受験番号		氏　　名		クラス		出席番号	

試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2012年度　全統マーク高２模試問題

数　　学 ①　(100点　60分)

〔数学Ⅰ，数学Ⅰ・数学A〕

2013年２月実施

この問題冊子には，「**数学Ⅰ**」「**数学Ⅰ・数学A**」の２科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

Ⅰ　**注　意　事　項**

1　解答用紙は，第１面(表面)及び第２面(裏面)の両面を使用しなさい。

解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。必要事項欄及びマーク欄に**正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。**

①　**受験番号欄**

受験票が発行されている場合のみ，必ず**受験番号**(数字及び英字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

②　**氏名欄，高校名欄，クラス・出席番号欄**

氏名・フリガナ，高校名・フリガナ及び**クラス・出席番号**を**記入**しなさい。

③　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，マーク欄に**マーク**しなさい。

マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点となることがあります。

解答科目については，間違いのないよう十分に注意し，マークしなさい。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数　　学　　Ⅰ	4～11	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	12～19	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

5　**この注意事項は，問題冊子の裏表紙にも続きます。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。**

河合塾

数　学　I

(全　問　必　答)

第1問 (配点　20)

解説

〔1〕　2 次方程式 $x^2 + 3x - 1 = 0$ の二つの解のうち大きい方を α とする。

$$\alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}} - \boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であり

$$\alpha - \frac{1}{\alpha} = \boxed{\text{オカ}}, \quad \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} = \boxed{\text{キク}}$$

である。

$m \leqq \alpha < m + 1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，$n \leqq \dfrac{1}{\alpha^4} < n + 1$ を満たす整数 n は $\boxed{\text{コサシ}}$ である。

(数学 I 第1問 は次ページに続く。)

〔２〕 k を実数とし，x についての二つの不等式

$$|x+3|<1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$|4x-1|>2k+1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を考える。

(1) ① の解は

$$\boxed{\text{スセ}}<x<\boxed{\text{ソタ}}$$

であり，$k=0$ のとき，② の解は

$$x<\boxed{\text{チ}},\quad \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}<x$$

である。

また，すべての実数 x に対して ② が成り立つような k の値の範囲は

$$k<\frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

(2) ① と ② をともに満たす実数 x が存在しないような k の最小値は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

第2問 （配点　25）

解説

a, b を定数とし，$a > 0$ とする。2次関数

$$y = 2x^2 - (a-4)x + b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフ G は点 A$(-1,\ 4)$ を通る。このとき

$$b = \boxed{ア}\,a + \boxed{イ}$$

であり，G の頂点を P とすると，P の座標は

$$\left(\frac{a - \boxed{ウ}}{\boxed{エ}},\ -\frac{a^2}{\boxed{オ}} + \boxed{カ}\right)$$

である。

(1)　G 上の y 座標が 4 である点の x 座標は -1 と $\dfrac{a - \boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ であり，

点 $\left(\dfrac{a - \boxed{キ}}{\boxed{ク}},\ 4\right)$ を B とすると，AB $= 2$ のとき，△PAB の面積は $\boxed{ケ}$

である。

（数学Ⅰ 第2問 は次ページに続く。）

(2) 関数①の $-1 \leqq x \leqq 1$ における最大値を M，最小値を m とする。

(i) $M > 4$ となるような a の値の範囲は

$$0 < a < \boxed{\text{コ}}$$

である。

(ii) $M = 4$ のとき

$\boxed{\text{コ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{サ}}$ ならば $m = -\dfrac{a^2}{\boxed{\text{オ}}} + \boxed{\text{カ}}$

$\boxed{\text{サ}} < a$ ならば $m = \boxed{\text{シス}}\,a + \boxed{\text{セソ}}$

である。

(iii) $M - m = 6$ となるのは

$$a = \boxed{\text{タ}} - \boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \quad \text{または} \quad a = \boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$$

のときである。

第3問 （配点　30）

解説

$\triangle$ABC を AB $= 8$，CA $= 7$，$\sin\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{3\sqrt{5}}{7}$ である鋭角三角形とする。

