Oishi Example (2016/11/19 頃までの型システムでは型付けできない例)

2016/12/1

普通の多段階 let 挿入の例

$$\begin{aligned} e = {} & \mathbf{reset0}\ \underline{\mathbf{let}}\ x_1 = e_1\ \underline{\mathbf{in}}\ \mathbf{reset0}\ \underline{\mathbf{let}}\ x_2 = e_2\ \underline{\mathbf{in}} \\ & \mathbf{shift0}\ k_2 \rightarrow \mathbf{shift0}\ k_1 \rightarrow \underline{\mathbf{let}}\ y = e_3\ \underline{\mathbf{in}}\ \mathbf{throw}\ k_1\ (\mathbf{throw}\ k_2\ e_4) \end{aligned}$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\Gamma_3 \vdash e_4 : \langle t\rangle^{\gamma_2\cup\gamma_1\cup\gamma_3};\ \cdot \quad \dfrac{}{\Gamma_3 \models \gamma_1 \cup \gamma_3 \geq \gamma_1}}{\Gamma_3 \vdash \mathbf{throw}\ k_2\ e_4 : \langle t\rangle^{\gamma_1\cup\gamma_3};\ \langle t\rangle^{\gamma_1}} \quad \dfrac{}{\Gamma_3 \models \gamma_3 \geq \gamma_0}}{\Gamma_3 = \Gamma_2,\ \gamma_3 \geq \gamma_0,\ y : \langle t\rangle^{\gamma_3} \vdash \mathbf{throw}\ k_1\ (\mathbf{throw}\ k_2\ e_4) : \langle t\rangle^{\gamma_3};\ \cdot}\ (*)}{\Gamma_2 = \Gamma_1,\ k_2 : \langle t\rangle^{\gamma_2} \overset{\langle t\rangle^{\gamma_0}}{\Rightarrow} \langle t\rangle^{\gamma_1},\ k_1 : \langle t\rangle^{\gamma_1} \overset{\cdot}{\Rightarrow} \langle t\rangle^{\gamma_0}, \vdash \underline{\mathbf{let}}\ y = e_3\ \underline{\mathbf{in}}\ \cdots : \langle t\rangle^{\gamma_0};\ \cdot}}{\Gamma_1,\ k_2 : \langle t\rangle^{\gamma_2} \overset{\langle t\rangle^{\gamma_0}}{\Rightarrow} \langle t\rangle^{\gamma_1} \vdash \mathbf{shift0}\ k_1 \rightarrow \cdots : \langle t\rangle^{\gamma_1};\ \langle t\rangle^{\gamma_0}}}{\Gamma_1 = \gamma_2 \geq \gamma_1,\ x_2 : \langle t\rangle^{\gamma_2},\ \gamma_1 \geq \gamma_0,\ x_1 : \langle t\rangle^{\gamma_1} \vdash \mathbf{shift0}\ k_2 \rightarrow \mathbf{shift0}\ k_1 \rightarrow \cdots : \langle t\rangle^{\gamma_2};\ \langle t\rangle^{\gamma_1}, \langle t\rangle^{\gamma_0}}}{\dfrac{\gamma_1 \geq \gamma_0,\ x_1 : \langle t\rangle^{\gamma_1} \vdash \underline{\mathbf{let}}\ x_2 = e_2\ \underline{\mathbf{in}}\ \cdots : \langle t\rangle^{\gamma_1};\ \langle t\rangle^{\gamma_1}, \langle t\rangle^{\gamma_0}}{\dfrac{\gamma_1 \geq \gamma_0,\ x_1 : \langle t\rangle^{\gamma_1} \vdash \mathbf{reset0}\ \underline{\mathbf{let}}\ x_2 = e_2\ \underline{\mathbf{in}}\ \cdots : \langle t\rangle^{\gamma_1};\ \langle t\rangle^{\gamma_0}}{\dfrac{\vdash \underline{\mathbf{let}}\ x_1 = e_1\ \underline{\mathbf{in}}\ \mathbf{reset0}\ \underline{\mathbf{let}}\ x_2 = e_2\ \underline{\mathbf{in}}\ \cdots : \langle t\rangle^{\gamma_0};\ \langle t\rangle^{\gamma_0}}{\vdash e : \langle t\rangle^{\gamma_0};\ \cdot}}}}$$

