多段階 let 挿入を行うコード生成言語の設計

大石純平

筑波大学 大学院
プログラム論理研究室

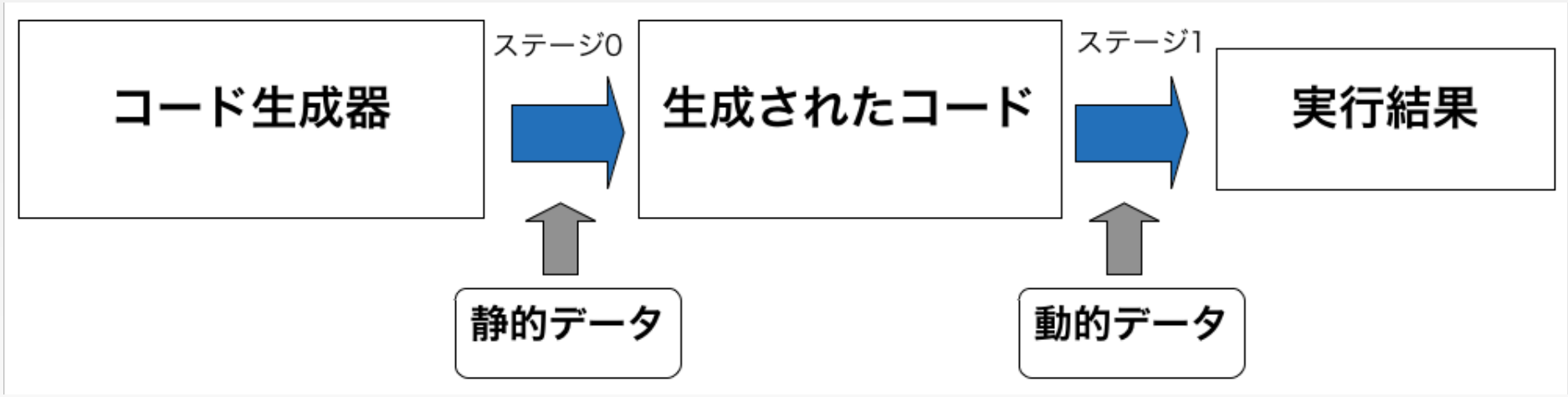
2015/10/22

アウトライン

アウトライン

アウトライン

段階的計算 (Staged Computation)



- コード生成ステージとコード実行ステージ
- 「保守性・再利用性の高さ」と「実行性能の高さ」の両立

⇒ 段階的計算をサポートするプログラム言語

アウトライン

例 1: 行列の積

$n \times n$ **行列の積**: C = A B

```
for i = 1 to n
  for k = 1 to n
    for j = 1 to n
      c[i][j] += a[i][k] * b[k][j]
```

例 1: 行列の積

$n \times n$ **行列の積**: C = A B

```
for i = 1 to n
  for k = 1 to n
    for j = 1 to n
      c[i][j] += a[i][k] * b[k][j]
```

ループの展開:

```
for i = 1 to n
  for k = 1 to n
    for j = 1 to n step 4
      c[i][j  ] += a[i][k] * b[k][j  ]
      c[i][j+1] += a[i][k] * b[k][j+1]
      c[i][j+2] += a[i][k] * b[k][j+2]
      c[i][j+3] += a[i][k] * b[k][j+3]
```

共通項のくくり出し

```
for i = 1 to n
  for k = 1 to n
    for j = 1 to n step 4
      c[i][j  ] += a[i][k] * b[k][j  ]
      c[i][j+1] += a[i][k] * b[k][j+1]
      c[i][j+2] += a[i][k] * b[k][j+2]
      c[i][j+3] += a[i][k] * b[k][j+3]
```

共通項のくくり出し

```
for i = 1 to n
  for k = 1 to n
    for j = 1 to n step 4
      c[i][j  ] += a[i][k] * b[k][j  ]
      c[i][j+1] += a[i][k] * b[k][j+1]
      c[i][j+2] += a[i][k] * b[k][j+2]
      c[i][j+3] += a[i][k] * b[k][j+3]
```

```
for i = 1 to n
  for k = 1 to n
    let t = a[i][k] in
    for j = 1 to n step 4
      c[i][j  ] += t * b[k][j  ]
      c[i][j+1] += t * b[k][j+1]
      c[i][j+2] += t * b[k][j+2]
      c[i][j+3] += t * b[k][j+3]
```

let 挿入 [Danvy 1996]

let 挿入

```
for i = 1 to n
  for k = 1 to n
    let t = a[i][k] in
    for j = 1 to n step 4
      c[i][j  ] += t * b[k][j  ]
      c[i][j+1] += t * b[k][j+1]
      c[i][j+2] += t * b[k][j+2]
      c[i][j+3] += t * b[k][j+3]
```

let 挿入 [Danvy 1996]

