Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem

Přírodovědecká fakulta

Optimalizace investičních prostředků z hlediska výnosu fotovoltaických elektráren

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Petr Kotlan

Vedoucí práce: Ing. Roman Vaibar, Ph.D., MBA

Studijní program: Matematika ve firmách a veřejné správě

Ústí nad Labem 2024

UNIVERZITA JANA EVANGELISTY PURKYNĚ V ÚSTÍ NAD LABEM
Přírodovědecká fakulta
Akademický rok: 2023/2024

Studijní program: Matematika ve firmách a veřejné správě
Forma studia: Prezenční

Podklad pro zadání BAKALÁŘSKÉ práce studenta

Jméno a příjmení: **Petr KOTLAN**
Osobní číslo: **F21060**

Téma práce: **Optimalizace investičních prostředků z hlediska výnosu fotovoltaických elektráren**
Téma práce anglicky: **Optimization of investment funds in terms of photovoltaic power plants**
Jazyk práce: **Čeština**

Vedoucí práce: **Ing. Roman Vaibar, Ph.D., MBA**
Katedra informatiky

Zásady pro vypracování:

Cílem bakalářské práce je vyvinout aplikaci, která pomocí lineárního programování optimalizuje rozdělení investičních prostředků pro instalaci fotovoltaických elektráren na daných objektech. Optimalizace bude provedena na základě následujících hledisek:

- typu střechy – rovná, sedlová, valbová atd.,
- spotřeby v daném místě,
- ceny energie definované odkupem dle spotových cen OTE, a.s.,
- optimalizace uložiště,
- výpočtu předpokládaného ročního výkonu dle osvitových hodin.

Osnova:

1. Úvod
2. Současné modely výnosů fotovoltaických elektráren v ČR
3. Teoretická část
    - Přehled ekonomických pojmů
    - Základní modely matematické optimalizace
4. Praktická část
    - Popis aplikace
    - Případové studie
5. Zhodnocení výsledků
6. Závěr

Seznam doporučené literatury:

- VALACH, Josef. *Investiční rozhodování a dlouhodobé financování*. 3., přeprac. a rozš. vyd. Praha: Ekopress, 2010. ISBN 978-80-86929-71-2.
- PLEVNÝ, Miroslav a Miroslav ŽIŽKA. *IModelování a optimalizace v manažerském rozhodování*. Vyd. 2. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2010. ISBN 978-80--7043-933-3.
- *Krátkodobé trhy*. Online. OTE. C2018. Dostupné z: https://www.ote-cr.cz/cs/kratkodobe-trhy/elektrina/vnitrodenni-trh. [cit. 2023-12-03].
- MITCHELL, Stuart; KEAN, Anita; MASON, Andrew; O'SULLIVAN, Michael a PHILLIPS, Antony et al. *Optimization with PuLP*. Online. COIN-OR Documentation Site. C2009. Dostupné z: https://coin-or.github.io/pulp/. [cit. 2023-12-03].

Podpis studenta: Datum:

Podpis vedoucího práce: Datum:

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jen pramenů, které cituji a uvádím v přiloženém seznamu literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., ve znění zákona č. 81/2005 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

V Ústí nad Labem dne 19. června 2024 Podpis: ....

podekování

Optimalizace investičních prostředků z hlediska výnosu fotovoltaických elektráren

Abstrakt

Klíčová slova

fotovoltaika, lineární programování, optimalizace, investice

Optimization of investment funds in terms of photovoltaic power plants

Abstract

Keywords

photovoltaics, linear programming, optimization, investment

Obsah

Úvod

Přehled problematiky fotovoltaiky

V úvodní kapitole je popsána základní problematika fotovoltaických elektráren. Je zde uveden základní technický popis, jednotlivé komponenty ze kterých se elektrárna skládá a druhy systémů, které se v praxi využívají.

