.186$$

$$\overbrace{R_3 \leftarrow R_3 - m_{32} R_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4.01 & 10.2 & -7.12 & -3.09 \\ 0 & -9.58 & 1.51 & 3.64 \\ 0 & 0.859 & 4.32 & \end{array} \right)$$

$$0.859 x_3 = 4.32$$

$$x_3 = 5.09 \xrightarrow[R_1]{\leftarrow} 5.09$$

$$-9.58 x_2 + 1.51 x_3 = 3.64$$

$$x_2 = 0.422$$

$$x_2 = 0.423$$

$$x_1 = -0.424$$

$$R.E_{x_1} = \frac{-0.428 - (-0.424)}{-0.428} = \begin{pmatrix} -0.004 \\ -0.428 \end{pmatrix} = 0.0093 = 0.93\%$$

$$R.E_{x_2} = \begin{pmatrix} 0.424 - 0.423 \\ 0.424 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.004 \\ 0.424 \end{pmatrix} = 0.0093 \Rightarrow 0.93\%$$

$$R.E_{x_3} = \begin{pmatrix} 5.11 - 5.09 \\ 5.11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.02 \\ 5.11 \end{pmatrix} = 0.00399 \Rightarrow 0.39\%$$

$$\begin{array}{c} \text{אלאם} \\ \text{נחנו מעתה}: \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 & 9 & | & x_1 \\ 2 & -1 & 1 & | & x_2 \\ 4 & 3 & 5 & | & x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \end{array}$$

x = (x₁, x₂, x₃) = (1, 2, -1)
 מונע כי המשנה אינטגרלית מפוקה לשפטות וינו:
 א. הרווח שטיפורי תואר מפוקה ל-LU על הסדרת ארכיטקטורה
 ב. הרווח הוא תריטוריה לא-מאנועת ווקון LU שקיום ג'סיה ונטה-טול-טול
 ערך פ' ג'סיה כביצה של הדרישה

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 9 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 3(-5-2) - 2(10-4) + 1(6-8) \\ = -24 - 18 + 90 = 48 \neq 0$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -8 \neq 0$$

$$|S| = 5 \neq 0$$

$$\text{לעומת}$$

$$H_{11} H_{22}$$

$$\overline{\text{LU}} \quad \text{כ'}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 9 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.667 & 1 & 0 \\ 1.33 & 0.33 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 9 \\ 0 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & -5.35 \end{pmatrix}$$

$$U_{22} = -1 - 0.667 \cdot 3 = -1 - 2.001 = -1 - 2 = -3$$

$$U_{23} = 1 - 0.667 \cdot 9 = 1 - 2.001 \cdot 3 = 1 - 6 = -5$$

$$L_{23} = \frac{(3 - 7.33 \cdot 3)}{-3} = -1(1 - 7.33) = 0.33$$

$$U_{33} = 5 - 7.33 \cdot 9 - 0.33(-5) = 5 - 12 + 1.65 = -5.35$$

$\underbrace{11.97}_{\text{R2}} \xrightarrow{\text{E3}} 12$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.667 & 1 & 0 \\ 7.33 & 0.33 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} Y_1 &= 0 \\ Y_2 &= -1 \\ Y_3 &= 5.33 \end{aligned}}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & -5.35 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5.33 \end{pmatrix}$$

$$x_3 = -0.996$$

$$\rightarrow x_2 - 5(-0.996) = -1$$

$$-3x_2 + 4.98 = -1$$

$$\boxed{x_2 = 1.993 \xrightarrow[t=3]{R\downarrow} 1.99}$$

$$3x_1 + 3(1.99) - 9(-0.996) = 0$$

$$-8.964 \xrightarrow[t=3]{R\downarrow} -8.96$$

$$3x_1 + 5.97 - 8.96 = 0$$

$$3x_1 = 2.99$$

$$\boxed{x_1 = 0.9966 \xrightarrow[t=3]{R\downarrow} 0.997}$$

$$\boxed{(0.997, 1.99, -0.996)}$$

שאלה 4:

נתונה המערכת הדיליה הבאה:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{17} \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & a_{26} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & a_{35} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} & a_{56} & a_{57} \\ 0 & a_{62} & 0 & 0 & 0 & a_{66} & a_{67} \\ a_{71} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{76} & a_{77} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \end{pmatrix}$$

נרצה לישם את שיטת גaus על מערכת זו תוך התחשבות ב"אפסים" המופיעים במטריצה וחסכון בסיבוכיות של האלגוריתם.

חשבו את מספר פעולות M שיש לבצע בתהליך קידמה ואחורות של שיטת גaus הנוראית שביצעתם.

(יש לכתוב במפורש את הגורמים הכפליים והפעולות האלמנטריות שעושם בשלבי הדירוג השונים ולצין אילו איברים עוביים שינוי הלהקה מעשה כתוצאה מכל פעולה אלמנטרית ומהן המתריצות המתאפשרות לאחר כל שלב של דירוג)

ר' נסמן

11/18/2015

$\overline{11n_{kS}}$
 $\overline{\rightarrow 11K_2}$

$$x_7 = \frac{b_7}{a_{77}}$$

$$x_6 = \frac{b_6 - x_7 a_{67}}{a_{66}}$$

$$x_5 = \frac{b_5 - a_{57} x_7 - a_{56} x_6}{a_{55}}$$

$$x_4 = \frac{b_4}{a_{44}}$$

$$x_3 = \frac{b_3 - a_{37} x_7 - a_{35} x_5 - x_6 a_{36}}{a_{33}}$$

$$x_2 = \frac{b_2 - a_{27} x_7 - a_{26} x_6}{a_{22}}$$

$$x_1 = \frac{b_1 - a_{17} x_7 - a_{12} x_2}{a_{11}}$$

1

2

3

4

3

3

$17 = MD$

$32 - 17 = 15 = MD$