クラス		受験番号	
出席番号		氏　名	

2012年度

第2回 全統高2模試問題

数　　学

2012年8月実施　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(100分)

試験開始の合図があるまで，この「問題」冊子を開かず，下記の注意事項をよく読むこと。

注　意　事　項

1. この「問題」冊子は7ページである。
2. 解答用紙は別冊子になっている。(「受験届・解答用紙」冊子表紙の注意事項を熟読すること。)
3. 本冊子に脱落や印刷不鮮明の箇所及び解答用紙の汚れ等があれば試験監督者に申し出ること。
4. **$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$は必須問題，$\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{7}$は選択問題**である。**$\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{7}$の4題中，任意の1題を選択**して解答すること。(選択パターン以外で解答した場合は，解答のすべてを無効とする場合がある。)

解答用紙	イ		ロ				
問題番号	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$
選択パターン	●	●	●	○			
	●	●	●		○		
	●	●	●			○	
	●	●	●				○

●…必須　○…選択

5. 試験開始の合図で「受験届・解答用紙」冊子の該当する解答用紙を切り離し，所定欄に**氏名**(漢字及びフリガナ)，**在学高校名**，**クラス名**，**出席番号**，**受験番号**(受験票発行の場合のみ)，**選択番号**(数学ロの裏面のみ)を明確に記入すること。
6. 指定の解答欄外へは記入しないこと。採点されない場合があります。
7. 試験終了の合図で上記5.の ■■■ の箇所を再度確認すること。
8. **未解答の解答用紙は提出しないこと。**
9. 答案は試験監督者の指示に従って提出すること。

河合塾

1 【必須問題】（配点　30点） 解説

次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を求めよ．

(1)　$(x+2y)^3$ を展開すると，

$$\boxed{}$$

である．

(2)　$x^2-ax+2=(x-2)(x-b)$ が x についての恒等式となる a，b の値は，

$$a=\boxed{(ア)},\quad b=\boxed{(イ)}$$

である．

(3)　1から200までの自然数のうち，3の倍数であり5の倍数でないものは，

$\boxed{}$ 個

ある．

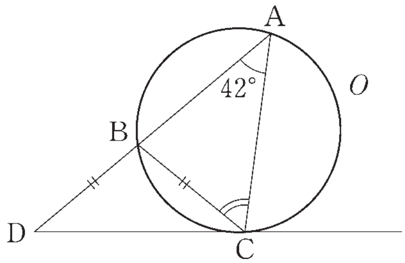
(4)　右の図において，三角形ABCの外接円を O として，点Cにおける O の接線と直線ABの交点をDとする．

$$\angle BAC=42°,\ BC=BD$$

であるとき，

$$\angle ACB=\boxed{}°$$

である．



(5)　実数 x についての2つの条件

$$p：x^2-3x-4\leqq 0,\quad q：x\leqq a$$

がある．p が q であるための十分条件となる a の値の範囲は，

$$\boxed{}$$

である．

(6)　i を虚数単位とする．$\dfrac{1-i}{2+i}=a+bi$ が成り立つ実数 a，b の値は，

$$a=\boxed{(ア)},\quad b=\boxed{(イ)}$$

である．

2 【必須問題】（配点　70点）

解説

［1］　三角形 ABC とその外接円 K があり，

$$AB=3,\quad AC=5,\quad \angle BAC=60^\circ$$

である．

(1)　辺 BC の長さを求めよ．

(2)　K の半径と，三角形 ABC の面積を求めよ．

(3)　K の弧 BC（A を含まない方）上に点 P を，線分 BP の長さが 3 となるようにとり，2 直線 AP, BC の交点を Q とする．線分 CP の長さと AQ：QP を求めよ．