誤りのある let 挿入

```
for i = 1 to n
  let t = a[i][k] in          --- k is not bound
  for k = 1 to n in
    for j = 1 to n step 4
      c[i][j  ] += t * b[k][j  ]
      c[i][j+1] += t * b[k][j+1]
      c[i][j+2] += t * b[k][j+2]
      c[i][j+3] += t * b[k][j+3]
```

例2: モジュラーな配列アクセス

```
let main a i =
  sort a;       -- some complex computation
  access a i;
  access a i+2;

let access a i =
  assert (1 <= i && i <= length a);
  a[i];
```

`assert e` は `e` の条件をチェック $\Rightarrow$ 適切なエラー処理をする.

例2: モジュラーな配列アクセス

```
let main a i =
  sort a;       -- some complex computation
  access a i;
  access a i+2;

let access a i =
  assert (1 <= i && i <= length a);
  a[i];
```

assert e は e の条件をチェック ⇒ 適切なエラー処理をする.
main 関数を展開すると …

例2: モジュラーな配列アクセス

```
let main a i =
  sort a;       -- some complex computation
  access a i;
  access a i+2;

let access a i =
  assert (1 <= i && i <= length a);
  a[i];
```

assert e は e の条件をチェック ⇒ 適切なエラー処理をする.

main 関数を展開すると ···

```
let main a i =
  sort a;       -- some complex computation
  assert (1 <= i && i <= length a);
  a[i];
  assert (1 <= i+2 && i+2 <= length a);
  a[i+2];
```

例2: assert 挿入

```
let main a i =
  sort a;       -- some complex computation
  assert (1 <= i && i <= length a);
  a[i];
  assert (1 <= i+2 && i+2 <= length a);
  a[i+2];
```

例 2: assert 挿入

```
let main a i =
  sort a;       -- some complex computation
  assert (1 <= i && i <= length a);
  a[i];
  assert (1 <= i+2 && i+2 <= length a);
  a[i+2];
```

時間のかかる計算 (sort) の前に境界チェックを行いたい.

```
let main a i =
  assert (1 <= i+2 && i+2 <= length a);
  assert (1 <= i && i <= length a);
  sort a;       -- some complex computation
  a[i];
```

例 3: 深いネストでの assert 挿入

```
for j = 1 to n
  for k = 1 to n
    c[j][k] := (access a j) * (access b k)
```

例 3: 深いネストでの assert 挿入

```
for j = 1 to n
  for k = 1 to n
    c[j][k] := (access a j) * (access b k)
```

異なる地点へ，assert を挿入したい．

```
for j = 1 to n
  assert (1 <= j && j <= length a);
    for k = 1 to n
      assert (1 <= k && k <= length b);
      c[j][k] := a[j] * b[k]
```

安全性の静的保証

```
C = A B
```

⇓：コード生成 (コード変換，最適化を含む)

```
for i = 1 to n
  for k = 1 to n
    let t = a[i][k]
    for j = 1 to n step 4
      c[i][j  ] += t * b[k][j]
      c[i][j+1] += t * b[k][j+1]
      c[i][j+2] += t * b[k][j+2]
      c[i][j+3] += t * b[k][j+3]
```

安全性の静的保証

動的に生成されたコードのデバッグは困難
⇒ コード生成の前に安全性を保証したい

アウトライン

コード生成における課題

生成されたコードの信頼性 (正しさ)

- パラメータに応じて，非常に多数のコードが生成される
- 生成したコードのデバッグが容易ではない

コード生成における課題

生成されたコードの信頼性 (正しさ)

