

安全なコード移動が可能な コード生成言語の型システムの設計と実装

大石純平

指導教員 亀山幸義

筑波大学 コンピュータサイエンス専攻

2017/1/27

筑波大学修論審査会

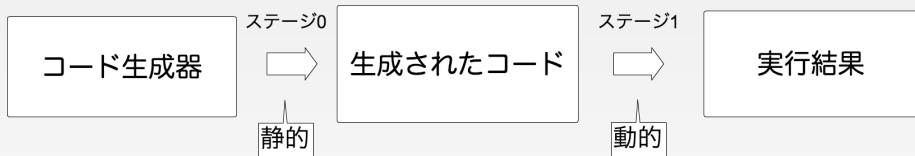
アウトライン

- ① 目的
- ② 準備
- ③ 問題点
- ④ 解決策
- ⑤ まとめと今後の課題

アウトライン

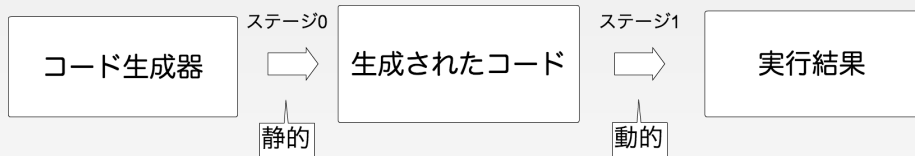
- ① 目的
- ② 準備
- ③ 問題点
- ④ 解決策
- ⑤ まとめと今後の課題

目的



- コード生成をサポートするプログラム言語
(=コード生成言語)

目的

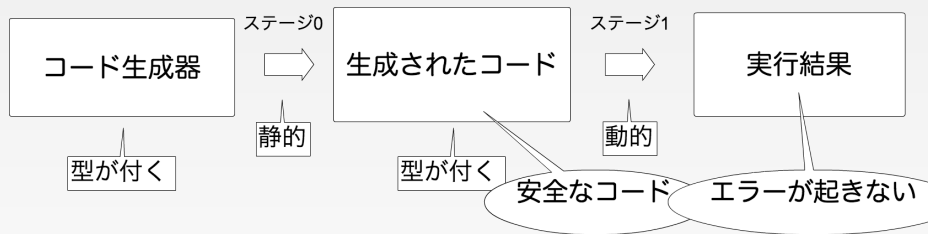


- コード生成をサポートするプログラム言語
(=コード生成言語)

表現力と安全性を兼ね備えたコード生成言語の構築

- 表現力: 多段階 let 挿入, メモ化等の技法を表現
- 安全性: 生成されるコードの一定の性質を静的に検査

コード生成前に型付け, 生成後のコードの型安全性を保証



本研究: 簡潔で強力なコントロールオペレータに基づくコード生成体系の構築

- コントロールオペレータ `shift0/reset0` を利用し, 多段階 `let` 挿入などのコード生成技法を表現
- 型システムを構築して型安全性を保証

アウトライン

- ① 目的
- ② 準備
- ③ 問題点
- ④ 解決策
- ⑤ まとめと今後の課題

コード生成言語による記述例

コード生成器 生成されるコード

$(\underline{\text{int}} \ 3) \rightsquigarrow^* \langle 3 \rangle$

$(\underline{\text{int}} \ 3) \ \underline{+} \ (\underline{\text{int}} \ 5) \rightsquigarrow^* \langle 3 + 5 \rangle$

$\underline{\lambda}x. (x \ \underline{+} \ (\underline{\text{int}} \ 3)) \rightsquigarrow^* \langle \lambda x'. (x' + 3) \rangle$

$\underline{\text{for}} \ x = \dots \ \underline{\text{to}} \ \dots \ \underline{\text{do}} \ \dots \rightsquigarrow^* \langle \text{for } x' = \dots \ \text{to } \dots \ \text{do } \dots \rangle$

let 挿入 (コード移動) の実現方法

コード生成器

```
for  $x = e1$  to  $e2$  do  
  for  $y = e3$  to  $e4$  do  
    set  $\langle a \rangle$   $(x, y)$   
    let  $u = cc$  in  $u$ 
```

\rightsquigarrow^*

生成したいコード

```
<for  $x' = e1'$  to  $e2'$  do  
  let  $u' = cc'$  in  
    for  $y' = e3'$  to  $e4'$  do  
       $a[x', y'] \leftarrow u'$ 
```

let 挿入 (コード移動) の実現方法

コード生成器

```
for  $x = e1$  to  $e2$  do  
  for  $y = e3$  to  $e4$  do  
    set  $\langle a \rangle$   $(x, y)$   
    let  $u = cc$  in  $u$ 
```

\rightsquigarrow^*

生成したいコード

```
<for  $x' = e1'$  to  $e2'$  do  
  let  $u' = cc'$  in  
    for  $y' = e3'$  to  $e4'$  do  
       $a[x', y'] \leftarrow u'$ >
```

shift0/reset0 の導入

shift0/reset0 等を用いることで, (多段階)let 挿入等を行う

アウトライン

- ① 目的
- ② 準備
- ③ 問題点**
- ④ 解決策
- ⑤ まとめと今後の課題

コード生成前後でコードが移動する

コード生成器

```
for  $x = e1$  to  $e2$  do  
  reset0 for  $y = e3$  to  $e4$  do  
    shift0  $k \rightarrow$  let  $u = y$  in  
      throw  $k$  (set  $a(x, y)$   $u$ )
```

