Topologia Geral - T2

Nome completo: ____

1. - Defina espaço topológico Tychonoff. Enuncie o Teorema de Tychonoff.
   - Prove que a imagem contínua e aberta de um espaço topológico que satisfaz o segundo axioma de enumerabilidade também satisfaz o mesmo axioma.

2. - Prove que o produto $X = \Pi_{i \in I} X_i$ é um espaço T_0 se cada X_i o for.
   - Seja $\mathcal{P}$ o espaço topológico $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ onde em cada componente é considerada a topologia de Sorgenfrey. Considerando o subespaço $\mathcal{D} \doteq \{(x, -x), x \in \mathbb{R}\}$, conclua que subespaços de espaços separáveis não são separáveis em geral.

3. - Suponha que cada família de fechados de X com a propriedade da interseção finita tem interseção não vazia. Mostre que cada filtro em X tem um ponto de acumulação.
   - Se Y é compacto, e o gráfico de $f : X \to Y$ é fechado em $X \times Y$, prove que f é contínua.

4. Suponha que $p : X \to Y$ é uma aplicação contínua, fechada, sobrejetiva e, para cada $y \in Y$, tem-se que $p^{-1}(\{y\})$ é compacto (chamada aplicação *perfeita*). Mostre que, nessas condições, se X é regular, então Y é regular.