(1)　$\cos\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，　BC $= \boxed{\text{ウ}}$

である。また，$\triangle$ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キク}}}$ であり，$\triangle$ABC の面積は $\boxed{\text{ケコ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である。

（数学Ⅰ 第3問 は次ページに続く。）

(2)　△ABC の外接円の点 C を含まない弧 AB 上に，直線 AB と直線 CD が垂直になるように点 D をとり，直線 AB と直線 CD の交点を E とする。このとき

$$\mathrm{CE} = \boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}},\quad \mathrm{BE} = \boxed{セ}$$

であり

$$\tan\angle\mathrm{EDB} = \frac{\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チ}}$$

である。

△ADB を直線 AB を軸として 1 回転してできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{ツテト}}{\boxed{ナニ}}\pi$ である。

第4問 （配点　25）

解説

(1)　x の2次不等式

$$4x^2 + 4x - 99 \leqq 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

の解は

$$-\frac{\boxed{\text{アイ}}}{2} \leqq x \leqq \frac{\boxed{\text{ウ}}}{2}$$

である。

(2)　a を実数とし，x の2次方程式

$$x^2 + (2a + 3)x - 15a^2 + 7a + 2 = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を考える。ここで

$$-15a^2 + 7a + 2 = -\left(\boxed{\text{エ}}\,a + \boxed{\text{オ}}\right)\left(\boxed{\text{カ}}\,a - \boxed{\text{キ}}\right)$$

である。

（数学Ⅰ 第4問 は次ページに続く。）

(i) ② が $x = 2$ を解にもつのは

$$a = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}},\ \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

のときである。

(ii) ② が重解をもつのは

$$a = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

のときであり，重解は $\dfrac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(iii) $a \neq \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ とすると，② は異なる二つの実数解をもつ。そのうち一方だけが ① を満たすような整数 a の値は全部で $\boxed{\text{テ}}$ 個ある。

数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

第1問 （配点　20）

解説

〔1〕　2次方程式 $x^2+3x-1=0$ の二つの解のうち大きい方を α とする。

$$\alpha=\frac{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}-\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であり

$$\alpha-\frac{1}{\alpha}=\boxed{\text{オカ}},\quad \alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=\boxed{\text{キク}}$$

である。

$m\leqq\alpha<m+1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，$n\leqq\dfrac{1}{\alpha^4}<n+1$ を満たす整数 n は $\boxed{\text{コサシ}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A 第1問 は次ページに続く。）

〔2〕

(1)
$$(x+3\sqrt{2})(4-y\sqrt{2})=x+5y\sqrt{2}$$

を満たす有理数 x，y は

$$(x,\ y)=\left(\boxed{\text{スセ}},\ \boxed{\text{ソタ}}\right),\ \left(\boxed{\text{チ}},\ \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\right)$$

である。

(2) 次の $\boxed{\text{ト}}$ ～ $\boxed{\text{ニ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

有理数 a，b に関する条件 p，q，r，s を次のように定める。

p ： $ab=0$

q ： $(a+b\sqrt{2})(b+a\sqrt{2})$ は有理数

r ： $(a+b\sqrt{2})^2$ は有理数

s ： $a\sqrt{b^2+1}$，$b\sqrt{a^2+1}$ の少なくとも一方は無理数

また，条件 r の否定を $\overline{r}$ で表す。このとき

p は q であるための $\boxed{\text{ト}}$。

p は r であるための $\boxed{\text{ナ}}$。

s は $\overline{r}$ であるための $\boxed{\text{ニ}}$。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件でない

② 十分条件であるが，必要条件でない

③ 必要条件でも十分条件でもない

第２問 （配点　25）

解説

a, b を定数とし，$a > 0$ とする。2 次関数

$$y = 2x^2 - (a-4)x + b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフ G は点 A$(-1,\ 4)$ を通る。このとき

$$b = \boxed{\text{ア}}\,a + \boxed{\text{イ}}$$

であり，G の頂点を P とすると，P の座標は

$$\left(\frac{a - \boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}},\ -\frac{a^2}{\boxed{\text{オ}}} + \boxed{\text{カ}}\right)$$

