Machine Learning

Week-10. Time Series Analysis

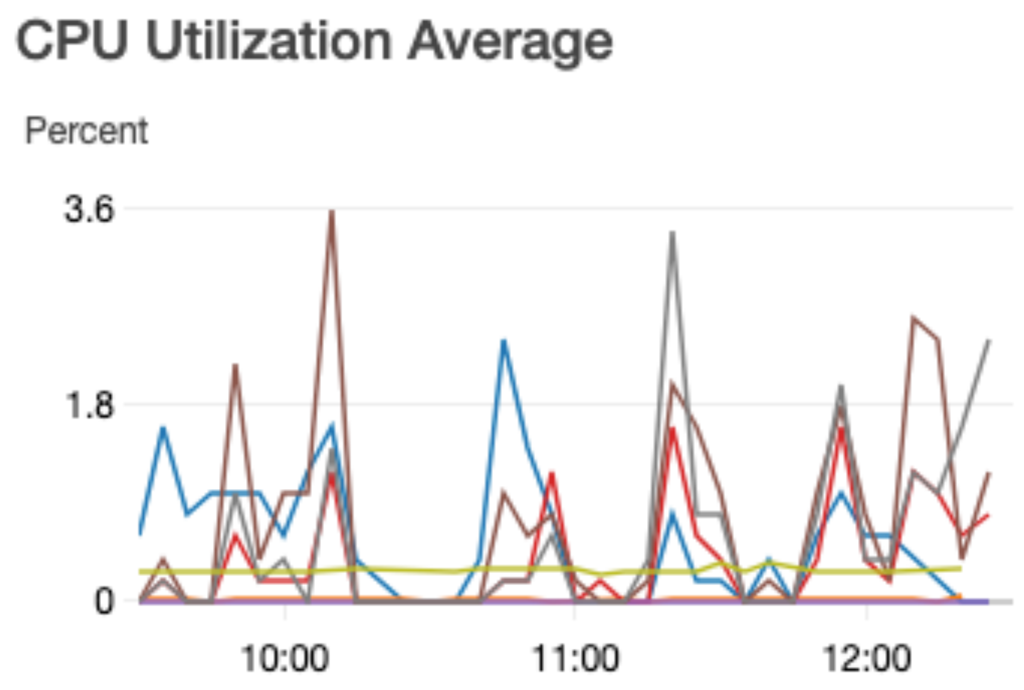
Jungwon Seo, 2021-Spring

Time Series Analysis
Overview

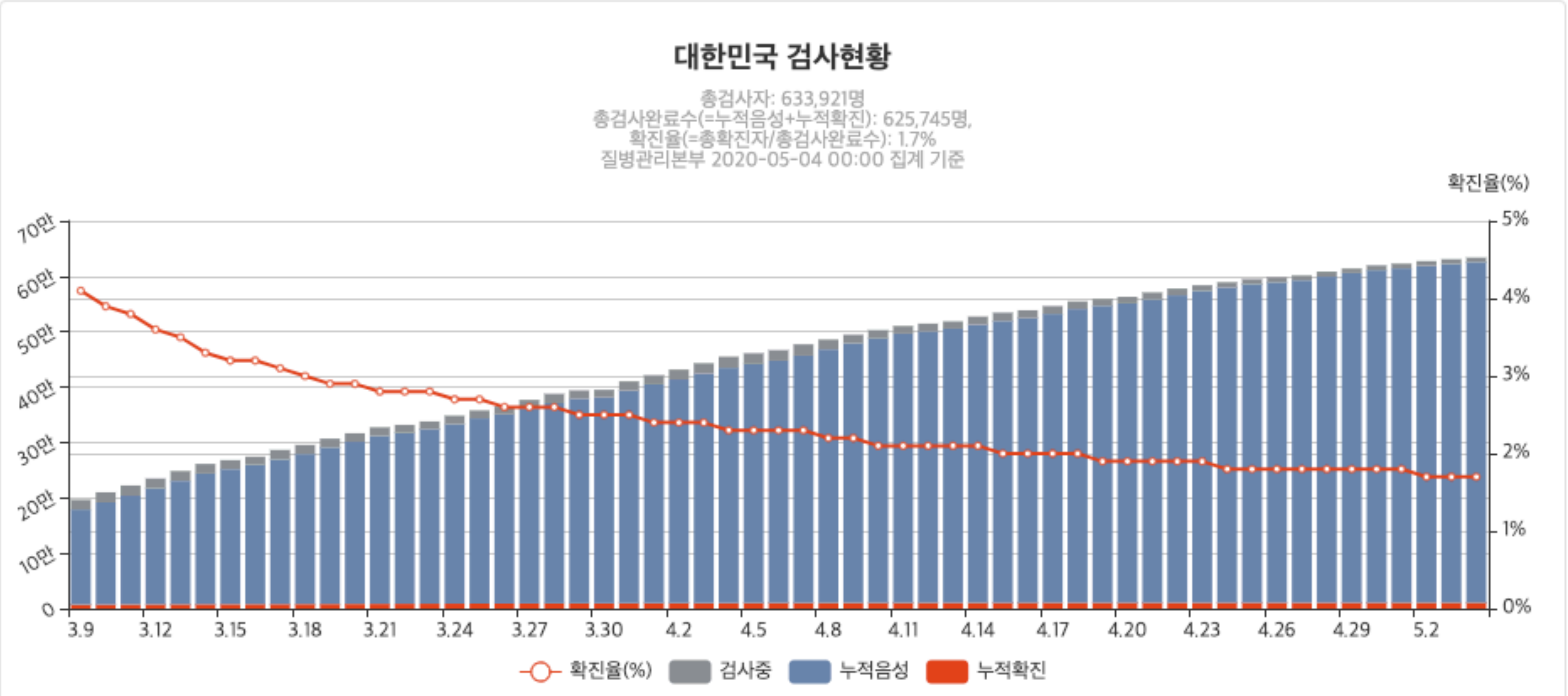
- 시계열 데이터의 정의
- 시계열 데이터의 시각화
- 시계열 데이터 분석의 응용
  - Forecasting
  - Anomaly Detection

Time Series

시계열 데이터의 정의와 목적



- 일정 시간 간격으로 배치된 데이터들의 수열
- 어떠한 규칙에 의해 시계열 데이터가 생성 되는지를 아는 것이 목표
- 지금까지 배워온 데이터는
  - **X**와 **y**가 존재하거나 **X**만 존재해왔다면
  - 시계열 데이터의 경우 **y**만 존재
- 예제
  - 주식가격, 신종 코로나 확진자, 각종 장비 로그데이터