1.1 Technický popis fotovoltaických elektráren

1.1.1 Veličiny

Watt je jednotkou výkonu a rovná se vykonané práci za jendotku času. Značíme ji symbolem W.

Watt hodina je jednotkou energie a rovná se práci stroje o výkonu jednoho wattu, který pracuje po dobu jedné hodiny. Značíme ji symbolem W h. Při měření spotřeby elektřiny se nejčastěji se užívá v násobku kilowatt hodiny (kWh).

Killowatt–peak je jednotkou špičkového výkonu fotovoltaické elektrárny. Tento výkon je při standardních testovacích podmínkách.

1.1.2 Komponenty fotovoltaické elektrárny

To, jaké komponenty se investor rozhodne koupit do svého fotovoltaického systému, může zásadně ovlivnit návratnost této investice. Některé komponenty jsou pro elektrárnu nezbytné, jiné slouží k optimalizaci výkonu při různých podmínkách či specifickém využití. Zde uvádím některé základní komponenty fotovoltaické elektrárny.

Fotovoltaické panely jsou nezbytnou součástí každé fotovoltaické elektrárny. Jejich hlavním úkolem je absorbovat sluneční záření a přeměnit ho na elektrickou energii.

Baterie (nebo také akumulátory) slouží k ukládání přebytků energie, které nebyly spotřebovány. Dělíme je na virtuální uložiště a fyzické uložiště.

- **Virtuální uložiště** – funguje na základě podepsání smlouvy s distributorem. Přebytky vyrobené energie se posílají do veřejné sítě, odkud se v případě potřeby mohou odčerpat. Ve virtuální baterii můžete uložit tolik energie, kolik vám smluvně umožňuje distributor. Mají několik nevýhod:
  - je to komerční produkt, který nenabízí všichni distributoři a nikde se negarantují stálé podmínky,
  - platíte za využívání paušální poplatek,
  - v případě výpadku elektřiny nemáte záložní zdroj energie.
- **Fyzické bateriové uložiště** – je zařízení, které je uložené v domě. Vyrobená energie se do baterií ukládá a v případě potřeby se z nich odebírá. Nevýhodou fyzické baterie je její kapacita.

Invertor (nebo také měnič či střídač) je podobně jako fotovoltaické panely nezbytnou součástí každé fotovoltaické elektrárny. Jeho hlavní funkcí je přeměna stejnosměrného proudu na proud střídavý. Inverotr rozděluje vyrobenou energii do tří fází. To kolik dávkuje do jednotlivých fází záleží na typu invertoru.

- Symetrikcý invertor – levnější typ, dávkuje elektřinu rovnoměrně do všech tří fází.
- Asymetrický invertor – dražší typ, při dávkování zohledňuje spotřebu na všech fázích.

Pokud by tedy například fotovoltaika vyrobila 6 kWh elektřiny a spotřeba by na jednotlivých fázích vypdala následovně:

- Fáze 1: 3 kWh
- Fáze 2: 2 kWh
- Fáze 3: 0.5 kWh

Symetrický invertor rozdělí elektřinu rovnoměrně (2 kWh na každou fázi), takže na fázi 2 a 3 vznikne přebytek, který se pošle do sítě a na fázi 1 energie chybí, tzn. musí se dobrat ze sítě. Asymetrický invertor elektřinu rozdělí tak, že nebude nutné ze sítě nic dobírat, ani do ní nic posílat.

Optimizér je zařízení, které se připojuje k jednotlivým fotovoltaickým panelům. Výkon elektrárny se odvíjí od výkony nejméně vákoného článku. V případě že je snížen výkon jednoho panelu, optimizér zajistí přemostění tohoto panelu.