\rightsquigarrow^*

生成されるコード

```
< for  $x' = e1'$  to  $e2'$  do  
  let  $u' = y'$  in  
    for  $y' = e3'$  to  $e4'$  do  
       $a[(x', y')] \leftarrow u' >$ 
```

コード生成前後でコードが移動する

コード生成器

```
for  $x = e1$  to  $e2$  do  
  reset0 for  $y = e3$  to  $e4$  do  
    shift0  $k \rightarrow$  let  $u = y$  in  
      throw  $k$  (set  $a(x, y) u$ )
```

\rightsquigarrow^*

生成されるコード

```
< for  $x' = e1'$  to  $e2'$  do  
  let  $u' = y'$  in  
    for  $y' = e3'$  to  $e4'$  do  
       $a[(x', y')] \leftarrow u' >$ 
```

Scope Extrusion

(コード移動により) 意図した束縛から、変数が抜け出てしまうこと

アウトライン

- ① 目的
- ② 準備
- ③ 問題点
- ④ 解決策**
- ⑤ まとめと今後の課題

解決策

γ_0 for $x = e1$ to $e2$ do
 γ_1 for $y = e3$ to $e4$ do
 γ_2 set $a(x, y)$ cc

| スコープ | 使えるコード変数 |
|------------|----------|
| γ_0 | なし |
| γ_1 | x |
| γ_2 | x, y |

$$\gamma_2 \geq \gamma_1 \geq \gamma_0$$

環境識別子 (EC) を利用したスコープ表現

先行研究:

- 局所的なスコープをもつ破壊的変数をもつコード生成の体系に対する (型安全な) 型システムの構築
[Sudo, Kiselyov, Kameyama 2014]
- グローバルなスコープをもつ破壊的変数への拡張
[Kiselyov, Kameyama, Sudo 2016]
- コントロールオペレータには非対応

環境識別子 (EC) を利用したスコープ表現

先行研究:

- 局所的なスコープをもつ破壊的変数をもつコード生成の体系に対する (型安全な) 型システムの構築
[Sudo, Kiselyov, Kameyama 2014]
- グローバルなスコープをもつ破壊的変数への拡張
[Kiselyov, Kameyama, Sudo 2016]
- コントロールオペレータには非対応

問題点:

shift0/reset0 などのコントロールオペレータは、スコープの包含関係を逆転させてしまう。

コード生成+shift0/reset0 の型システム (の一部)

reset0:

$$\frac{\Gamma \vdash e : \langle t \rangle^{\gamma} ; \langle t \rangle^{\gamma}, \sigma}{\Gamma \vdash \mathbf{reset0} \ e : \langle t \rangle^{\gamma} ; \sigma}$$

shift0:

$$\frac{\Gamma, k : \langle t1 \rangle^{\gamma1} \Rightarrow \langle t0 \rangle^{\gamma0} \vdash e : \langle t0 \rangle^{\gamma0} ; \sigma \quad \Gamma \models \gamma1 \geq \gamma0}{\Gamma \vdash \mathbf{shift0} \ k \rightarrow e : \langle t1 \rangle^{\gamma1} ; \langle t0 \rangle^{\gamma0}, \sigma}$$

throw:

$$\frac{\Gamma \vdash v : \langle t1 \rangle^{\gamma1 \cup \gamma2} ; \sigma \quad \Gamma \models \gamma2 \geq \gamma0}{\Gamma, k : \langle t1 \rangle^{\gamma1} \Rightarrow \langle t0 \rangle^{\gamma0} \vdash \mathbf{throw} \ k \ v : \langle t0 \rangle^{\gamma2} ; \sigma}$$

型付けの例 (1)

$e = \text{reset0}$ for $x = e1$ to $e2$ do shift0 $k \rightarrow$ let $u =$ in throw k u

使用できるコード変数 $\gamma0 = \{\}$, $\gamma1 = \{x\}$, $\gamma2 = \{u\}$, $\gamma1 \cup \gamma2 = \{u, x\}$

$$\begin{array}{c}
 \frac{\Gamma b \vdash u : \langle t \rangle^{\gamma1 \cup \gamma2}; \sigma}{\Gamma b \vdash \text{throw } k \ u : \langle t \rangle^{\gamma2}; \epsilon} \quad \vdots \\
 \frac{\Gamma a \vdash \boxed{} : \langle t \rangle^{\gamma0}; \epsilon}{\Gamma a \vdash \text{let } u = \dots : \langle t \rangle^{\gamma0}; \epsilon} \quad (\gamma2^*) \\
 \frac{\gamma1 \geq \gamma0, x : \langle t \rangle^{\gamma1} \vdash \text{shift0 } k \rightarrow \dots : \langle t \rangle^{\gamma1}; \langle t \rangle^{\gamma0}}{\vdash \text{for } x = \dots : \langle t \rangle^{\gamma0}; \langle t \rangle^{\gamma0}} \quad (\gamma1^*) \\
 \hline
 \vdash e : \langle t \rangle^{\gamma0}; \epsilon
 \end{array}$$

$$\Gamma a = \gamma1 \geq \gamma0, x : \langle t \rangle^{\gamma1}, k : \langle t \rangle^{\gamma1} \Rightarrow \langle t \rangle^{\gamma0}$$

$$\Gamma b = \Gamma a, \gamma2 \geq \gamma0, u : \langle t \rangle^{\gamma2}$$

型付けの例 (1)

