

Univerzita Jana Evangelisty Purkyně  
v Ústí nad Labem

Přírodovědecká fakulta

UNIVERZITA J. E. PURKYNĚ V ÚSTÍ NAD LABEM

Přírodovědecká fakulta



Optimalizace investičních prostředků  
z hlediska výnosu fotovoltaických elektráren

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**Vypracoval:** Petr Kotlan

**Vedoucí práce:** Ing. Roman Vaibar, Ph.D., MBA

**Studijní program:** Matematika ve firmách a veřejné správě

Ústí nad Labem 2024



# Podklad pro zadání BAKALÁŘSKÉ práce studenta

Jméno a příjmení: Petr KOTLAN  
Osobní číslo: F21060

Téma práce: Optimalizace investičních prostředků z hlediska výnosu fotovoltaických elektráren  
Téma práce anglicky: Optimization of investment funds in terms of photovoltaic power plants  
Jazyk práce: Čeština

Vedoucí práce: Ing. Roman Vaibar, Ph.D., MBA  
Katedra informatiky

## Zásady pro vypracování:

Cílem bakalářské práce je vyvinout aplikaci, která pomocí lineárního programování optimalizuje rozdělení investičních prostředků pro instalaci fotovoltaických elektráren na daných objektech. Optimalizace bude provedena na základě následujících hledisek:

- typu střechy – rovná, sedlová, valbová atd.,
- spotřeby v daném místě,
- ceny energie definované odkupem dle spotových cen OTE, a.s.,
- optimalizace uložistě,
- výpočtu předpokládaného ročního výkonu dle osvitových hodin.

## Osnova:

1. Úvod
2. Současné modely výnosů fotovoltaických elektráren v ČR
3. Teoretická část
  - Přehled ekonomických pojmů
  - Základní modely matematické optimalizace
4. Praktická část
  - Popis aplikace
  - Případové studie
5. Zhodnocení výsledků
6. Závěr

## Seznam doporučené literatury:

- VALACH, Josef. *Investiční rozhodování a dlouhodobé financování*. 3., přeprac. a rozš. vyd. Praha: Ekopress, 2010. ISBN 978-80-86929-71-2.
- PLEVNÝ, Miroslav a Miroslav ŽIŽKA. *Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování*. Vyd. 2. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2010. ISBN 978-80-7043-933-3.
- *Krátkodobé trhy*. Online. OTE. C2018. Dostupné z: <https://www.ote-cr.cz/cs/kratkodobe-trhy/elektrina/vnitrodenni-trh>. [cit. 2023-12-03].
- MITCHELL, Stuart; KEAN, Anita; MASON, Andrew; O'SULLIVAN, Michael a PHILLIPS, Antony et al. *Optimization with PuLP*. Online. COIN-OR Documentation Site. C2009. Dostupné z: <https://coin-or.github.io/pulp/>. [cit. 2023-12-03].

Podpis studenta:

Datum:

Podpis vedoucího práce:

Datum:

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jen pramenů, které cituji a uvádím v přiloženém seznamu literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., ve znění zákona č. 81/2005 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

V Ústí nad Labem dne 27. května 2024

Podpis: .....









# OPTIMALIZACE INVESTIČNÍCH PROSTŘEDKŮ Z HLEDISKA VÝNOSU FOTOVOLTAICKÝCH ELEKTRÁREN

## **Abstrakt**

### **Klíčová slova**

fotovoltaika, lineární programování, optimalizace, investice

# OPTIMIZATION OF INVESTMENT FUNDS IN TERMS OF PHOTOVOLTAIC POWER PLANTS

## **Abstract**

### **Keywords**

photovoltaics, linear programming, optimization, investment



# Obsah

Úvod	10
1 Přehled problematiky fotovoltaiky	12
1.1 Technický popis fotovoltaických elektráren	12
1.1.1 Veličiny	12
1.1.2 Komponenty fotovoltaické elektrárny	12
1.1.3 Druhy fotovoltaických systémů	13
1.2 Jak fotovoltaika šetří peníze	14
2 Teoretická část	15
2.1 Přehled ekonomických pojmů	15
2.1.1 Základní pojmy	15
2.1.2 Ukazatele výnosnosti investice	15
2.2 Lineární programování	16
2.2.1 Formulace úlohy lineárního programování	17
2.2.2 Maticový zápis úlohy LP	17
2.2.3 Typy úloh lineárního programování	18
3 Praktická část	21
3.1 Popis aplikace	21
3.1.1 Data	21
3.2 Případové studie	21
4 Zhodnocení výsledků a závěr	22
Seznam zdrojů	22

# Úvod

# Přehled problematiky fotovoltaiky

Úvodní část si klade za cíl seznámit čtenáře s základními pojmy z oblasti fotovoltaiky.