1.1.3 Druhy fotovoltaických systémů

Rozdílem mezi jednotlivými druhy fotovoltaických systémů je jejich napojení do veřejné elektrické sítě a integrace akumulátorů. Podle těchto kritérií je lze rozdělit do tří základních kategorií:

- ostrovní
- standardní
- hybridní

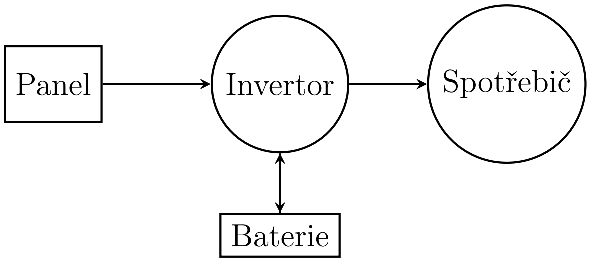
Ostrovní elektrárna (tzv. off-grid) je samostatný systém, který není připojen k elektrické síti. Klíčovou částí toho systému je baterie (akumulátor), která slouží k ukládání přebytků energie. Jsou užitečné v oblastech, kde připojení k elektrické síti není možné.

Výhody:

- nezávislost na dodavatelích elektřiny,
- pokud dojde k výpadku elektřiny, ostrovní elektrárna bude sloužit jako záložní zdroj,

Nevýhody:

- počáteční náklady mohou být vyšší, kvůli potřebě akumulátorů,
- baterie vyžadují pravidelnou údržbu.



Obrázek 1.1: Schéma off-grid fotovoltaické elektrárny

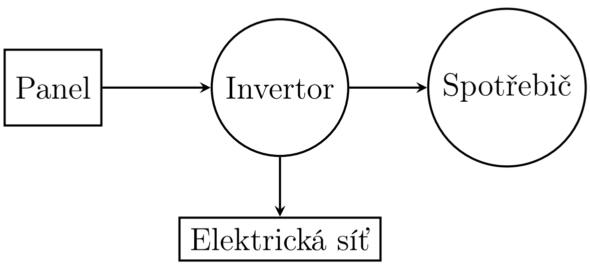
Standardní elektrárna Standardní (tzv. on-grid) fotovoltaická elektrárna je připojena k elektrické síti. Veškerou přebytečnou energii lze prodat dodavateli elektřiny.

Výhody:

- možnost prodeje přebytků elektřiny,
- dlouhá životnost, malá potřeba údržby.

Nevýhody:

- závislost na síti,
- závislost na slunečním záření.



Obrázek 1.2: Schéma on-grid fotovoltaické elektrárny

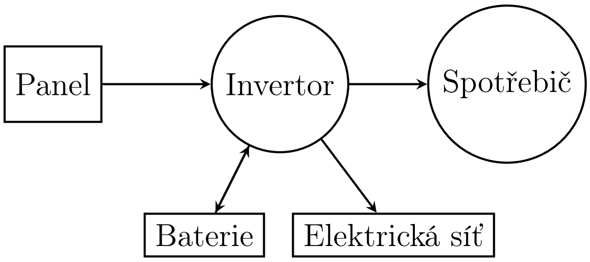
Hybridní elektrárna kombinuje výhody ostrovních a standardních systémů. Jsou připojeny k elektrické síti, ale zároveň mají akumulátory, které slouží jako záložní zdroj energie.

Výhody:

- uložení přebytků energie,
- větší energetická nezávislost.

Nevýhody:

- vysoké počáteční náklady,
- baterie vyžadují pravidelnou údržbu.



Obrázek 1.3: Schéma hybridní fotovoltaické elektrárny

1.2 Jak fotovoltaika šetří peníze

Investiční možnosti

Teoretická část

Tato kapitola je rozdělena do dvou částí. První část se zabývá základními ekonomickými pojmy využívanými v investiční analýze. Druhá část se zabývá matematickou optimalizací metodou lineárního programování.

3.1 Přehled ekonomických pojmů

3.1.1 Základní pojmy

Investice je vložení finančních prostředků do nějakého projektu, které má za cíl získat zisk.