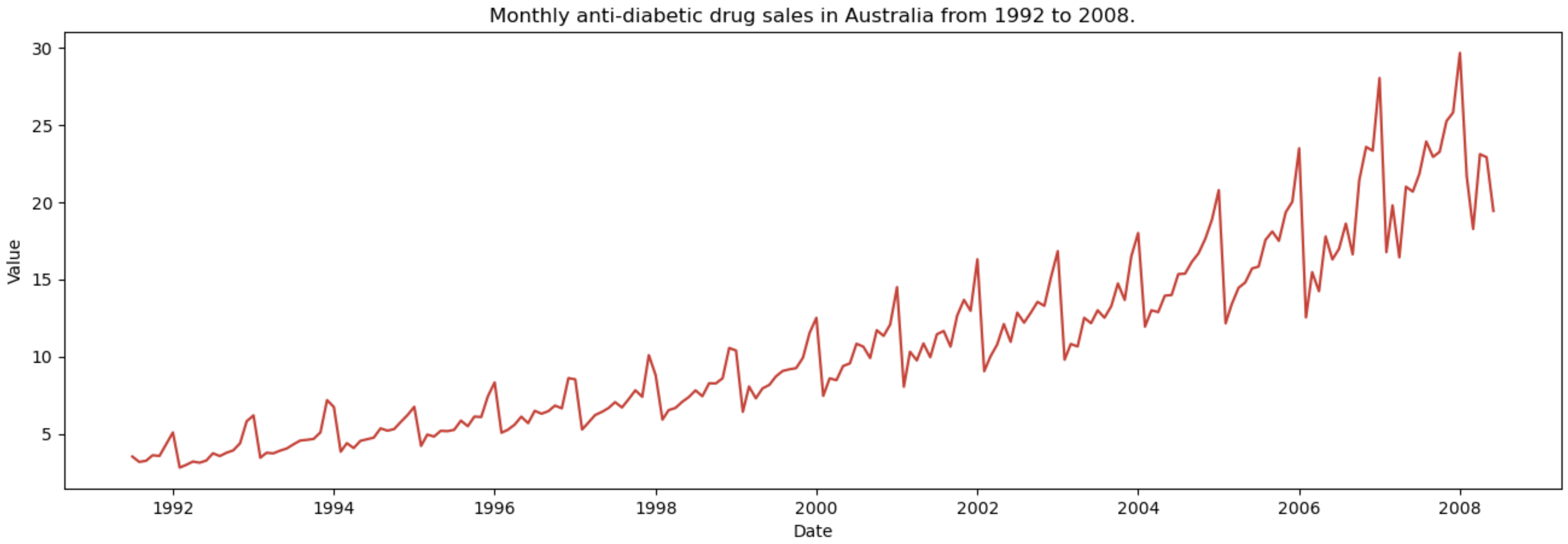


Visualization

시계열 데이터 시각화

Line Chart

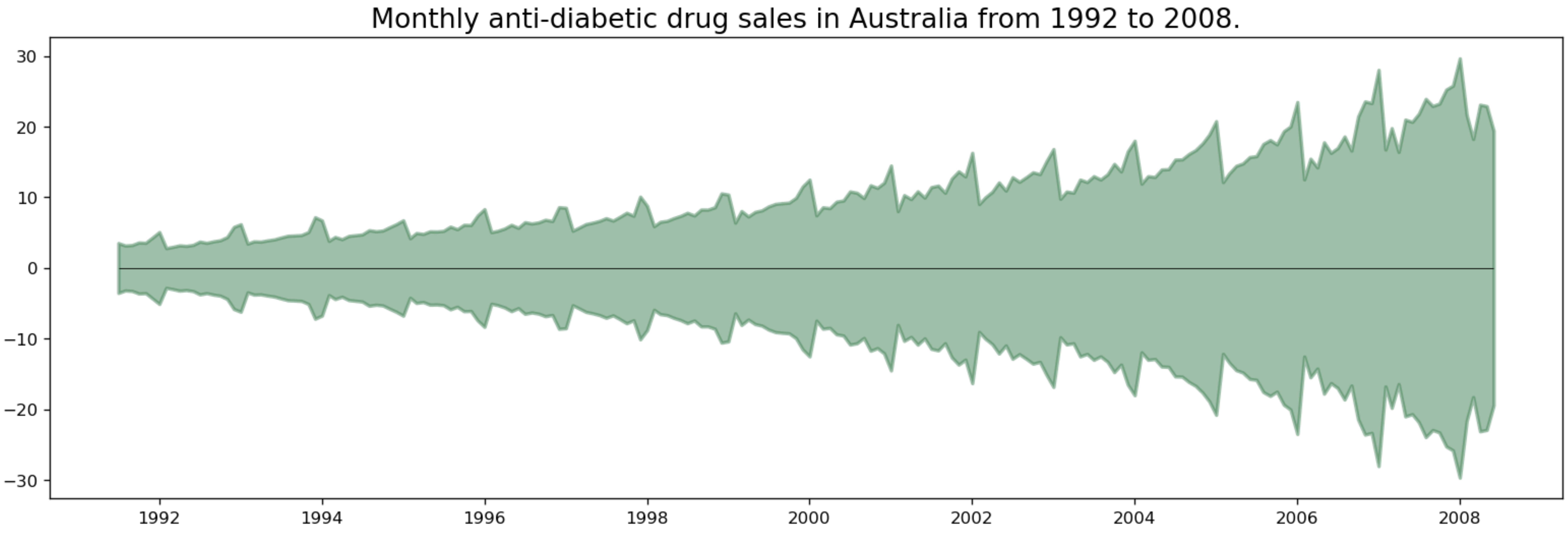
- 기본적으로 line chart로 표현 가능



시계열 데이터 시각화

Two-sided view

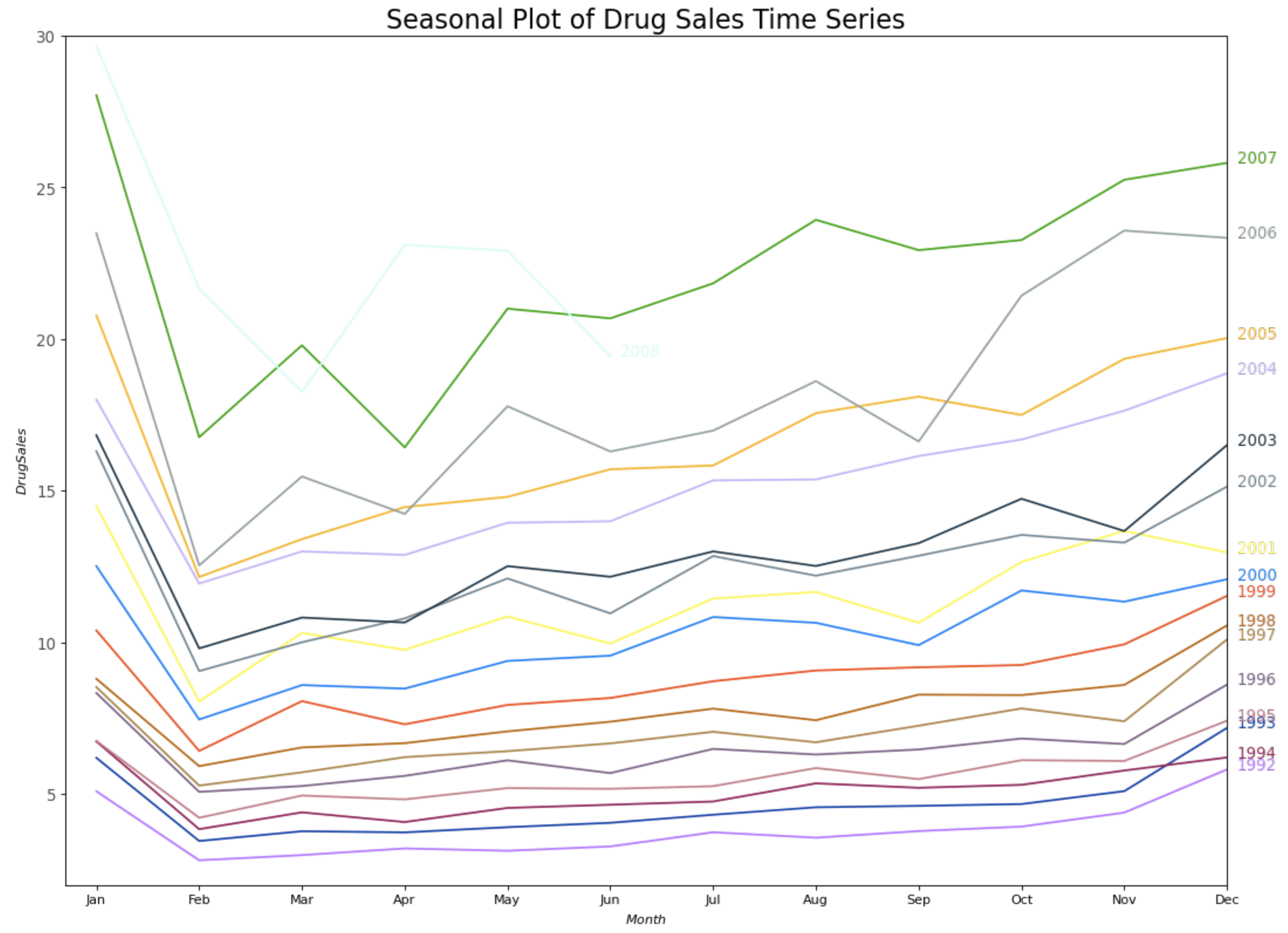
- 모든 데이터가 양수이고, y값의 증가를 강조하고 싶다면?

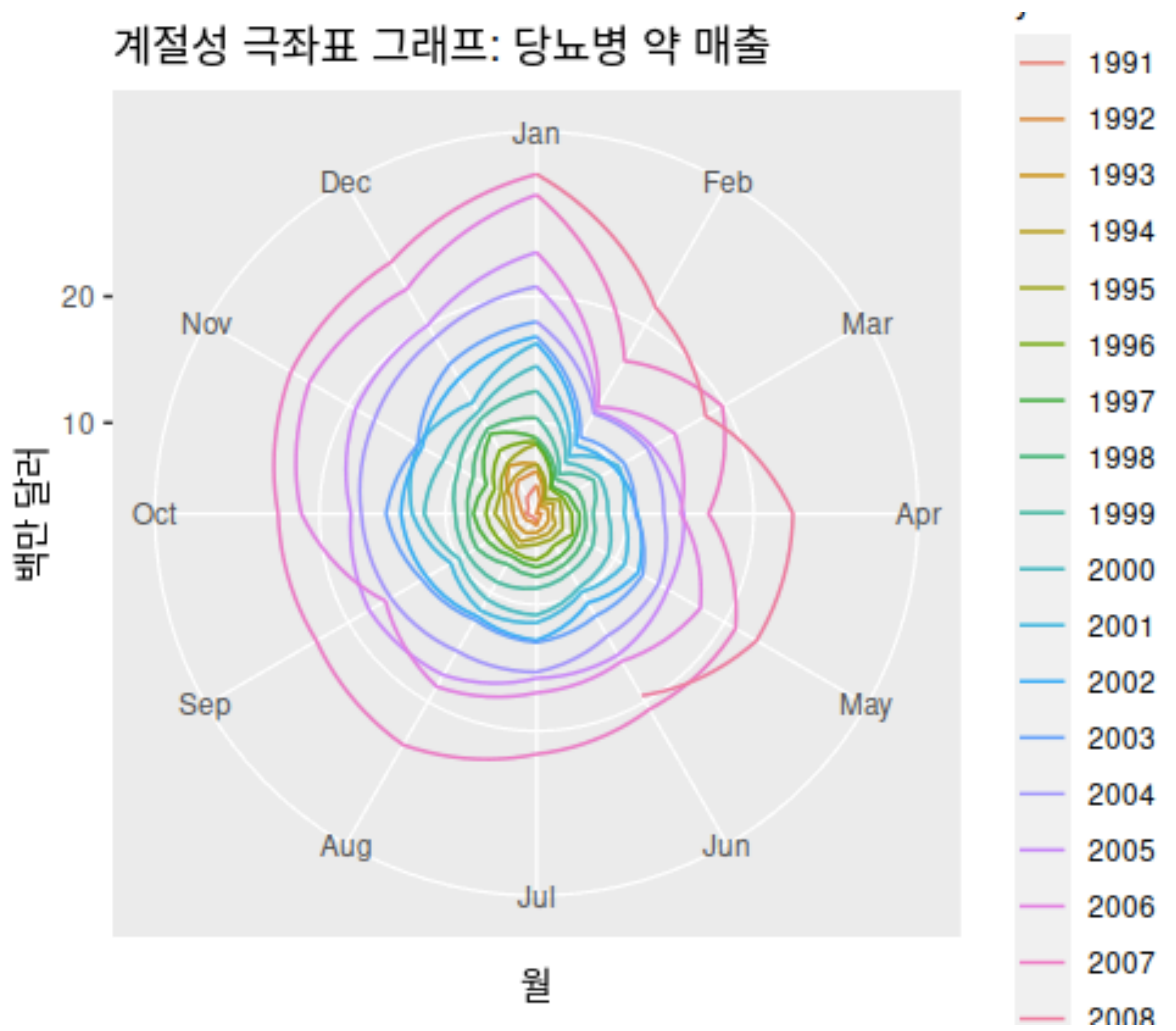


시계열 데이터 시각화

Seasonal Graph

- 매달 또는 매년 존재하는 계절성을 비교하고 표현하고 싶다면?

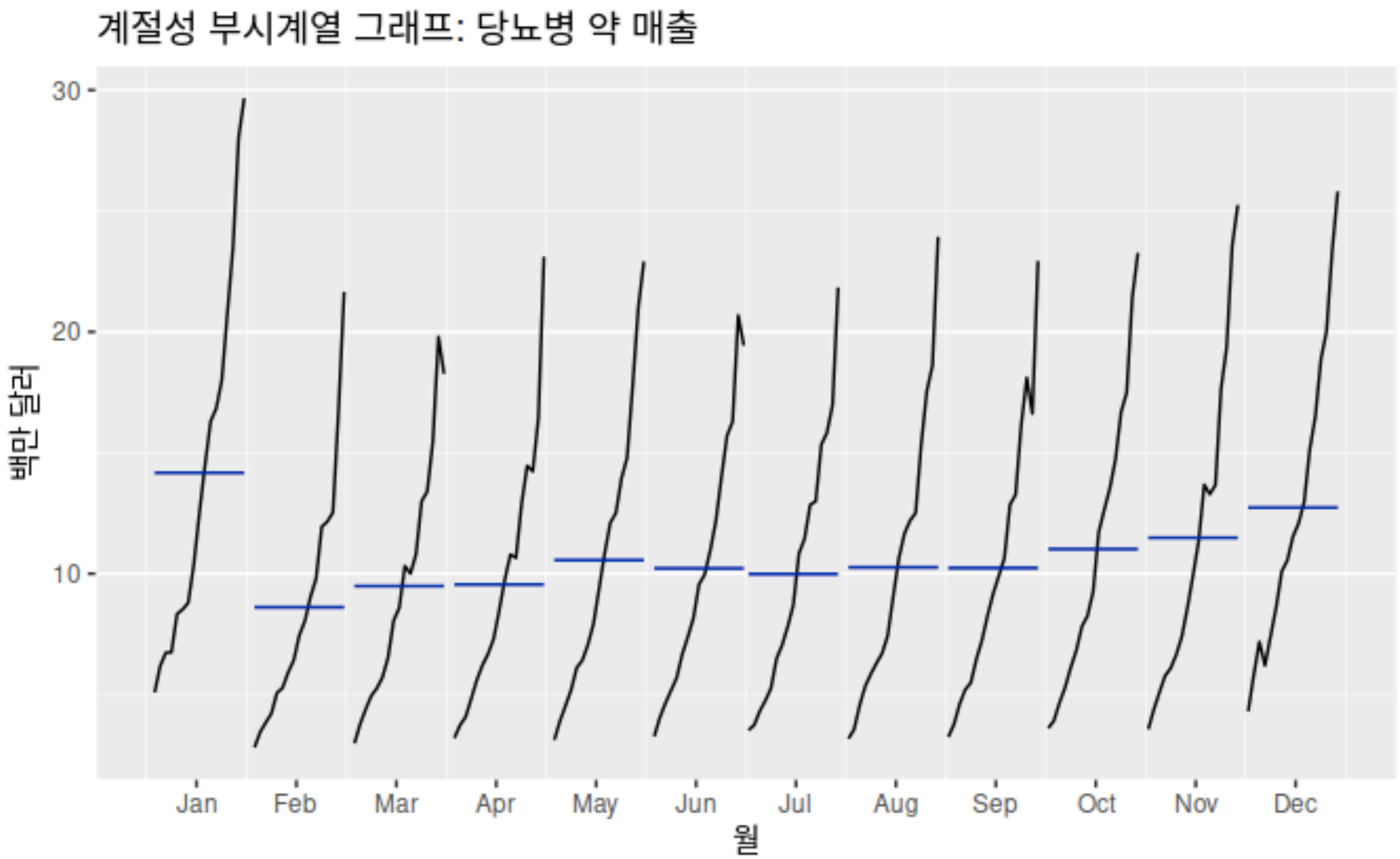




https://otexts.com/fppkr/graphics-seasonal-plots.html

시계열 데이터 시각화
Seasonal Graph

- 계절성 부시계열 그래프
  - 각 계절에 대한 데이터를 모아, 분리된 작은 시간 그래프로 나타내는 것
  - 1월의 전체 데이터(92~07년)만 표현

