計算機数学 レポート (CA-1)

202020114 伊藤綾音

2021年2月14日

課題 1.

(補題 3-41)

(1) フェルマーの小定理より $(a^{\frac{q}{p}})^p=a^q=a$ が成り立つため, これを $\frac{1}{p}$ 乗すれば得られる.

(2) 左辺を展開すると, $(a+b)^{p^j}=\sum_{i=0}^{p^j}\binom{p^j}{i}a^{p^j-i}b^i$. 右辺の初項と最終項以外の係数は p の倍数であるため, $(a+b)^{p^j}=a^{p^j}+b^{p^j}$.

(定理 3-42)

(十分性)

 $f(x) = g(x)^p \ \ \ \ \ \ \ f'(x) = p \cdot g(x)' \cdot g(x)^{p-1} = 0.$

(必要性)

f'(x) = 0 より, f(x) の非ゼロの項の x の指数は p の倍数である. よって $\exists k \in \mathbb{Z}_{>0}$ s.t. $f(x) = \sum_{i=0}^k a_{ip} x^{ip}$. ここで,

$$g(x) = \sum_{i=0}^{k} g_i x^i$$
, ただし $g_i = a_{ip}^{\frac{1}{p}} = a_{ip}^{p^{l-1}}$ $(i = 0, \dots, k)$ とすれば、補題 3-41 より

$$g(x)^{p} = \sum_{i=0}^{k} g_{i}^{p} x^{ip}$$
$$= \sum_{i=0}^{k} a_{ip} x^{ip}$$
$$= f(x).$$

課題 2.

バールカンプのアルゴリズムを Risa/Asir [1] 上で計算するプログラム report.rr を実装した. なお, report.rr は https://github.com/yoreyore/0AJAD04-2020.git にて公開している. 実行結果は下記の通りである.

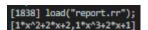


図1 report.rr の計算結果

計算結果より、求める既約因子は $x^2 + 2x + 2, x^3 + 2x + 1$ である.

課題 3.

オンデマンドで講義が受けられるのがありがたかったです。この講義に限らず、今年度は未曽有の状況の中多

くの場面で便宜を図っていただき、大変お世話になりました。まだまだ先の見えない状況が続きますが、今後ともよろしくお願いいたします.

参考文献

[1] M. Noro. A Computer Algebra System: Risa/Asir. In: M. Joswig M, N. Takayama (eds.), Algebra, Geometry and Software Systems, 147-162, Springer, 2003.