3.1.2 Ukazatele výnosnosti investice

Výnosnost investice (ROI – Return of Investment) vyjadřuje zisk nebo ztrátu z investice v procentech.

$$ROI = \frac{(P_1 + P_2 + \ldots + P_t) - K}{K} \cdot 100, \tag{3.1}$$

kde

t – počet let,

$P_1, P_2, \ldots, P_t$ – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

K – kapitálový výdaj,

ROI – návratnost investice.

Diskontované cash-flow (DCF – Discounted Cash Flow) vyjadřuje současnou hodnotu budoucích peněžních toků.

$$DCF = \frac{P_1}{(1+i)} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{P_t}{(1+i)^t}, \tag{3.2}$$

kde

t – počet let,

$P_1, P_2, \ldots, P_t$ – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

i – úroková míra (diskontní sazba),

DCF – diskontované cash-flow.

Čistá současná hodnota (NPV – Net Present Value) vyjadřuje současnou hodnotu budoucích peněžních toků po odečtení kapitálového výdaje.

$$NPV = \frac{P_1}{(1+i)} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{P_t}{(1+i)^t} - K, \tag{3.3}$$

kde

t – počet let,

$P_1, P_2, \ldots, P_t$ – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

K – kapitálový výdaj,

i – úroková míra (diskontní sazba),

NPV – čistá současná hodnota.

Vnitřní výnosové procento (IRR – Internal Rate of Return) je úroková míra, při níž se současná hodnota peněžních příjmů z investice rovná kapitálovým výdajům. Investice se považuje za výhodnou, když IRR představuje vyšší úrok, než je požadovaná minimální výnosnost investice.

$$\frac{P_1}{(1+IRR)} + \frac{P_2}{(1+IRR)^2} + \ldots + \frac{P_t}{(1+IRR)^t} = K, \tag{3.4}$$

kde

t – počet let,

$P_1, P_2, \ldots, P_t$ – peněžní příjmy z investice v jednotlivých letech,

K – kapitálový výdaj,

IRR – vnitřní výnosové procento.

3.2 Lineární programování

Tato část vychází ze dvou učebních textů. Prvním je *Matematika pro ekonomy* od R. Stolína [8] a druhým je *Operační výzkum* od J. Demela [1].

V úvodu této kapitoly jsou popsány základní pojmy a formulace úlohy lineárního programování.

3.2.1 Formulace úlohy lineárního programování

Lineární programování patří k metodám *operačního výzkumu*. Cílem je nalezení optimálního řešení při splnění daných podmínek.

Účelová funkce je lineární funkcí n proměnných ve tvaru

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n, \tag{3.5}$$

kde $c_1, c_2, \ldots c_n$ jsou konstanty, které nazýváme *cenové koeficienty* nebo *koeficienty účelové funkce* a $x_1, x_2, \ldots x_n$ jsou *strukturní neznámé*.

Účelová funkce se buď maximalizuje

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n, \tag{3.6}$$

nebo minimalizuje

$$\min z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n. \tag{3.7}$$

Omezující podmínky jsou lineární rovnice nebo nerovnice ve tvaru

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &\lesseqqgtr b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &\lesseqqgtr b_2, \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &\lesseqqgtr b_m, \end{aligned} \tag{3.8}$$

kde na místě označeném $\lesseqqgtr$ se může vyskytnout symbol $\leq$, $\geq$ nebo $=$[1].

Prvky a_{ij} jsou konstanty, které nazýváme *strukturní koeficienty* nebo *koeficienty omezení*, $b_1, b_2, \ldots, b_m$ jsou konstanty (tzv. *požadavková čísla*) jsou konstanty, které nazýváme *strukturní koeficienty* nebo *koeficienty omezení*, b_i jsou konstanty (tzv. *požadavková čísla*) a $x_1, x_2, \ldots x_n$ jsou *strukturní neznámé*.