- パラメータに応じて，非常に多数のコードが生成される
- 生成したコードのデバッグが容易ではない

従来研究

- コード生成プログラムが，安全なコードのみを生成する事を保証
- let 挿入等を実現する**計算エフェクトを含む場合の安全性保証は研究途上**

アウトライン

研究の目的

表現力と安全性を兼ね備えたコード生成言語の構築

- 表現力: 多段階 let 挿入，メモ化等の技法を表現
- 安全性: 生成されるコードの一定の性質を静的に検査

研究の目的

表現力と安全性を兼ね備えたコード生成言語の構築

- 表現力: 多段階 let 挿入，メモ化等の技法を表現
- 安全性: 生成されるコードの一定の性質を静的に検査

本研究: より簡潔でより強力なコントロールオペレータに基づくコード生成体系の構築

- コントロールオペレータ shift0/reset0 を利用
- 種々のコード生成技法を表現
- 型システムを構築して型安全性を保証

アウトライン

アウトライン

コントロールオペレータ

プログラミング言語におけるプログラムを制御するプリミティブ

- exception (**例外**):
- call/cc (**第一級継続**):
- shift/reset (**限定継続**):
  - 1989 **年以降多数研究がある**
  - **コード生成における** let **挿入が実現可能**
- shift0/reset0
  - 2011 **年以降研究が活発化.**
  - **コード生成における多段階** let **挿入が可能**

関数型言語のプログラム例

```
(3 + 5 + k(7))
```

関数型言語のプログラム例

```
(3 + 5 + k(7)) = (3 + 5 + k 7)
```

関数型言語のプログラム例

```
(3 + 5 + k(7))
reset0 (3 + 5 + k(7))
```

関数型言語のプログラム例

```
(3 + 5 + k(7))
reset0 (3 + 5 + k(7)) ⇒ (3 + 5 + k(7))
```

関数型言語のプログラム例

```
(3 + 5 + k(7))
reset0 (3 + 5 + k(7)) ⇒ (3 + 5 + k(7))
reset0 (3 + (shift0 k -> 5 + k(7))) ⇒ ...
```

コントロールオペレータ shift0/reset0

```
reset0 (3 + (shift0 k -> 5 + k(7)))
```

コントロールオペレータ shift0/reset0

```
  reset0 (3 + (shift0 k -> 5 + k(7)))
⇒ (5 + k(7))
```

コントロールオペレータ shift0/reset0

```
  reset0 (3 + (shift0 k -> 5 + k(7)))
⇒ (5 + k(7)) where k = reset0 (3 + [])
```

コントロールオペレータ shift0/reset0

```
  reset0 (3 + (shift0 k -> 5 + k(7)))
⇒ (5 + k(7)) where k = reset0 (3 + [])
⇒ (5 + reset0 (3 + 7)) ⇒  15
```

shift0/reset0 による let 挿入

```
reset0 (3 + (shift0 k -> let x = 5 in k(x)))
```

shift0/reset0 による let 挿入

```
  reset0 (3 + (shift0 k -> let x = 5 in k(x)))
⇒ (let x = 5 in k(x))
```

shift0/reset0 による let 挿入

```
  reset0 (3 + (shift0 k -> let x = 5 in k(x)))
⇒ (let x = 5 in k(x))
            where k = reset0 (3 + [])
```

shift0/reset0 による let 挿入

```
  reset0 (3 + (shift0 k -> let x = 5 in k(x)))
⇒ (let x = 5 in k(x))
            where k = reset0 (3 + [])
⇒ (let x = 5 in reset0 (3 + x))
```

shift0/reset0 による多段階 let 挿入

```
for j = 1 to n
  for k = 1 to n
    c[j][k] := (access a j) * (access b k)
```

shift0/reset0 による多段階 let 挿入

```
for j = 1 to n
  for k = 1 to n
    c[j][k] := (access a j) * (access b k)
```

$\Rightarrow$

```
for j = 1 to n
  assert (1 <= j && j <= length a);
  for k = 1 to n
    assert (1 <= k && k <= length b);
    c[j][k] := a[j] * b[k]
```

shift0/reset0 による多段階 let 挿入

```
for j = 1 to n
  for k = 1 to n
    c[j][k] := (access a j) * (access b k)
```

