

알고리즘 설계(ICE3020) - 중간고사 2021/4/21

아래 '학생 명예선서(Honor Code)'를 I-Class의 텍스트박스에 그대로 입력하고 제출하시오. (한글, 영문 모두 작성하시오.)

(Write the Honor Code below on the I-class answer sheet)

"나는 정직하게 시험에 응할 것을 서약합니다."

"By signing this pledge, I promise to adhere to exam requirements and maintain the highest level of ethical principles during the exam period."

알고리즘 설계(ICE3020) - 중간고사 2021/4/21

답안작성시 표기법(notation) :

함수 : $T_{\frac{n}{2}} \rightarrow T(n/2)$

위첨자(superscript) : n^2 -->n^2

아래첨자(subscript) : $n_2 \rightarrow n_2$

$$\text{로그} : \log_b a \rightarrow \log(b)(a), \log_b^2 a \rightarrow \log^2(b)(a)$$

1. 아래 코드의 시간복잡도 함수 $T(n)$ 을 구하시오.(20 points). 단, Master Theorem을 사용하지 마시오.

(Find the time complexity function $T(n)$ for the code fragment below. Do not apply the Master Theorem)

```

void somesort (int n, int S[]) {
    int a=n/3, b=2*n/3;
    if (n >= 1) {
        somesort(n/3, S[1..a]);
        somesort(n/3, S[a+1..b]);
        somesort(n/3, S[b+1..n]);
        someloop(); // O(nlogn)이 소요된다고 가정 (Assume that “someloop()” needs O(nlogn))
    }
}

```

$$\begin{aligned}
 T_n &= T_{\frac{n}{3}} + T_{\frac{n}{3}} + T_{\frac{n}{3}} + n \log n \\
 &= 3 \cdot T_{\frac{n}{3}} + n \log n \quad \text{102g} \\
 &= 3 \cdot \left(3 \cdot T_{\frac{n}{9}} + \frac{n}{3} \log \frac{n}{3} \right) + n \log n \\
 &= 3^2 T_{\frac{n}{9}} + n \log \frac{n}{3} + n \log \frac{n}{3} + n \log n \\
 &\quad + (n(\log_3 3) - \log_3 3) + (n(\log_3 3) - \log_3 3) + (n \log_3 3 - \log_3 3) \\
 &= 3^2 T_{\frac{n}{9}} + n \log n - n \left(\frac{n}{3^2} = 1 \right) \quad \lambda = \log_3 n \\
 &= n T_1 + \log_3 n \cdot n \cdot \log n \quad \text{102g} \quad O(n \log^2 n) \quad \text{102g}
 \end{aligned}$$

$$T(n) = \sum_{i=0}^{\log(n)} n \log \left(\frac{n}{2^i} \right) = n \log \left(\prod_{i=0}^{\log(n)} \frac{n}{2^i} \right) = n \log \left(\frac{n^{\log(n)}}{2^{\frac{\log(n)(\log(n)+1)}{2}}} \right) = n \log(n) \log \left(\frac{n}{\sqrt{2} \sqrt{n}} \right) = n \log(n) \log \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2}} = \Theta(n \log^2(n))$$

채점기준 : 위 각부분에 표시되어있음

알고리즘 설계(ICE3020) - 중간고사 2021/4/21

답안작성시 표기법(notation) :

함수 : $T_{\frac{n}{2}} \rightarrow T(n/2)$

위첨자(superscript) : $n^2 \rightarrow n^2$

아래첨자(subscript) : $n_2 \rightarrow n_2$

로그 : $\log_b a \rightarrow \log(b)(a)$, $\log_b^2 a \rightarrow \log^2(b)(a)$

2. 아래 점화식에 대한 Master theorem을 적용하여 점근적복잡도의 상한을 구하라.(30 points). 단, Master theorem을 적용할 수 없는 경우에는 그 이유를 자세히 설명하라.

(For each of the following recurrences, give an expression for the runtime $T(n)$ if the recurrence can be solved with the Master Theorem. Otherwise, indicate that the Master Theorem does not apply.)

