Dosadíme-li ze vztahů (1.12) za Q a vektory $\mathbf{a}_1, \cdots, \mathbf{a}_n$[25] do vyjádření (1.14) bodu X, dostáváme:

$$
\begin{aligned}
X = Q + \sum_{i=1}^{n} y_i \mathbf{a}_i &= \left(P + \sum_{j=1}^{n} b_j \mathbf{e}_j\right) + \sum_{i=1}^{n} y_i \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \mathbf{e}_j\right) = \\
&= \left(P + \sum_{j=1}^{n} b_j \mathbf{e}_j\right) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (y_i a_{ij} \mathbf{e}_j) = \\
&= \left(P + \sum_{j=1}^{n} b_j \mathbf{e}_j\right) + \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{n} a_{ij} y_i\right) \mathbf{e}_j \overset{(a)}{=} \\
&= P + \left(\sum_{j=1}^{n} b_j \mathbf{e}_j + \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{n} a_{ij} y_i\right) \mathbf{e}_j\right) = \\
&= P + \left(\sum_{j=1}^{n} \underbrace{\left(b_j + \sum_{i=1}^{n} a_{ij} y_i\right)}_{x_j} \mathbf{e}_j\right),
\end{aligned}
$$

kde v kroku (a) bylo užito vlastnosti 5 z věty 1.1.13,[26] (v ostatních pak známých vlastností sumačních znaků a vlastností vektorů).

Z finálního vyjádření bodu X, z relace (1.13), definice (1.9) afinních souřadnic a věty 1.2.7 o jejich jednoznačnosti plyne, že označený výraz musí být roven j-té souřadnici bodu X vzhledem k bázi $\mathcal{B}$, tedy skaláru x_j.

Ukázali jsme tedy, že pro všechna $j,\ 1 \leq j \leq n$, platí:

$$x_j = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} y_i + b_j \tag{1.15}$$

Věta 1.2.11 *Buďte $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$, $\mathcal{B} = \langle P; \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \cdots, \mathbf{e}_n \rangle$, $\mathcal{C} = \langle Q; \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \cdots, \mathbf{a}_n \rangle$, libovolné afinní báze prostoru $\mathcal{A}_n$ a nechť*

$$Q = [b_1, b_2, \cdots, b_n]_{\mathcal{B}}\,,$$

$$\mathbf{a}_i = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{in})_{\mathcal{B}_0}\,, \quad 1 \leq i \leq n.$$

Pak pro každý bod $X \in \mathcal{A}_n$, $X = [x_1, \cdots, x_n]_{\mathcal{B}}$, platí: $X = [y_1, \cdots, y_n]_{\mathcal{C}}$, právě když skaláry $x_1, \cdots, x_n, y_1, \cdots, y_n$ vyhovují relacím (1.15).

[25] Tedy $Q = P + \sum_{j=1}^{n} b_j \mathbf{e}_j,\ \mathbf{a}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \mathbf{e}_j,\ 1 \leq i \leq n.$

[26] **Dohoda:** Nadále již budeme větu 1.1.13 užívat zcela samozřejmě a nebudeme (zpravidla) na její aplikaci již zvláště upozorňovat.