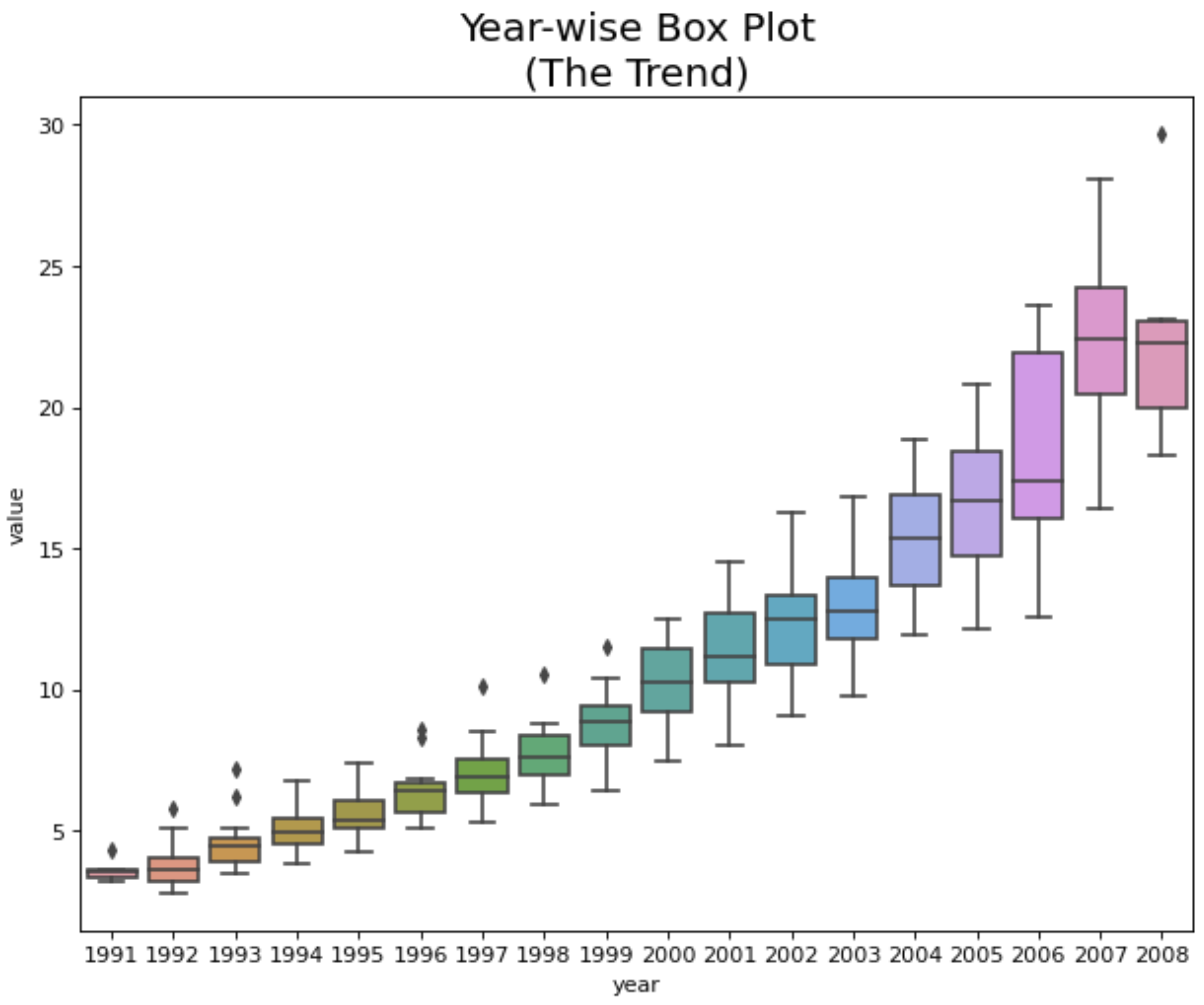


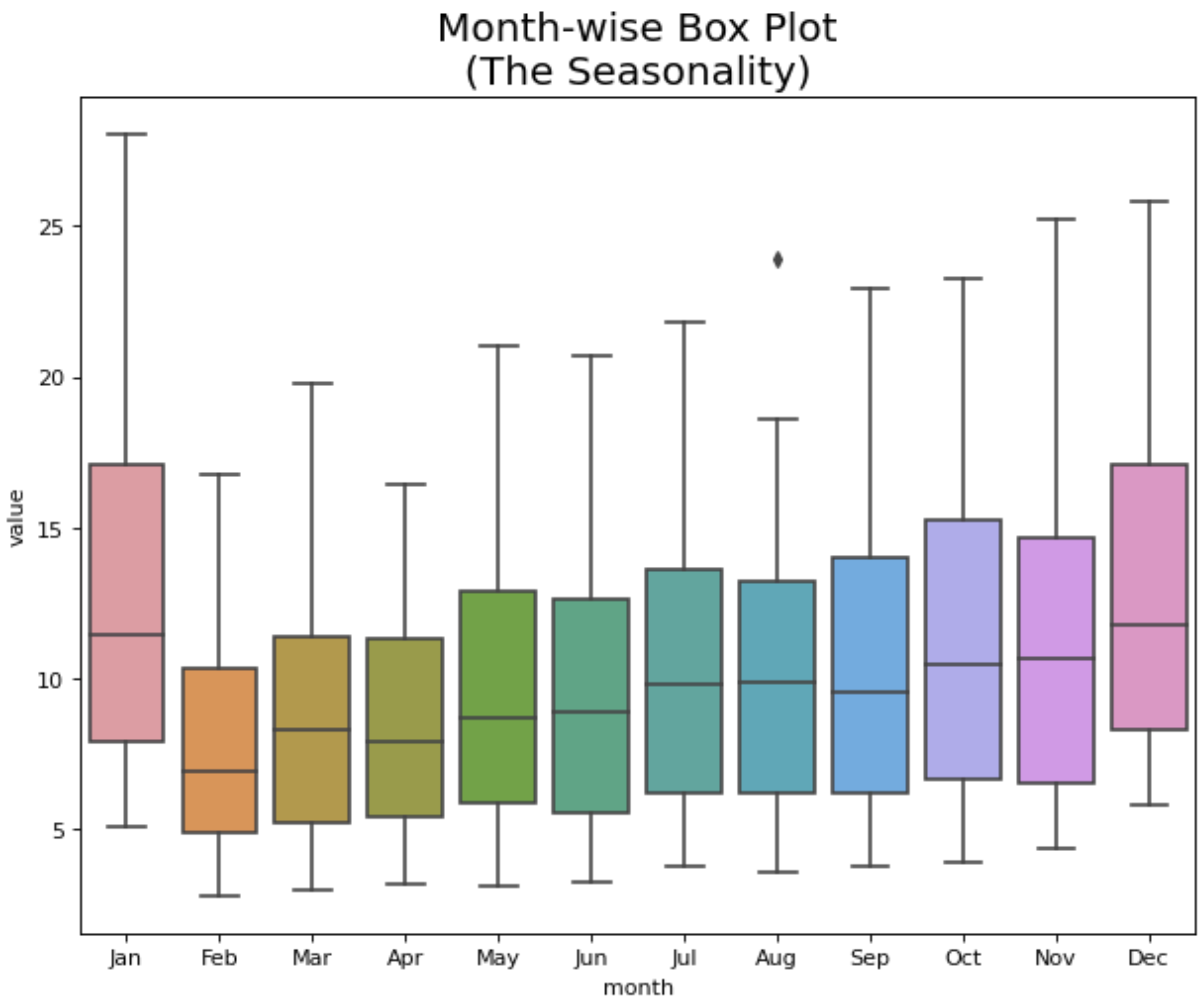
https://otexts.com/fppkr/graphics-seasonal-subseries-plots.html

