クラス		受験番号	
出席番号		氏　　名	

高2

2014年度

第2回　全統高2模試問題

数　　学

2014年8月実施　　　　(100分)

試験開始の合図があるまで，この「問題」冊子を開かず，下記の注意事項をよく読むこと。

注　意　事　項

1.　この「問題」冊子は7ページである。
2.　解答用紙は別冊子になっている。(「受験届・解答用紙」冊子表紙の注意事項を熟読すること。)
3.　本冊子に脱落や印刷不鮮明の箇所及び解答用紙の汚れ等があれば試験監督者に申し出ること。
4.　**1 2 3は必須問題，4 5 6 7は選択問題**である。**4 5 6 7の4題中，任意の1題を選択**して解答すること。(選択パターン以外で解答した場合は，解答のすべてを無効とする場合がある。)

解答用紙	イ		ロ				
問題番号	1	2	3	4	5	6	7
選択パターン	●	●	●	○			
	●	●	●		○		
	●	●	●			○	
	●	●	●				○

●…必須　○…選択

5.　試験開始の合図で「受験届・解答用紙」冊子の該当する解答用紙を切り離し，所定欄に**氏名**(漢字及びフリガナ)，**在学高校名**，**クラス名**，**出席番号**，**受験番号**(受験票発行の場合のみ)，**選択番号**(数学ロの裏面のみ)を明確に記入すること。
6.　指定の解答欄外へは記入しないこと。採点されない場合があります。
7.　試験終了の合図で上記5.の ■■■ の箇所を再度確認すること。
8.　**未解答の解答用紙は提出しないこと。**
9.　答案は，試験監督者の指示に従って提出すること。

河合塾

1464920322110010

1 【必須問題】（配点　30点）

解説

次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を求めよ．

(1) $(2x-y)(x+2y)$ を展開すると，

$$\boxed{}$$

となる．

(2) $\dfrac{3}{x-1}-\dfrac{2x+3}{(x-1)(x+2)}$ を計算すると，

$$\boxed{}$$

となる．

(3) 2 次関数 $y=2x^2+x+1$ の最小値は，

$$\boxed{}$$

である．

(4) $\mathrm{BC}=2$，$\angle\mathrm{ABC}=60^\circ$，$\angle\mathrm{ACB}=75^\circ$ の三角形 ABC において，外接円の半径は，

$$\boxed{}$$

である．

(5) i を虚数単位とする．$\dfrac{3-i}{1+i}$ を $a+bi$（a，b は実数）の形で表すと，

$$\boxed{}$$

となる．

(6) 9 冊の異なる本を 1 冊，4 冊，4 冊の 3 組に分ける方法は，

$\boxed{}$ 通り

ある．

2 【必須問題】（配点　70点）　解説

[１]　x についての２つの不等式

$$|x-2| \leqq 1, \quad \cdots ①$$

$$x^2-ax-a^2+2a-4<0 \quad \cdots ②$$

がある．ただし，a は実数の定数とする．

⑴　① を解け．

⑵　$a=4$ のとき，② を解け．

⑶　① を満たすすべての x が ② を満たすような a の値の範囲を求めよ．

[２]　原点を O とする xy 平面上に，点 A を中心とする円

$$C : x^2+y^2-4x-2y+k=0$$

があり，C は x 軸に接している．ただし，k は $k<5$ を満たす定数とする．

⑴　A の座標と k の値を求めよ．

⑵　O を通る C の接線のうち，x 軸でないものの方程式を求めよ．

⑶　O を通る直線 l が C と２点 P，Q で交わり，$\angle \mathrm{PAQ}=120^\circ$ となるとき，l の方程式を求めよ．

3　**【必須問題】**（配点　50点）　**解説**

a，b，c，d は実数の定数とする．x についての 2 つの方程式

$$x^2+ax+b=0, \qquad \cdots①$$

$$x^3+bx^2+cx+d=0 \qquad \cdots②$$

がある．① の左辺を $x-1$ で割ったときの余りは 4 である．

(1)　b を a を用いて表せ．

(2)　① は実数解をもつとする．a のとり得る値の範囲を求めよ．

(3)　② の左辺を x^2+x+1 で割ったときの余りが $x+a$ であるとする．

(i)　c を a を用いて表せ．また，d の値を求めよ．

(ii)　① と ② が共通の実数解をもつような a の値を求めよ．また，そのときの ① と ② の共通の実数解を求めよ．

4 【選択問題(数学A　確率)】 (配点　50点)