## 1.1 Technický popis fotovoltaických elektráren

### 1.1.1 Veličiny

**Watt** je jednotkou výkonu a rovná se vykonané práci za jednotku času. Značíme ji symbolem  $W$ .

**Watt hodina** je jednotkou energie a rovná se práci stroje o výkonu jednoho wattu, který pracuje po dobu jedné hodiny. Značíme ji symbolem  $Wh$ . Při měření spotřeby elektřiny se nejčastěji se užívá v násobku kilowatt hodiny ( $kWh$ ).

**Kilowatt-peak** je jednotkou špičkového výkonu fotovoltaické elektrárny. Tento výkon je při standardních testovacích podmínkách.

### 1.1.2 Komponenty fotovoltaické elektrárny

Fotovoltaická elektrárna se skládá z několika základních komponent.

**Fotovoltaické panely** jsou nezbytnou součástí každé fotovoltaické elektrárny. Jejich hlavním úkolem je absorbovat sluneční záření a přeměnit ho na elektrickou energii.

**Baterie** (nebo také akumulátory) slouží k ukládání přebytků energie, které nebyly spotřebovány. Dělíme je na virtuální uložistiště a fyzické uložistiště.

- **Virtuální uložistiště** – funguje na základě podepsání smlouvy s distributorem. Přebytky vyrobené energie se posílají do veřejné sítě, odkud se v případě potřeby mohou odčerpat. Ve virtuální baterii můžete uložit tolik energie, kolik vám smluvně umožňuje distributor. Mají několik výhod:

- je to komerční produkt, který nenabízí všichni distributoři a nikde se negarantují stálé podmínky,
  - platíte za využívání paušální poplatek,
  - v případě výpadku elektřiny nemáte záložní zdroj energie.
- **Fyzické bateriové uložení** – je zařízení, které je uloženo v domě. Vyrobená energie se do baterií ukládá a v případě potřeby se z nich odebírá. Nevýhodou fyzické baterie je její kapacita.

**Invertor** (nebo také měnič či střídač) je podobně jako fotovoltaické panely nezbytnou součástí každé fotovoltaické elektrárny. Invertor je zařízení, které mění stejnosměrný proud (DC) na střídavý proud (AC). Střídavý proud je nezbytný pro napájení elektrických spotřebičů.

### 1.1.3 Druhy fotovoltaických systémů

Rozdílem mezi jednotlivými druhy fotovoltaických systémů je jejich napojení do veřejné elektrické sítě a integrace akumulátorů. Podle těchto kritérií je lze rozdělit do tří základních kategorií:

- ostrovní
- standardní
- hybridní

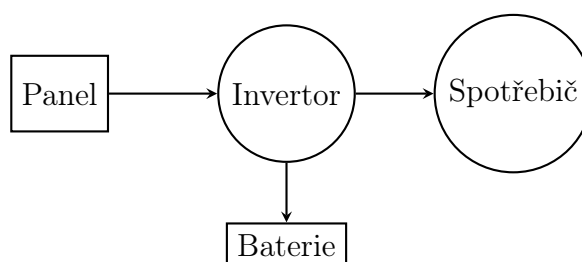
**Ostrovní elektrárna** (tzv. off-grid) je samostatný systém, který není připojen k elektrické síti. Klíčovou částí toho systému je baterie (akumulátor), která slouží k ukládání přebytků energie. Jsou užitečné v oblastech, kde připojení k elektrické síti není možné.

#### Výhody:

- nezávislost na dodavatelích elektřiny,
- pokud dojde k výpadku elektřiny, ostrovní elektrárna bude sloužit jako záložní zdroj,

#### Nevýhody:

- počáteční náklady mohou být vyšší, kvůli potřebě akumulátorů,
- baterie vyžadují pravidelnou údržbu.