시계열 데이터 시각화

Time Series Box Plot

- 통계적인 데이터 값을 포함하여 표현하고 싶다면,



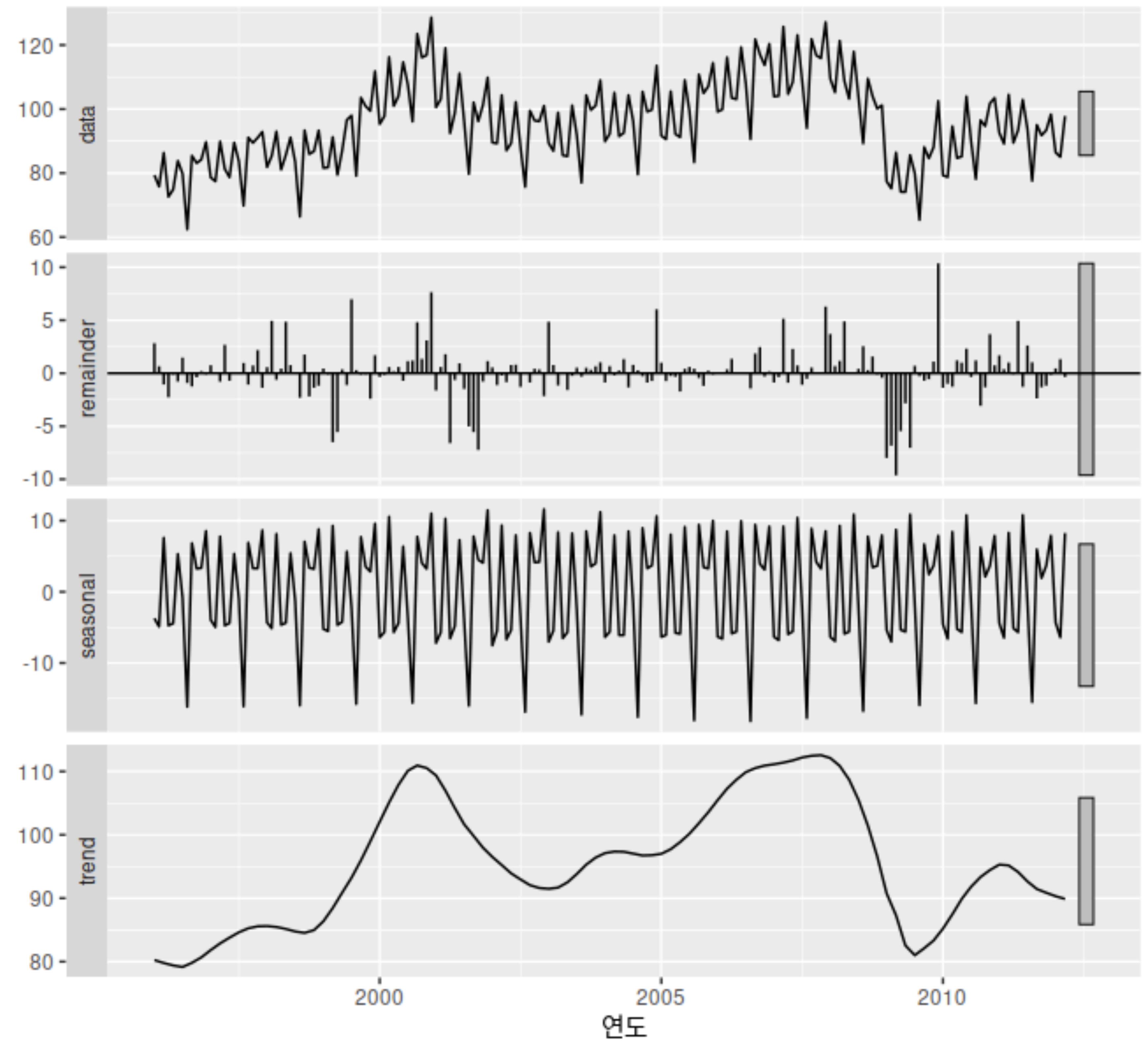


Time Series Decomposition

Time Series Decomposition

시계열 데이터 분해

- 일반적으로 시계열 데이터는
  - 추세-주기 성분, 계절성 성분, 나머지 성분으로 구성된다고 가정
- 덧셈분해 (Additive Decomposition)
  - $y_t = S_t + T_t + R_t$
  - S: Seasonal, T: Trend, R: Remainder
  - 추세-주기나 계절성의 변동이 시간에 의해 변하지 않는다면, 덧셈 분해가 적합
- 곱셈분해(Multiplicative Decomposition)
  - $y_t = S_t \times T_t \times R_t$
  - 시간에 의해, S나 T가 영향을 받는다면, 곱셈 분해가 적합
    - 영향을 받는다 : 예를들면 시간이 지날 수록 계절성의 변동성이 작아지거나 커진다



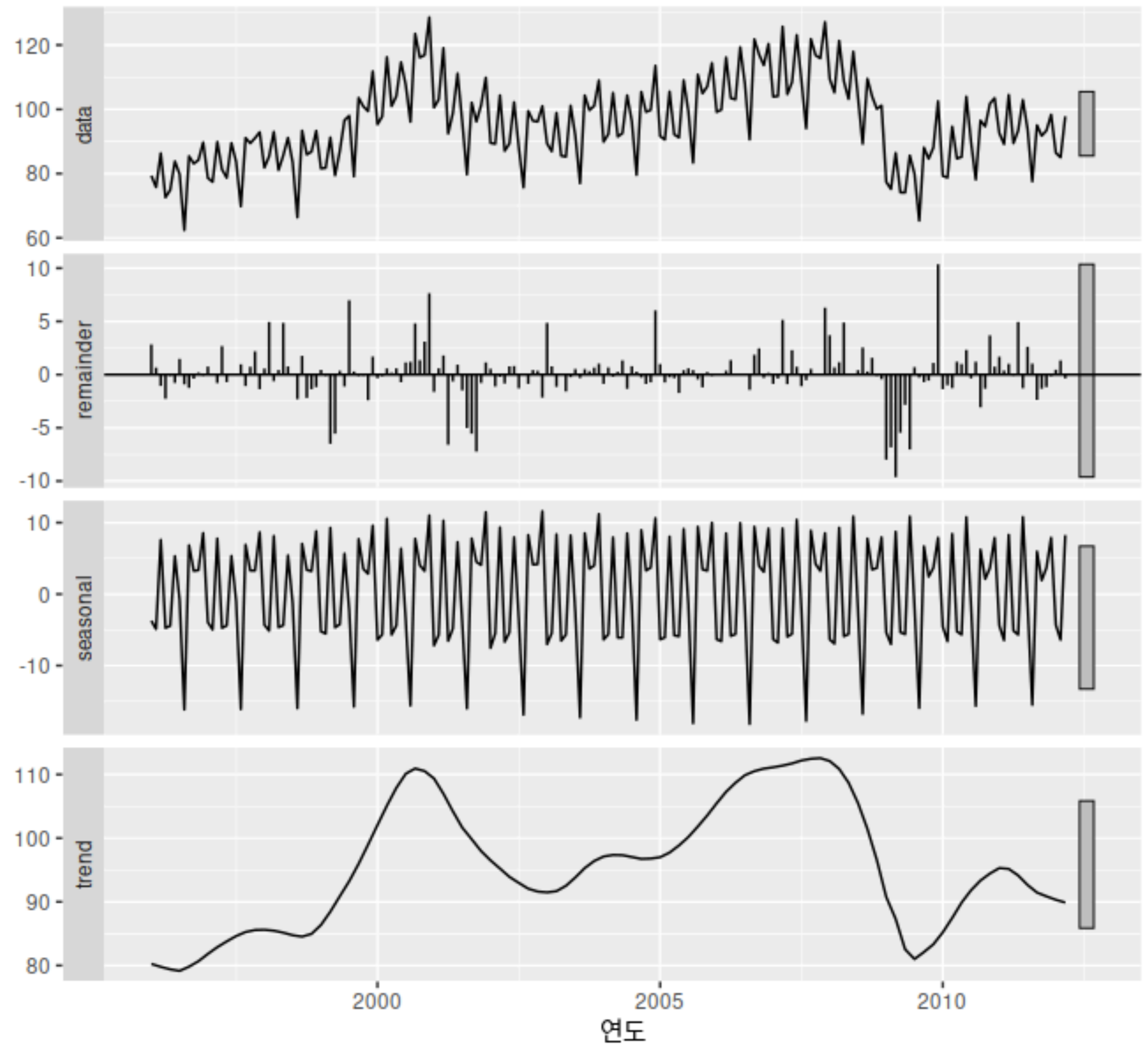
Time Series Decomposition
이동평균평활

- Moving Average Smoothing
  - 추세(trend)를 측정하기 위해
  - 차수(order) m의 이동평균 방정식
  - $\hat{T}_t = \frac{1}{m} \sum_{j=-k}^{k} y_{t+j}$
    - m= 2k+1
  - k기간 안의 시계열 값을 평균하여 시간 t의 추세-주기를 측정

Time Series Decomposition

곱셈, 덧셈 분해 (고전적인 방식)

- 계절설 지수(seasonal indices) m 결정
  - 분기별 m=4, 월별 m=12, 주별 패턴이 있는 일별 데이터 m=7
  - 1단계
    - m이 짝수(even)이면 2 x m-MA, m이 홀수(odd)이면 m-MA를 사용하여, 추세-주기 성분을 계산 $\hat{T}_t$
  - 2단계: 추세를 제거한 시계열 계산
    - 덧셈분해: $y_t - \hat{T}_t$, 곱셈분해: $y_t / \hat{T}_t$
  - 3단계: 계절성분 제거
    - 10년치의 월별 (m=12) 데이터라고 가정 했을때, (추세가 제거된 상태에서),
      모든 3월의 시계열 값의 평균을 구한다음 각각의 3월에서 평균을 제거,
      나머지 월에 대해서도 마찬가지로 적용, 이렇게 평균이 제거된 시계열을 나열하면 $\hat{S}_t$
  - 4단계: Remainder 계산
    - 덧셈분해: $\hat{R}_t = y_t - \hat{T}_t - \hat{S}_t$, 곱셈분해: $\hat{R}_t = y_t / \hat{T}_t \hat{S}_t$
- 고전적인 방법의 한계
  - 이동평균 평활의 계산 방식상 처음 m개 또는 마지막 m개에 대한 데이터에 대한 추세 추정값 X
  - 과도한 smoothing
  - Outlier를 다루는데 적합하지 X



Time Series Decomposition

STL Decomposition

- Seasonal and Trend decomposition using Loess
  - 1990년도에 제안 (by R. B. Cleveland, Cleveland, McRae, & Terpenning)
  - Loess : Local regression, 비선형관계를 추정하기 위한 기법
  - 월별/분기별 등 어떤 종류의 계절 성도 다룰 수 있음
  - 계절적인 성분이 시간에 따라 변해도 OK (1950년도 부터 전기 사용량?)
  - 추세-주기의 smoothing 정도를 사용자가 조절 가능
  - 두개의 파라미터를 선택
    - Trend-cycle window, Seasonal window

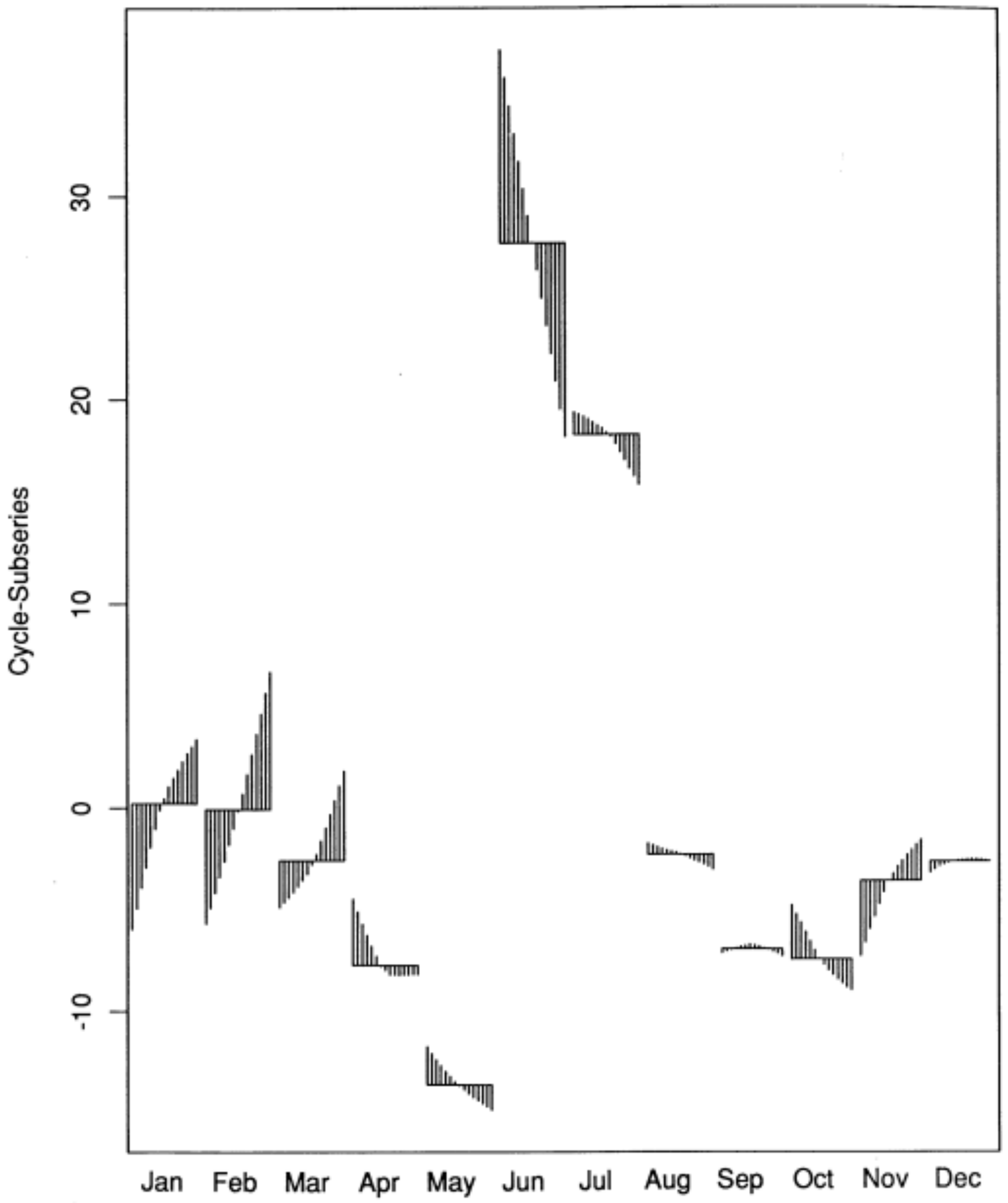


Fig. 6. Cycle-Subseries Plot for U.S. Unemployed Males Ages 16–19. The units on the vertical scale are tens of thousands.