［2］　3 個のサイコロを同時に振り，3 個の出た目の数の積を S とする．

(1)　$S=3$ となる確率を求めよ．

(2)　S が偶数となる確率を求めよ．

(3)　S が 8 の倍数となる確率を求めよ．

3 **【必須問題】**（配点　50点）　　解説

a, b を実数の定数とする．x の 3 次式

$$f(x)=x^3+ax^2+ax+b,$$

$$g(x)=x^3+bx^2+ax+a$$

があり，2 つの方程式 $f(x)=0$, $g(x)=0$ が，いずれも $x=-1$ を解にもつ．

(1)　b の値を求めよ．

(2)　a を整数とする．方程式 $f(x)=0$ が 2 つの虚数解 α, β をもち，さらに方程式 $g(x)=0$ が，α, β のいずれとも異なる 2 つの虚数解をもつような a の値を求めよ．

(3)　(2) のとき，

(i)　α^3, β^3 の値を求めよ．

(ii)　積 $g(\alpha^{2012})g(\beta^{2012})$ の値を求めよ．

4 【選択問題(数学Ⅱ　図形と方程式)】（配点　50点） 解説

xy 平面上に

$$\text{放物線 } C : y=x^2, \quad \text{直線 } l : y=ax+b \quad (a,\ b \text{ は定数})$$

がある．

(1)　$a=2$ かつ $b=3$ のとき，C と l の共有点の x 座標を求めよ．

(2)　C と l がただ 1 つの共有点をもつとき，b を a を用いて表せ．

(3)　(2) のとき，放物線 $y=x^2-1$ と l の 2 つの共有点を P，Q とする．ただし，(P の x 座標)<(Q の x 座標) とする．また，線分 PQ を 2：1 に内分する点を R とする．

(i)　P，Q，R の x 座標を a を用いて表せ．

(ii)　P が第 3 象限にあるように a が変化するとき，R の軌跡を求めよ．

$\boxed{5}$ **【選択問題(数学Ⅱ　三角関数)】**（配点　50点） **解説**

2つの関数

$$f(x)=\sin x\cos x,$$

$$g(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cos x-\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\sin x$$

がある．

(1) $f(x)$ を $\sin 2x$ を用いて表せ．

(2) $g(x)$ を $\cos 2x$ を用いて表せ．

(3) $0\leqq x<2\pi$ とする．不等式 $f(x)g(x)\leqq 0$ を解け．

(4) $0\leqq x<2\pi$ とする．関数 $y=|f(x)g(x)|$ のグラフを描け．

また，方程式

$$|f(x)g(x)|=\frac{1}{10}\sin\frac{x}{2}\quad(0\leqq x<2\pi)$$

のすべての解の和を求めよ．

6 【選択問題(数学B　数列)】（配点　50点）

解説

n を自然数とする．

(1)　a_n が，n 個の正の奇数 1，3，5，…，$2n-1$ の和，すなわち

$$a_n=1+3+5+\cdots+(2n-1)$$

であるとき，a_n を求めよ．

(2)　数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，

$$S_n=\frac{1}{2}(3n^2-n)\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立っている．

b_1 を求め，さらに b_n を求めよ．

(3)　(1)の a_n で定まる数列 $\{a_n\}$ と(2)の数列 $\{b_n\}$ のいずれにも含まれる項を，小さいものから順に並べて得られる数列を，

$$c_1,\ c_2,\ c_3,\ \cdots$$

とする．N を自然数とするとき，数列 $\{c_n\}$ の初項から第 $2N$ 項までの和を求めよ．

7 【選択問題(数学B　ベクトル)】（配点　50点）

解説

三角形OABがあり，その重心をGとする．

正の数 t に対して，2点P，Qを

$$\overrightarrow{OP}=3t\,\overrightarrow{OA},\quad \overrightarrow{OQ}=t\,\overrightarrow{OB}$$

となるようにとる．さらに実数 u に対して，点Rを $\overrightarrow{PR}=u\,\overrightarrow{PQ}$ となるようにとる．

(1) $\overrightarrow{OG}$ を $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{OR}$ を u，$\overrightarrow{OP}$，$\overrightarrow{OQ}$ を用いて表せ．

(3) Rが直線OG上にあるとき，u の値を求め，$\overrightarrow{OR}$ を t，$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ．

(4) (3)のとき，三角形GRQの面積が三角形OABの面積の $\dfrac{1}{36}$ 倍となるような t の値を求めよ．