⇒

```
for j = 1 to n
  assert (1 <= j && j <= length a);
  for k = 1 to n
    assert (1 <= k && k <= length b);
    c[j][k] := a[j] * b[k]
```

```
for j = 1 to n
  reset0(
  for k = 1 to n
    reset0(
    c[j][k] := (access2 a j) * (access1 b k)))
```

shift0/reset0 による多段階 let 挿入

```
for j = 1 to n  reset0(
  for k = 1 to n  reset0(
    c[j][k] := (access2 a j) * (access1 b k)))
```

shift0/reset0 による多段階 let 挿入

```
for j = 1 to n  reset0(
  for k = 1 to n  reset0(
    c[j][k] := (access2 a j) * (access1 b k)))
```

```
let access2 a j =
  shift0 k1 -> shift0 k2 ->
        assert (1 <= j && j <= length a);
        k2 (k1 (a[j]))
```

shift0/reset0 による多段階 let 挿入

```
for j = 1 to n  reset0(
  for k = 1 to n  reset0(
    c[j][k] := (access2 a j) * (access1 b k)))
```

```
let access2 a j =
  shift0 k1 -> shift0 k2 ->
        assert (1 <= j && j <= length a);
        k2 (k1 (a[j]))
```

```
k1 = reset0( c[j][k] := [ ] * (access1 b k) )
k2 = reset0( for k = 1 to n [ ] )
```

shift0/reset0 による多段階 let 挿入

```
for j = 1 to n  reset0(
  for k = 1 to n  reset0(
    c[j][k] := (access2 a j) * (access1 b k)))
```

shift0/reset0 による多段階 let 挿入

```
for j = 1 to n  reset0(
  for k = 1 to n  reset0(
    c[j][k] := (access2 a j) * (access1 b k)))
```

⇒

```
for j = 1 to n
  assert (1 <= j && j <= length a);
    k2 (k1 (a[j]))
```

shift0/reset0 による多段階 let 挿入

```
for j = 1 to n  reset0(
  for k = 1 to n  reset0(
    c[j][k] := (access2 a j) * (access1 b k)))
```

⇒

```
for j = 1 to n
  assert (1 <= j && j <= length a);
    k2 (k1 (a[j]))
```

⇒

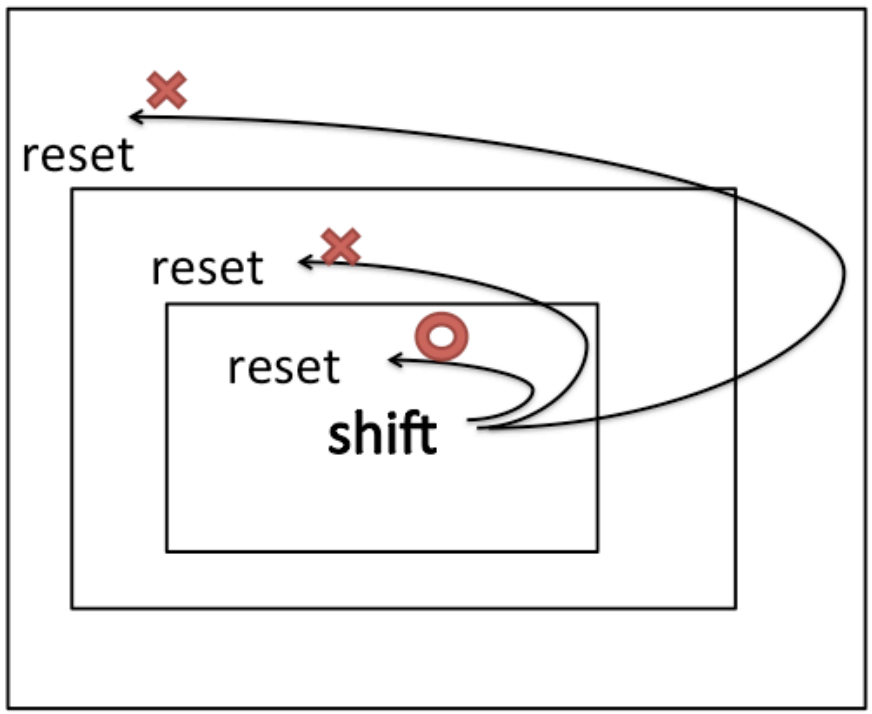
```
for j = 1 to n
  assert (1 <= j && j <= length a);
    for k = 1 to n
      c[j][k]:=[] * (access1 b k)
```