Cleveland, Robert B., et al. "STL: A seasonal-trend decomposition." *Journal of official statistics* 6.1 (1990): 3-73.

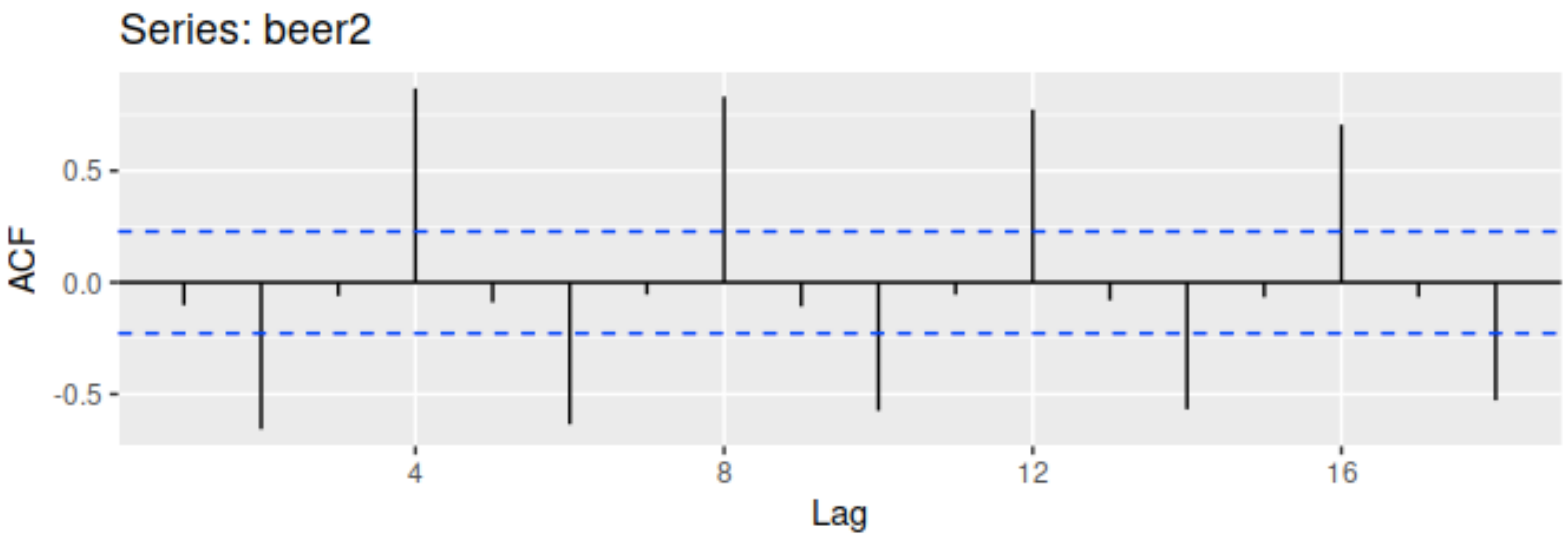
Forecasting

Forecasting

Auto Correlation

- 자기상관
  - 시계열의 시차 값(lagged values) 사이의 선형 관계
  - r1은 yt와 yt-1 사이의 관계, r2는 yt와 yt-2까지의 관계
  - $r_k = \dfrac{\sum_{t=k+1}^{T}(y_t - \hat{y})(y_{t-k} - \hat{y})}{\sum_{t=1}^{T}(y_t - \hat{y})^2}$

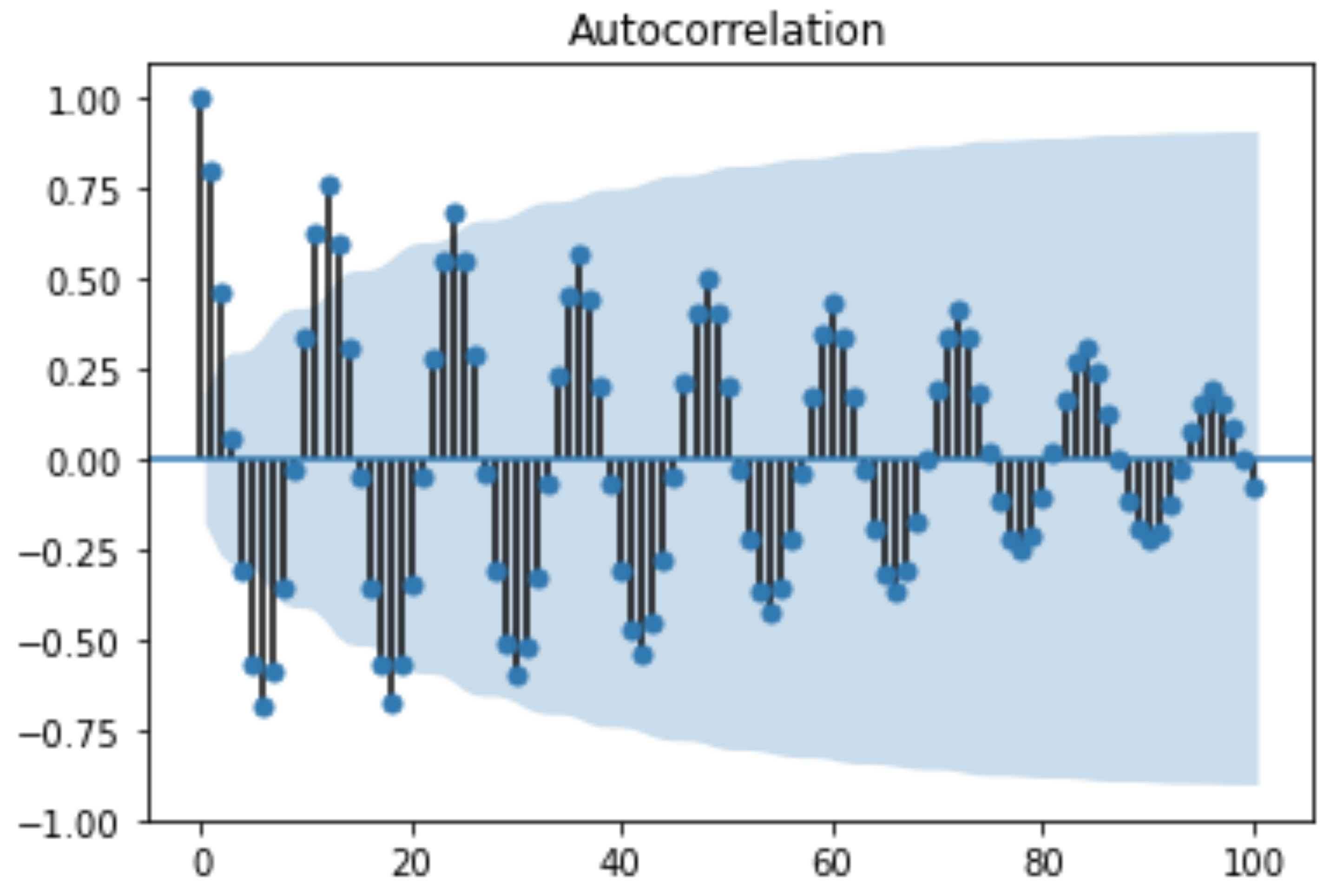
r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9
-0.102	-0.657	-0.060	0.869	-0.089	-0.635	-0.054	0.832	-0.108

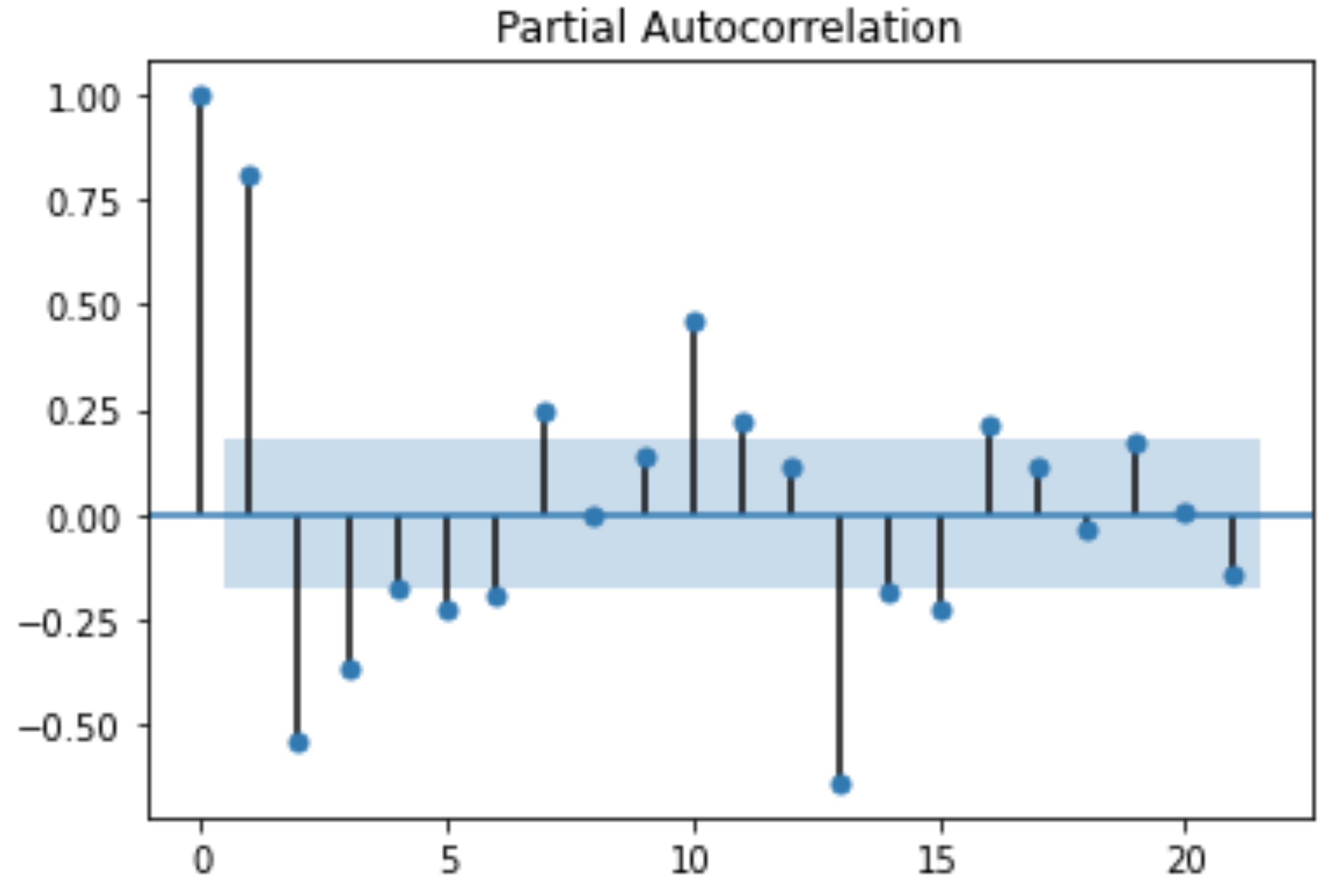


Forecasting

Autocorrelation

- ACF: Autocorrelation Function
  - 이전 시점을 모두 고려하여 두 시점의 상관관계를 구한다
  - t1와 t4의 상관관계를 구할때, t2,t3도 같이 고려
  - MA의 차수를 결정할 때 사용 : 급격히 0으로 떨어지는 지점
- PACF: Partial Autocorrelation Function
  - 누적 시점은 고려하지 않고 두시점의 상관관계를 구한다
  - t1은 t4에 의해서만 영향을 받는다고 가정
  - AR의 차수를 결정 할 때 사용: 급격히 0으로 떨어지는 지점

