型システム 2016/12/06

基本型 b，環境識別子 (Environment Classifier)γ を以下の通り定義する．

$$
\begin{aligned}
b &::= \texttt{int} \mid \texttt{bool} \\
\gamma &::= \gamma_x \mid \gamma \cup \gamma
\end{aligned}
$$

図 1　基本型，環境識別子の定義

γ の定義における γ_x は環境識別子の変数を表す．すなわち，環境識別子は，変数であるかそれらを $\cup$ で結合した形である．以下では，メタ変数と変数を区別せず γ_x を γ と表記する．ここで環境識別子として $\cup$ を導入した理由は後述する．

$L ::= \mid \gamma$ は現在ステージと将来ステージをまとめて表す記号である．たとえば，$\Gamma \vdash^L e : t\ ;\ \sigma$ は，$L =$ のとき現在ステージの判断で，$L = \gamma$ のとき将来ステージの判断となる．

レベル 0 の型 t^0，レベル 1 の型 t^1，(レベル 0 の) 型の有限列 σ, (レベル 0 の) 継続の型 κ を次の通り定義する．

$$
\begin{aligned}
t^0 &::= b \mid t^0 \xrightarrow{\sigma} t^0 \mid \langle t^1 \rangle^\gamma \\
t^1 &::= b \mid t^1 \to t^1 \\
\sigma &::= \epsilon \mid t^0, \sigma \\
\kappa^0 &::= \langle t^1 \rangle^\gamma \overset{\sigma}{\Rightarrow} \langle t^1 \rangle^\gamma
\end{aligned}
$$

図 2　(レベル 0 の) 継続の型の定義

レベル 0 の関数型 $t^0 \xrightarrow{\sigma} t^0$ は，エフェクトをあらわす列 σ を伴っている．これは，その関数型をもつ項を引数に適用したときに生じる計算エフェクトであり，具体的には，**shift0** の answer type の列である．前述したように shift0 は多段階の reset0 にアクセスできるため，n 個先の reset0 の answer type まで記憶するため，このように型の列 σ で表現している．ただし，本研究の範囲では，answer type modification に対応する必要はないので，エフェクトはシンプルに型の列 (n 個先の reset0 の answer type を $n = 1, \cdots, k$ に対して並べた列) で表現している．この型システムの詳細は，Materzok ら [**?**] の研究を参照されたい．

本稿の範囲では，コントロールオペレータは現在ステージのみにあらわれ，生成されるコードの中にはあらわないため，レベル 1 の関数型は，エフェクトを表す列を持たない．また，本項では，shift0/reset0 はコードを操作する目的にのみ使うため，継続の型は，コードからコードへの関数の形をしている．ここでは，後の定義を簡略化するため，継続を，通常の関数とは区別しており，そのため，継続の型も通常の関数の型とは区別して二重の横線で表現している．

型判断は，以下の 2 つの形である．

$$
\begin{aligned}
&\Gamma \vdash^L e : t;\ \sigma \\
&\Gamma \models \gamma \geq \gamma
\end{aligned}
$$

図 3　型判断の定義

ここで，型文脈 Γ は次のように定義される．

$$\Gamma ::= \emptyset \mid \Gamma, (\gamma \geq \gamma) \mid \Gamma, (x : t) \mid \Gamma, (u : t)^{\gamma}$$

図 4　型文脈の定義

型判断の導出規則を与える．まず，$\Gamma \models \gamma \geq \gamma$ の形に対する規則である．

$$\frac{}{\Gamma \models \gamma_1 \geq \gamma_1} \quad \frac{}{\Gamma, \gamma_1 \geq \gamma_2 \models \gamma_1 \geq \gamma_2}$$

$$\frac{\Gamma \models \gamma_1 \geq \gamma_2 \quad \Gamma \models \gamma_2 \geq \gamma_3}{\Gamma \models \gamma_1 \geq \gamma_3}$$

$$\frac{}{\Gamma \models \gamma_1 \cup \gamma_2 \geq \gamma_1} \quad \frac{}{\Gamma \models \gamma_1 \cup \gamma_2 \geq \gamma_2}$$

$$\frac{\Gamma \models \gamma_3 \geq \gamma_1 \quad \Gamma \models \gamma_3 \geq \gamma_2}{\Gamma \models \gamma_3 \geq \gamma_1 \cup \gamma_2}$$

図 5　$\Gamma \models \gamma \geq \gamma$ の形に対する型導出規則

次に，$\Gamma \vdash^{L} e : t;\ \sigma$ の形に対する型導出規則を与える．まずは，レベル 0 における単純な規則である．

$$\frac{}{\Gamma, x : t \vdash x : t \ ; \ \sigma} \quad \frac{}{\Gamma, (u : t)^{\gamma} \vdash^{\gamma} u : t \ ; \ \sigma}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash^{L} c : t^{c} \ ; \ \sigma}$$

$$\frac{\Gamma \vdash^{\gamma} e_1 : t_2 \xrightarrow{\sigma} t_1 ; \ \sigma \quad \Gamma \vdash^{\gamma} e_2 : t_2 ; \sigma}{\Gamma \vdash^{\gamma} e_1 \ e_2 : t_1 ; \sigma} \quad \frac{\Gamma \vdash e_1 : t_2 \to t_1 ; \ \sigma \quad \Gamma \vdash e_2 : t_2 ; \ \sigma}{\Gamma \vdash e_1 \, e_2 : t ; \ \sigma}$$