である。

(1) G 上の y 座標が 4 である点の x 座標は -1 と $\dfrac{a - \boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，

点 $\left(\dfrac{a - \boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\ 4\right)$ を B とすると，AB $= 2$ のとき，△PAB の面積は $\boxed{\text{ケ}}$

である。

（数学Ⅰ・数学A 第２問 は次ページに続く。）

(2) 関数①の $-1 \leqq x \leqq 1$ における最大値を M，最小値を m とする。

(i) $M > 4$ となるような a の値の範囲は

$$0 < a < \boxed{\text{コ}}$$

である。

(ii) $M = 4$ のとき

$$\boxed{\text{コ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{サ}} \text{ ならば } m = -\frac{a^2}{\boxed{\text{オ}}} + \boxed{\text{カ}}$$

$$\boxed{\text{サ}} < a \text{ ならば } m = \boxed{\text{シス}}\,a + \boxed{\text{セソ}}$$

である。

(iii) $M - m = 6$ となるのは

$$a = \boxed{\text{タ}} - \boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \text{ または } a = \boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$$

のときである。

第3問 （配点　30）

解説

$\triangle$ABC を $AB = 8$，$CA = 7$，$\sin \angle BAC = \frac{3\sqrt{5}}{7}$ である鋭角三角形とする。

(1)　　$\cos \angle BAC = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，　$BC = \boxed{ウ}$

である。また，$\triangle$ABC の外接円の半径は $\frac{\boxed{エオ}\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キク}}$ であり，$\triangle$ABC の面積は $\boxed{ケコ}\sqrt{\boxed{サ}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A 第3問 は次ページに続く。）

(2)　△ABC の外接円の点 C を含まない弧 AB 上に $AD = BD$ となるように点 D をとる。このとき

$$\cos\angle ADB = \frac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}},\quad AD = \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}$$

であり，△ADB の面積は $\boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ である。

直線 AB と直線 CD の交点を E とすると

$$DE\cdot EC = \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}},\quad \frac{DE}{EC} = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

であり，△ABC の内接円の中心を I とすると

$$EI = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ハヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}}$$

である。

第4問 （配点　25）

解説

袋の中に赤玉4個，白玉4個，青玉4個の合計12個の玉が入っている。各色の玉には0から3までの番号がつけられている。この袋から同時に3個の玉を取り出す。

3個の玉の取り出し方は全部で $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りある。

(1) 玉の色が1種類となる取り出し方は $\boxed{\text{エオ}}$ 通りであり，そのうち，玉に書かれた三つの数の和が6になるものは $\boxed{\text{カ}}$ 通りである。

また，玉の色が2種類となる取り出し方は $\boxed{\text{キクケ}}$ 通りであり，そのうち，2個ある同じ色の玉に書かれた二つの数の積が6となるものは $\boxed{\text{コサ}}$ 通りである。

（数学Ⅰ・数学A 第4問 は次ページに続く。）

(2) 得点を次のように定める。

- 取り出した玉の色が 3 種類のときは 1 点とする
- 取り出した玉の色が 2 種類のときは 2 個ある同じ色の玉に書かれた二つの数の積を得点とする
- 取り出した玉の色が 1 種類のときは玉に書かれた三つの数の和を得点とする

得点が 5 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセソ}}}$ であり，得点が 1 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

また，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{トナニ}}}{\boxed{\text{ヌネノ}}}$ 点である。

II　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－，±）又は数字（０～９）が入ります。**ア，イ，ウ，**… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア，イ，ウ，**… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 $\boxed{\text{アイウ}}$ に －83 と答えたいとき

ア	● ± ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ± ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨
ウ	⊖ ± ⓪ ① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

5　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

問題を解く際には，「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し，試験終了後に配付される「学習の手引き」にそって自己採点し，再確認しなさい。