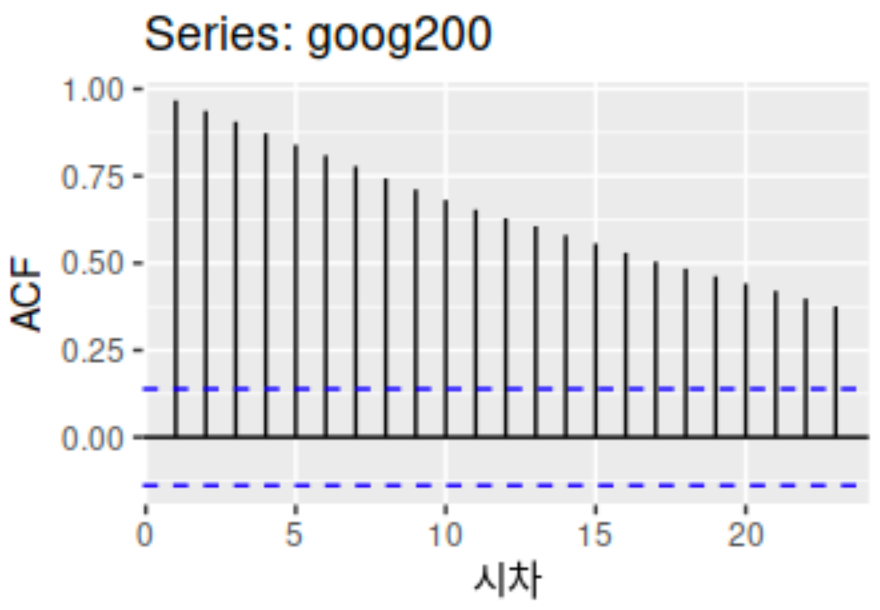


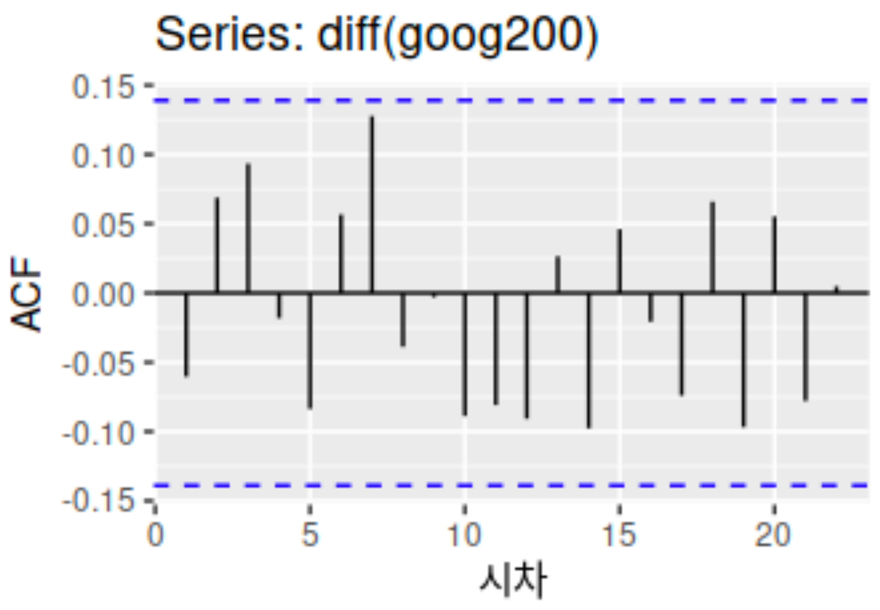


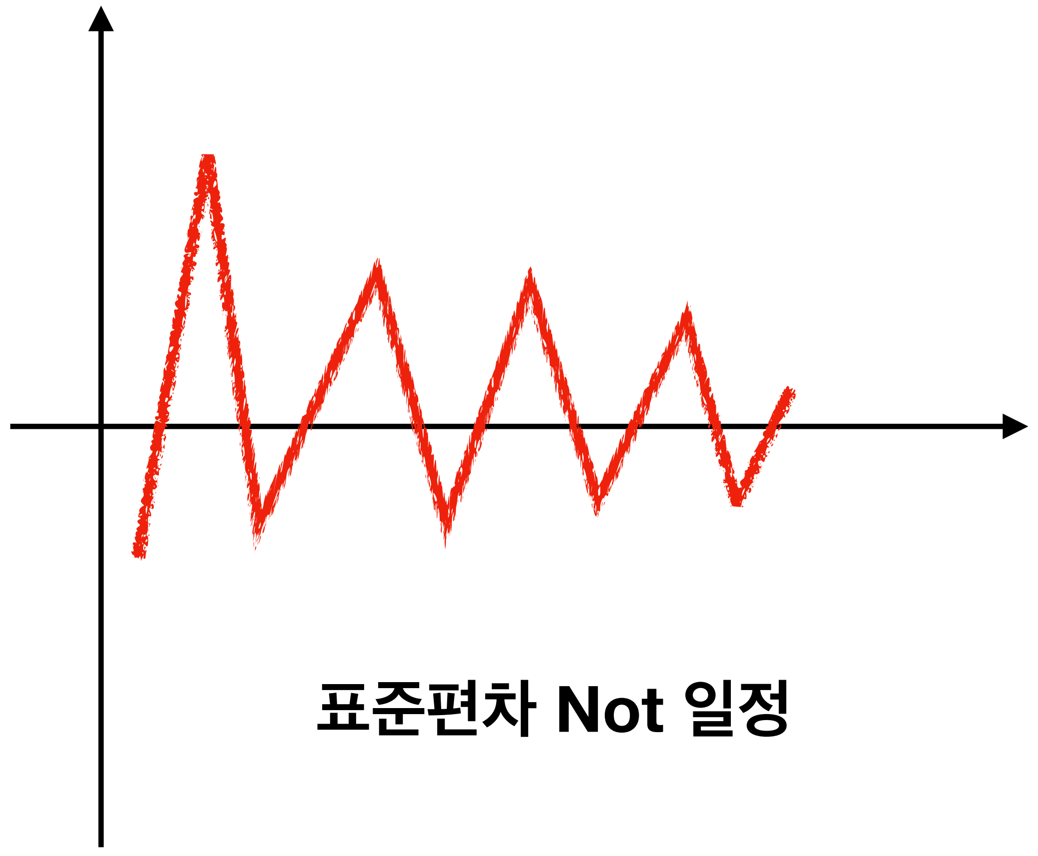
Forecasting

Stationarity

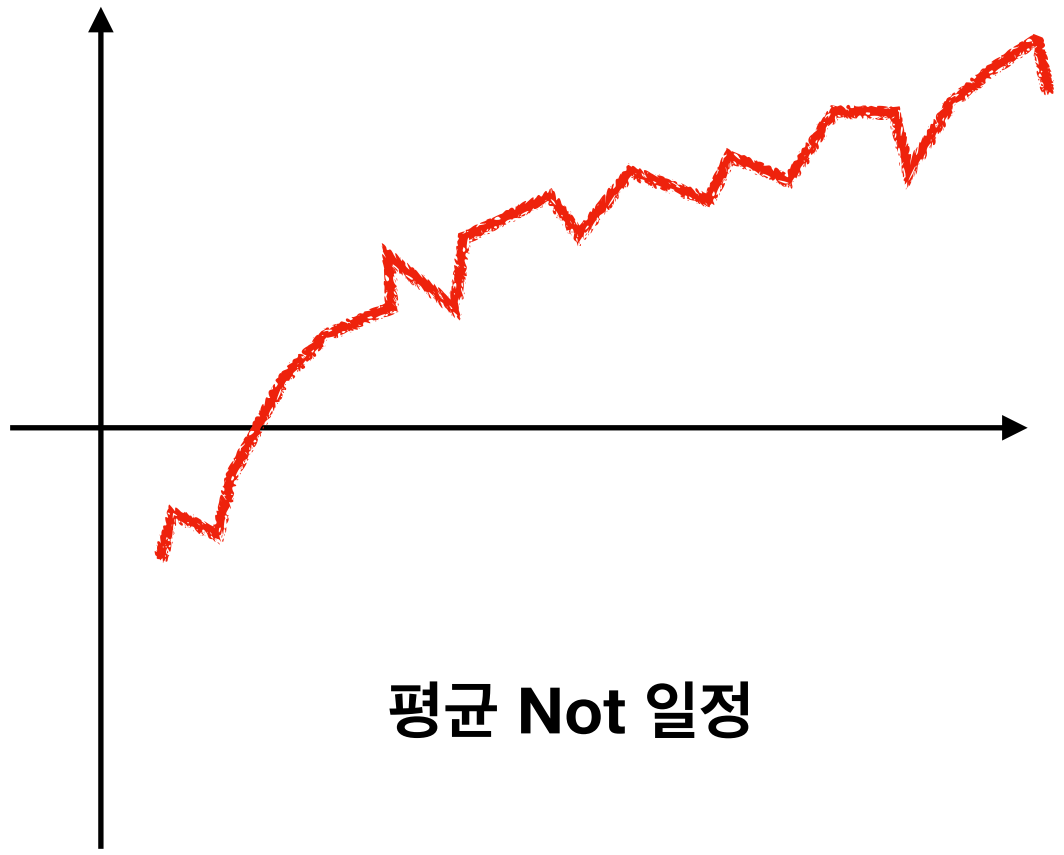
- 시간의 흐름에 따라 통계적 특성이 변하지 않는다.
    - 예측 하기가 단순해진다.
- 정상성의 조건
    - 평균이 일정 (No Trend), 표준편차가 일정, No Seasonality
- 어떻게 정상성을 확인하는 법 :
    - ACF로 확인: 0으로 빠르게 떨어지나?