これは (*) のところで、σ-part (effect type) がずれてしまい、型付けできていない。

そこで、以下のように reset0 をいれる。

$$\begin{aligned} e' = {} & \mathbf{reset0}\ \underline{\mathbf{let}}\ x_1 = e_1\ \underline{\mathbf{in}}\ \mathbf{reset0}\ \underline{\mathbf{let}}\ x_2 = e_2\ \underline{\mathbf{in}} \\ & \mathbf{shift0}\ k_2 \rightarrow \mathbf{shift0}\ k_1 \rightarrow \underline{\mathbf{let}}\ y = e_3\ \underline{\mathbf{in}}\ \mathbf{throw}\ k_1\ (\mathbf{reset0}(\mathbf{throw}\ k_2\ e_4)) \end{aligned}$$

しかし、これだけではうまくいかない。上記の (*) のすぐ上のところで、

$$\Gamma_3 \vdash \mathbf{throw}\ k_2\ e_4 : \langle t\rangle^{\gamma_1\cup\gamma_3};\ \langle t\rangle^{\gamma_1}$$

となっているので、reset0 ルールを適用するためには、これから、

$$\Gamma_3 \vdash \mathbf{throw}\ k_2\ e_4 : \langle t\rangle^{\gamma_1\cup\gamma_3};\ \langle t\rangle^{\gamma_1\cup\gamma_3}$$

を導けないといけない。この導出は、意味的には「正しい」のであり、subsumption の一種と見なせる。ただし、σ-part への subsumption であり、いままでのルールにはなかったので、新たにいれないといけない。

$$\frac{\Gamma \vdash e : t;\ \langle t'\rangle^{\gamma_1}, \sigma \quad \Gamma \models \gamma_2 \geq \gamma_1}{\Gamma \vdash e : t;\ \langle t'\rangle^{\gamma_2}, \sigma}$$

ここでは、σ-part の最初の要素だけ subsumption を適用したが実際には 2 番目以降の要素も適用できるようにするのが自然であろう。

ともかく、このルールがあると、先ほどの項 e' は以下のように型付けできる。

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\Gamma_3 \vdash e_4 : \langle t\rangle^{\gamma_2\cup\gamma_1\cup\gamma_3};\ \cdot \quad \dfrac{}{\Gamma_3 \models \gamma_1 \cup \gamma_3 \geq \gamma_1}}{\Gamma_3 \vdash \mathbf{throw}\ k_2\ e_4 : \langle t\rangle^{\gamma_1\cup\gamma_3};\ \langle t\rangle^{\gamma_1}} \quad \dfrac{}{\Gamma_3 \models \gamma_1 \cup \gamma_3 \geq \gamma_1}}{\Gamma_3 \vdash \mathbf{throw}\ k_2\ e_4 : \langle t\rangle^{\gamma_1\cup\gamma_3};\ \langle t\rangle^{\gamma_1\cup\gamma_3}}\ (\#)}{\Gamma_3 \vdash \mathbf{reset0}(\mathbf{throw}\ k_2\ e_4) : \langle t\rangle^{\gamma_1\cup\gamma_3};\ \cdot} \quad \dfrac{}{\Gamma_3 \models \gamma_3 \geq \gamma_0}}{\Gamma_3 \vdash \mathbf{throw}\ k_1\ (\mathbf{reset0}(\mathbf{throw}\ k_2\ e_4)) : \langle t\rangle^{\gamma_3};\ \cdot}\ (*)$$

ここで (#) のところで、σ-part への subsumption を適用している。