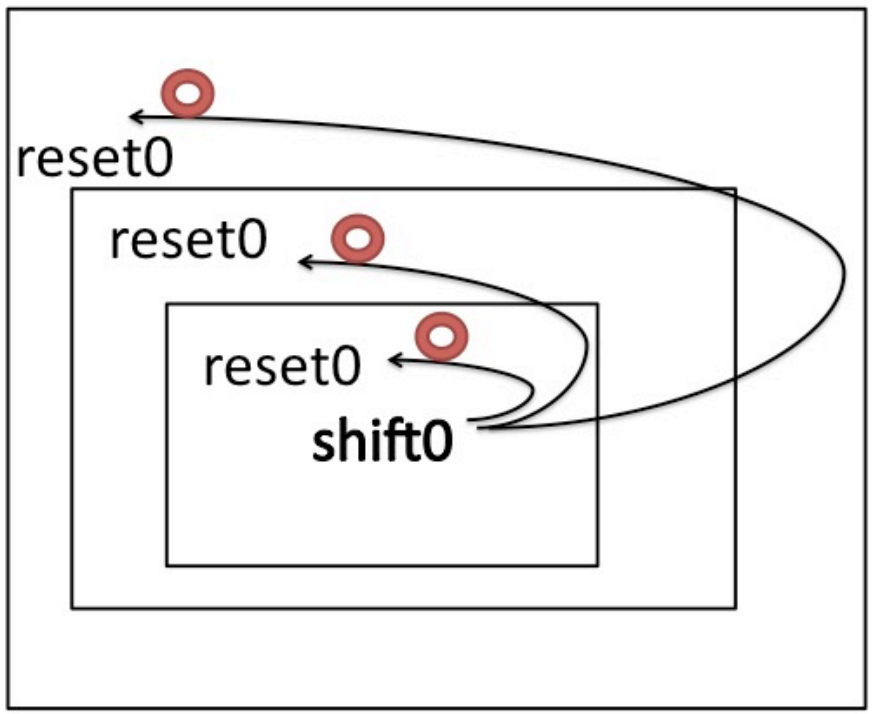
shift0/reset0 と shift/reset

shift0/reset0 と shift/reset **はわずかに異なる**

shift0/reset0: $\langle K[S_0 f.e] \rangle \rightsquigarrow e\{f/\lambda x.\langle K[x] \rangle\}$

shift/reset: $\langle K[S f.e] \rangle \rightsquigarrow \langle e\{f/\lambda x.\langle K[x] \rangle\} \rangle$





アウトライン

本研究の着想

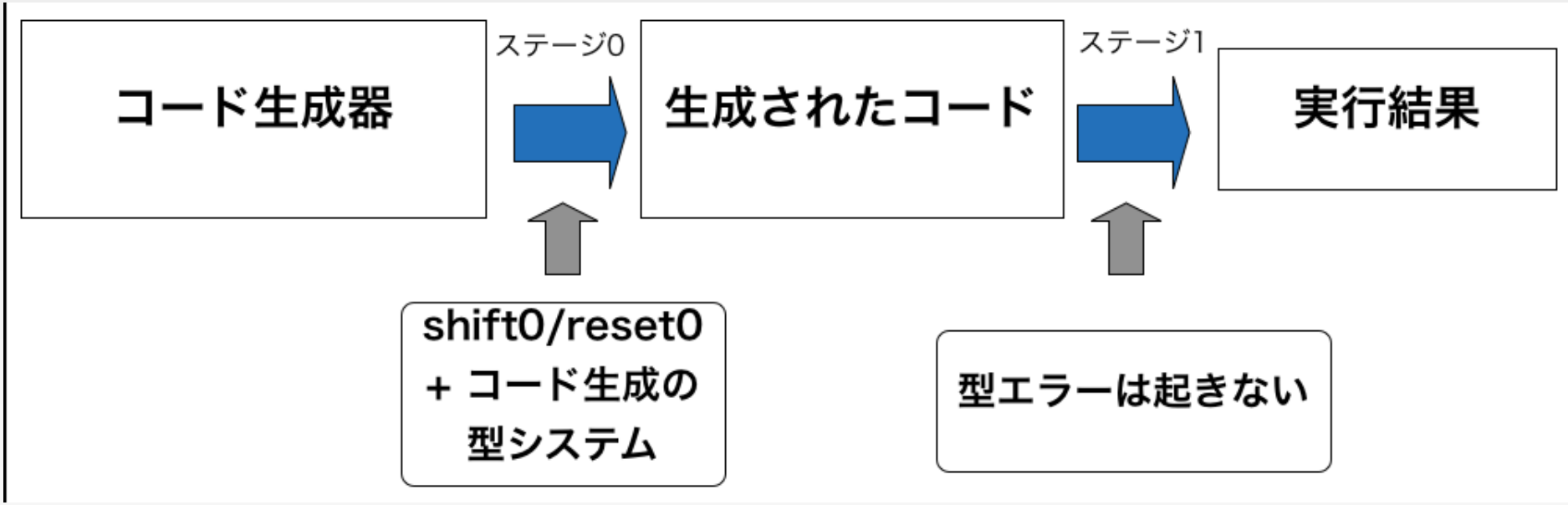
- shift/reset **では，多段階の** let **挿入は実現できない** $\Rightarrow$ shift0/reset0 **では実現可能**
- **階層化** shift/reset **では実現可能** $\Rightarrow$ **型システムが複雑，シンプルな意味論がない**