$e = \text{reset0}$ for $x = e1$ to $e2$ do shift0 $k \rightarrow$ let $u =$ int 3 in throw k u

使用できるコード変数 $\gamma0 = \{\}$, $\gamma1 = \{x\}$, $\gamma2 = \{u\}$, $\gamma1 \cup \gamma2 = \{u, x\}$

$$\begin{array}{c}
 \frac{\Gamma b \vdash u : \langle t \rangle^{\gamma1 \cup \gamma2}; \sigma}{\Gamma b \vdash \text{throw } k \ u : \langle t \rangle^{\gamma2}; \epsilon} \quad \vdots \\
 \frac{\Gamma a \vdash \text{int } 3 : \langle t \rangle^{\gamma0}; \epsilon}{\Gamma a \vdash \text{let } u = \dots : \langle t \rangle^{\gamma0}; \epsilon} \quad (\gamma2^*) \\
 \frac{\gamma1 \geq \gamma0, x : \langle t \rangle^{\gamma1} \vdash \text{shift0 } k \rightarrow \dots : \langle t \rangle^{\gamma1}; \langle t \rangle^{\gamma0}}{\vdash \text{for } x = \dots : \langle t \rangle^{\gamma0}; \langle t \rangle^{\gamma0}} \quad (\gamma1^*) \\
 \hline
 \vdash e : \langle t \rangle^{\gamma0}; \epsilon
 \end{array}$$

$$\Gamma a = \gamma1 \geq \gamma0, x : \langle t \rangle^{\gamma1}, k : \langle t \rangle^{\gamma1} \Rightarrow \langle t \rangle^{\gamma0}$$

$$\Gamma b = \Gamma a, \gamma2 \geq \gamma0, u : \langle t \rangle^{\gamma2}$$

型付けの例 (1)

$e = \text{reset0}$ for $x = e1$ to $e2$ do shift0 $k \rightarrow$ let $u =$ x in throw k u

使用できるコード変数 $\gamma0 = \{\}$, $\gamma1 = \{x\}$, $\gamma2 = \{u\}$, $\gamma1 \cup \gamma2 = \{u, x\}$

$$\begin{array}{c}
 \frac{\Gamma b \vdash u : \langle t \rangle^{\gamma1 \cup \gamma2}; \sigma}{\Gamma b \vdash \text{throw } k \ u : \langle t \rangle^{\gamma2}; \epsilon} \quad \vdots \\
 \frac{\Gamma a \vdash \boxed{x} : \langle t \rangle^{\gamma0}; \epsilon}{\Gamma a \vdash \text{let } u = \dots : \langle t \rangle^{\gamma0}; \epsilon} \quad (\gamma2^*) \\
 \frac{\gamma1 \geq \gamma0, x : \langle t \rangle^{\gamma1} \vdash \text{shift0 } k \rightarrow \dots : \langle t \rangle^{\gamma1}; \langle t \rangle^{\gamma0}}{\vdash \text{for } x = \dots : \langle t \rangle^{\gamma0}; \langle t \rangle^{\gamma0}} \quad (\gamma1^*) \\
 \hline
 \vdash e : \langle t \rangle^{\gamma0}; \epsilon
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \Gamma a = \gamma1 \geq \gamma0, x : \langle t \rangle^{\gamma1}, k : \langle t \rangle^{\gamma1} \Rightarrow \langle t \rangle^{\gamma0} \\
 \Gamma b = \Gamma a, \gamma2 \geq \gamma0, u : \langle t \rangle^{\gamma2}
 \end{array}$$

型付けの例 (2)

$$\begin{array}{c}
 e' = \text{reset0} \text{ (for } x = e1 \text{ to } e2 \text{ do reset0 (for } y = e3 \text{ to } e4 \text{ do} \\
 \quad \text{shift0 } k_2 \rightarrow \text{shift0 } k_1 \rightarrow \text{let } u = \boxed{} \text{ in throw } k_1 \text{ reset0 (throw } k_2 \text{ } e5))) \\
 \quad \vdots \\
 \Gamma e \vdash e5 : \langle t \rangle^{\gamma_2} \cup \gamma_1 \cup \gamma_3; \epsilon \\
 \hline
 \Gamma e \vdash \text{throw } k_2 \text{ } e5 : \langle t \rangle^{\gamma_1} \cup \gamma_3; \langle t \rangle^{\gamma_1} \cup \gamma_3 \\
 \hline
 \Gamma e \vdash \text{reset0 throw } k_2 \text{ } e5 : \langle t \rangle^{\gamma_1} \cup \gamma_3; \epsilon \\
 \hline
 \Gamma e = \Gamma d, \gamma_3 \geq \gamma_0, u : \langle t \rangle^{\gamma_3} \vdash \text{throw } k_1 \dots : \langle t \rangle^{\gamma_3}; \epsilon \quad \Gamma d \vdash \boxed{} : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \epsilon \quad (\gamma) \\
 \hline
 \Gamma d = \Gamma c, k_1 : \langle t \rangle^{\gamma_1} \Rightarrow \langle t \rangle^{\gamma_0} \vdash \text{let } u = \dots : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \epsilon \\
 \hline
 \Gamma c = \Gamma b, k_2 : \langle t \rangle^{\gamma_2} \Rightarrow \langle t \rangle^{\gamma_1} \vdash \text{shift0 } k_1 \dots : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \quad \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \Gamma b = \Gamma a, \gamma_2 \geq \gamma_1, y : \langle t \rangle^{\gamma_2} \vdash \text{shift0 } k_2 \dots : \langle t \rangle^{\gamma_2}; \quad \langle t \rangle^{\gamma_1}, \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \Gamma a \vdash \text{for } y = \dots : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \quad \langle t \rangle^{\gamma_1}, \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \Gamma a = \gamma_1 \geq \gamma_0, x : \langle t \rangle^{\gamma_1} \vdash \text{reset0} \dots : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \quad \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \vdash \text{for } x = \dots : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \quad \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \vdash e' = \text{reset0} \dots : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \epsilon
 \end{array}$$