Obrázek 1.1: Schéma off-grid fotovoltaické elektrárny

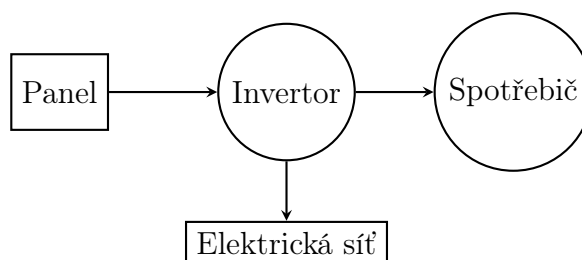
**Standardní elektrárna** Standardní (tzv. on-grid) fotovoltaická elektrárna je připojena k elektrické síti. Veškerou přebytečnou energii lze prodat dodavateli elektřiny.

**Výhody:**

- možnost prodeje přebytků elektřiny,
- dlouhá životnost, malá potřeba údržby.

**Nevýhody:**

- závislost na síti,
- závislost na slunečním záření.



Obrázek 1.2: Schéma on-grid fotovoltaické elektrárny

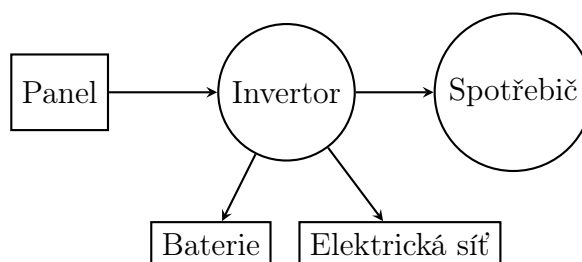
**Hybridní elektrárna** Hybridní fotovoltaické elektrárny kombinují výhody ostrovních a standardních systémů. Jsou připojeny k elektrické síti, ale zároveň mají akumulátory, které slouží jako záložní zdroj energie.

**Výhody:**

- uložení přebytků energie,
- větší energetická nezávislost.

**Nevýhody:**

- vysoké počáteční náklady,
- baterie vyžadují pravidelnou údržbu.



Obrázek 1.3: Schéma hybridní fotovoltaické elektrárny

## 1.2 Jak fotovoltaika šetří peníze

# Teoretická část

Tato kapitola je rozdělena do dvou částí. První část se zabývá základními ekonomickými pojmy využívanými v investiční analýze. Druhá část se zabývá matematickou optimalizací metodou lineárního programování.

## 2.1 Přehled ekonomických pojmů

### 2.1.1 Základní pojmy

### 2.1.2 Ukazatele výnosnosti investice

**Výnosnost investice** ( $ROI$  – Return of Investment) vyjadřuje zisk nebo ztrátu z investice v procentech.

$$ROI = \frac{(P_1 + P_2 + \dots + P_t) - K}{K} \cdot 100, \quad (2.1)$$

kde

$t$  – počet let,

$P_1, P_2, \dots, P_t$  – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

$K$  – kapitálový výdaj,

$ROI$  – návratnost investice.

**Diskontované cash-flow** ( $DCF$  – Discounted Cash Flow) vyjadřuje současnou hodnotu budoucích peněžních toků.

$$DCF = \frac{P_1}{(1+i)} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P_t}{(1+i)^t}, \quad (2.2)$$

kde

$t$  – počet let,



$P_1, P_2, \dots, P_t$  – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

$i$  – úroková míra (diskontní sazba),

$DCF$  – diskontované cash-flow.

**Čistá současná hodnota** ( $NPV$  – Net Present Value) vyjadřuje současnou hodnotu budoucích peněžních toků po odečtení kapitálového výdaje.

$$NPV = \frac{P_1}{(1+i)} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P_t}{(1+i)^t} - K, \quad (2.3)$$

kde

$t$  – počet let,

$P_1, P_2, \dots, P_t$  – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

$K$  – kapitálový výdaj,

$i$  – úroková míra (diskontní sazba),

$NPV$  – čistá současná hodnota.

**Vnitřní výnosové procento** ( $IRR$  – Internal Rate of Return) je úroková míra, při níž se současná hodnota peněžních příjmů z investice rovná kapitálovým výdajům. Investice se považuje za výhodnou, když  $IRR$  představuje vyšší úrok, než je požadovaná minimální výnosnost investice.

$$\frac{P_1}{(1+IRR)} + \frac{P_2}{(1+IRR)^2} + \dots + \frac{P_t}{(1+IRR)^t} = K, \quad (2.4)$$

kde

$t$  – počet let,

$P_1, P_2, \dots, P_t$  – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

$K$  – kapitálový výdaj,

$IRR$  – vnitřní výnosové procento.

## 2.2 Lineární programování

Tato část vychází ze dvou učebních textů. Prvním je *Matematika pro ekonomy* od R. Stolína [8] a druhým je *Operační výzkum* od J. Demela [1].

