

Univerzita Jana Evangelisty Purkyně
v Ústí nad Labem

Přírodovědecká fakulta

UNIVERZITA J. E. PURKYNĚ V ÚSTÍ NAD LABEM

Přírodovědecká fakulta



Optimalizace investičních prostředků
z hlediska výnosu fotovoltaických elektráren

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Petr Kotlan

Vedoucí práce: Ing. Roman Vaibar, Ph.D., MBA

Studijní program: Matematika ve firmách a veřejné správě

Ústí nad Labem 2024

Podklad pro zadání BAKALÁŘSKÉ práce studenta

Jméno a příjmení: Petr KOTLAN
Osobní číslo: F21060

Téma práce: Optimalizace investičních prostředků z hlediska výnosu fotovoltaických elektráren
Téma práce anglicky: Optimization of investment funds in terms of photovoltaic power plants
Jazyk práce: Čeština

Vedoucí práce: Ing. Roman Vaibar, Ph.D., MBA
Katedra informatiky

Zásady pro vypracování:

Cílem bakalářské práce je vyvinout aplikaci, která pomocí lineárního programování optimalizuje rozdělení investičních prostředků pro instalaci fotovoltaických elektráren na daných objektech. Optimalizace bude provedena na základě následujících hledisek:

- typu střechy – rovná, sedlová, valbová atd.,
- spotřeby v daném místě,
- ceny energie definované odkupem dle spotových cen OTE, a.s.,
- optimalizace uložistě,
- výpočtu předpokládaného ročního výkonu dle osvitových hodin.

Osnova:

1. Úvod
2. Současné modely výnosů fotovoltaických elektráren v ČR
3. Teoretická část
 - Přehled ekonomických pojmů
 - Základní modely matematické optimalizace
4. Praktická část
 - Popis aplikace
 - Případové studie
5. Zhodnocení výsledků
6. Závěr

Seznam doporučené literatury:

- VALACH, Josef. *Investiční rozhodování a dlouhodobé financování*. 3., přeprac. a rozš. vyd. Praha: Ekopress, 2010. ISBN 978-80-86929-71-2.
- PLEVNÝ, Miroslav a Miroslav ŽIŽKA. *Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování*. Vyd. 2. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2010. ISBN 978-80-7043-933-3.
- *Krátkodobé trhy*. Online. OTE. C2018. Dostupné z: <https://www.ote-cr.cz/cs/kratkodobe-trhy/elektrina/vnitrodenni-trh>. [cit. 2023-12-03].
- MITCHELL, Stuart; KEAN, Anita; MASON, Andrew; O'SULLIVAN, Michael a PHILLIPS, Antony et al. *Optimization with PuLP*. Online. COIN-OR Documentation Site. C2009. Dostupné z: <https://coin-or.github.io/pulp/>. [cit. 2023-12-03].

Podpis studenta:

Datum:

Podpis vedoucího práce:

Datum:

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jen pramenů, které cituji a uvádím v přiloženém seznamu literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., ve znění zákona č. 81/2005 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

V Ústí nad Labem dne 29. června 2024

Podpis:

OPTIMALIZACE INVESTIČNÍCH PROSTŘEDKŮ Z HLEDISKA VÝNOSU FOTOVOLTAICKÝCH ELEKTRÁREN

Abstrakt

Klíčová slova

fotovoltaika, lineární programování, optimalizace, investice

OPTIMIZATION OF INVESTMENT FUNDS IN TERMS OF PHOTOVOLTAIC POWER PLANTS

Abstract

Keywords

photovoltaics, linear programming, optimization, investment

Obsah

Úvod	11
1 Fotovoltaika	14
1.1 Technický popis fotovoltaických elektráren	14
1.1.1 Veličiny	14
1.1.2 Komponenty fotovoltaické elektrárny	14
1.1.3 Druhy fotovoltaických systémů	15
1.2 Jak fotovoltaika šetří peníze	17
1.2.1 Spotřeba vyrobené elektřiny	17
1.2.2 Prodej přebytků elektřiny	18
2 Teoretická část	19
2.1 Investice	19
2.1.1 Investiční možnosti	19
2.1.2 Ukazatele výnosnosti investice	20
2.2 Lineární programování	21
2.2.1 Formulace úlohy lineárního programování	21
2.2.2 Maticový zápis úlohy LP	22
2.2.3 Typy úloh lineárního programování	23
3 Praktická část	27
3.1 Popis aplikace	27
3.1.1 Použité technologie	27
3.1.2 Data	27
3.1.3 Optimalizační model	29
3.1.4 Metody API	29
3.2 Konkrétní příklady	29
4 Závěr	30
Seznam zdrojů	30

Úvod

Energie tvoří nezanedbatelnou část nákladů domácností i firem. V posledních letech, kdy ceny energií rostou, stále více lidí hledá způsob, jak na této položce ušetřit. Jedním z možných řešení je právě fotovoltaika. V současné době je fotovoltaika v oblasti energetiky jedním z nejvíce diskutovaných témat. *motivace, proc problem resit*

optimalizace pomoci lineárního programování

záměr práce, komu je práce určena? Cílem této bakalářské práce je seznámit čtenáře s oblastí fotovoltaiky a jejím potenciálem finanční úspory. Záměrem úvodní části je uvést přehled základních informací o fotovoltaice a jejích výhodách. Záměrem teoretické části je nejdříve přiblížit obecně teorii investičního rozhodování a následně představit základní formulaci a jednoduché modely lineárního programování.

Práce je členěna do tří částí. První část se věnuje samotné fotovoltaice. Obsahuje základní technický popis, druhy různých systémů, které se využívají v praxi, a objasňuje proces, který vede k úsporám. Následující teoretická část obsahuje pojmy a ukazatele z oblasti investičního rozhodování a teoretický základ z oblasti lineárního programování. Matematický základ je potom demonstrován na typických a jednoduchých příkladech. Závěrečná část práce je věnována popisu aplikace, která pro konkrétní vstup aplikuje teoretické poznatky na simulovaných datech.

Fotovoltaika

Fotovoltaika je technologie, která přímo přeměňuje sluneční záření na elektřinu. K výrobě elektřiny není potřeba žádné palivo a elektrárny, proto se fotovoltaické elektrárny řadí mezi obnovitelné zdroje energie.

1.1 Technický popis fotovoltaických elektráren

Při pořizování fotovoltaické elektrárny je k dobrému výběru dobré znát parametry jednotlivých částí, ze kterých se skládá.

1.1.1 Veličiny

Watt je jednotkou výkonu a rovná se vykonané práci za jednotku času. Značíme symbolem W .

Watt hodina je jednotkou energie a rovná se práci stroje o výkonu jednoho wattu, který pracuje po dobu jedné hodiny. Značíme ji symbolem Wh . Při měření spotřeby elektřiny se nejčastěji se užívá v násobku kilowatt hodiny (kWh).

Kilowatt–peak je jednotkou špičkového výkonu fotovoltaické elektrárny. Tento výkon je při standardních testovacích podmínkách. Značíme symbolem kWp .

1.1.2 Komponenty fotovoltaické elektrárny

To, jaké komponenty se investor rozhodne koupit do svého fotovoltaického systému, může zásadně ovlivnit návratnost této investice. Některé komponenty jsou pro elektrárnu nezbytné, jiné slouží k optimalizaci výkonu při různých podmínkách či specifickém využití. Zde uvádím některé základní komponenty fotovoltaické elektrárny.

Fotovoltaické panely jsou nezbytnou součástí každé fotovoltaické elektrárny. Jejich hlavním úkolem je absorbovat sluneční záření a přeměnit ho na elektrickou energii.

Baterie (nebo také akumulátory) slouží k ukládání přebytků energie, které nebyly spotřebovány. Dělíme je na virtuální uložště a fyzické uložště.

- **Virtuální uložště** – funguje na základě podepsání smlouvy s distributorem. Přebytky vyrobené energie se posílají do veřejné sítě, odkud se v případě potřeby mohou odčerpat. Ve virtuální baterii můžete uložit tolik energie, kolik vám smluvně umožňuje distributor. Mají několik nevýhod:
 - je to komerční produkt, který nenabízí všichni distributoři a nikde se negarantují stálé podmínky,
 - platíte za využívání paušální poplatek,
 - v případě výpadku elektřiny nemáte záložní zdroj energie.
- **Fyzické bateriové uložště** – je zařízení, které je uložné v domě. Vyrobená energie se do baterií ukládá a v případě potřeby se z nich odebírá. Nevýhodou fyzické baterie je její kapacita.

Invertor (nebo také měnič či střídač) je podobně jako fotovoltaické panely nezbytnou součástí každé fotovoltaické elektrárny. Jeho hlavní funkcí je přeměna stejnosměrného proudu na proud střídavý. Invertor rozděluje vyrobenou energii do tří fází. To kolik dávákuje do jednotlivých fází záleží na typu invertoru.

- Symetrický invertor – levnější typ, dávákuje elektřinu rovnoměrně do všech tří fází.
- Asymetrický invertor – dražší typ, při dávkování zohledňuje spotřebu na všech fázích.

Pokud by tedy například fotovoltaika vyrobila 6 kWh elektřiny a spotřeba by na jednotlivých fázích vypdala následovně:

- Fáze 1: 3 kWh
- Fáze 2: 2 kWh
- Fáze 3: 0.5 kWh

Symetrický invertor rozdělí elektřinu rovnoměrně (2 kWh na každou fázi), takže na fázi 2 a 3 vznikne přebytek, který se pošle do sítě a na fázi 1 energie chybí, tzn. musí se dobrat ze sítě. Asymetrický invertor elektřinu rozdělí tak, že nebude nutné ze sítě nic dobírat, ani do ní nic posílat.

Optimizér je zařízení, které se připojuje k jednotlivým fotovoltaickým panelům. Výkon elektrárny se odvíjí od výkonu nejméně vákoného článku. V případě že je snížen výkon jednoho panelu, optimizér zajistí přemostění tohoto panelu.

1.1.3 Druhy fotovoltaických systémů

Rozdílem mezi jednotlivými druhy fotovoltaických systémů je jejich napojení do veřejné elektrické sítě a integrace akumulátorů. Podle těchto kritérií je lze rozdělit do tří základních kategorií:

- ostrovní
- standardní
- hybridní

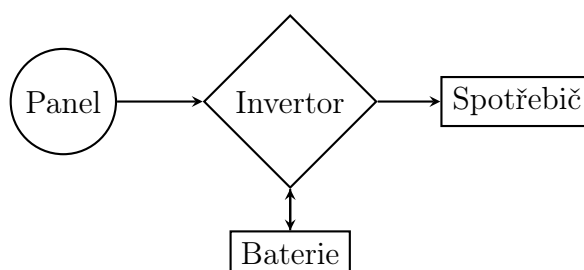
Ostrovní elektrárna (tzv. off-grid) je samostatný systém, který není připojen k elektrické síti. Klíčovou částí toho systému je baterie (akumulátor), která slouží k ukládání přebytků energie. Jsou užitečné v oblastech, kde připojení k elektrické síti není možné.

Výhody:

- nezávislost na dodavateli elektřiny,
- pokud dojde k výpadku elektřiny, ostrovní elektrárna bude sloužit jako záložní zdroj,

Nevýhody:

- počáteční náklady mohou být vyšší, kvůli potřebě akumulátorů,
- baterie vyžadují pravidelnou údržbu.



Obrázek 1.1: Schéma off-grid fotovoltaické elektrárny

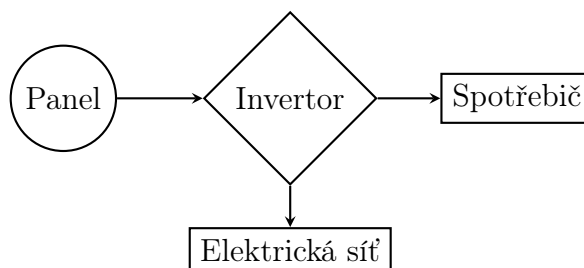
Standardní elektrárna Standardní (tzv. on-grid) fotovoltaická elektrárna je připojena k elektrické síti. Veškerou přebytečnou energii lze prodat dodavateli elektřiny a v případě potřeby ji lze i odebírat.

Výhody:

- možnost prodeje přebytků elektřiny,
- dlouhá životnost, malá potřeba údržby.

Nevýhody:

- závislost na síti,
- závislost na slunečním záření.



Obrázek 1.2: Schéma on-grid fotovoltaické elektrárny

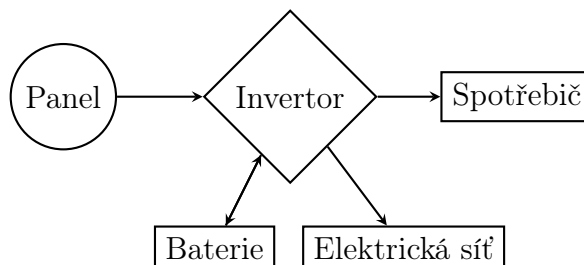
Hybridní elektrárna kombinuje výhody ostrovních a standardních systémů. Jsou připojeny k elektrické síti, ale zároveň mají akumulátory, které slouží jako záložní zdroj energie.

Výhody:

- uložení přebytků energie,
- větší energetická nezávislost.

Nevýhody:

- vysoké počáteční náklady,
- baterie vyžadují pravidelnou údržbu.



Obrázek 1.3: Schéma hybridní fotovoltaické elektrárny

1.2 Jak fotovoltaika šetří peníze

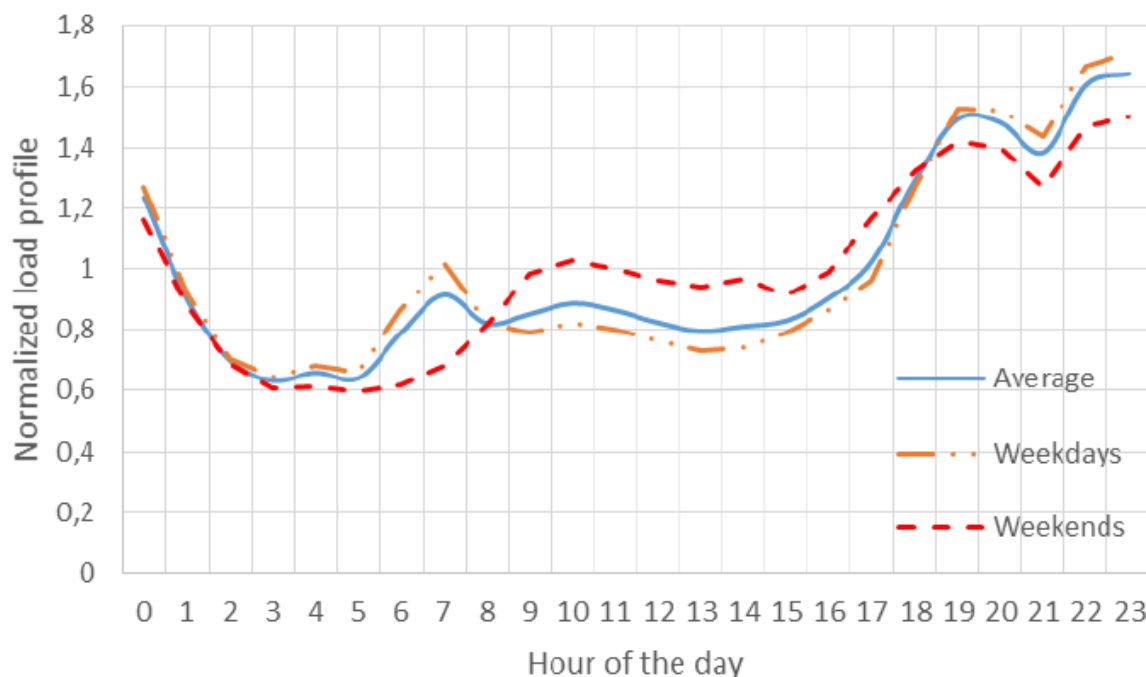
Fotovoltaické elektrárny představují významný způsob, jak snižovat náklady na elektřinu v domácnostech. V domácnosti přispívá fotovoltaika k úspoře peněz dvěma hlavními způsoby.

1.2.1 Spotřeba vyrobené elektřiny

Vyrobená elektřina, která se spotřebuje na místě, se nemusí nakoupit ze sítě. Pro tuto úsporu jsou důležité dva faktory:

- **Kolik elektřiny fotovoltaika vyrobí.** V ČR je horní limit pro výkon domácí elektrárny 10 kWp. Pokud pro hrubý odhad výroby použijeme jednoduchý přepočet, kdy 1 instalovaný kWp vyrobí za rok 1 MWh, zjistíme, že v ČR lze ročně ušetřit maximálně 10 MWh. Na vyšší výkon je potřeba licence nebo provoz v ostrovním režimu.
- **Kolik elektřiny domácnost spotřebuje.** Fotovoltaika vyrábí nejvíce elektřiny vyrábí přes den a v létě. Největší spotřeba domácnosti je ale v zimě a večer. Spotřeba domácnosti se tedy s dobrou výrobou fotovoltaiky protíná minimálně. Tento problém významně pomáhají vyřešit baterie, kdy lze vyrobenou energii přes den uložit a spotřebovat ji až večer.

Na obrázku 1.4 je zobrazena denní spotřeba elektřiny v domácnosti během všedního dne.



Obrázek 1.4: Denní spotřeba elektřiny v domácnosti během všedního dne.

1.2.2 Prodej přebytků elektřiny

Přebytky elektřiny je možné prodat do sítě. Je třeba upřesnit 3 věci:

1. Výkup elektřiny v ČR momentálně nabízí jen několik firem. Podmínky výkupu se mohou lišit.
2. Jedná se o prodej elektřiny z domácí fotovoltaiky bez licence na obchod s elektřinou. Je to nejjednodušší způsob jak zhodnotit elektřinu, aniž by se ze zákazníka stal podnikatel v energetice se všemi povinnostmi, které k tomu náleží.
3. Cena elektřiny se skládá ze dvou složek – obchodní a regulované. Obchodní složka je cena samostatné silové elektřiny. Cena je smluvně daná u dodavatele. Regulovaná složka je cena za distribuci. Tu určuje stát. Zákazník jí platí vždy, když elektřinu odebírá ze sítě.

Prodej přebytků je realizován dvěma způsoby. Buďto elektřina za peníze nebo elektřina za elektřinu. V prvním případě jednoduše zákazník dostane tolik peněz, kolik elektřiny o sítě prodá.

Teoretická část

Tato část se nejprve zabývá pojmy a ukazateli z oblasti investic. Poté jsou popsány metody a základní modely lineárního programování.

2.1 Investice

Investicí se označuje takové vynaložení finančních prostředků, které se v budoucnu nějakou mírou zhodnotí. Investice se dělí na reálné a finanční. Mezi reálné patří například investice do nemovitostí, drahých kovů nebo uměleckých děl, tedy do hmotného majetku. Finanční investice jsou investice do finančních aktiv, jako jsou akcie nebo dluhopisy. Jako základní pomůcka k posouzení investic slouží *investiční trojúhelník*, který zahrnuje tři základní parametry investice: rizikovost, výnosnost a likviditu. Obecně platí, že s rostoucím výnosem roste rizikovost a klesá likvidita a naopak.

2.1.1 Investiční možnosti

Záměrem je porovnat investici do fotovoltaické elektrárny s jinými možnostmi.

Spořicí účty mají zpravidla vyšší úrokovou sazbu než běžné účty. Výhodou je vysoká likvidita. V současnosti se úroková sazba pohybuje okolo 4.5% p.a.

Dluhopisy jsou cenné papíry, které držiteli garantuje pravidelný výnos a jeho následný zpětný odkup. Známým druhem dluhopisů jsou státní dluhopisy, které Ministerstvo financí prodává několika největším bankám a obchodníkům. Ti je pak prodávají dalším zájemcům.

Akcie je majetkový cenný papír, který představuje podíl na kapitálu akciové společnosti. Jsou s ním spojena práva majitele na podílení se na řízení společnosti (např. hlasování na valné hromadě), na podíl na zisku společnosti a majetkovém zůstatku při zániku společnosti.

2.1.2 Ukazatele výnosnosti investice

Ukazatele výnosnosti investic jsou klíčovými nástroji při hodnocení investičních rozhodnutí. Poskytují investorům přehled o efektivitě investice a umožňují vzájemné porovnání různých investičních příležitostí.

Výnosnost investice (*ROI* – Return of Investment) vyjadřuje zisk nebo ztrátu z investice v procentech.

$$ROI = \frac{(P_1 + P_2 + \dots + P_t) - K}{K} \cdot 100, \quad (2.1)$$

kde

t – počet let,

P_1, P_2, \dots, P_t – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

K – kapitálový výdaj,

ROI – návratnost investice.

Diskontované cash-flow (*DCF* – Discounted Cash Flow) vyjadřuje současnou hodnotu budoucích peněžních toků.

$$DCF = \frac{P_1}{(1+i)} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P_t}{(1+i)^t}, \quad (2.2)$$

kde

t – počet let,

P_1, P_2, \dots, P_t – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

i – úroková míra (diskontní sazba),

DCF – diskontované cash-flow.

Čistá současná hodnota (*NPV* – Net Present Value) vyjadřuje současnou hodnotu budoucích peněžních toků po odečtení kapitálového výdaje.

$$NPV = \frac{P_1}{(1+i)} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P_t}{(1+i)^t} - K, \quad (2.3)$$

kde

t – počet let,

P_1, P_2, \dots, P_t – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

K – kapitálový výdaj,

i – úroková míra (diskontní sazba),

NPV – čistá současná hodnota.

Vnitřní výnosové procento (IRR – Internal Rate of Return) je úroková míra, při níž se současná hodnota peněžních příjmů z investice rovná kapitálovým výdajům. Investice se považuje za výhodnou, když IRR představuje vyšší úrok, než je požadovaná minimální výnosnost investice.

$$\frac{P_1}{(1 + IRR)} + \frac{P_2}{(1 + IRR)^2} + \dots + \frac{P_t}{(1 + IRR)^t} = K, \quad (2.4)$$

kde

t – počet let,

P_1, P_2, \dots, P_t – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

K – kapitálový výdaj,

IRR – vnitřní výnosové procento.

2.2 Lineární programování

Tato část vychází ze dvou učebních textů. Prvním je *Matematika pro ekonomy* od R. Stolína [7] a druhým je *Operační výzkum* od J. Demela [1].

Lineární programování patří k metodám *operačního výzkumu*. Jedná se o metodu, která se zabývá optimalizací lineární funkce za přítomnosti omezujících podmínek.

2.2.1 Formulace úlohy lineárního programování

Účelová funkce je lineární funkcí n proměnných ve tvaru

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n, \quad (2.5)$$

kde c_1, c_2, \dots, c_n jsou konstanty, které nazýváme *cenové koeficienty* nebo *koeficienty účelové funkce* a x_1, x_2, \dots, x_n jsou *strukturní neznámé*.

Účelová funkce se buď maximalizuje

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n, \quad (2.6)$$

nebo minimalizuje

$$\min z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n. \quad (2.7)$$

Omezující podmínky jsou lineární rovnice nebo nerovnice ve tvaru

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\lesseqgtr b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\lesseqgtr b_2, \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\lesseqgtr b_m, \end{aligned} \quad (2.8)$$

kde na místě označeném \lesseqgtr se může vyskytnout symbol \leq , \geq nebo $=$ ¹.

Prvky a_{ij} jsou konstanty, které nazýváme *strukturní koeficienty* nebo *koeficienty omezení*, b_1, b_2, \dots, b_m jsou konstanty (tzv. *požadavková čísla*) jsou konstanty, které nazýváme *strukturní koeficienty* nebo *koeficienty omezení*, b_i jsou konstanty (tzv. *požadavková čísla*) a x_1, x_2, \dots, x_n jsou *strukturní neznámé*.

Zároveň omezující podmínky vymezují pro každou proměnnou x_1, x_2, \dots, x_n množinu hodnot, kterých může nabývat. Jedná o podmínky tvaru

$$x_i \geq 0 \quad (\text{nezápornost}) \quad \text{nebo} \quad x_i \leq 0 \quad (\text{nekladnost}). \quad (2.9)$$

Jinými případ může být, kdy x_i může nabývat libovolné hodnoty („neomezeno“).

Přípustným řešením se nazývá vektor $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, který vyhovuje všem omezujícím podmínkám (2.8) a zároveň podmínkám nezápornosti respektive nekladnosti (2.9)

Optimální řešení úlohy, je takové přípustné řešení, kdy účelová funkce nabývá maxima (2.6) respektive minima (2.7).

2.2.2 Maticový zápis úlohy LP

Celý problém lineárního programování můžeme pro přehlednost zapsat maticově. Účelovou funkci vyjádříme jako

$$z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \max, \quad (2.10)$$

nebo

$$z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \min, \quad (2.11)$$

kde \mathbf{c} je sloupcový vektor cenových koeficientů a \mathbf{x} je sloupcový vektor *strukturních neznámých*.

Strukturní koeficienty můžeme vyjádřit jako matici

¹Tato formulace je doslovným přepisem z *Operační výzkum* J. Demel [1] str. 9.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

a za předpokladu, že jsou všechny omezující podmínky stejného typu (tzn. \leq , \geq nebo $=$), můžeme je vyjádřit jako

$$\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \quad \text{nebo} \quad \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b} \quad \text{nebo} \quad \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (2.13)$$

kde \mathbf{b} je sloupcový vektor *požadavkových čísel*.

2.2.3 Typy úloh lineárního programování

V následující části jsou popsány některé typické úlohy lineárního programování s ilustrativními příklady.

Úlohy výrobního plánování jsou jedny z nejčastěji řešených úloh lineárního programování. Představme si výrobce, který má možnost vyrábět n druhů produktů. Má k dispozici omezenou kapacitu m výrobních zdrojů (pracovníci, stroje, suroviny, atd.). Cílem je určit, jaký objem jednotlivých produktů má být vyroben, aby bylo dosaženo maximálního zisku.

Pojďme si tedy říct, co pro nás proměnné z obecného vyjádření úlohy lineárního programování znamenají konkrétně v případě výrobního plánování.

x_j ($j = 1, 2, \dots, n$) je množství j -tého produktu, které má být vyrobeno (tzn. *strukturní neznámá*),

c_j ($j = 1, 2, \dots, n$) je zisk z prodeje jedné jednotky j -tého produktu (tzn. *cenový koeficient*),

a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$) je množství i -tého výrobního zdroje, které je potřeba k výrobě jedné jednotky j -tého produktu (tzn. *strukturní koeficient*),

b_i ($i = 1, 2, \dots, m$) je množství i -tého výrobního zdroje, které je k dispozici (tzn. *požadavkové číslo*).

Úloha má pak tvar

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n, \quad (2.14)$$

za podmínek

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1, \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2, \\
&\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m, \\
x_1, x_2, \dots, x_n &\geq 0.
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Ve zkráceném zápisu

$$\begin{aligned}
\max z &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \\
\mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b}, \\
\mathbf{x} &\geq 0.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Příklad:

Podnik vyrábí dva druhy produktů A a B . Každý z nich vyžaduje určité množství surovin na výrobu. Na vyrobení jednoho kusu produktu A je potřeba 2 jednotky suroviny S_1 , 1 jednotky suroviny S_2 a 1 jednotka suroviny S_3 . Na vyrobení jednoho kusu produktu B je potřeba 2 jednotky suroviny S_1 , 3 jednotky suroviny S_2 a 1 jednotka suroviny S_3 . Celkové množství surovin S_1 , S_2 a S_3 je omezeno na 40, 30 a 20 jednotek. Zisk z prodeje jednoho kusu produktu A je 5 Kč a z prodeje jednoho kusu produktu B je 10 Kč.

Sestavíme přehlednou tabulku se všemi informacemi.

	A	B	Disponibilní množství (ks)
S_1	2	2	40
S_2	1	3	30
S_3	1	1	20
Zisk (Kč)	5	10	–

Tabulka 2.1: Informace o produktech a surovinách.

Nyní můžeme sestavit úlohu matematický model.

$$\begin{aligned}
\max z &= 5x_1 + 10x_2, \\
2x_1 + 2x_2 &\leq 40, \\
x_1 + 3x_2 &\leq 30, \\
x_1 + x_2 &\leq 20, \\
x_1, x_2 &\geq 0.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Směšovací úlohy mají za úkol z m daných komponent sestavit směs, která musí obsahovat n různých látek za co nejnížší cenu. Známe složení a cenu jednotlivých komponent.

Proměnné vyjádříme následovně:

x_j ($j = 1, 2, \dots, m$) je množství j -té komponenty ve směsi
(tzn. *strukturní neznámá*),

c_j ($j = 1, 2, \dots, m$) je cena jedné jednotky j -té komponenty (tzn. *cenový koeficient*),

a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$) je obsah i -té látky v jednotce j -té komponenty (tzn. *strukturní koeficient*),

b_i ($i = 1, 2, \dots, n$) je požadované množství i -té látky v směsi (tzn. *požadavkové číslo*).

Úloha má pak tvar

$$\begin{aligned} \min z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_mx_m, \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m &= b_2, \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m &= b_n, \\ x_1, x_2, \dots, x_m &\geq 0. \end{aligned} \tag{2.18}$$

Ve zkráceném zápisu

$$\begin{aligned} \min z &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \\ \mathbf{Ax} &= \mathbf{b}, \\ \mathbf{x} &\geq 0. \end{aligned} \tag{2.19}$$

Příklad:

K dispozici máme šest druhů potravin (P_1 až P_6), ze kterých je třeba sestavit denní jídelníček. Jídelníček musí obsahovat alespoň 3000 kcal využitelné energie, 70 g bílkovin, 1.8 mg vitamínu B, 75 mg vitamínu C a zároveň být co nejlevnější. V tabulce 2.2 jsou uvedeny údaje o obsahu látek v jednotce příslušné potraviny a cena jedné jednotky.²

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Energie (kcal)	2350	3540	700	2830	370	200
Bílkoviny (g)	61	67	16	216	–	25
Vitamin B (mg)	1,1	0,2	0,7	8,1	0,3	1,3
Vitamin C (mg)	–	–	100	–	600	630
Cena (Kč/j)	26	50	80	50	100	15

Tabulka 2.2: Informace o potravinách.

Matematický model bude vypadat následovně.

$$\max z = 26x_1 + 50x_2 + 80x_3 + 50x_4 + 100x_5 + 15x_6,$$

²Hodnoty jsou převzaty z *Matematika pro ekonomy* R. Stolín [7] příklad 6.2.1

$$\begin{aligned}
2350x_1 + 3540x_2 + 700x_3 + 2830x_4 + 370x_5 + 200x_6 &= 3000, \\
61x_1 + 67x_2 + 16x_3 + 216x_4 + 25x_6 &= 70, \\
1.1x_1 + 0.2x_2 + 0.7x_3 + 8.1x_4 + 1.3x_6 &= 1.8, \\
100x_3 + 600x_5 + 630x_6 &= 75,
\end{aligned} \tag{2.20}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0.$$

Dopravní úlohy mají od předešlých typů úloh odlišnou strukturu. Kvůli tomu se také vyvinuly jiné a efektivnější metody řešení, proto si pouze ukážeme jejich matematickou formulaci a nebudeme se jimi zabývat podrobněji.

Máme m dodavatelů, kteří dodávají stejný druh zboží, a n odběratelů tohoto zboží. Jsou nám známy ceny za dopravu mezi jednotlivými dodavateli a odběrateli. Cílem je minimalizovat náklady na dopravu zboží. Proměnné vyjádříme následovně:

x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$) je množství zboží dopravované od i -tého dodavatele k j -tému odběrateli,

c_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$) je cena za přepravu jedné jednotky zboží od i -tého dodavatele k j -tému odběrateli,

a_i ($i = 1, 2, \dots, m$) kapacita zboží i -tého dodavatele,

b_j ($j = 1, 2, \dots, n$) je množství zboží, které j -tý odběratel požaduje.

Úloha má pak tvar

$$\begin{aligned}
\min z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \\
\sum_{j=1}^n x_{ij} &\leq a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m), \\
\sum_{i=1}^m x_{ij} &\geq b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n), \\
x_{ij} &\geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n).
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Praktická část

Důležitou částí této práce je aplikace, která umožňuje pro konkrétní vstupní data vypočítat výnosy fotovoltaické elektrárny a výpočet různých investičních metrik. Nejdříve je popsána použitá technologie a zdroje dat, následně jsou uvedeny konkrétní příklady výpočtů.

Zdrojový kód aplikace je dostupný na

<https://github.com/yoptohlejepeta/Optimalizace-FVE/>

3.1 Popis aplikace

Veškerá implementace byla provedena v programovacím jazyce Python. Python je moderní programovací jazyk, který je využíván v mnoha oblastech, například v analýze dat, strojovém učení nebo vývoji webových aplikací.

3.1.1 Použité technologie

FastAPI je moderní webový framework pro tvorbu REST API. Tvoří základ aplikace. FastAPI automaticky generuje interaktivní api dokumentaci, která slouží jako jednoduché uživatelské rozhraní. Jiným, též populárním frameworkem pro tvorbu REST API je Flask.

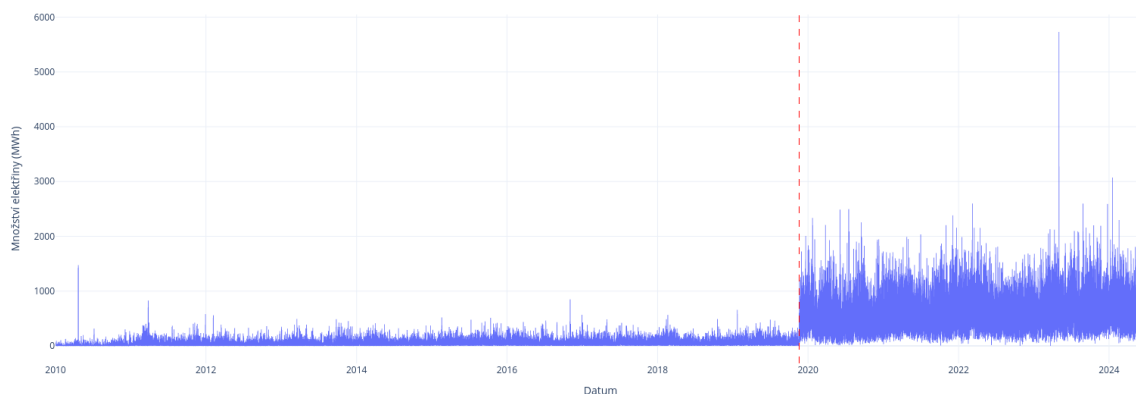
PuLP open-source knihovna vytvořená v Pythonu. Používá se k popisu optimalizačních problémů matematickými modely. Alternativami ke knihovně PuLP jsou například CVXOPT nebo SciPy.

InfluxDB je open-source databáze optimalizovaná pro časové řady. Pro komunikaci s databází byla použita Python knihovna influxdb-client. Jiné databáze určené pro časové řady jsou například TimescaleDB nebo Prometheus.

3.1.2 Data

Pro výpočet výnosů fotovoltaických elektráren byla použita data z několika zdrojů.

OTE, a.s. (Operátor trhu s elektřinou) je akciová společnost, která funguje jako operátor trhu s energiemi. Má na starosti organizování krátkodobého trhu s elektřinou a plynem. Na grafu 3.2 je zobrazeno zobchodované množství elektřiny od roku 2010 až po současnost. Za povšimnutí stojí náhlý nárůst zobchodovaného množství elektřiny v roce 2019 (v grafu vyznačen červeně). Důvodem tohoto nárůstu bylo připojení k mezinárodnímu přeshraničnímu trhu s elektřinou (SIDC, dříve XBID).¹



Obrázek 3.1: Zobchodované množství elektřiny 2010–2024

ČHMÚ (Český hydrometeorologický ústav) musí zpřístupnit denní, měsíční a roční klimatologické charakteristiky za období 1961–2023.²

Denní úhrn doby trvání slunečního svitu je časový interval mezi východem a západem Slunce, během kterého není sluneční kotouč zakrytý oblačností nebo jinými překážkami. Fyzikálně je definován jako doba, kdy je intenzita toku přímého slunečního záření vyšší než 120 W/m^2 . Udává se v hodinách.



Obrázek 3.2: ČHMÚ. Osvitové hodiny 2010–2023

¹Objemy energií zobchodovaných na krátkodobých trzích s elektřinou a plynem OTE trvale rostou. Online. OTE, a.s. Dostupné z: https://www.ote-cr.cz/cs/o-spolecnosti/zpravy_ote/objemy-energii-zobchodovanych-na-kratkodobych-trzich-s-elektrinou-a-plynem-ote-trvale-rostou.

²Zákon č. 123/1998 Sb., o právu na informace o životním prostředí.

3.1.3 Optimalizační model

3.1.4 Metody API

Route 1 slouží k ...

Metoda: GET

3.2 Konkrétní příklady

Závěr

Seznam zdrojů

- [1] DEMEL, Jiří. *Operační výzkum*. Dostupné z: <https://kix.fsv.cvut.cz/~demel/ped/ov/ov.pdf>.
- [2] *Komponenty FVE*. Online. Fotovia. 2023. Dostupné také z: <https://www.fotovia.cz/komponenty-fve>.
- [3] *Typy fotovoltaických elektráren*. Online. Fotovia. 2023. Dostupné také z: <https://www.fotovia.cz/blog/typy-fotovoltaickych-elektraren>.
- [4] *Krátkodobé trhy*. Online. OTE. C2018. Dostupné z: <https://www.ote-cr.cz/cs/kratkodobe-trhy/elektrina/vnitrodenni-trh>.
- [5] *Stroj na peníze: Fotovoltaika při vysokých cenách elektřiny ušetří desetitisíce korun ročně*. Online. TZB-info - Portál pro stavebnictví, technická zařízení budov. 2001. Dostupné z: <https://oze.tzb-info.cz/fotovoltaika/24229-stroj-na-penize-fotovoltaika-pri-vysokych-cenach-elektriny-usetri-desetiti>.
- [6] *Fotovoltaika*. Online. TZB-info - Portál pro stavebnictví, technická zařízení budov. 2001.. Dostupné z: <https://oze.tzb-info.cz/fotovoltaika>.
- [7] STOLÍN, Radek. *Matematika pro ekonomy*. 2., upr. vyd. Jihlava: Vysoká škola polytechnická Jihlava, 2011. ISBN ISBN978-80-87035-35-1.
- [8] MITCHELL, Stuart; KEAN, Anita; MASON, Andrew; O'SULLIVAN, Michael a PHILLIPS, Antony. *Optimization with PuLP*. Online. COIN-OR Documentation Site. C2009. Dostupné z: <https://coin-or.github.io/pulp/>.
- [9] *Slovník pojmů z finančnictví a bankovníctví*. Online. MONETA Money Bank. Dostupné z: <https://www.moneta.cz/slovník-pojmu>.
- [10] *ČHMÚ*. Online. Dostupné z: <https://www.chmi.cz/>.
- [11] MIHAILOV, Nikolay; EVSTATIEV, Boris; KADIROVA, Seher; GUEORGUIEV, Tzvetelin; GEORGIEVA, Tsvetelina; EVTIMOV, Aleksandar. *Load Profile of Typical Residential Buildings in Bulgaria*. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 172. 012035. 2018. DOI: 10.1088/1755-1315/172/1/012035.