$$\Gamma d = \dots, x : \langle t \rangle^{\gamma_1}, y : \langle t \rangle^{\gamma_2}, \gamma_1 \geq \gamma_0, \gamma_2 \geq \gamma_1, \dots$$

型付けの例 (2)

$$\begin{array}{c}
 e' = \text{reset0} \text{ (for } x = e1 \text{ to } e2 \text{ do reset0 (for } y = e3 \text{ to } e4 \text{ do} \\
 \quad \text{shift0 } k_2 \rightarrow \text{shift0 } k_1 \rightarrow \text{let } u = \boxed{x} \text{ in throw } k_1 \text{ reset0 (throw } k_2 \text{ } e5)) \\
 \quad \vdots \\
 \quad \Gamma e \vdash e5 : \langle t \rangle^{\gamma_2 \cup \gamma_1 \cup \gamma_3}; \epsilon \\
 \hline
 \Gamma e \vdash \text{throw } k_2 \text{ } e5 : \langle t \rangle^{\gamma_1 \cup \gamma_3}; \langle t \rangle^{\gamma_1 \cup \gamma_3} \\
 \hline
 \Gamma e \vdash \text{reset0 throw } k_2 \text{ } e5 : \langle t \rangle^{\gamma_1 \cup \gamma_3}; \epsilon \quad \vdots \\
 \hline
 \Gamma e = \Gamma d, \gamma_3 \geq \gamma_0, u : \langle t \rangle^{\gamma_3} \vdash \text{throw } k_1 \dots : \langle t \rangle^{\gamma_3}; \epsilon \quad \Gamma d \vdash \boxed{x} : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \epsilon \\
 \hline
 \Gamma d = \Gamma c, k_1 : \langle t \rangle^{\gamma_1} \Rightarrow \langle t \rangle^{\gamma_0} \vdash \text{let } u = \dots : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \epsilon \\
 \hline
 \Gamma c = \Gamma b, k_2 : \langle t \rangle^{\gamma_2} \Rightarrow \langle t \rangle^{\gamma_1} \vdash \text{shift0 } k_1 \dots : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \Gamma b = \Gamma a, \gamma_2 \geq \gamma_1, y : \langle t \rangle^{\gamma_2} \vdash \text{shift0 } k_2 \dots : \langle t \rangle^{\gamma_2}; \langle t \rangle^{\gamma_1}, \langle t \rangle^{\gamma_0} \quad (\gamma_2^*) \\
 \hline
 \Gamma a \vdash \text{for } y = \dots : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \langle t \rangle^{\gamma_1}, \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \Gamma a = \gamma_1 \geq \gamma_0, x : \langle t \rangle^{\gamma_1} \vdash \text{reset0} \dots : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \langle t \rangle^{\gamma_0} \quad (\gamma_1^*) \\
 \hline
 \vdash \text{for } x = \dots : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \vdash e' = \text{reset0} \dots : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \epsilon
 \end{array}$$

$$\Gamma d = \dots, x : \langle t \rangle^{\gamma_1}, y : \langle t \rangle^{\gamma_2}, \gamma_1 \geq \gamma_0, \gamma_2 \geq \gamma_1, \dots$$

型付けの例 (2)

$$\begin{array}{c}
 e' = \text{reset0} \text{ (for } x = e1 \text{ to } e2 \text{ do reset0 (for } y = e3 \text{ to } e4 \text{ do} \\
 \quad \text{shift0 } k_2 \rightarrow \text{shift0 } k_1 \rightarrow \text{let } u = \boxed{y} \text{ in throw } k_1 \text{ reset0 (throw } k_2 \text{ } e5)) \\
 \quad \vdots \\
 \quad \Gamma e \vdash e5 : \langle t \rangle^{\gamma_2 \cup \gamma_1 \cup \gamma_3}; \epsilon \\
 \hline
 \Gamma e \vdash \text{throw } k_2 \text{ } e5 : \langle t \rangle^{\gamma_1 \cup \gamma_3}; \langle t \rangle^{\gamma_1 \cup \gamma_3} \\
 \hline
 \Gamma e \vdash \text{reset0 throw } k_2 \text{ } e5 : \langle t \rangle^{\gamma_1 \cup \gamma_3}; \epsilon \quad \vdots \\
 \hline
 \Gamma e = \Gamma d, \gamma_3 \geq \gamma_0, u : \langle t \rangle^{\gamma_3} \vdash \text{throw } k_1 \dots : \langle t \rangle^{\gamma_3}; \epsilon \quad \Gamma d \vdash \boxed{y} : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \epsilon \\
 \hline
 \Gamma d = \Gamma c, k_1 : \langle t \rangle^{\gamma_1} \Rightarrow \langle t \rangle^{\gamma_0} \vdash \text{let } u = \dots : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \epsilon \\
 \hline
 \Gamma c = \Gamma b, k_2 : \langle t \rangle^{\gamma_2} \Rightarrow \langle t \rangle^{\gamma_1} \vdash \text{shift0 } k_1 \dots : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \Gamma b = \Gamma a, \gamma_2 \geq \gamma_1, y : \langle t \rangle^{\gamma_2} \vdash \text{shift0 } k_2 \dots : \langle t \rangle^{\gamma_2}; \langle t \rangle^{\gamma_1}, \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \Gamma a \vdash \text{for } y = \dots : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \langle t \rangle^{\gamma_1}, \langle t \rangle^{\gamma_0} \quad (\gamma_2^*) \\
 \hline
 \Gamma a = \gamma_1 \geq \gamma_0, x : \langle t \rangle^{\gamma_1} \vdash \text{reset0} \dots : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \langle t \rangle^{\gamma_0} \\
 \hline
 \vdash \text{for } x = \dots : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \langle t \rangle^{\gamma_0} \quad (\gamma_1^*) \\
 \hline
 \vdash e' = \text{reset0} \dots : \langle t \rangle^{\gamma_0}; \epsilon
 \end{array}$$