V úvodu této kapitoly jsou popsány základní pojmy a formulace úlohy lineárního programování.

Lineární programování patří k metodám *operačního výzkumu*. Je zaměřeno na hledání optimálního řešení při kterém, jsou zároveň splněny omezující podmínky.

### 2.2.1 Formulace úlohy lineárního programování

**Účelová funkce** je lineární funkcí  $n$  proměnných ve tvaru

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n, \quad (2.5)$$

kde  $c_1, c_2, \dots, c_n$  jsou konstanty, které nazýváme *cenové koeficienty* nebo *koeficienty účelové funkce* a  $x_1, x_2, \dots, x_n$  jsou *strukturní neznámé*.

Účelová funkce se buď maximalizuje

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n, \quad (2.6)$$

nebo minimalizuje

$$\min z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n. \quad (2.7)$$

**Omezující podmínky** jsou lineární rovnice nebo nerovnice ve tvaru

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} b_2, \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} b_m, \end{aligned} \quad (2.8)$$

kde na místě označeném  $\begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix}$  se může vyskytnout symbol  $\leq, \geq$  nebo  $=$ <sup>1</sup>.

Prvky  $a_{ij}$  jsou konstanty, které nazýváme *strukturní koeficienty* nebo *koeficienty omezení*,  $b_1, b_2, \dots, b_m$  jsou konstanty (tzv. *požadavková čísla*) jsou konstanty, které nazýváme *strukturní koeficienty* nebo *koeficienty omezení*,  $b_i$  jsou konstanty (tzv. *požadavková čísla*) a  $x_1, x_2, \dots, x_n$  jsou *strukturní neznámé*.

Zároveň omezující podmínky vymezují pro každou proměnnou  $x_1, x_2, \dots, x_n$  množinu hodnot, kterých může nabývat. Nejčastěji se jedná o podmínky tvaru  $x_i \geq 0$  (nezápornost). Jinými případy mohou být například podmínky tvaru  $x_i \leq 0$  (nekladnost) nebo  $x_i$  může nabývat libovolné hodnoty („neomezeno“).

### 2.2.2 Maticový zápis úlohy LP

Celý problém lineárního programování můžeme pro přehlednost zapsat maticově. Účelovou funkci vyjádříme jako

$$z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \max, \quad (2.9)$$

<sup>1</sup>Tato formulace je doslovným přepisem z *Operační výzkum* J. Demel [1] str. 9.

nebo

$$z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \min, \quad (2.10)$$

kde  $\mathbf{c}$  je sloupcový vektor cenových koeficientů a  $\mathbf{x}$  je sloupcový vektor *strukturních neznámých*.

*Strukturní koeficienty* můžeme vyjádřit jako matici

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

a za předpokladu, že jsou všechny omezující podmínky stejného typu (tzn.  $\leq$ ,  $\geq$  nebo  $=$ ), můžeme je vyjádřit jako

$$\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \quad \text{nebo} \quad \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b} \quad \text{nebo} \quad \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (2.12)$$

kde  $\mathbf{b}$  je sloupcový vektor *požadavkových čísel*.

### 2.2.3 Typy úloh lineárního programování

V následující části jsou popsány některé typické úlohy lineárního programování <sup>2</sup>.

**Úlohy výrobního plánování** jsou jedny z nejčastěji řešených úloh lineárního programování. Představme si výrobce, který má možnost vyrábět  $n$  druhů produktů. Má k dispozici omezenou kapacitu  $m$  výrobních zdrojů (pracovníci, stroje, suroviny, atd.). Cílem je určit, jaký objem jednotlivých produktů má být vyroben, aby bylo dosaženo maximálního zisku.

Pojďme si tedy říct, co pro nás proměnné z obecného vyjádření úlohy lineárního programování znamenají konkrétně v případě výrobního plánování.

$x_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) je množství  $j$ -tého produktu, které má být vyrobeno (tzn. *strukturní neznámá*),

$c_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) je zisk z prodeje jedné jednotky  $j$ -tého produktu (tzn. *cenový koeficient*),

$a_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ) je množství  $i$ -tého výrobního zdroje, které je potřeba k výrobě jedné jednotky  $j$ -tého produktu (tzn. *strukturní koeficient*),

$b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) je množství  $i$ -tého výrobního zdroje, které je k dispozici (tzn. *požadavkové číslo*).

