

# 多段階 let 挿入を行うコード生成言語の 型システムの設計

大石純平 亀山幸義

筑波大学 コンピュータ・サイエンス専攻

2016/9/9

日本ソフトウェア科学会第 33 回大会

# アウトライン

- ① 概要
- ② 研究の目的
- ③ 研究の内容

# アウトライン

- ① 概要
- ② 研究の目的
- ③ 研究の内容

プログラムを生成するプログラミング言語 (=コード生成言語)  
の安全性を保証する研究

プログラムを生成するプログラミング言語 (=コード生成言語)  
の安全性を保証する研究

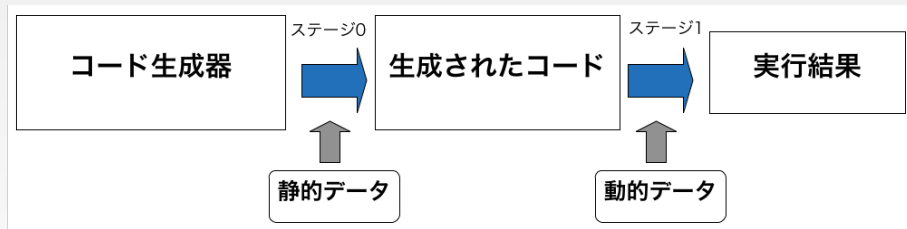
- 効率的なコードの生成
- 安全性の保証

プログラムを生成するプログラミング言語 (=コード生成言語) の安全性を保証する研究

- 効率的なコードの生成
- 安全性の保証

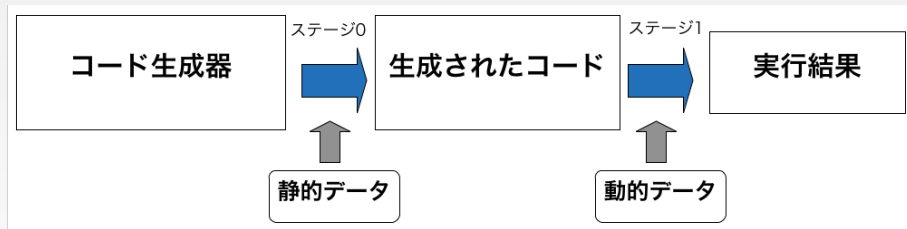
⇒ 多段階 let 挿入を効率的かつ安全に扱うための型システムを構築

# コード生成



- コード生成ステージとコード実行ステージ
- コード生成をサポートするプログラム言語 ⇒ コード生成言語

# コード生成



- コード生成ステージとコード実行ステージ
- コード生成をサポートするプログラム言語 ⇒ コード生成言語
- 生成するプログラムだけでなく、生成されたプログラムも型の整合性が静的に（生成前に）保証される



# コード生成言語による記述例

# コード生成言語による記述例

コード生成器  $\rightsquigarrow^*$  生成されるコード

# コード生成言語による記述例

コード生成器  $\rightsquigarrow^*$  生成されるコード  
(int 3)

# コード生成言語による記述例

コード生成器  $\rightsquigarrow^*$  生成されるコード

(int 3)  $\rightsquigarrow^*$  <3>

# コード生成言語による記述例

コード生成器  $\rightsquigarrow^*$  生成されるコード

$(\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle 3 \rangle$

$(\underline{\text{int}}\ 3) \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 5)$

# コード生成言語による記述例

コード生成器  $\rightsquigarrow^*$  生成されるコード

$(\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle 3 \rangle$

$(\underline{\text{int}}\ 3) \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 5) \rightsquigarrow^* \langle 3 + 5 \rangle$

# コード生成言語による記述例

コード生成器  $\rightsquigarrow^*$  生成されるコード

$(\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle 3 \rangle$

$(\underline{\text{int}}\ 3) \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 5) \rightsquigarrow^* \langle 3 + 5 \rangle$

$\underline{\lambda}x. x \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 3)$

# コード生成言語による記述例

コード生成器  $\rightsquigarrow^*$  生成されるコード

$(\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle 3 \rangle$

$(\underline{\text{int}}\ 3) \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 5) \rightsquigarrow^* \langle 3 + 5 \rangle$