$$\Gamma d = \dots, x : \langle t \rangle^{\gamma_1}, y : \langle t \rangle^{\gamma_2}, \gamma_1 \geq \gamma_0, \gamma_2 \geq \gamma_1, \dots$$

型推論アルゴリズム

型推論アルゴリズム

Γ, L, σ, t, e が与えられたとき, $\Theta(\Gamma \vdash^L e : t; \sigma)$ が成立するよ
うな代入 Θ があるかどうか判定する

制約生成

与えられた項に対して, 型, EC, エフェクトに関する制約を
返す

制約解消

その得られた制約を解消し, その制約を満たす代入 Θ または fail
を返す

制約生成

制約生成用の型システム T_2

T_1

$$\frac{\Gamma \vdash u : \langle \text{int} \rangle^{\gamma}; \sigma \quad \Gamma \vdash w : \langle \text{int} \rangle^{\gamma}; \sigma}{\Gamma \vdash u \pm w : \langle \text{int} \rangle^{\gamma}; \sigma} \quad + \quad \frac{\Gamma \vdash e : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \sigma \quad \Gamma \models \gamma_2 \geq \gamma_1}{\Gamma \vdash e : \langle t \rangle^{\gamma_2}; \sigma}$$

- 下から上に一意的に適用
- 規則適用時に制約を生成

型に関する順序 $t_1 \geq t_2$

コード型か普通の型か判断できないため、型に関する順序 \geq の導入を行った

制約生成

制約生成用の型システム T_2

T_1

$$\frac{\Gamma \vdash u : \langle \text{int} \rangle^{\gamma}; \sigma \quad \Gamma \vdash w : \langle \text{int} \rangle^{\gamma}; \sigma}{\Gamma \vdash u \pm w : \langle \text{int} \rangle^{\gamma}; \sigma} \quad + \quad \frac{\Gamma \vdash e : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \sigma \quad \Gamma \models \gamma_2 \geq \gamma_1}{\Gamma \vdash e : \langle t \rangle^{\gamma_2}; \sigma}$$

$$T_2 \quad \frac{\Gamma \vdash u : \langle \text{int} \rangle^{\gamma}; \sigma \quad \Gamma \vdash w : \langle \text{int} \rangle^{\gamma}; \sigma}{\Gamma \vdash u \pm w : t; \sigma} \quad \text{Constr}; \Gamma \models t \geq \langle \text{int} \rangle^{\gamma}$$

- 下から上に一意的に適用
- 規則適用時に制約を生成

型に関する順序 $t_1 \geq t_2$

コード型か普通の型か判断できないため、型に関する順序 \geq の導入を行った

制約解消

制約 C

| | |
|-------------|--|
| 型 | $t_0 = t_1$ $t_0 \geq t_1$ |
| EC | $\gamma_0 = \gamma_1$ $\gamma_0 \geq \gamma_1$ |
| エフェクト (型の列) | $\sigma_0 = \sigma_1$ |

制約に対する解の存在判定

型, EC, エフェクトに対する単一化等をおこなう

制約解消

制約 C

| | |
|-------------|--|
| 型 | $t_0 = t_1$ $t_0 \geq t_1$ |
| EC | $\gamma_0 = \gamma_1$ $\gamma_0 \geq \gamma_1$ |
| エフェクト (型の列) | $\sigma_0 = \sigma_1$ |

制約に対する解の存在判定

型, EC, エフェクトに対する単一化等をおこなう

ここでは, EC の不等式制約の解消について説明をする

制約解消：ECの不等式制約の解消の例

$$\underline{\lambda}x. (\underline{\text{int}}\ 1 \ \underline{+}\ x) : t1$$

$$C = \{\gamma2 \geq \gamma3, \gamma2 \geq d1, \gamma' \geq \gamma1\}$$

$$\Theta = \{t1 := \langle t2 \rightarrow t3 \rangle^{\gamma'}, t2 := \text{int}, t3 := \text{int}, t4 := \text{int}, \\ \gamma' := d0\}$$

ECの変数の除去を行う

制約解消：ECの不等式制約の解消の例

$$\underline{\lambda}x. (\underline{\text{int}}\ 1 \ \underline{+}\ x) : t1$$

$$C = \{\gamma2 \geq \gamma3, \gamma2 \geq d1, \quad \quad \quad \}$$

$$\Theta = \{t1 := \langle t2 \rightarrow t3 \rangle^{\gamma'}, t2 := \text{int}, t3 := \text{int}, t4 := \text{int}, \\ \gamma' := d0, \gamma1 := d0\}$$

ECの変数の除去を行う

$\gamma1$ を選ぶ C から $\gamma' \geq \gamma1$ を消去し Θ に代入 $\gamma1 := d0$ を追加

制約解消：ECの不等式制約の解消の例

$$\underline{\lambda}x. (\underline{\text{int}}\ 1 \ \underline{+}\ x) : t1$$

$$C = \{\gamma2 \geq \gamma3, \quad \quad \quad \}$$

$$\Theta = \{t1 := \langle t2 \rightarrow t3 \rangle^{\gamma'},\ t2 := \text{int},\ t3 := \text{int},\ t4 := \text{int}, \\ \gamma' := d0,\ \gamma1 := d0,\ \gamma2 := d1\}$$

ECの変数の除去を行う

$\gamma1$ を選ぶ C から $\gamma' \geq \gamma1$ を消去し Θ に代入 $\gamma1 := d0$ を追加

$\gamma2$ を選ぶ C から $\gamma2 \geq d1$ を消去し Θ に代入 $\gamma2 := d1$ を追加

制約解消：ECの不等式制約の解消の例

$$\underline{\lambda}x. (\underline{\text{int}}\ 1 \ \underline{+}\ x) : t1$$

$$C = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\Theta = \{ t1 := \langle t2 \rightarrow t3 \rangle^{\gamma'}, t2 := \text{int}, t3 := \text{int}, t4 := \text{int}, \\ \gamma' := d0, \gamma1 := d0, \gamma2 := d1, \gamma3 := d0 \}$$

ECの変数の除去を行う

$\gamma1$ を選ぶ C から $\gamma' \geq \gamma1$ を消去し Θ に代入 $\gamma1 := d0$ を追加

$\gamma2$ を選ぶ C から $\gamma2 \geq d1$ を消去し Θ に代入 $\gamma2 := d1$ を追加

$\gamma3$ を選ぶ C から $\gamma2 \geq \gamma3$ を消去し Θ に代入 $\gamma3 := d0$ を追加

制約解消：ECの不等式制約の解消の例

$$\underline{\lambda}x.(\underline{\text{int}}\ 1\ \underline{+}\ x) : \langle \text{int} \rightarrow \text{int} \rangle^{\wedge d0}$$

$$C = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$\Theta = \{ t1 := \langle t2 \rightarrow t3 \rangle^{\wedge \gamma'}, t2 := \text{int}, t3 := \text{int}, t4 := \text{int}, \\ \gamma' := d0, \gamma1 := d0, \gamma2 := d1, \gamma3 := d0 \}$$

ECの変数の除去を行う

$\gamma1$ を選ぶ C から $\gamma' \geq \gamma1$ を消去し Θ に代入 $\gamma1 := d0$ を追加

$\gamma2$ を選ぶ C から $\gamma2 \geq d1$ を消去し Θ に代入 $\gamma2 := d1$ を追加

$\gamma3$ を選ぶ C から $\gamma2 \geq \gamma3$ を消去し Θ に代入 $\gamma3 := d0$ を追加

コード生成 + shift0/reset0 の体系に対する

- 型システムの設計
- 型推論アルゴリズムの開発

アウトライン

- ① 目的
- ② 準備
- ③ 問題点
- ④ 解決策
- ⑤ **まとめと今後の課題**

まとめと今後の課題

まとめ

- コード生成言語にコード移動を許す仕組み (shift0/reset0) を導入し, その安全性を保証するための型システムの設計を行い
 - 安全性: Scope extrusion が起きないようにする
- 型推論アルゴリズムの開発を行った (実装については制約生成まで)

今後の課題

- 設計した型システムの健全性の証明 (Subject reduction) の完成
- 型推論アルゴリズム (制約解消) の実装の完成

APPENDIX

アウトライン

- ⑥ shift/reset と shift0/reset0 の意味論
- ⑦ Union を追加した理由
- ⑧ 単一化とは
- ⑨ 型に関する順序の導入
- ⑩ 固有変数条件について
- ⑪ 健全性の証明

shift/reset と shift0/reset0 の意味論

shift/reset

$$\mathbf{reset} (E[\mathbf{shift} \ k \rightarrow e]) \rightsquigarrow \mathbf{reset} \ e\{k \Leftarrow E\}$$

shift0/reset0

$$\mathbf{reset0} (E[\mathbf{shift0} \ k \rightarrow e]) \rightsquigarrow e\{k \Leftarrow E\}$$

shift/reset と shift0/reset0 の意味論

shift/reset

$$\mathbf{reset} (E[\mathbf{shift} \ k \rightarrow e]) \rightsquigarrow \mathbf{reset} \ e\{k \Leftarrow E\}$$

$$\mathbf{reset} (E[\mathbf{shift} \ k \rightarrow e]) \rightsquigarrow \mathbf{reset} \ e[k := \lambda x. \mathbf{reset} \ E[x]]$$

shift0/reset0

$$\mathbf{reset0} (E[\mathbf{shift0} \ k \rightarrow e]) \rightsquigarrow e\{k \Leftarrow E\}$$

$$\mathbf{reset0} (E[\mathbf{shift0} \ k \rightarrow e]) \rightsquigarrow e[k := \lambda x. \mathbf{reset0} \ E[x]]$$

shift/reset と shift0/reset0 の意味論

shift/reset

reset ($E[\text{shift } k \rightarrow e]$) \rightsquigarrow **reset** $e\{k \Leftarrow E\}$

reset ($E[\text{shift } k \rightarrow e]$) \rightsquigarrow **reset** $e[k := \lambda x.\text{reset } E[x]]$

shift0/reset0

reset0 ($E[\text{shift0 } k \rightarrow e]$) \rightsquigarrow $e\{k \Leftarrow E\}$

reset0 ($E[\text{shift0 } k \rightarrow e]$) \rightsquigarrow $e[k := \lambda x.\text{reset0 } E[x]]$

s0/r0 を使う理由

reset0 は評価後に reset0 が付かないので、/shift0/reset0 をネストさせたときに、複数の reset0 をとびこえることができるので、今回の主目的である多段階 let 挿入が行える

アウトライン

⑥ shift/reset と shift0/reset0 の意味論

⑦ Union を追加した理由

⑧ 単一化とは

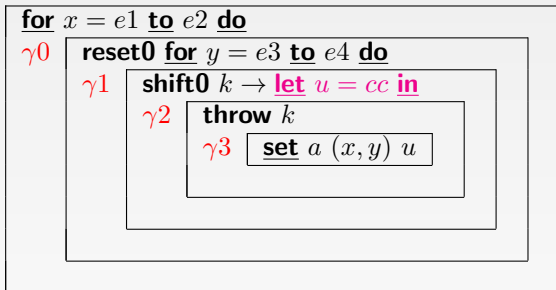
⑨ 型に関する順序の導入

⑩ 固有変数条件について

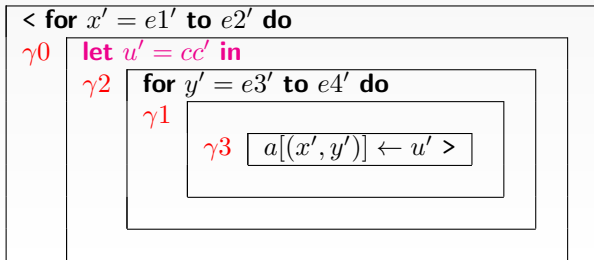
⑪ 健全性の証明

コード生成前・後でスコープの包含関係が逆転

コード生成器:



生成コード:



コード生成前・後でスコープの包含関係が逆転

for $x = e1$ **to** $e2$ **do**

γ_0 **reset0 for** $y = e3$ **to** $e4$ **do**

γ_1 **shift0** $k \rightarrow$ **let** $u = cc$ **in**

γ_2 **throw** k

γ_3 **set** $a(x, y) u$

$$\gamma_3 \geq \gamma_2 \geq \gamma_1 \geq \gamma_0$$

< for $x' = e1'$ **to** $e2'$ **do**

γ_0 **let** $u' = cc'$ **in**

γ_2 **for** $y' = e3'$ **to** $e4'$ **do**

γ_1

γ_3 $a[(x', y')] \leftarrow u' >$

$$\gamma_3 \geq \gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \gamma_0$$

コード生成前・後でスコープの包含関係が逆転

for $x = e1$ **to** $e2$ **do**

$\gamma0$ **reset0** **for** $y = e3$ **to** $e4$ **do**

$\gamma1$ **shift0** $k \rightarrow$ **let** $u = cc$ **in**

$\gamma2$ **throw** k

$\gamma3$ **set** $a(x, y) u$

使用できるコード変数

$\gamma0 = \{x\},$

$\gamma1 = \{x, y\},$

$\gamma2 = \{u, x\},$

$\gamma3 = \{u, x, y\}$

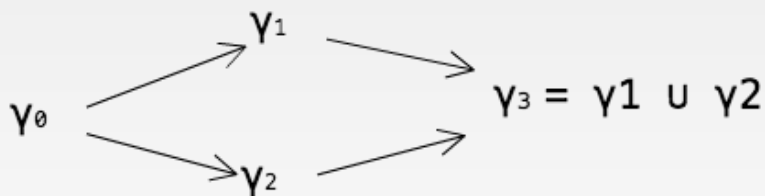
< for $x' = e1'$ **to** $e2'$ **do**

$\gamma0$ **let** $u' = cc'$ **in**

$\gamma2$ **for** $y' = e3'$ **to** $e4'$ **do**

$\gamma1$

$\gamma3$ $a[(x', y')] \leftarrow u' >$



- γ_1 のコード変数は γ_2 では使ってはいけない
 - γ_2 のコード変数は γ_1 では使ってはいけない
- ⇒ γ_1 と γ_2 の間に順序を付けない
- γ_1, γ_2 のコード変数は γ_3 で使ってよい
- ⇒ Sudo らの体系に \cup (ユニオン) を追加

アウトライン

- ⑥ shift/reset と shift0/reset0 の意味論
- ⑦ Union を追加した理由
- ⑧ 単一化とは**
- ⑨ 型に関する順序の導入
- ⑩ 固有変数条件について
- ⑪ 健全性の証明

型の単一化の例

$$\begin{aligned} & y \rightarrow (\text{int} \rightarrow w) \rightarrow x \\ & \stackrel{?}{=} (x \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z) \end{aligned}$$

単一化問題

両辺が同じ型になるような型変数への代入が存在するかどうかを判定することである。

型の単一化の例

$$\begin{aligned} & y \rightarrow (\text{int} \rightarrow w) \rightarrow x \\ & \stackrel{?}{=} (x \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z) \end{aligned}$$

単一化問題

両辺が同じ型になるような型変数への代入が存在するかどうかを判定することである。

$$\Theta = \{x := \text{int} \rightarrow w, y := (\text{int} \rightarrow w) \rightarrow (\text{int} \rightarrow w), \\ z := \text{int} \rightarrow w\}$$

$$\begin{aligned} & (\text{int} \rightarrow w) \rightarrow (\text{int} \rightarrow w) \rightarrow (\text{int} \rightarrow w) \rightarrow (\text{int} \rightarrow w) \\ & = (\text{int} \rightarrow w) \rightarrow (\text{int} \rightarrow w) \rightarrow (\text{int} \rightarrow w) \rightarrow (\text{int} \rightarrow w) \end{aligned}$$

アウトライン

⑥ shift/reset と shift0/reset0 の意味論

⑦ Union を追加した理由

⑧ 単一化とは

⑨ 型に関する順序の導入

⑩ 固有変数条件について

⑪ 健全性の証明

型に関する順序

$$\frac{\Gamma \vdash e : \langle t \rangle^{\gamma_1}; \sigma \quad \Gamma \models \gamma_2 \geq \gamma_1}{\Gamma \vdash e : \langle t \rangle^{\gamma_2}; \sigma} \quad \frac{\Gamma \vdash e : t; \sigma}{\Gamma \vdash e : t; \sigma}$$

元の型システム T_1 ではこの普通の型, コード型それぞれを一つで表すような表現はなかったため, T_2 ではこのような

$$\frac{\Gamma \vdash e : t_2; \sigma}{\Gamma \vdash e : t_1; \sigma} \text{Constr}; \Gamma \models t_1 \geq t_2$$

型に関する順序を導入して一つで表せるようにしている規則を適用するたびに分岐が増えていくために一つの表現で表している

アウトライン

- ⑥ shift/reset と shift0/reset0 の意味論
- ⑦ Union を追加した理由
- ⑧ 単一化とは
- ⑨ 型に関する順序の導入
- ⑩ 固有変数条件について**
- ⑪ 健全性の証明

型システムでコード変数のスコープを表現

$$\Gamma = \gamma_2 \geq \gamma_1, x : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_1}, y : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_2}$$

| γ_1 | γ_2 |
|--|--|
| $\Gamma \vdash x : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ OK}$ | $\Gamma \vdash x : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$ |
| $\Gamma \vdash y : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$ | $\Gamma \vdash y : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$ |
| $\Gamma \vdash x \underline{+} y : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$ | $\Gamma \vdash x \underline{+} y : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$ |

型システムでコード変数のスコープを表現

$$\Gamma = \gamma_2 \geq \gamma_1, x : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1}, y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2}$$

| γ_1 | γ_2 |
|--|--|
| $\Gamma \vdash x : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ OK}$ | $\Gamma \vdash x : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$ |
| $\Gamma \vdash y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$ | $\Gamma \vdash y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$ |
| $\Gamma \vdash x + y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$ | $\Gamma \vdash x + y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$ |

コードレベルのラムダ抽象の型付け規則で固有変数条件を利用:

$$\frac{\Gamma, \gamma_2 \geq \gamma_1, x : \langle t_1 \rangle^{\gamma_2} \vdash e : \langle t_2 \rangle^{\gamma_2}}{\Gamma \vdash \underline{\lambda}x.e : \langle t_1 \rightarrow t_2 \rangle^{\gamma_1}} \quad (\gamma_2 \text{ is eigen var})$$

この「 y は γ_1 スコープのコード変数としては使えない」という条件を、Sudo らは、自然演繹の固有変数条件を用いて表現した。この型付け規則で、 γ_2 が固有変数であり、規則の結論に γ_2 が出現してはいけないこと、いいかえれば、下から上に見たとき、 γ_2 が fresh な変数であるという条件となる

アウトライン

- ⑥ shift/reset と shift0/reset0 の意味論
- ⑦ Union を追加した理由
- ⑧ 単一化とは
- ⑨ 型に関する順序の導入
- ⑩ 固有変数条件について
- ⑪ 健全性の証明

健全性の証明 (Subject Reduction)

型安全性 (型システムの健全性; Subject Reduction 等の性質) を厳密に証明する.

Subject Redcution Property

$\Gamma \vdash M : \tau$ が導ければ (プログラム M が型検査を通れば), M を計算して得られる任意の N に対して, $\Gamma \vdash N : \tau$ が導ける (N も型検査を通り, M と同じ型, 同じ自由変数を持つ)

EC がなければ, 既存手法で証明ができる. 今回の場合をカバーするギリギリの型システムを試行錯誤で模索して作成した. あまり強力だと型推論が大変弱いと書きたいものがかけないそこを何度もやりなおしたのでその精密な検証ができていない. 型推論ができるような型システムのギリギリのところを作成した

answertype の subsumption 規則を reset0 に付けるか throw に付けるか色々と模索を行って型システムを直前まで型推論ができるようにしていたので, その精密な検証ができていない 39 / 25