

Celkové, průměrné a mezní veličiny, sklon a elasticita

1 Definice ekonomických funkcí

Zadání: Definujte obecně funkci celkovou, průměrnou a mezní.

- **Funkce celkových veličin** T_f reprezentuje celkovou hodnotu ekonomické veličiny (např. celkové příjmy nebo náklady) závislou na množství Q .

$$T_f = f(x)$$

- **Funkce průměrných veličin** A_f ukazuje průměrnou hodnotu ekonomické veličiny na jednotku výstupu.

$$A_f = \frac{f(x)}{x}$$

- **Mezní funkce** M_f popisuje změnu celkové funkce vyvolanou jednotkovou změnou v množství.

$$M_f = f'(x)$$

2 Vztahy mezi veličinami

Zadání: Formulujte tvrzení o vztahu mezi celkovými, průměrnými a mezními veličinami. Naznačte odvození tvrzení, že mezní veličina protíná graf průměrné veličiny v jejím lokálním extrému.

- Lokálnímu extrému Tf odpovídá nulový bod Mf .
- Inflexnímu bodu Tf odpovídá lokální extrém Mf .
- Tf je konvexní právě tehdy, když Mf roste.
- Tf je konkávní právě tehdy, když Mf klesá.
- Af má lokální extrém právě v bodě, kde graf Mf protíná graf Af .
- Af roste právě v oblasti, kde graf Mf leží nad grafem Af .
- Af klesá právě v oblasti, kde graf Mf leží pod grafem Af .
- Af je konstantní právě tehdy, když $Mf = Af$.

2.1 Mezní funkce a průměrná funkce

Když derivujeme průměrnou funkci $A(Q) = \frac{T(Q)}{Q}$, získáme:

$$A'(Q) = \frac{Q \cdot M(Q) - T(Q)}{Q^2}.$$

Tato derivace je rovna nule, když:

$$Q \cdot M(Q) - T(Q) = 0,$$

což lze přepsat jako:

$$M(Q) = \frac{T(Q)}{Q} = AC(Q).$$

To znamená, že v bodech, kde průměrná funkce dosahuje lokálních extrémů, je hodnota mezní funkce $M(Q) = T'(Q)$ rovna hodnotě průměrné funkce $A(Q)$, a tedy mezní funkce protíná průměrnou funkci právě v těchto bodech.

3 Grafické znázornění funkcí

Zadání: Vykreslete grafy funkcí celkových příjmů $TR(Q)$ a celkových nákladů $TC(Q)$ a jejich derivací.

Grafy:

4 Analýza ekonomických indikátorů

Zadání: Matematicky a graficky určete technologické optimum, bod maximalizace zisku a bod uzavření firmy.

Vysvětlení a výpočty: Technologické optimum nastává, když jsou mezní náklady $MC(Q)$ minimální. Bod maximalizace zisku je, kde $MR(Q) = MC(Q)$. Bod uzavření firmy je, kde celkové příjmy pokrývají proměnné náklady, ale již ne celkové náklady.

5 Elasticita a sklon funkce

Zadání: Definujte bodovou a průměrnou elasticitu. Porovnejte elasticitu s konceptem sklonu funkce.

Vysvětlení: Elasticita vyjadřuje citlivost jedné proměnné na změnu druhé proměnné a je obvykle vyjádřena jako:

$$E_p = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta P/P}.$$

Sklon vyjadřuje absolutní změnu a je určen jako:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

6 Marshallův zákon poptávky a elasticity

Zadání: Analyzujte Marshallovu poptávku na statky a určete cenovou, křížovou a důchodovou elasticitu.

Vysvětlení a výpočty: