Coroutine による限定継続のシミュレーション

薄井千春

2016 年 7 月 4 日

1 変換規則と簡約例

[1] [2] [?] の Full Asymmetric Coroutine（FAC）の体系をもとに、以下のように項と評価文脈を拡張する。この体系を便宜上 FAC+（プラス）と呼ぶことにする。

$$
\begin{aligned}
e &\coloneqq \cdots \mid \textbf{interp}\ e\ e \mid \textbf{Normal}\ e \mid \textbf{Yield}\ e \\
v &\coloneqq \cdots \mid \textbf{Normal}\ e \mid \textbf{Yield}\ e \\
C &\coloneqq \cdots \mid \textbf{interp}\ C\ v \mid \textbf{interp}\ e\ C \mid \textbf{Normal}\ C \mid \textbf{Yield}\ C
\end{aligned}
$$

そして次の簡約規則を追加する（ちなみに D はラベルを含むような継続）。

$$
\begin{aligned}
\langle D[C[\textbf{interp}\ (\textbf{Normal}(v))\ l]], \theta, l_0\rangle &\rightarrow \langle D[C[v]], \theta, l_0\rangle \\
\langle D[C[\textbf{interp}\ (\textbf{Yield}(v))\ l]], \theta, l_0\rangle &\rightarrow \langle D[C[v\ l]], \theta, l_0\rangle
\end{aligned}
$$

$shift_0/reset_0$ の体系から FAC+ への変換を次のように定義する。普通のラムダ項に関しては恒等であるので省略する。

$$
\begin{aligned}
\textbf{reset}_\mathbf{0}\ e &\stackrel{\mathsf{def}}{=} \textbf{let}\ l\ =\ \textbf{create}\,(\lambda x.\textbf{Normal}(e))\ \ \textbf{in}\ \textbf{interp}\ \ (\textbf{resume}\ l\ ()))\ \ l \\
\textbf{shift}_\mathbf{0}\ k \rightarrow\ e &\stackrel{\mathsf{def}}{=} \textbf{yield}\,(\textbf{Yield}(\lambda k.e)) \\
\textbf{throw}\ k\ e &\stackrel{\mathsf{def}}{=} \textbf{interp}\ (\textbf{resume}\ k\ e)\ k
\end{aligned}
$$

$shift_0/reset_0$ での主要な簡約が変換によって FAC+ でシミュレーションされることを次のように示す。

$$
\begin{aligned}
&\langle E_1[\mathbf{reset_0}(E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e])], \theta, l_0\rangle \\
=&\langle E_1[\mathbf{let}\ l\ =\ \mathbf{create}\,(\lambda x.\mathbf{Normal}(E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e]))\ \ \mathbf{in}\ \mathbf{interp}\ (\mathbf{resume}\ l\ ())\ l], \theta, l_0\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{let}\ l\ =\ l_1\ \mathbf{in}\ \mathbf{interp}\ (\mathbf{resume}\ l\ ())\ l], \theta[l_1 \to \lambda x.\mathbf{Normal}(E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e])], l_0\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (\mathbf{resume}\ l_1\ ())\ l_1], \theta[l_1 \to \lambda x.\mathbf{Normal}(E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e])], l_0\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (l_0 : (\lambda x.\mathbf{Normal}(E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e]))\ l_1)\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (l_0 : \mathbf{Normal}(E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e]))\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle \\
=&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (l_0 : \mathbf{Normal}(E_2[\mathbf{yield}\,(\mathbf{Yield}(\lambda k.e))]))\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (\mathbf{Yield}(\lambda k.e))\ l_1], \theta[l_1 \to \lambda x.\mathbf{Normal}(E_2[x])], l_0\rangle \\
\to&\langle E_1[(\lambda k.e)\ l_1, \theta[l_1 \to \lambda x.\mathbf{Normal}(E_2[x])], l_0\rangle \\
\to&\langle E_1[e\,\{k := l_1\}\,, \theta[l_1 \to \lambda x.\mathbf{Normal}(E_2[x])], l_0\rangle
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\langle E_1[\mathbf{throw}\ l_1\ v], \theta[l_1 \to \lambda x.\mathbf{Normal}(E_2[x])], l_0\rangle \\
=&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (\mathbf{resume}\ l_1\ v)\ l_1], \theta[l_1 \to \lambda x.\mathbf{Normal}(E_2[x])], l_0\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (l_0 : \mathbf{Normal}(E_2[v]))\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (\mathbf{Normal}(E_2[v])\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle \\
\to&\langle E_1[E_2[v]], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\langle E_1[\mathbf{reset_0} v], \theta, l_0\rangle \\
=&\langle E_1[\mathbf{let}\ l\ =\ \mathbf{create}\,((\lambda x.\mathbf{Normal}(v)))\ \ \mathbf{in}\ \mathbf{interp}\ (\mathbf{resume}\ l\ ())\ l], \theta, l_0\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{let}\ l\ =\ l_1\ \mathbf{in}\ \mathbf{interp}\ (\mathbf{resume}\ l\ ())\ l], \theta[l_1 \to \lambda x.\mathbf{Normal}(v)], l_0\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (\mathbf{resume}\ l_1\ ())\ l_1], \theta[l_1 \to \lambda x.\mathbf{Normal}(v)], l_0\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (l_0 : (\lambda x.\mathbf{Normal}(v))())\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (l_0 : \mathbf{Normal}(v))\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle \\
\to&\langle E_1[\mathbf{interp}\ (\mathbf{Normal}(v))\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_0\rangle \\
\to&\langle E_1[v], \theta[l_1 \to nil], l_0\rangle
\end{aligned}
$$

2 より簡略化された変換

$$
\begin{aligned}
\mathbf{reset_0}\ e &\overset{\mathsf{def}}{=} \mathbf{let}\ l\ =\ \mathbf{create}\,(\lambda x.\,((\lambda x.\lambda k.x)\,e))\ \ \mathbf{in}\ \ (\mathbf{resume}\ l\ ()))\ \ l \\
\mathbf{shift_0}\ k \to\ e &\overset{\mathsf{def}}{=} \mathbf{yield}\,(\lambda k.e) \\
\mathbf{throw}\ k\ e &\overset{\mathsf{def}}{=} (\mathbf{resume}\ k\ e)\ k
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\langle E_1[\mathbf{reset_0}(E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e])], \theta, l_0\rangle\\
=&\langle E_1[\mathbf{let}\ l\ =\ \mathbf{create}\,(\lambda x.\,((\lambda x.\lambda k.x)\, E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e]))\ \ \mathbf{in}\ (\mathbf{resume}\ l\ ())\ l], \theta, l_0\rangle\\
\to&\langle E_1[\mathbf{let}\ l\ =\ l_1\ \mathbf{in}\ (\mathbf{resume}\ l\ ())\ l], \theta[l_1 \to \lambda x.\,((\lambda x.\lambda k.x)\, E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e])], l_0\rangle\\
\to&\langle E_1[(\mathbf{resume}\ l_1\ ())\ l_1], \theta[l_1 \to \lambda x.\,((\lambda x.\lambda k.x)\, E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e])], l_0\rangle\\
\to&\langle E_1[(l_0 : (\lambda x.\,((\lambda x.\lambda k.x)\, E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e])\ \ ())\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle\\
\to&\langle E_1[(l_0 : ((\lambda x.\lambda k.x)\, E_2[\mathbf{shift_0}\ k \to\ e]))\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle\\
=&\langle E_1[(l_0 : ((\lambda x.\lambda k.x)\, E_2[\mathbf{yield}\,(\lambda k.e)]))\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle\\
\to&\langle E_1[(\lambda k.e)\ l_1], \theta[l_1 \to \lambda x.((\lambda x.\lambda k.x)\ E_2[x])], l_0\rangle\\
\to&\langle E_1[e\,\{k := l_1\}\,, \theta[l_1 \to \lambda x.((\lambda x.\lambda k.x)\ E_2[x])], l_0\rangle
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\langle E_1[\mathbf{throw}\ l_1\ v], \theta[l_1 \to \lambda x.((\lambda x.\lambda k.x)\ E_2[x])], l_0\rangle\\
=&\langle E_1[(\mathbf{resume}\ l_1\ v)\ l_1], \theta[l_1 \to \lambda x.((\lambda x.\lambda k.x)\ E_2[x])], l_0\rangle\\
\to&\langle E_1[(l_0 : ((\lambda x.((\lambda x.\lambda k.x)\ E_2[x]))\ v)\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle\\
\to&\langle E_1[(l_0 : (\lambda x.\lambda k.x)\ E_2[v])\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle\\
\to&\langle E_1[(\lambda k.E_2[v])\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_0\rangle\\
\to&\langle E_1[E_2[v]], \theta[l_1 \to nil], l_0\rangle
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\langle E_1[\mathbf{reset_0} v], \theta, l_0\rangle\\
=&\langle E_1[\mathbf{let}\ l\ =\ \mathbf{create}\,((\lambda x.\,((\lambda x.\lambda k.x)\, v)))\ \ \mathbf{in}\ (\mathbf{resume}\ l\ ())\ l], \theta, l_0\rangle\\
\to&\langle E_1[\mathbf{let}\ l\ =\ l_1\ \mathbf{in}\ (\mathbf{resume}\ l\ ())\ l], \theta[l_1 \to \lambda x.\,((\lambda x.\lambda k.x)\, v)], l_0\rangle\\
\to&\langle E_1[(\mathbf{resume}\ l_1\ ())\ l_1], \theta[l_1 \to \lambda x.\,((\lambda x.\lambda k.x)\, v)], l_0\rangle\\
\to&\langle E_1[(l_0 : (\lambda x.\,((\lambda x.\lambda k.x)\, v))())\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle\\
\to&\langle E_1[(l_0 : (\lambda k.v)\ l_1], \theta[l_1 \to nil], l_1\rangle\\
\to&\langle E_1[v], \theta[l_1 \to nil], l_0\rangle
\end{aligned}
$$

3 shift0/reset0 の型システム

$$
\begin{array}{ll}
\mathit{type} & \tau := \alpha \mid \tau \to \tau; \sigma\\
\mathit{annotation\,type} & \sigma := \epsilon \mid \tau\sigma
\end{array}
$$

$$
\Gamma, x : \tau \vdash x : \tau\sigma \qquad \frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash e : \tau_2\sigma_1}{\Gamma \vdash \lambda x.e : (\tau_1 \to \tau_2; \sigma_1)\sigma_2}
$$

$$
\frac{\Gamma \vdash f : (\tau_1 \to \tau_2; \sigma)\sigma \quad \Gamma \vdash e : \tau_1\sigma}{\Gamma \vdash fe : \tau_2; \sigma} \qquad \frac{\Gamma, f : (\tau_1 \to \tau_2; \sigma) \vdash e : \tau_2\sigma}{\Gamma \vdash \mathbf{shift_0} f \to e : \tau_1; \sigma}
$$

$$
\frac{\Gamma \vdash e : \tau\tau\sigma}{\Gamma \vdash \mathbf{reset_0} e : \tau\sigma} \qquad \frac{\Gamma, f : (\tau_1 \to \tau_2; \sigma) \vdash e : \tau_1\sigma}{\Gamma, f : (\tau_1 \to \tau_2; \sigma) \vdash \mathbf{throw}\ f\ e : \tau_2\sigma}
$$

4 Asynchronus Full Asymmetric Coroutine(Goroutine?) 考えてみた

直列にコルーチンを実行した場合と同じ評価結果となること（透過的）を目指す。

ラベルが通信チャネルに見える。「限定継続機構と future を持つ計算体系の透過的意味論」が shift/reset+future だとすると、これは shift0/reset0+future に対応する？ reset は一つのスタックの内部での区切りを導入するもので、coroutine の起動もそれに似たような動作をする。「非同期的な reset」は、スタックを新たに割り当てるような動作？

ラベル付き項 $l : e$ は現れない。代わりに、並列簡約を表す項と簡約の状態を表す構文要素 state を追加する。評価文脈 C は K.Anton 及び P.Thiemann のものと同じ。F は任意の継続（評価文脈とは限らない）。

$$
\begin{array}{ll}
\textit{state} & S \coloneqq \langle e, \theta \rangle \\
\textit{term} & e \coloneqq \cdots \mid l \leftarrow S \\
\textit{contexts} & D \coloneqq \square \mid C[l \leftarrow D]
\end{array}
$$

ラムダ項についての評価規則は省略する。

$$
\begin{aligned}
\langle C[\mathbf{create}\,(v)], \theta \rangle &\to \langle C[l], \theta[l \mapsto v] \rangle \\
\langle C[\mathbf{resume}\ l\ v], \theta \rangle &\to \langle C[l \leftarrow \langle \theta(l)\ v, \theta[l \mapsto nil] \rangle], \emptyset \rangle \\
\langle C[l \leftarrow \langle C_0[\mathbf{yield}\,(v)], \theta_0 \rangle], \theta \rangle &\to \langle C[v], \theta_0 \cup \theta[l \mapsto \lambda x. C_0[x]] \rangle \quad \textbf{if } dom(\theta) \cap dom(\theta_0) = \emptyset \\
\langle C[l \leftarrow \langle v, \theta_0 \rangle], \theta \rangle &\to \langle C[v], \theta_0 \cup \theta \rangle \quad \textbf{if } dom(\theta) \cap dom(\theta_0) = \emptyset \\
\langle F[l \leftarrow S], \theta \rangle &\to \langle F[l \leftarrow S'], \theta \rangle \quad \textbf{if } S \to S' \\
\langle e, \theta[x \mapsto V] \rangle &\to \langle e, \theta[x \mapsto V'] \quad \textbf{if } V \to V'
\end{aligned}
$$

参考文献

[1] Marek Materzok and Dariusz Biernacki. Subtyping delimited continuations. Vol. 46, No. 9, p. 81, 2011.

[2] **啓介杉浦, 幸義亀山**. **コード実行機能と計算エフェクトを持つ型付きマルチステージ言語**. **コンピュータ ソフトウェア**, Vol. 28, No. 1, pp. 217–229, 2011.