

Topologia Geral - T3

Nome completo: _____

1. (2 pontos) Verdadeiro ou falso? Escolha até 5 itens e justifique.

- Cada componente conexa por caminhos de um espaço topológico X está contida em uma componente conexa de X .
- Se X é localmente conexo por caminhos, as componentes conexas e as componentes conexas por caminhos são iguais.
- Se X é localmente compacto e $f : X \rightarrow Y$ é contínua, então $f(X)$ é localmente compacto.
- O fecho de um conjunto conexo por caminhos é conexo por caminhos.
- Componentes conexas são mapeadas em componentes conexas via homeomorfismos.
- Sejam τ, τ' duas topologias em X , com $\tau < \tau'$. Se (X, τ') é conexo, então (X, τ) é conexo.
- A esfera $\{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_1^2 + \dots + x_n^2 = 1\}$ é conexa se e somente se $n > 1$.

2. (1 ponto)

- Mostre que espaços quocientes de espaços localmente conexos por caminhos são localmente conexos por caminhos.
- Se X possui um subespaço denso e conexo, mostre que X é conexo.

3. (1 ponto) Seja $p : E \rightarrow B$ uma aplicação de recobrimento. Suponhamos que E é compacto e B é conexo. Mostre que, para cada $b \in B$, temos que $p^{-1}(\{b\})$ é finito e o número de elementos deste conjunto não depende de b .