Zároveň omezující podmínky vymezují pro každou proměnnou $x_1, x_2, \ldots x_n$ množinu hodnot, kterých může nabývat. Jedná o podmínky tvaru

$$x_i \geq 0 \quad \text{(nezápornost)} \quad \text{nebo} \quad x_i \leq 0 \quad \text{(nekladnost)}. \tag{3.9}$$

Jinými případ může být, kdy x_i může nabývat libovolné hodnoty („neomezeno").

Přípustným řešením se nazývá vektor $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, který vyhovuje všem omezujícím podmínkám (3.8) a zároveň podmínkám nezápornosti respektive nekladnosti (3.9)

[1] Tato formulace je doslovným přepisem z *Operační výzkum* J. Demel [1] str. 9.

Optimální řešení úlohy, je takové přípustné řešení, kdy účelová funkce nabývá maxima (3.6) respektive minima (3.7).

3.2.2 Maticový zápis úlohy LP

Celý problém lineárního programování můžeme pro přehlednost zapsat maticově. Účelovou funkci vyjádříme jako jako

$$z = \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} \rightarrow \max, \tag{3.10}$$

nebo

$$z = \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} \rightarrow \min, \tag{3.11}$$

kde $\boldsymbol{c}$ je sloupcový vektor cenových koeficientů a $\boldsymbol{x}$ je sloupcový vektor *strukturních neznámých.*

Strukturní koeficienty můžeme vyjádřit jako matici

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{3.12}$$

a za předpokladu, že jsou všechny omezující podmínky stejného typu (tzn. $\leq$, $\geq$ nebo $=$), můžeme je vyjádřit jako

$$\boldsymbol{Ax} \leq \boldsymbol{b} \quad \text{nebo} \quad \boldsymbol{Ax} \geq \boldsymbol{b} \quad \text{nebo} \quad \boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}, \tag{3.13}$$

kde $\boldsymbol{b}$ je sloupcový vektor *požadavkových čísel.*

3.2.3 Typy úloh lineárního programování

V následující časti jsou popsány některé typické úlohy lineárního programování.

Úlohy výrobního plánování jsou jedny z nejčastěji řešených úloh lineárního programování. Představme si výrobce, který má možnost vyrábět n druhů produktů. Má k dispozici omezenou kapacitu m výrobních zdrojů (pracovníci, stroje, suroviny, atd.). Cílem je určit, jaký objem jednotlivých produktů má být vyroben, aby bylo dosaženo maximálního zisku.

Pojďmě si tedy říct, co pro nás proměnné z obecného vyjádření úlohy lineárního programování znamenají konkrétně v případě výrobního plánování.

x_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$ je množství j-tého produktu, které má být vyrobeno (tzn. *strukturní neznámá*),

c_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$ je zisk z prodeje jedné jednotky j-tého produktu (tzn. *cenový koeficient*),

a_{ij} $(i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n)$ je množství i-tého výrobního zdroje, které je potřeba k výrobě jedné jednotky j-tého produktu (tzn. *strukturní koeficient*),

b_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$ je množství i-tého výrobního zdroje, které je k dispozici (tzn. *požadavkové číslo*).

Úloha má pak tvar

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n, \tag{3.14}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &\leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &\leq b_2, \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &\leq b_m, \\ x_1, x_2, \ldots, x_n &\geq 0. \end{aligned} \tag{3.15}$$

Ve zkráceném zápisu

$$\begin{aligned} \max z &= \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}, \\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} &\leq \boldsymbol{b}, \\ \boldsymbol{x} &\geq 0. \end{aligned} \tag{3.16}$$

Příklad:

Podnik vyrábí dva druhy produktů A a B. Každý z nich vyžaduje určité množství surovin na výrobu. Na vyrobení jednoho kusu produktu A je potřeba 2 jednotky suroviny S_1, 1 jednotky suroviny S_2 a 1 jednotka suroviny S_3. Na vyrobení jednoho kusu produktu B je potřeba 2 jednotky suroviny S_1, 3 jednotky suroviny S_2 a 1 jednotka suroviny S_3. Celkové množství surovin S_1, S_2 a S_3 je omezeno na 40, 30 a 20 jednotek. Zisk z prodeje jednoho kusu produktu A je 5 Kč a z prodeje jednoho kusu produktu B je 10 Kč.

