

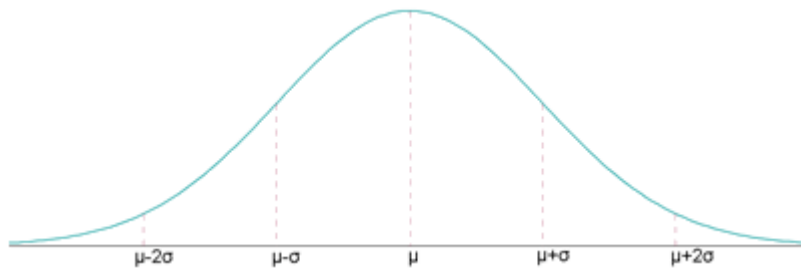
Distribución Normal Estándar

1. Describa las diferencias de la Distribución Normal vs Distribución Normal Estándar.

En la distribución normal, se tiene una variable aleatoria X , y sigue una distribución normal de media μ cualquiera y varianza σ^2 (positiva) cualquiera, y se designa por $N(\mu, \sigma)$, si se cumplen las condiciones de que la variable puede tomar cualquier valor $(-\infty, +\infty)$ y que la función de densidad es la expresión en términos de ecuación matemática de la curva de Gauss:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

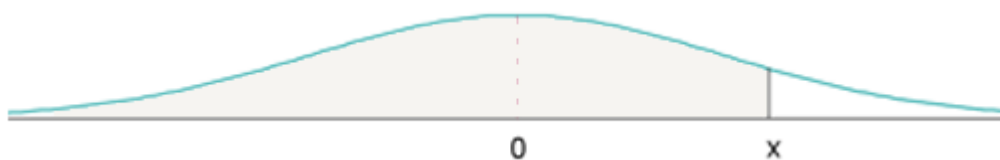
Siendo su curva:



Por otro lado, tenemos la distribución normal estándar, que tiene por media $\mu = 0$ y por desviación típica la unidad, $\sigma = 1$. Su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Siendo su gráfica:



2. Ventajas de ajustar los datos a una Distribución Normal Estándar.

Tiene una importancia teórica y práctica fundamental. Su Función de distribución está tabulada y ello nos permite calcular directamente cualquier probabilidad de cualquier intervalo de cualquier distribución normal ($X \sim N(\mu; \sigma)$), sin necesidad de integrar.

3. Con un ejemplo muestre el cambio de variable para ajustar los datos a una Distribución Normal Estándar.

Se puede demostrar que si X es una variable que se distribuye $N(\mu, \sigma)$ utilizando la variable:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Entonces distribuirá $N(0, 1)$. A este conocimiento se le conoce como tipificación o estandarización.

El valor Z nos indica cuantas desviaciones estándares está la observación original de su media y en qué dirección. Las observaciones mayores que su media toman valores positivos cuando se estandarizan, mientras los valores que son menores a su media toman valores negativos.

Ejemplo:

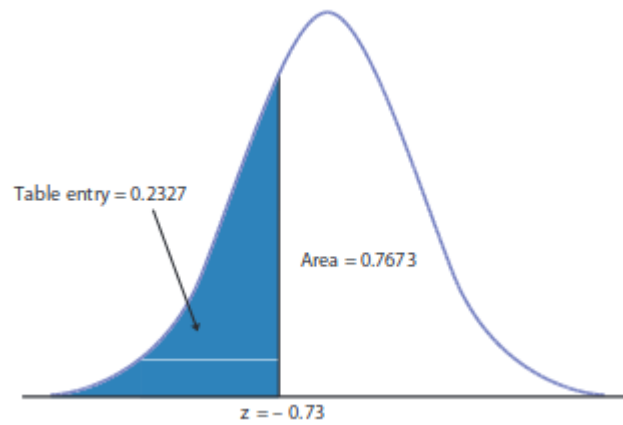
La tasa de rendimiento anual de ciertas acciones se distribuye aproximadamente Normal. Desde 1945, la bolsa de valores Standard & Poor's 500 tiene un rendimiento anual promedio de 12% con una desviación estándar de 16.5%. Se toma esta distribución Normal para el rendimiento anual por largos periodos. ¿En qué proporción de años el mercado baja?

- Establecer el problema: Sea x la tasa de rendimiento anual de Standard & Poor's 500. La variable x tiene una distribución Normal $N(12, 16.5)$. Queremos saber la proporción cuando $x < 0$.
- Estandarizamos: Restando la media de x y dividiendo por la desviación estándar, obtenemos:

$$\begin{aligned} x &< 0 \\ \frac{x - 12}{16.5} &< 0 \\ z &< -0.73 \end{aligned}$$

- Usamos la tabla: Utilizando la tabla para la distribución Normal estándar podemos ver que el área es de 0.2327. El mercado va a bajar anualmente un 23.7% del

tiempo. Nótese que el área a la derecha de -0.73 es $1 - 0.2327 = 0.7673$. Lo que nos indica que la bolsa va a estar por encima un 76.73% del tiempo.



Referencias

(Cedeño, 2013). *5.1-Normal y Normal Estándar*. Recuperado de:

http://cidecame.uaeh.edu.mx/lcc/mapa/PROYECTO/libro19/51normal_y_normal_estndar.html

Universidad de Valencia. Distribución Normal. Recuperado de:

<https://www.uv.es/ceaces/base/modelos%20de%20probabilidad/normalp.htm>

(Torres Aponte, Héctor). *Distribución Normal estándar y cuadrados mínimos*. Universidad de Puerto Rico. Recuperado de:

<http://epsilon.uprrp.edu/htorres/courses/e3041/esta3041-lec4.pdf>