本研究の着想

- shift/reset **では，多段階の** let **挿入は実現できない** $\Rightarrow$ shift0/reset0 **では実現可能**
- **階層化** shift/reset **では実現可能** $\Rightarrow$ **型システムが複雑，シンプルな意味論がない**

shift0/reset0 **は単純な** CPS **変換，** CPS **意味論をもち，多段階** let **挿入が実現できるところに着目** $\Rightarrow$ **コード生成への応用**

型システム

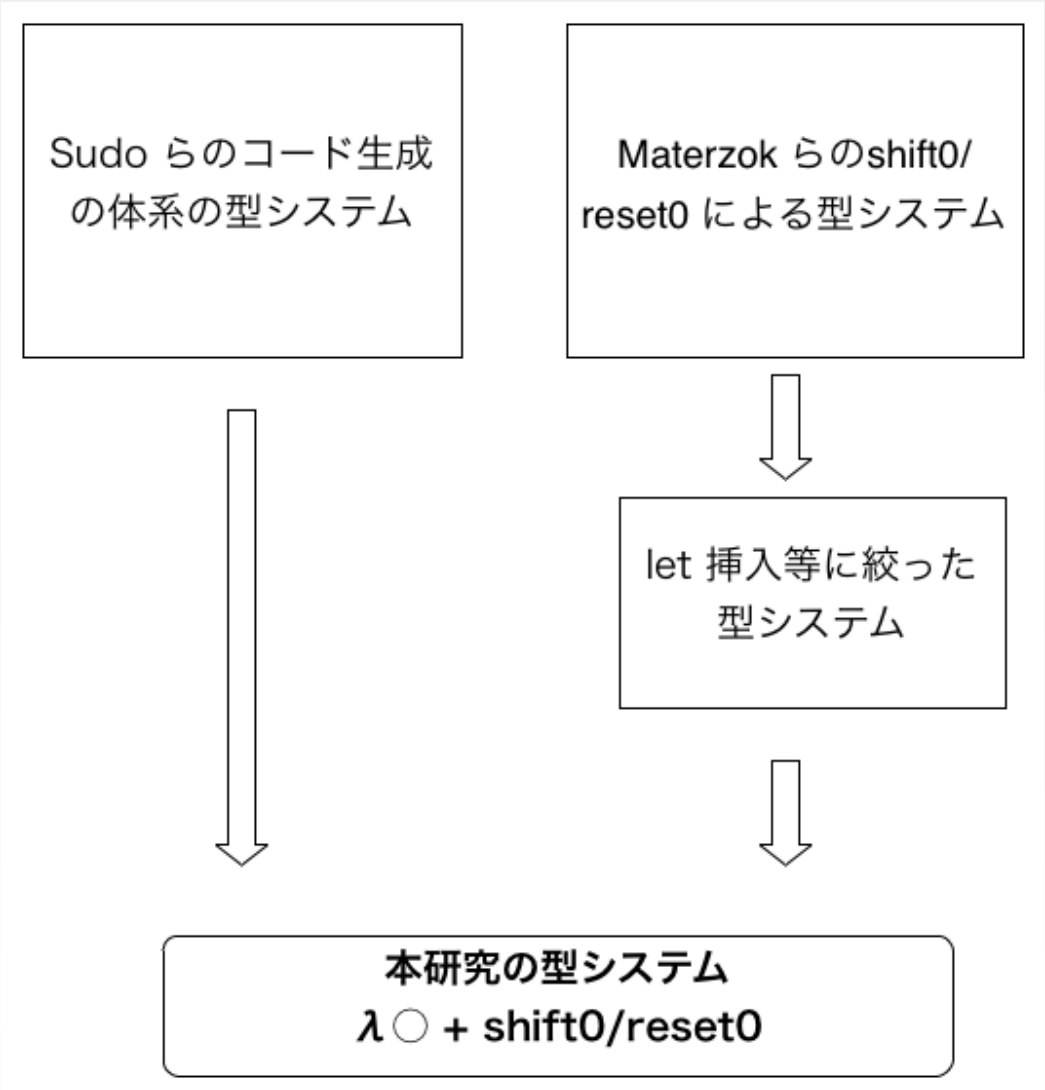


- MSP での型システムの健全性とは，プログラム生成前に，型検査に通っていれば，生成後のコードに型エラーは絶対に起きないようなシステムである.
- 計算エフェクト（コントロールオペレータ）などがあるコード生成言語の型安全性は難しい課題であり多数の研究がある.

研究項目

1. shift0/reset0 を持つプログラム生成のための体系の構築
   - 型システムと操作的意味論の構築
   - 型の健全性の証明
2. shift0/reset0 を持つプログラム生成のための言語の設計と実装
   - 抽象機械による実装
   - 効率のよいコード生成プログラムの例の作成

本研究の手法


Sudo らのコード生成
の体系の型システム
Materzok らのshift0/
reset0 による型システム
let 挿入等に絞った
型システム
本研究の型システム
λ○ + shift0/reset0

アウトライン

まとめと今後

- **多段階** let **挿入が** shift0/reset0 **で記述可能なことを見た.**
  shift0/reset0 **を導入した言語を考えると従来より，簡潔で，検証しやすい体系ができるということを提案した.**
- Sudo **らのコード生成言語の型システムを利用し，** shift0/reset0 **を組み込んだ体系について検討中である.**
- **今後，型システムの設計を完成させ健全性の証明を行う.**

APPENDIX

アウトライン

アウトライン

コード生成言語の安全性

```
let rec power n x =
  if n = 0 then 1
  else x * power (n-1) x
in power 3 2                          ==> 8
```

```
let rec gen_power n x =
  if n = 0 then <1>
  else < ~x * ~(gen_power (n-1) x)>
in gen_power 3 <2>                    ==> <2 * 2 * 2>
```

```
let rec wrong n x =
  if n = 0 then <1>
  else < ~x && ~(wrong (n-1) x)>   ==> error
```

(wrong 3 <2>) **を実行することはない.**