$\underline{\lambda}x. x \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle \lambda x'. x' + 3 \rangle$



# コード生成言語による記述例

コード生成器  $\rightsquigarrow^*$  生成されるコード

$(\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle 3 \rangle$

$(\underline{\text{int}}\ 3) \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 5) \rightsquigarrow^* \langle 3 + 5 \rangle$

$\underline{\lambda}x. x \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle \lambda x'. x' + 3 \rangle$

$\underline{\text{for}}\ x = \dots \underline{\text{to}} \dots \underline{\text{do}} \dots$

# コード生成言語による記述例

コード生成器  $\rightsquigarrow^*$  生成されるコード

$(\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle 3 \rangle$

$(\underline{\text{int}}\ 3) \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 5) \rightsquigarrow^* \langle 3 + 5 \rangle$

$\underline{\lambda}x. x \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle \lambda x'. x' + 3 \rangle$

$\underline{\text{for}}\ x = \dots \underline{\text{to}} \dots \underline{\text{do}} \dots \rightsquigarrow^* \langle \text{for } x' = \dots \text{ to } \dots \text{ do } \dots \rangle$

# コード生成言語による記述例

コード生成器  $\rightsquigarrow^*$  生成されるコード

$(\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle 3 \rangle$

$(\underline{\text{int}}\ 3) \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 5) \rightsquigarrow^* \langle 3 + 5 \rangle$

$\underline{\lambda}x. x \underline{+} (\underline{\text{int}}\ 3) \rightsquigarrow^* \langle \lambda x'. x' + 3 \rangle$

$\underline{\text{for}}\ x = \dots \underline{\text{to}} \dots \underline{\text{do}} \dots \rightsquigarrow^* \langle \text{for } x' = \dots \text{ to } \dots \text{ do } \dots \rangle$

## コードコンビネータ

- 下線付きの演算子
- コードを引数にとり，コードを返す

## 普通の power 関数

```
power =  $\lambda x.$ fix  $\lambda f.$  $\lambda n.$   
      if  $n = 0$  then 1  
      else  $x \times (f (n - 1))$ 
```

## power 関数のコード生成器

gen\_power: power コード生成器

$$\begin{aligned} \text{gen\_power} = & \ \underline{\lambda}x.\mathbf{fix} \ \lambda f.\lambda n. \\ & \ \mathbf{if} \ n = 0 \ \mathbf{then} \ (\underline{\mathbf{int}} \ 1) \\ & \ \mathbf{else} \ x \ \underline{\times} \ (f \ (n - 1)) \end{aligned}$$

# power 関数のコード生成器

gen\_power: power コード生成器

$$\begin{aligned} \text{gen\_power} = & \ \underline{\lambda}x.\mathbf{fix} \ \lambda f.\lambda n. \\ & \ \mathbf{if} \ n = 0 \ \mathbf{then} \ (\underline{\mathbf{int}} \ 1) \\ & \ \mathbf{else} \ x \ \underline{\times} \ (f \ (n - 1)) \end{aligned}$$

$n = 5$  に特化したコード生成:

# power 関数のコード生成器

gen\_power: power コード生成器

$$\begin{aligned} \text{gen\_power} = & \ \underline{\lambda}x.\mathbf{fix} \ \lambda f.\lambda n. \\ & \quad \mathbf{if} \ n = 0 \ \mathbf{then} \ (\underline{\mathbf{int}} \ 1) \\ & \quad \mathbf{else} \ x \ \underline{\times} \ (f \ (n - 1)) \end{aligned}$$

$n = 5$  に特化したコード生成:

$$\underline{\lambda}x. \text{gen\_power } x \ 5 \rightsquigarrow^* \langle \lambda x'. x' \times x' \times x' \times x' \times x' \times 1 \rangle$$

# power 関数のコード生成器

gen\_power: power コード生成器

$$\begin{aligned} \text{gen\_power} = & \ \underline{\lambda}x.\mathbf{fix} \ \lambda f.\lambda n. \\ & \quad \mathbf{if} \ n = 0 \ \mathbf{then} \ (\mathbf{int} \ 1) \\ & \quad \mathbf{else} \ x \ \underline{\times} \ (f \ (n - 1)) \end{aligned}$$