표준편차 Not 일정

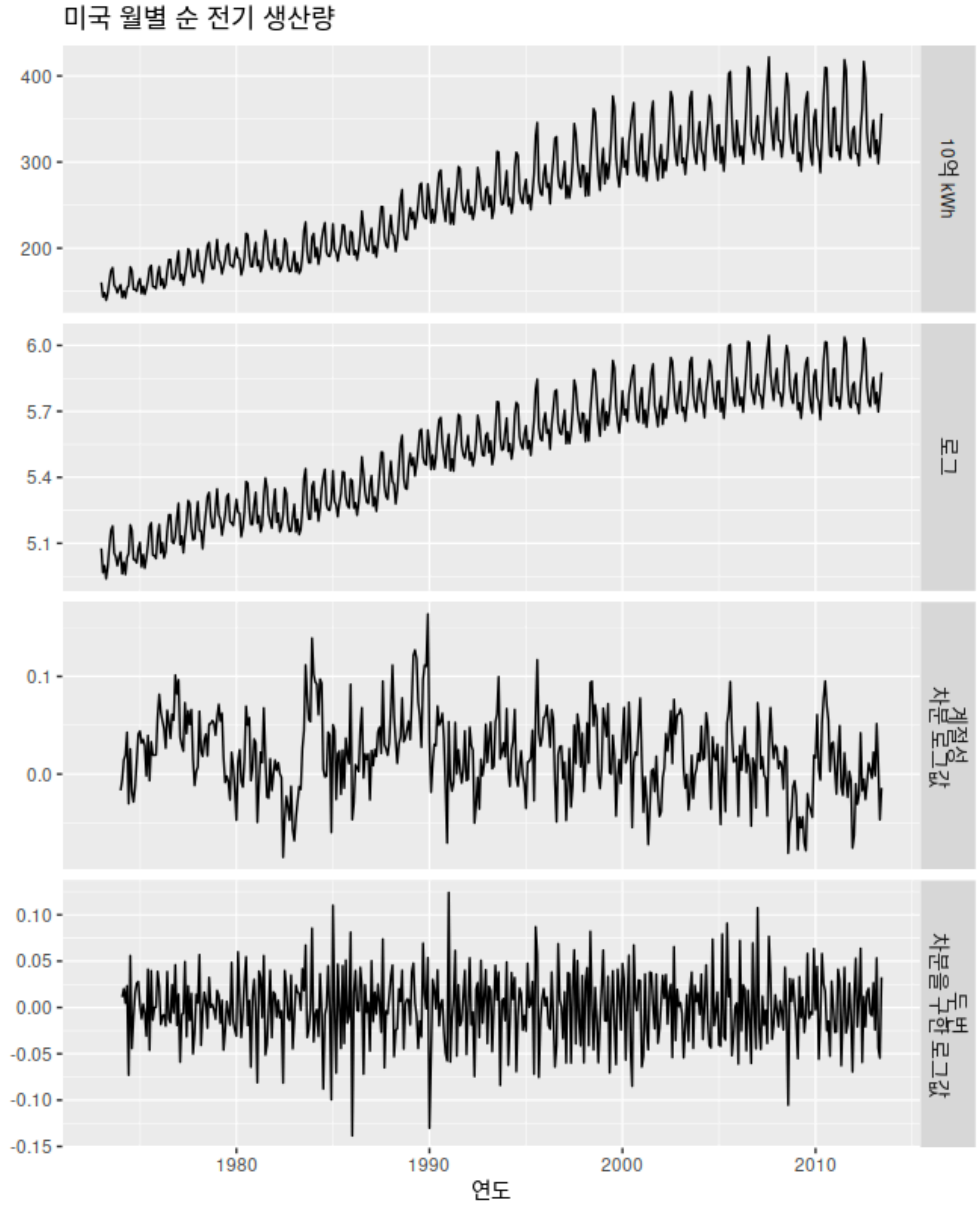


평균 Not 일정

Forecasting

Stationarity

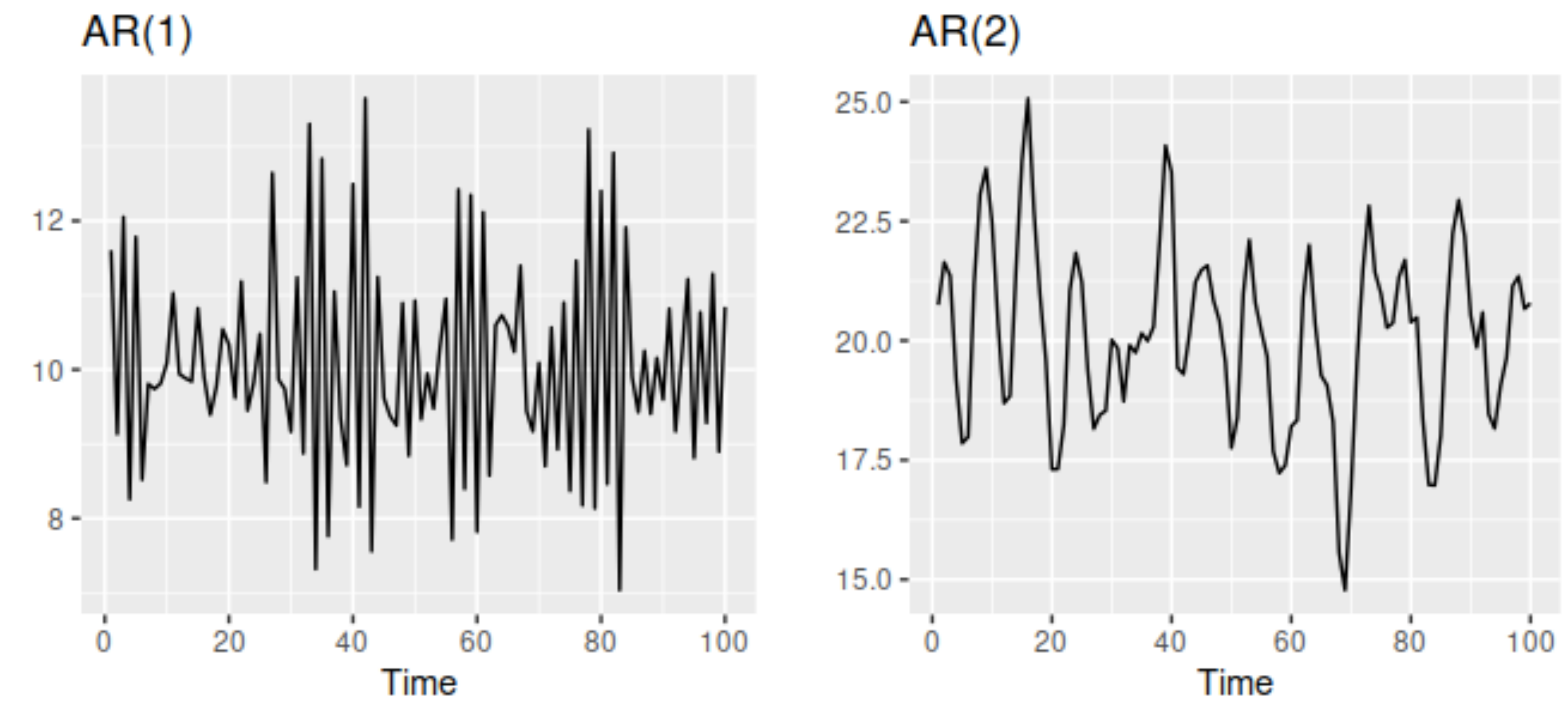
- 정상성을 만족하게 데이터를 전처리하는 법
- 변동폭이 일정하지 않다?
  - 로그변환
- 추세, 계절성이 존재한다?
  - 차분
- 그럼에도 정상성을 띄지 않는다?
  - 위 과정 반복
  - 1차 차분, 2차 차분…



Forecasting

Autoregressive Model (AR)

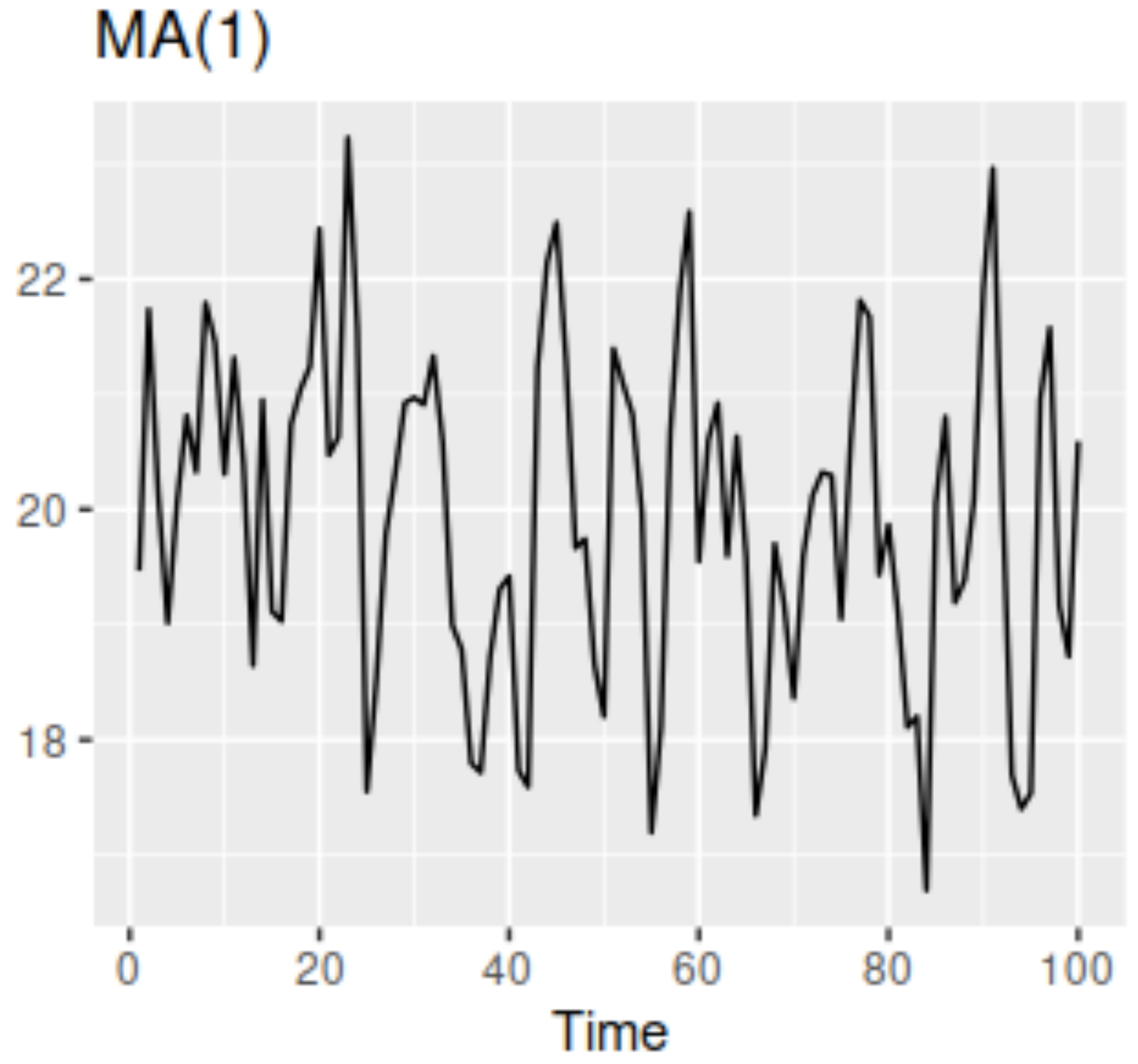
- 자기회귀 모델에서는, 변수의 과거 값의 선형 조합을 이용하여 관심 있는 변수를 예측
    - $y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \ldots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$
    - AR(p)에서 p는 PACF에서 확인