(a) $T_n = 2T(n/4) + n^{0.6}$

(b) $T_n = 3T(n/2) + n/\log n$

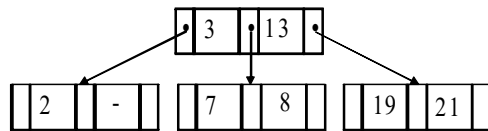
(c) $T_n = 0.5T(n/2) + \log^2 n$ (표기법(notation) : $\log_a^2 b \rightarrow \log^2(a)(b)$)

(a) $O(n^{0.6})$ $n^{\frac{\log_2 2}{\log_2 4} \cdot 0.6} = n^{0.5}$ $(n^{0.6})$
 (b) $O(n^{\log_2 3})$ $(n^{\log_2 3})$ ~~$n/\log n$~~
 (c) $a < 1$ Does not apply

채점기준 : 부분점수 없음

알고리즘 설계(ICE3020) - 중간고사 2021/4/21

3. 다음은 3차 B-tree이다. 아래 물음에 답하시오.



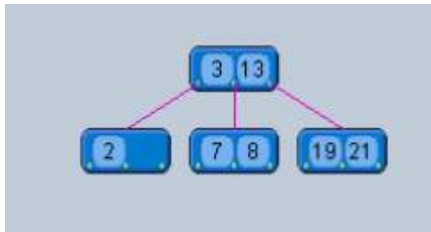
표기법(Notation):

LEVEL 1 : 3,13

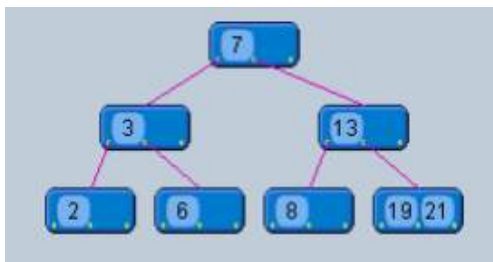
LEVEL 2 : 2,- | 7,8 | 19,21

- (a) 균형트리가 무엇인지 정의하라(5 points). (Describe what a balanced tree is)
- (b) 위 “표기법”에 따라 6를 삽입한 후 B-tree의 모습을 제시하라. (5 points) (Show the B-tree after inserting 6, according to the “Notation” above.)
- (c) (b)에서 얻은 B-tree에서 2를 삭제한 후 B-tree의 모습을 제시하라. (10 points) (Show the B-tree after deleting 2 from the B-tree of (b).)

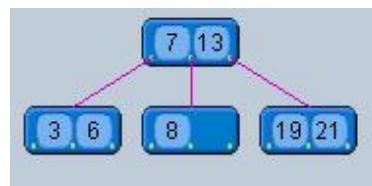
(a) 모든 리프노트가 같은 레벨에 있는 트리



(b)



(c)



채점기준 : 부분점수 없음

알고리즘 설계(ICE3020) - 중간고사 2021/4/21

4. 아래 코드를 실행결과를 제시하시오(30 points)

(Show the execution results of the code fragment below.)

```
void InitNext(char* p)
{
    int i, j, M = strlen(p);
    next[0] = -1;
    for (i = 0, j = -1; i < M; i++, j++)
    {
        next[i] = j;
        //Print out next[i]=j
        printf("next[%d]=%d \n", i, j); // Example : next[4]=9
        while ((j >= 0) && (p[i] != p[j]))
        {
            j = next[j];
            printf("j=%d \n", j); //Print out j. // Example : j=3
        }
    }
}

int main(void)
{
    char p[50] = "DADADABD";
    int i = 0;
    int M = strlen(p);
    InitNext(p);

    return 0;
}
```

next[0]=-1

next[1]=0

j=-1

next[2]=0

next[3]=1

next[4]=2

next[5]=3

next[6]=4

j=2

j=0

j=-1

next[7]=0

채점기준 : 모두 맞아야만 30점 만점. 부분점수는 next배열을 정확히 맞추었을 때만 10점