$n = 5$  に特化したコード生成:

$$\underline{\lambda}x. \text{gen\_power } x \ 5 \rightsquigarrow^* \langle \lambda x'. x' \times x' \times x' \times x' \times x' \times 1 \rangle$$

gen\_power 関数によって生成されたコードは power 関数より高速



# 二重 for ループのコード生成器

## コード生成器

```
for  $x = (\underline{\text{int}}\ 0)$  to  $(\underline{\text{int}}\ n)$  do  
  for  $y = (\underline{\text{int}}\ 0)$  to  $(\underline{\text{int}}\ m)$  do  
    set  $a(x, y)$  complex calculation
```

# 二重 for ループのコード生成器

## コード生成器

```
for  $x = (\underline{\text{int}}\ 0) \text{ to } (\underline{\text{int}}\ n) \text{ do}$   
  for  $y = (\underline{\text{int}}\ 0) \text{ to } (\underline{\text{int}}\ m) \text{ do}$   
    set  $a(x, y)$  complex calculation
```



## 生成されるコード

```
< for  $x' = 0 \text{ to } n$  do  
  for  $y' = 0 \text{ to } m$  do  
     $a[x', y'] \leftarrow \text{complex calculation}$  >
```

# 多段階 let 挿入の例

## 生成されるコード

< **for**  $x' = 0$  **to**  $n$  **do**

**for**  $y' = 0$  **to**  $m$  **do**

$a[x', y'] \leftarrow$  complex calculation

$b[x', y'] \leftarrow$  complex calculation >

# 多段階 let 挿入の例

## 生成されるコード

```
< let  $w = \text{complex calculation}$  in  
  for  $x' = 0$  to  $n$  do  
    let  $u = \text{complex calculation}$  in  
    for  $y' = 0$  to  $m$  do  
       $a[x', y'] \leftarrow u$   
       $b[x', y'] \leftarrow w$       >
```

# 多段階 let 挿入の例

## 生成されるコード

```
< let  $w$  = complex calculation in  
  for  $x' = 0$  to  $n$  do  
    let  $u$  = complex calculation in  
      for  $y' = 0$  to  $m$  do  
         $a[x', y'] \leftarrow u$   
         $b[x', y'] \leftarrow w$       >
```

## 多段階 let 挿入

- 入れ子になった for ループなどを飛び越えた複数のコード移動を許す仕組み
- ループ不変式の移動等によって、効率的なコード生成に必要なプログラミング技法

# 危険な例

# 危険なコード生成の例

生成される**危険な**コード

< **for**  $x' = 0$  **to**  $n$  **do**

**for**  $y' = 0$  **to**  $m$  **do**

$a[x', y'] \leftarrow$  complex calculation

$b[x', y'] \leftarrow$  complex calculation>

# 危険なコード生成の例

生成される**危険な**コード

< let  $w$  = complex calculation in

for  $x' = 0$  to  $n$  do

let  $u$  = complex calculation in

for  $y' = 0$  to  $m$  do

$a[x', y'] \leftarrow u$

$b[x', y'] \leftarrow w$

>



# 危険なコード生成の例

## 生成される危険なコード

```
< let  $w = \text{complex calculation}$  in —  $w$  が  $x$  にも  $y$  にも依存する式
  for  $x' = 0$  to  $n$  do
    let  $u = \text{complex calculation}$  in —  $u$  が  $y$  に依存する式
    for  $y' = 0$  to  $m$  do
       $a[x', y'] \leftarrow u$ 
       $b[x', y'] \leftarrow w$ 
  >
```

# 危険なコード生成の例

## 生成される危険なコード

```
< let  $w$  = complex calculation in —  $w$  が  $x$  にも  $y$  にも依存する式
  for  $x' = 0$  to  $n$  do
    let  $u$  = complex calculation in —  $u$  が  $y$  に依存する式
    for  $y' = 0$  to  $m$  do
       $a[x', y'] \leftarrow u$ 
       $b[x', y'] \leftarrow w$ 
  >
```