Sestavíme přehlednou tabulku se všemi informacemi.

	A	**B**	**Disponibilní množství (ks)**
S_1	2	2	40
S_2	1	3	30
S_3	1	1	20
Zisk (Kč)	5	10	–

Tabulka 3.1: Informace o produktech a surovinách.

Nyní můžeme sestavit úlohu matematcký model.

$$
\begin{aligned}
\max z = 5x_1 + 10x_2,\\
2x_1 + 2x_2 \leq 40,\\
x_1 + 3x_2 \leq 30,\\
x_1 + x_2 \leq 20,\\
x_1, x_2 \geq 0.
\end{aligned} \tag{3.17}
$$

Směšovací úlohy mají za úkol z m daných komponent sestavit směs, která musí obsahovat n různých látek za co nejnižší cenu. Známe složení a cenu jednotlivých komponent.

Proměnné vyjádříme následovně:

x_j $(j = 1, 2, \dots, m)$ je množství j-té komponenty ve směsi
(tzn. *strukturní neznámá*),

c_j $(j = 1, 2, \dots, m)$ je cena jedné jednotky j-té komponenty
(tzn. *cenový koeficient*),

a_{ij} $(i = 1, 2, \dots, n;\ j = 1, 2, \dots, m)$ je obsah i-té látky v jednotce j-té komponenty
(tzn. *strukturní koeficient*),

b_i $(i = 1, 2, \dots, n)$ je požadované množství i-té látky v směsi
(tzn. *požadavkové číslo*).

Úloha má pak tvar

$$
\begin{aligned}
\min z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_mx_m,\\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m = b_1,\\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m = b_2,\\
\vdots\\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m = b_n,\\
x_1, x_2, \dots, x_m \geq 0.
\end{aligned} \tag{3.18}
$$

Ve zkráceném zápisu

$$
\begin{aligned}
\min z = \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x},\\
\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b},\\
\boldsymbol{x} \geq 0.
\end{aligned} \tag{3.19}
$$

Příklad:

K dispozici máme šest druhů potravin (P_1 až P_6), ze kterých je třeba sestavit denní jídelníček. Jídelníček musí obsahovat alespoň 3000 kcal využitelné energie, 70 g bílkovin, 1.8 mg vitamínu B, 75 mg vitamínu C a zároveň být co nejlevnější. V tabulce 3.2 jsou uvedeny údaje o obsahu látek v jednotce přislušné potraviny a cena jedné jednotky. [2]

[2] Hodnoty jsou převzaty z *Matematika pro ekonomy* R. Stolín [8] příklad 6.2.1

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Energie (kcal)	2350	3540	700	2830	370	200
Bílkoviny (g)	61	67	16	216	–	25
Vitamin B (mg)	1,1	0,2	0,7	8,1	0,3	1,3
Vitamin C (mg)	–	–	100	–	600	630
Cena (Kč/j)	26	50	80	50	100	15

Tabulka 3.2: Informace o potravinách.

Matematický model bude vypadat následovně.

$$\max z = 26x_1 + 50x_2 + 80x_3 + 50x_4 + 100x_5 + 15x_6,$$

$$\begin{array}{rrrrrrl} 2350x_1+ & 3540x_2+ & 700x_3+ & 2830x_4+ & 370x_5+ & 200x_6 & = 3000, \\ 61x_1+ & 67x_2+ & 16x_3+ & 216x_4 & + & 25x_6 & = 70, \\ 1.1x_1+ & 0.2x_2+ & 0.7x_3+ & 8.1x_4 & + & 1.3x_6 & = 1.8, \\ & & 100x_3 & + & 600x_5+ & 630x_6 & = 75, \end{array} \tag{3.20}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0.$$

Dopravní úlohy mají od předešlích typů úloh odlišnou strukturu. Kvůli tomu se také vyvinuly jiné a efektivnější metody řešení, proto si pouze ukážeme jejich matematickou formulaci a nebudeme se jimi zabývat podrobněji.