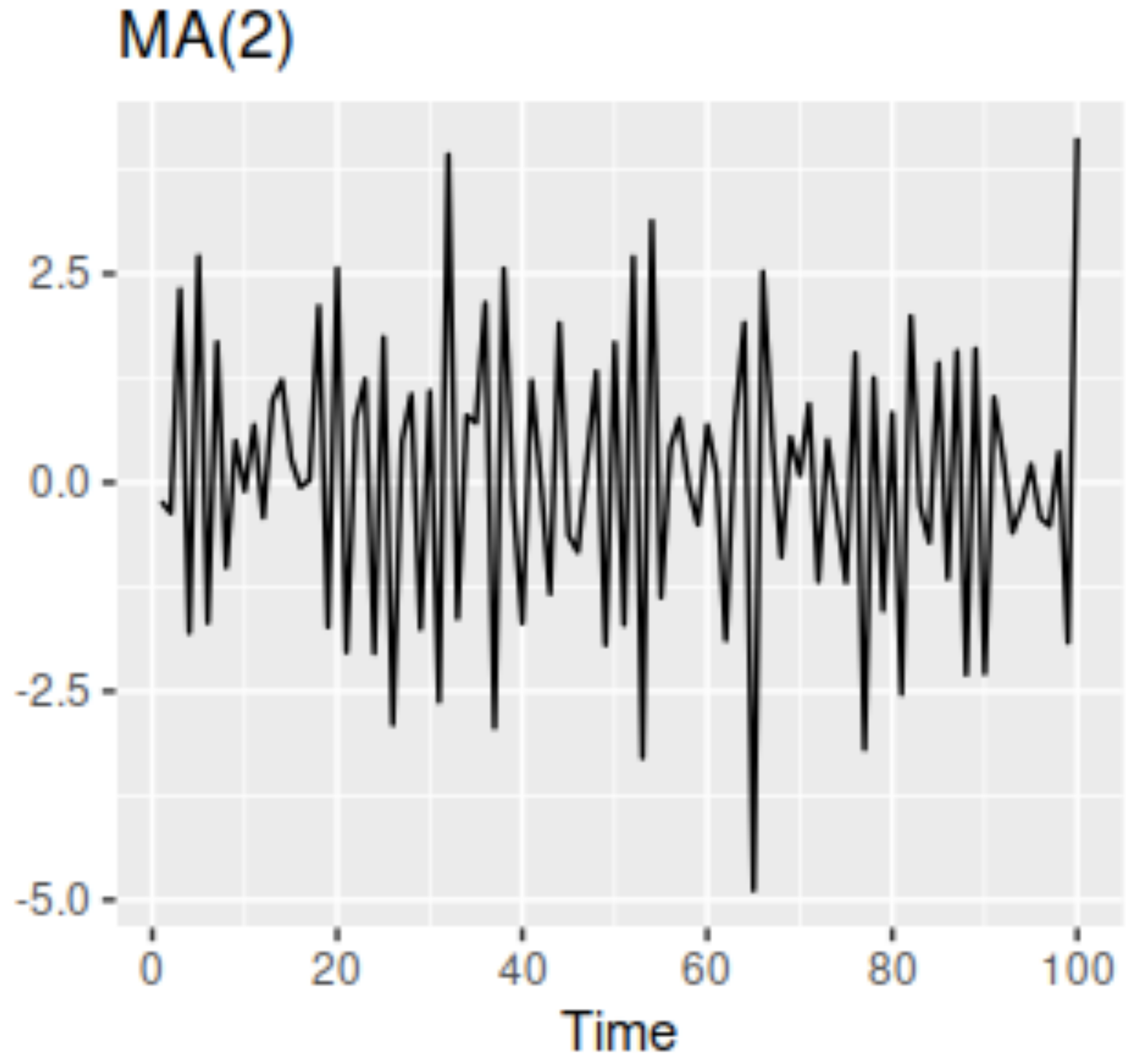


Forecasting

Moving Average Model

- 이동 평균 모델은 회귀처럼 보이는 모델에서 과거 예측 오차(forecast error)을 이용합니다.
  - 이동 평균 평활과 다름!
    - 과거의 주기-추세를 측정할 때 사용
    - MA Model은 예측 할때 사용
  - $y_t = c + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q\varepsilon_{t-q}$
  - MA(q)에서 q는 ACF에서 확인





Forecasting

ARMA

- Auto
  Regressive
  Moving
  Average
- 과거의 값으로 미래를 예측(AR), 과거에 발생하는 오류로 미래의 오류를 예측 (MA)
- ARMA(1,1): $\ell_t = \beta_0 + \beta_1 \ell_{t-1} + \phi_1 \epsilon_{t-1} + \epsilon_t$
- ARMA(p,q)는 ACF와 PACF를 활용해 찾는다

Forecasting

ARIMA

- 이동평균을 누적한 자기회귀
    - Auto
      Regressive
      Integrated(누적)
      Moving
      Average
    - $y'_t = c + \phi_1 y'_{t-1} + \cdots + \phi_p y'_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$
- Trend가 존재하는 데이터에 대응하기 위해
- ARIMA(p,d,q)에서 d는 몇차 차분(difference)이냐에 대한 변수
    - 1차 차분: 인접한 값간의 차이
    - 2차 차분: 인접한 값간의 차이의 차이

Forecasting

SARIMA

- 계절성 ARIMA 모델 : 계절성이 있는 데이터에 대응하기위해
  - Seasonality
Auto
Regressive
Integrated
Moving
Average

비계절성 부분 계절성 부분

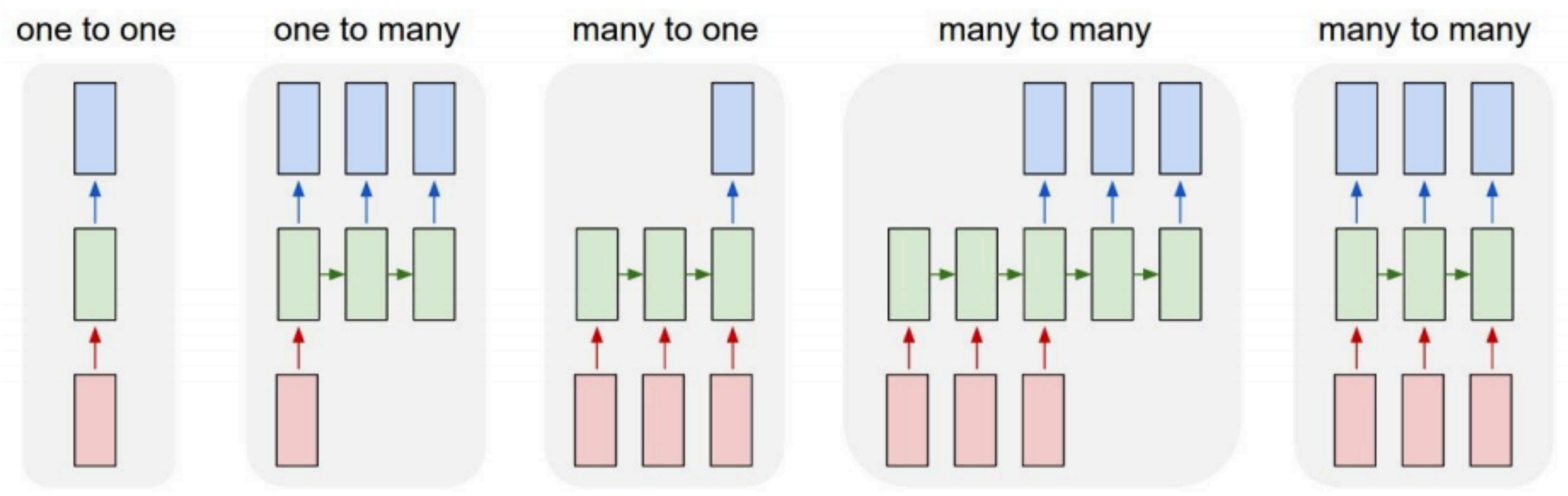
- ARIMA(p,d,q) (P,D,Q)m
  - m = seasonal factor
  - p: AR 차수, d: 차분의 차수, q: MA 차수
  - 대문자 P,D,Q는 계절성에 대한 p,d,q

- ARIMA(1,1,1)(1,1,1)4
  - $(1-\phi_1 B)\ (1-\Phi_1 B^4)(1-B)(1-B^4)y_t = (1+\theta_1 B)\ (1+\Theta_1 B^4)\varepsilon_t$

Forecasting

Recurrent Neural Network (RNN)

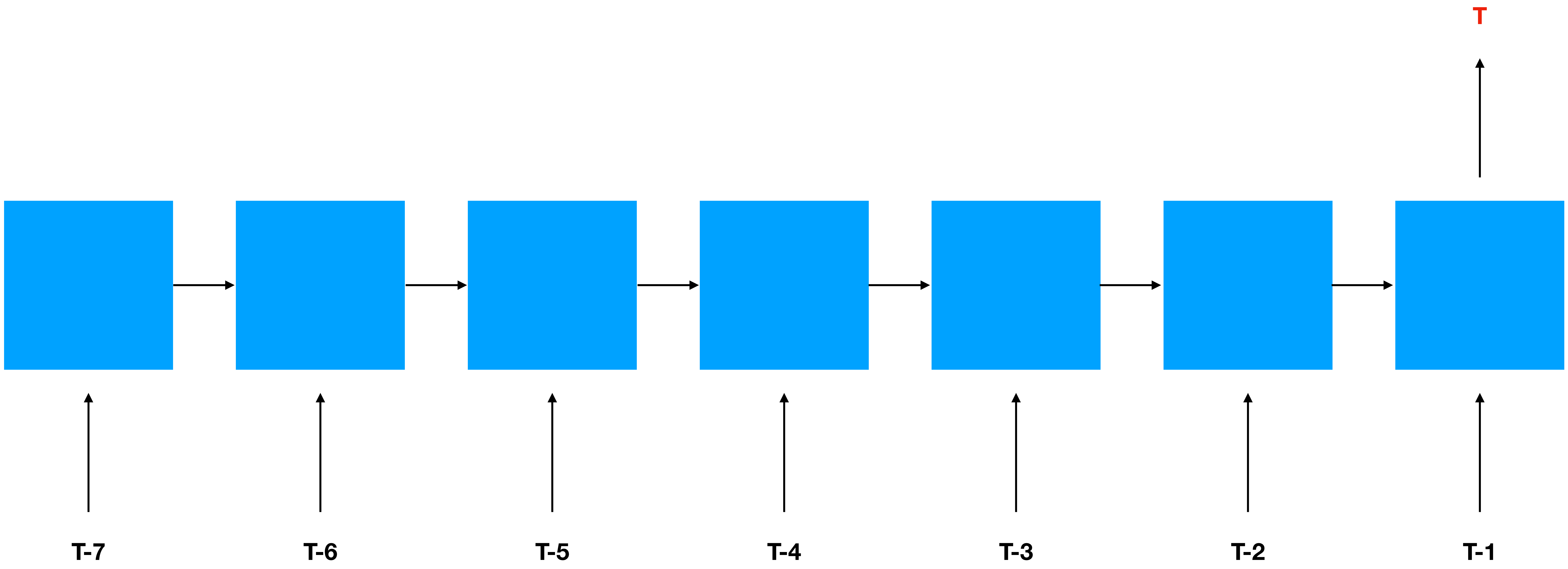
- 데이터 특성을 파악함에 있어서는, 전통적인 방식이 동작을 하지만, 예측에 있어서는 명확한 한계가 존재
- 많은 테스크들이 딥러닝 기반의 방법론을 쓰는 이유처럼, 만약 패턴을 인공신경망이 알아서 결정하게 한다면?
- Recurrent Neural Networks



http://cs231n.stanford.edu/slides/2017/cs231n_2017_lecture10.pdf

Forecasting

Recurrent Neural Network (RNN)



References

Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2018) Forecasting: principles and practice, 2nd edition, OTexts: Melbourne, Australia. OTexts.com/fpp2. Accessed on 2020-11-19.

E.O.D