## complex calculation によって挿入できる場所が異なる

- 多段階 let 挿入が可能となっても、安全に挿入できる場所とそうでない場所がある
- 安全に let 挿入を行うためにどうすればよいかを考える必要がある

# コード生成の利点と課題

## 利点

- 「保守性・再利用性の高さ」と「実行性能の高さ」の両立

# コード生成の利点と課題

## 利点

- 「保守性・再利用性の高さ」と「実行性能の高さ」の両立

## 課題

- パラメータに応じて、非常に多数のコードが生成される
  - 生成したコードのデバッグが容易ではない
- ⇒ コード生成の前に安全性を保証したい

# アウトライン

- ① 概要
- ② 研究の目的
- ③ 研究の内容

# 研究の目的

## 表現力と安全性を兼ね備えたコード生成言語の構築

- 表現力: 多段階 `let` 挿入, メモ化等の技法を表現
- 安全性: 生成されるコードの一定の性質を静的に検査

# 研究の目的

## 表現力と安全性を兼ね備えたコード生成言語の構築

- 表現力: 多段階 `let` 挿入, メモ化等の技法を表現
- 安全性: 生成されるコードの一定の性質を静的に検査

## 本研究: 簡潔で強力なコントロールオペレータに基づくコード生成体系の構築

- コントロールオペレータ `shift0/reset0` を利用し, `let` 挿入などのコード生成技法を表現
- 型システムを構築して型安全性を保証

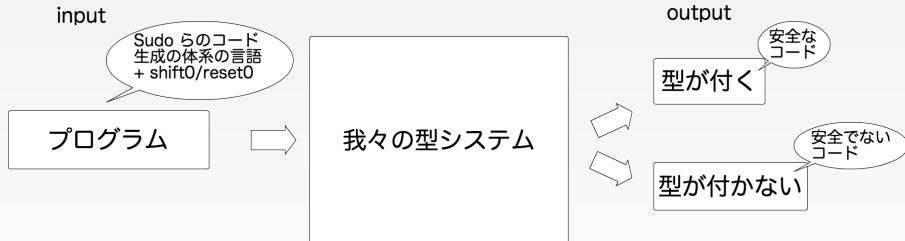
# アウトライン

- ① 概要
- ② 研究の目的
- ③ 研究の内容**



表現力を上げ（コードレベル  
での多段階 `let` 挿入），安全性  
も保証するためにどうすれば  
よいのか

# 本研究の手法



# まず表現力について

# let 挿入の実現方法

## コード生成器

```
... for  $x = e1$  to  $e2$  do  
  ... for  $y = e3$  to  $e4$  do  
    set  $\langle a \rangle (x, y)$  ... comp calc
```

$\rightsquigarrow^*$

## 生成されるコード

```
<let  $u' = \text{comp calc}'$  in  
  for  $x' = e1'$  to  $e2'$  do  
    for  $y' = e3'$  to  $e4'$  do  
       $a[x', y'] \leftarrow u'$ >
```

# let 挿入の実現方法

## コード生成器

```
... for  $x = e1$  to  $e2$  do  
... for  $y = e3$  to  $e4$  do  
    set  $\langle a \rangle (x, y)$  ... comp calc
```

$\rightsquigarrow^*$

## 生成されるコード

```
<let  $u' = \text{comp calc}'$  in  
  for  $x' = e1'$  to  $e2'$  do  
    for  $y' = e3'$  to  $e4'$  do  
       $a[x', y'] \leftarrow u'$ >
```

## shift0/reset0 の導入

... のところに後に説明する **shift0/reset0** というコントロールオペレータを用いることで、多段階 let 挿入を行う

コード生成器:

```
for  $x = e1$  to  $e2$  do  
  for  $y = e3$  to  $e4$  do  
    set  $a(x, y)$   $cc$ 
```

# shift0/reset0 による let 挿入

コード生成器: **reset0** for  $x = e1$  to  $e2$  do  
                  for  $y = e3$  to  $e4$  do  
                  set  $a(x, y)$  **shift0**  $k \rightarrow$  let  $u = cc$  in **throw**  $k u$