解説

A，B の 2 人が，それぞれ硬貨を 1 枚投げるゲームを行う．1 回のゲームにおいて，

・2 人の投げた硬貨が 2 枚とも表の場合は A の勝ち

・2 人の投げた硬貨が 2 枚とも裏の場合は B の勝ち

・2 人の投げた硬貨が表と裏の 1 枚ずつの場合は引き分け

とする．ただし，1 枚の硬貨を投げるとき，表が出る確率と裏が出る確率は等しいものとする．

また，このゲームを何回か繰り返し行い，次のように優勝者を決める．

・A が合計で 3 勝したら，その時点で A を優勝者とする

・B が 2 回続けて勝ったら，その時点で B を優勝者とする

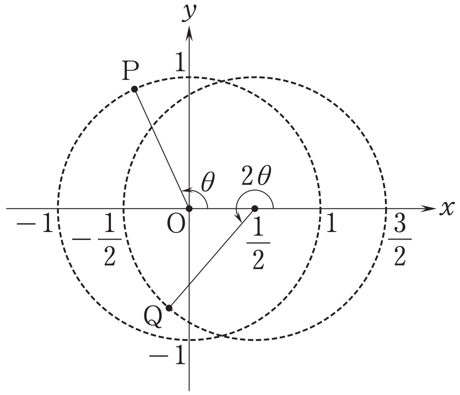
(1)　1 回のゲームで A が勝つ確率，B が勝つ確率，引き分けになる確率をそれぞれ求めよ．

(2)　3 ゲーム目で優勝者が決まる確率を求めよ．

(3)　4 ゲーム目で優勝者が決まる確率を求めよ．

(4)　5 ゲーム目で優勝者が決まる確率を求めよ．

5 **【選択問題(数学Ⅱ　三角関数)】**（配点　50点）　**解説**



xy 平面上において，原点Oを中心とする半径1の円周上に点 $P(\cos\theta,\ \sin\theta)$ が，点 $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$ を中心とする半径1の円周上に点 $Q\left(\frac{1}{2}+\cos 2\theta,\ \sin 2\theta\right)$ がある．ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$ である．

(1)　Pの y 座標が $\frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき，θ の値を求めよ．

(2)　PとQの y 座標が等しくなるとき，θ の値を求めよ．

(3)　2点P，Q間の距離を d とする．θ が $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲を動くとき，d の最小値を求めよ．また，そのときのQの座標を求めよ．

$\boxed{6}$ 【選択問題(数学B　数列)】（配点　50点）

解説

自然数を次のように奇数個ずつ並べた組を考える．

$$
\begin{array}{ll}
\text{第 1 組} & 1 \\
\text{第 2 組} & 2 \quad 3 \quad 2 \\
\text{第 3 組} & 3 \quad 4 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \\
\vdots & \vdots \\
\text{第 } k \text{ 組} & \underbrace{k \quad k+1 \quad k+2 \quad \cdots \quad 2k-2 \quad 2k}_{k\text{ 個}}\underbrace{-1 \quad 2k-2 \quad \cdots \quad k+2 \quad k+1 \quad k}_{k\text{ 個}} \\
\vdots & \vdots
\end{array}
$$

ただし，第 1 組は 1 だけからなり，第 k 組（$k=2, 3, 4, \cdots$）は，左端の k から中央の $2k-1$ までの k 項は公差 1 の等差数列であり，中央の $2k-1$ から右端の k までの k 項は公差 -1 の等差数列である．

これらの数を第 1 組から順に左から並べてできる数列

$$\underbrace{1}_{\text{第 1 組}},\ \underbrace{2,\ 3,\ 2}_{\text{第 2 組}},\ \underbrace{3,\ 4,\ 5,\ 4,\ 3}_{\text{第 3 組}},\ \cdots$$

の第 n 項を a_n（$n=1, 2, 3, \cdots$）とする．

⑴　数列 $\{a_n\}$ において，初めて現れる 11 は第何項か．

⑵　第 k 組に含まれる項の総和を T_k とおく．T_k を k を用いて表せ．また，$\sum_{k=1}^{n} T_k$ を n を用いて表せ．

⑶　a_{1000} を求めよ．

⑷　和 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{1000}$ を求めよ．

7 【選択問題(数学B　ベクトル)】（配点　50点）

解説

三角形ABCにおいて，辺BCを2:1に内分する点をD，三角形ABCの重心をGとする．

(1) $\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AG}$ を $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ．

(2) 直線BG上に点Eがある．

(i) k を実数として，$\overrightarrow{BE}=k\overrightarrow{BG}$ とおくとき，$\overrightarrow{AE}$ を k，$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ．

(ii) Eが直線AD上にあるとき，$\overrightarrow{AE}$ を $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ．

(3) Eは(2)(ii)で定めた点とする．

(i) $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ を $\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AG}$ を用いて表せ．

(ii) x は実数とする．

$$2\overrightarrow{AP}+x\overrightarrow{BP}+x^2\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{0}$$

を満たす点Pが三角形AGEの周および内部に存在するような x の値の範囲を求めよ．