

Review

- What we have learned so far...
 - Divergence theorem
 - * Orientation of a surface
 - * Meaning of divergence $\nabla \cdot \mathbf{F}$
 - * Green's theorem
 - Integration by substitution
 - * Jacobian
 - * Coordinate systems
 - * Indefinite integration
 - * Gamma, beta functions
 - Differentiation
 - * Directional derivative
 - * Meaning of gradient ∇f
 - Minima and maxima
 - * Taylor polynomial
 - * Hessian
 - * Lagrange multiplier

Homework

- Writing assignment (due **Dec. 7th, 11:59pm**)

1. 이차원 변환(transformation) $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$

$$T(u, v) = (x(u, v), y(u, v))$$

에 의해 uv -평면상의 영역 D 가 xy -평면상의 영역 $T(D)$ 로 옮겨진다고 하자.

- (a) 아래의 치환적분공식에서 기호 J 가 무엇인지, 왜 이것이 필요한지 설명하라.

$$\iint_{T(D)} f(x, y) dx dy = \iint_D f \circ T(u, v) |J| du dv$$

- (b) 직선 $y = x/2$, $y = 0$, 그리고 $x + y = 1$ 로 둘러싸인 영역을 D 라 하자. 다음 중적분을 계산하라. (과정을 상세히 설명해야 한다.)

$$\iint_D \sqrt{\frac{x+y}{x-2y}} dA$$

2. 다음 물음에 답하라.

- (a) 상수 c 에 대하여 삼변수 함수 $f(x, y, z)$ 의 등위면(level surface) $L_f(c)$ 을 생각하자. $L_f(c) \neq \emptyset$ 일 때, 점 $p \in L_f(c)$ 에서의 기울기벡터(gradient vector) $\nabla f(p)$ 는 곡면 $L_f(c)$ 에 수직함을 보여라.
- (b) 타원체 $3x^2 - 4xy + 3y^2 = 50$ 위의 점 중에서 원점으로부터 가장 가까운 점과 멀리 떨어진 점의 좌표를 구하고, 각 점에서의 접평면의 방정식을 구하라.
3. 삼차원 영역 \mathbf{R}^3 에서 정의된 삼변수 실(real-valued)함수 $w = f(x, y, z)$ 에 대하여 물음에 답하라.
- (a) 그레디언트 벡터 ∇f 와 미분계수 f' 를 정의하고, 두 개념의 연관성과 차이점을 서술하라.
- (b) 함수 f 를 직교좌표계 (x, y, z) 가 아닌 구면좌표계 (r, θ, ϕ) 로 표현한 것을 $F(r, \theta, \phi)$ 라 하자. 점 (x, y, z) 에서의 편미분 함수가 각각

$$f_x = 2xz, \quad f_y = z^2, \quad f_z = -x + y$$

일 때, 점 $(1, 1, 1)$ 에서의 이계 편미분 계수 $\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}$ 를 구하라.