# shift0/reset0 による let 挿入

**reset0** ( $E[\text{shift0 } k \rightarrow e]$ )  $\rightarrow e\{k \Leftarrow E\}$

コード生成器: **reset0** for  $x = e1$  to  $e2$  do

for  $y = e3$  to  $e4$  do

set  $a(x, y)$  **shift0**  $k \rightarrow$  let  $u = cc$  in **throw**  $k$   $u$

$k \Leftarrow$  for  $x = e1$  to  $e2$  do

for  $y = e3$  to  $e4$  do

set  $a(x, y)$  [ ]



# shift0/reset0 による let 挿入

**reset0** ( $E[\text{shift0 } k \rightarrow e] \rightarrow e\{k \Leftarrow E\}$ )

コード生成器: **reset0** for  $x = e1$  to  $e2$  do  
                  for  $y = e3$  to  $e4$  do  
                  set  $a(x, y)$  **shift0**  $k \rightarrow$  let  $u = cc$  in **throw**  $k$   $u$   
 $k \Leftarrow$  for  $x = e1$  to  $e2$  do  
          for  $y = e3$  to  $e4$  do  
          set  $a(x, y)$  [ ]

生成コード: < **let**  $u' = cc'$  **in**  
          **for**  $x' = e1'$  **to**  $e2'$  **do**  
          **for**  $y' = e3'$  **to**  $e4'$  **do**  
           $a[x', y'] \leftarrow u'$  >

## shift0/reset0 による多段階 let 挿入

**reset0** ( $E[\text{shift0 } k \rightarrow e]$ )  $\rightarrow e\{k \Leftarrow E\}$

コード生成器: **reset0** for  $x = e1$  to  $e2$  do

**reset0** for  $y = e3$  to  $e4$  do

set  $a(x, y)$  **shift0**  $k_1 \rightarrow$  let  $u = cc1$  in **throw**  $k_1$   $u$

set  $b(x, y)$  **shift0**  $k_2 \rightarrow$  let  $w = cc2$  in **throw**  $k_2$   $w$

# shift0/reset0 による多段階 let 挿入

**reset0** ( $E[\text{shift0 } k \rightarrow e] \rightarrow e\{k \Leftarrow E\}$ )

コード生成器: **reset0** for  $x = e1$  to  $e2$  do

**reset0** for  $y = e3$  to  $e4$  do

set  $a(x, y)$  **shift0**  $k_1 \rightarrow$  let  $u = cc1$  in **throw**  $k_1$   $u$

set  $b(x, y)$  **shift0**  $k_2 \rightarrow$  let  $w = cc2$  in **throw**  $k_2$   $w$

生成コード: < **let**  $w' = cc2'$  **in**

**for**  $x' = e1'$  **to**  $e2'$  **do**

**let**  $u' = cc1'$  **in**

**for**  $y' = e3'$  **to**  $e4'$  **do**

$a[x', y'] \leftarrow u'$

$b[x', y'] \leftarrow w'$  >

# 次に安全性

**コード生成前の段階で，安全なコードかどうかを判断する**

$\gamma_0$  for x = e1 to e2 do  
 $\gamma_1$  for y = e3 to e4 do  
 $\gamma_2$  set a (x,y) complex calc

スコープ	使えるコード変数
$\gamma_0$	なし
$\gamma_1$	x
$\gamma_2$	x,y

型システムでコード変数のスコープを表現:

$$\Gamma = \gamma_2 \geq \gamma_1, \ x : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_1}, \ y : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_2}$$

型システムでコード変数のスコープを表現:

$$\Gamma = \gamma_2 \geq \gamma_1, x : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_1}, y : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_2}$$

$$\Gamma \vdash x : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$$



型システムでコード変数のスコープを表現:

$$\Gamma = \gamma_2 \geq \gamma_1, \ x : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_1}, \ y : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_2}$$

$$\Gamma \vdash x : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$$

$$\Gamma \vdash y : \langle \mathbf{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$$

型システムでコード変数のスコープを表現:

$$\Gamma = \gamma_2 \geq \gamma_1, x : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1}, y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2}$$

$$\Gamma \vdash x : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$$

$$\Gamma \vdash y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$$

$$\Gamma \vdash x \underline{+} y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$$

型システムでコード変数のスコープを表現:

$$\Gamma = \gamma_2 \geq \gamma_1, \ x : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1}, \ y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2}$$

$$\Gamma \vdash x : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$$

$$\Gamma \vdash y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$$

$$\Gamma \vdash x \underline{+} y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$$

$$\Gamma \vdash x \underline{+} y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$$

型システムでコード変数のスコープを表現:

$$\Gamma = \gamma_2 \geq \gamma_1, x : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1}, y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2}$$

$$\Gamma \vdash x : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$$

$$\Gamma \vdash y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$$

$$\Gamma \vdash x + y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_1} \text{ NG}$$

$$\Gamma \vdash x + y : \langle \text{int} \rangle^{\gamma_2} \text{ OK}$$

コードレベルのラムダ抽象の型付け規則で固有変数条件を利用:

$$\frac{\Gamma, \gamma_2 \geq \gamma_1, x : \langle t_1 \rangle^{\gamma_2} \vdash e : \langle t_2 \rangle^{\gamma_2}}{\Gamma \vdash \lambda x. e : \langle t_1 \rightarrow t_2 \rangle^{\gamma_1}} \quad (\gamma_2 \text{ is eigen var})$$

# 環境識別子 (EC) を利用したスコープ表現

## 先行研究:

- 局所的なスコープをもつ破壊的変数をもつコード生成の体系に対する (型安全な) 型システムの構築  
[Sudo, Kiselyov, Kameyama 2014]
- グローバルなスコープをもつ破壊的変数への拡張  
[Kiselyov, Kameyama, Sudo 2016]
- コントロールオペレータには非対応

# 環境識別子 (EC) を利用したスコープ表現

## 先行研究:

- 局所的なスコープをもつ破壊的変数をもつコード生成の体系に対する (型安全な) 型システムの構築  
[Sudo, Kiselyov, Kameyama 2014]
- グローバルなスコープをもつ破壊的変数への拡張  
[Kiselyov, Kameyama, Sudo 2016]
- コントロールオペレータには非対応

## 問題点:

shift0/reset0 などのコントロールオペレータは、スコープの包含関係を逆転させてしまう。

# 環境識別子 (EC) の問題点

# コード生成前・後でスコープの包含関係が逆転

コード生成器：

```
for  $x = e1$  to  $e2$  do  
 $\gamma_0$  reset0 for  $y = e3$  to  $e4$  do  
 $\gamma_1$  shift0  $k \rightarrow$  let  $u = cc$  in  
 $\gamma_2$  throw  $k$   
 $\gamma_3$  set  $a (x, y) u$ 
```



# コード生成前・後でスコープの包含関係が逆転

コード生成器：

```
for  $x = e1$  to  $e2$  do  
   $\gamma_0$  reset0 for  $y = e3$  to  $e4$  do  
     $\gamma_1$  shift0  $k \rightarrow$  let  $u = cc$  in  
       $\gamma_2$  throw  $k$   
         $\gamma_3$  set  $a(x, y) u$ 
```

生成コード：

```
for  $x' = e1'$  to  $e2'$  do  
   $\gamma_0$  let  $u' = cc'$  in  
     $\gamma_2$  for  $y' = e3'$  to  $e4'$  do  
       $\gamma_1$   
         $\gamma_3$   $a[(x', y')] \leftarrow u'$ 
```

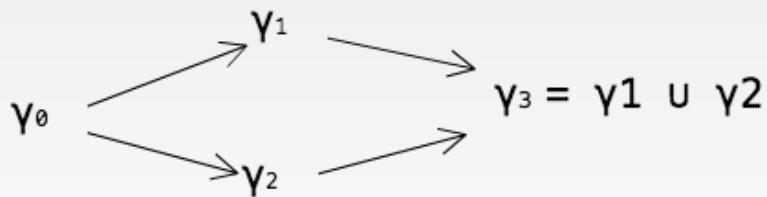
# コード生成前・後でスコープの包含関係が逆転

コード生成器 :	スコープ	使えるコード変数
	$\gamma_0$	x
	$\gamma_1$	x, y
	$\gamma_2$	x, y, u
	$\gamma_3$	x, y, u

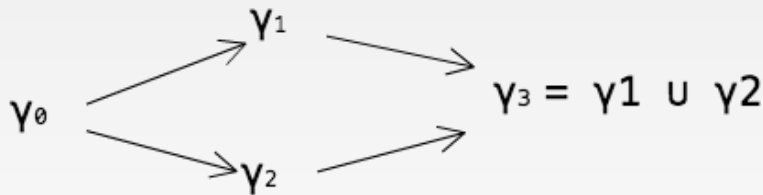
生成コード :	スコープ	使えるコード変数
	$\gamma_0$	x
	$\gamma_1$	x, u
	$\gamma_2$	x, y, u
	$\gamma_3$	x, y, u

- 生成前と生成後の  $\gamma_1$  と  $\gamma_2$  の間には順序関係がない

# 本研究の解決策 EC のジョイン

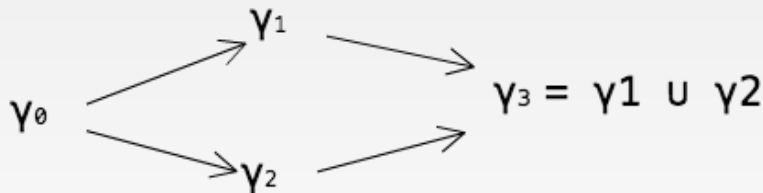


# 本研究の解決策 EC のジョイン



- $\gamma_1$  のコードレベル変数は  $\gamma_2$  では使えない
- $\gamma_2$  のコードレベル変数は  $\gamma_1$  では使えない
- $\gamma_1, \gamma_2$  のコードレベル変数は  $\gamma_3$  で使える

# 本研究の解決策 EC のジョイン



- $\gamma_1$  のコードレベル変数は  $\gamma_2$  では使えない
  - $\gamma_2$  のコードレベル変数は  $\gamma_1$  では使えない
  - $\gamma_1, \gamma_2$  のコードレベル変数は  $\gamma_3$  で使える
- ⇒ Sudo らの体系に  $\cup$  を追加

# コード生成+shift0/reset0 の型システム (の一部)

reset0:

$$\frac{\Gamma \vdash e : \langle t \rangle^\gamma ; \langle t \rangle^\gamma, \sigma}{\Gamma \vdash \mathbf{reset0} \ e : \langle t \rangle^\gamma ; \sigma}$$

shift0:

$$\frac{\Gamma, k : (\langle t_1 \rangle^{\gamma_1} \Rightarrow \langle t_0 \rangle^{\gamma_0}) \sigma \vdash e : \langle t_0 \rangle^{\gamma_0}; \sigma \quad \Gamma \models \gamma_1 \geq \gamma_0}{\Gamma \vdash \mathbf{shift0} \ k.e : \langle t_1 \rangle^{\gamma_1} ; \langle t_0 \rangle^{\gamma_0}, \sigma}$$

throw:

$$\frac{\Gamma \vdash v : \langle t_1 \rangle^{\gamma_1 \cup \gamma_2}; \sigma \quad \Gamma \models \gamma_2 \geq \gamma_0}{\Gamma, k : (\langle t_1 \rangle^{\gamma_1} \Rightarrow \langle t_0 \rangle^{\gamma_0}) \sigma \vdash \mathbf{throw} \ k \ v : \langle t_0 \rangle^{\gamma_2}; \sigma}$$

# APPENDIX

## ④ 健全性の証明



# 健全性の証明 (Subject Reduction)

型安全性 (型システムの健全性; Subject Reduction 等の性質) を厳密に証明する.

## Subject Redcution Property

$\Gamma \vdash M : \tau$  が導ければ (プログラム  $M$  が型検査を通れば),  $M$  を計算して得られる任意の  $N$  に対して,  $\Gamma \vdash N : \tau$  が導ける ( $N$  も型検査を通り,  $M$  と同じ型, 同じ自由変数を持つ)