アウトライン

コード生成言語の型システム

```
let rec power n x =
  if n = 0 then 1
  else x * power (n-1) x
==> power : int -> int -> int
```

```
let cde = < 3 + 5>
==> cde : int code
```

```
let f x = < ~x + 7>
==> f : int code -> int code
```

```
let rec gen_power n x =
  if n = 0 then <1>
  else < ~x * ~(gen_power (n-1) x)>
==> gen_power : int -> int code -> int code
```

生成されたコードの内部の型付けも行われる.

アウトライン

本研究の型システム (1)

1. Sudo らの型システムのアイディアを利用: 変数スコープを表す変数 a1,a2,... を使って，型の中で変数スコープを表す.

```
let f x = < ~x + 7>
==> f : int code^a1 -> int code^a1
```

```
let g = <fun y -> y + 7>
==> g : (int -> int) code^a2
```

```
let h = fun x -> <fun y -> ~x + y>
==> h : int code ^a1 -> (int -> int) code^a2
    where a2 < a1
```

変数スコープの包含関係を，変数 a1,a2... に対する順序で表現

本研究の型システム (2)

2. let **挿入において** shift0/reset0 **が型安全性を保つ条件を見つける**

```
... (reset0 ( ... (shift0 k -> ... (k  ...))))
 a0             a1                  a2     a3
```

let **挿入**: a2 **にある** let **を** reset0 **の場所へ移動する.**

⇒ a1 **と** a2 **の場所を交換しても，型エラーが起きない条件を同定し，その条件のもとで，型安全性を証明すればよい.**

⇒ a1 **で生成される変数は** a2 **で使えないよう，条件を付ければよい.**

本研究の型システム (3)

3. **型安全性 (型システムの健全性**; Subject Reduction **等の性質)を厳密に証明する.**

Subject Redcution Property

$\Gamma \vdash M : \sigma$ **が導ければ (プログラム** M **が型検査を通れば),** M **を計算して得られる任意の** N **に対して,** $\Gamma \vdash N : \sigma$ **が導ける (**N **も型検査を通り,** M **と同じ型, 同じ自由変数を持つ.)**