---

<sup>2</sup>Podle *Matematika pro ekonomy* R. Stolín [8]

Úloha má pak tvar

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n, \quad (2.13)$$

za podmínek

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2, \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m, \\ x_1, x_2, \dots, x_n &\geq 0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Ve zkráceném zápisu

$$\begin{aligned} \max z &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \\ \mathbf{Ax} &\leq \mathbf{b}, \\ \mathbf{x} &\geq 0. \end{aligned} \quad (2.15)$$

### Příklad:

Podnik vyrábí dva druhy produktů  $A$  a  $B$ . Každý z nich vyžaduje určité množství surovin na výrobu. Na vyrobení jednoho kusu produktu  $A$  je potřeba 2 jednotky suroviny  $S_1$ , 1 jednotky suroviny  $S_2$  a 1 jednotka suroviny  $S_3$ . Na vyrobení jednoho kusu produktu  $B$  je potřeba 2 jednotky suroviny  $S_1$ , 3 jednotky suroviny  $S_2$  a 1 jednotka suroviny  $S_3$ . Celkové množství surovin  $S_1$ ,  $S_2$  a  $S_3$  je omezeno na 40, 30 a 20 jednotek. Zisk z prodeje jednoho kusu produktu  $A$  je 5 Kč a z prodeje jednoho kusu produktu  $B$  je 10 Kč. Jak bude vypadat úloha lineárního programování pro tento příklad?

### Řešení:

Sestavíme přehlednou tabulku se všemi informacemi.

	A	B	Disponibilní množství (ks)
$S_1$	2	2	40
$S_2$	1	3	30
$S_3$	1	1	20
<b>Zisk (Kč)</b>	5	10	—

Tabulka 2.1: Informace o produktech a surovinách.

Nyní můžeme sestavit úlohu lineárního programování.

$$\begin{aligned} \max z &= 5x_1 + 10x_2, \\ 2x_1 + 2x_2 &\leq 40, \\ x_1 + 3x_2 &\leq 30, \\ x_1 + x_2 &\leq 20, \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned} \quad (2.16)$$

## **Směšovací úlohy**

## **Úlohy o dělení materiálu**

# Praktická část

## 3.1 Popis aplikace

### 3.1.1 Data

Český hydrometeorologický ústav ČHMÚ

Podmínky užití dat

OTE, a.s. OTE (Otevřený trh s elektřinou)

## 3.2 Případové studie

## Zhodnocení výsledků a závěr

# Seznam zdrojů

- [1] DEMEL, Jiří. *Operační výzkum*. Dostupné z: <https://kix.fsv.cvut.cz/~demel/ped/ov/ov.pdf>.
- [2] *Komponenty FVE*. Online. Fotovia. 2023. Dostupné také z: <https://www.fotovia.cz/komponenty-fve>.
- [3] *Typy fotovoltaických elektráren*. Online. Fotovia. 2023. Dostupné také z: <https://www.fotovia.cz/blog/typy-fotovoltaickych-elektraren>.
- [4] *Co čistá současná hodnota?*. Online. MONETA Money Bank. Dostupné z: <https://www.moneta.cz/slovník-pojmu/detail/npv>.
- [5] *Co je ROI?*. Online. MONETA Money Bank. Dostupné z: <https://www.moneta.cz/slovník-pojmu/detail/roi>.
- [6] *Krátkodobé trhy*. Online. OTE. C2018. Dostupné z: <https://www.ote-cr.cz/cs/kratkodobe-trhy/elektrina/vnitrodenni-trh>.
- [7] *Stroj na peníze: Fotovoltaika při vysokých cenách elektřiny ušetří desetitisíce korun ročně*. Online. TZB-info - Portál pro stavebnictví, technická zařízení budov. 2001. Dostupné z: <https://oze.tzb-info.cz/fotovoltaika/24229-stroj-na-penize-fotovoltaika-pri-vysokych-cenach-elektřiny-usetri-desetiti>.
- [8] STOLÍN, Radek. *Matematika pro ekonomy*. 2., upr. vyd. Jihlava: Vysoká škola polytechnická Jihlava, 2011. ISBN ISBN978-80-87035-35-1.
- [9] MITCHELL, Stuart; KEAN, Anita; MASON, Andrew; O'SULLIVAN, Michael a PHILLIPS, Antony. *Optimization with PuLP*. Online. COIN-OR Documentation Site. C2009. Dostupné z: <https://coin-or.github.io/pulp/>.