Máme m dodavatelů, kteří dodávají stejný druh zbtoží, a n odběratelů tohoto zboží. Jsou nám známy ceny za dopravu mezi jednotlivými dodavateli a odběrateli. Cílem je minimalizovat náklady na dopravu zboží. Proměnné vyjádříme následovně:

x_{ij} $(i = 1, 2, \dots, m;\ j = 1, 2, \dots, n)$ je množství zboží dopravované od i-tého dodavatele k j-tému odběrateli,

c_{ij} $(i = 1, 2, \dots, m;\ j = 1, 2, \dots, n)$ je cena za přepravu jedné jednotky zboží od i-tého dodavatele k j-tému odběrateli,

a_i $(i = 1, 2, \dots, m)$ kapacita zboží i-tého dodavatele,

b_j $(j = 1, 2, \dots, n)$ je množství zboží, které j-tý odběratel požaduje.

Úloha má pak tvar

$$
\begin{aligned}
\min z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}, \\
\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq a_i \quad (i = 1, 2, \ldots, m), \\
\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \geq b_j \quad (j = 1, 2, \ldots, n), \\
x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n).
\end{aligned}
\tag{3.21}
$$

Praktická část

4.1 Popis aplikace

4.1.1 Data

Český hydrometeorologický ústav ČHMÚ

Podmínky užití dat

OTE, a.s. OTE (Otevřený trh s elektřinou)

4.2 Případové studie

Zhodnocení výsledků a závěr

Seznam zdrojů

[1] DEMEL, Jiří. *Operační výzkum*. Dostupné z: https://kix.fsv.cvut.cz/~demel/ped/ov/ov.pdf.

[2] *Komponenty FVE*. Online. Fotovia. 2023. Dostupné také z: https://www.fotovia.cz/komponenty-fve.

[3] *Typy fotovoltaických elektráren*. Online. Fotovia. 2023. Dostupné také z: https://www.fotovia.cz/blog/typy-fotovoltaickych-elektraren.

[4] *Co čistá současná hodnota?*. Online. MONETA Money Bank. Dostupné z: https://www.moneta.cz/slovnik-pojmu/detail/npv.

[5] *Co je ROI?*. Online. MONETA Money Bank. Dostupné z: https://www.moneta.cz/slovnik-pojmu/detail/roi.

[6] *Krátkodobé trhy*. Online. OTE. C2018. Dostupné z: https://www.ote-cr.cz/cs/kratkodobe-trhy/elektrina/vnitrodenni-trh.

[7] *Stroj na peníze: Fotovoltaika při vysokých cenách elektřiny ušetří desetitisíce korun ročně*. Online. TZB-info - Portál pro stavebnictví, technická zařízení budov. 2001. Dostupné z: https://oze.tzb-info.cz/fotovoltaika/24229-stroj-na-penize-fotovoltaika-pri-vysokych-cenach-elektriny-usetri-desetiti

[8] STOLÍN, Radek. *Matematika pro ekonomy*. 2., upr. vyd. Jihlava: Vysoká škola polytechnická Jihlava, 2011. ISBN ISBN978-80-87035-35-1.

[9] MITCHELL, Stuart; KEAN, Anita; MASON, Andrew; O'SULLIVAN, Michael a PHILLIPS, Antony. *Optimization with PuLP*. Online. COIN-OR Documentation Site. C2009. Dostupné z: https://coin-or.github.io/pulp/.