$$\frac{\Gamma, \ x : t_1 \vdash e : t_2 \ ; \ \sigma}{\Gamma \vdash \lambda x.e : t_1 \xrightarrow{\sigma} t_2 \ ; \ \sigma} \quad \frac{\Gamma, \ (u : t_1)^{\gamma} \vdash^{\gamma} e : t_2 \ ; \ \sigma}{\Gamma \vdash^{\gamma} \lambda u.e : t_1 \to t_2 \ ; \ \sigma'}$$

$$\frac{\Gamma \vdash^{L} e_1 : \texttt{bool} ; \ \sigma \quad \Gamma \vdash^{L} e_2 : t ; \sigma \quad \Gamma \vdash^{L} e_3 : t ; \sigma}{\Gamma \vdash^{L} \textbf{if } e_1 \textbf{ then } e_2 \textbf{ else } e_3 : t \ ; \ \sigma}$$

図 6　(レベル 0，レベル 1 の)$\Gamma \vdash^{L} e : t ; \ \sigma$ の単純な形に対する型導出規則

次にコードレベル変数に関するラムダ抽象の規則である．

$$\frac{\Gamma, \ \gamma_1 \geq \gamma, \ x : \langle t_1 \rangle^{\gamma_1} \vdash e : \langle t_2 \rangle^{\gamma_1} ; \sigma}{\Gamma \vdash \underline{\lambda} x.e : \langle t_1 \to t_2 \rangle^{\gamma} \ ; \ \sigma} \ (\gamma_1 \text{ is eigen var})$$

oishi said:

$\underline{\underline{\lambda}}$. は必要あるかどうか

$$\frac{\Gamma, \gamma_1 \geq \gamma, x : (u : t_1)^{\gamma_1} \vdash e : \langle t_2 \rangle^{\gamma_1} ; \sigma}{\Gamma \vdash \underline{\underline{\lambda}} u^1 . e : \langle t_1 \to t_2 \rangle^{\gamma} ; \sigma}$$

図 7　コードレベルのラムダ抽象の型導出規則

コントロールオペレータに対する型導出規則である．

$$\frac{\Gamma \vdash e : \langle t\rangle^{\gamma}\ ;\ \langle t\rangle^{\gamma'}, \sigma \quad \Gamma \models \gamma \geq \gamma'}{\Gamma \vdash \textbf{reset0}\ e : \langle t\rangle^{\gamma}\ ;\ \sigma}$$

$$\frac{\Gamma,\ k : \langle t_1\rangle^{\gamma_1} \stackrel{\sigma}{\Rightarrow} \langle t_0\rangle^{\gamma_0} \vdash e : \langle t_0\rangle^{\gamma_0}; \sigma \quad \Gamma \models \gamma_1 \geq \gamma_0}{\Gamma \vdash \textbf{shift0}\ k \to e : \langle t_1\rangle^{\gamma_1}\ ;\ \langle t_0\rangle^{\gamma_0}, \sigma}$$

$$\frac{\Gamma,\ k : \langle t_1\rangle^{\gamma_1} \stackrel{\sigma}{\Rightarrow} \langle t_0\rangle^{\gamma_0} \vdash v : \langle t_1\rangle^{\gamma_1 \cup \gamma_2}; \sigma \quad \Gamma \models \gamma_2 \geq \gamma_0}{\Gamma,\ k : \langle t_1\rangle^{\gamma_1} \stackrel{\sigma}{\Rightarrow} \langle t_0\rangle^{\gamma_0} \vdash \textbf{throw}\ k\ v : \langle t_0\rangle^{\gamma_2}; \sigma}$$

図 8　コントロールオペレータに対する型導出規則

コード生成に関する補助的な規則として，Subsumption に相当する規則等がある．

oishi said: $\geq$ の左右の γ は逆？ 一般に項の内部に入るにしたがって，使えるコードレベル変数は増えていくので，逆のような気がする．$\gamma_1 \geq \gamma_0$ の意味は γ_0 より γ_1 のほうが使えるコードレベル変数は多いという意味である

$$\frac{\Gamma \vdash e : \langle t\rangle^{\gamma_1}; \sigma \quad \Gamma \models \gamma_2 \geq \gamma_1}{\Gamma \vdash e : \langle t\rangle^{\gamma_2}; \sigma}$$

$$\frac{\Gamma \vdash^{\gamma_1} e : t\ ;\ \sigma \quad \Gamma \models \gamma_2 \geq \gamma_1}{\Gamma \vdash^{\gamma_2} e : t\ ;\ \sigma}$$

$$\frac{\Gamma \vdash^{\gamma} e : t^1; \sigma}{\Gamma \vdash \texttt{<}e\texttt{>} : \langle t^1\rangle^{\gamma}; \sigma}$$

$$\frac{\Gamma \vdash e : t;\ \langle t'\rangle^{\gamma_1}, \sigma \quad \Gamma \models \gamma_2 \geq \gamma_1}{\Gamma \vdash e : t;\ \langle t'\rangle^{\gamma_2}, \sigma}$$

図 9　コード生成に関する Subsumption の型導出規則