受験番号		氏　　名		クラス		出席番号	

試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2012年度　第３回　全統マーク模試問題

数　　学①（100点　60分）

〔数学Ⅰ，数学Ⅰ・数学A〕

2012年10月実施

この問題冊子には，「**数学Ⅰ**」「**数学Ⅰ・数学A**」の２科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

Ⅰ　**注　意　事　項**

1　解答用紙は，第１面(表面)及び第２面(裏面)の両面を使用しなさい。

解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。必要事項欄及びマーク欄に**正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。**

①　**受験番号欄**

受験票が発行されている場合のみ，必ず**受験番号**(数字及び英字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

②　**氏名欄，高校名欄，クラス・出席番号欄**

氏名・フリガナ，高校名・フリガナ及び**クラス・出席番号**を**記入**しなさい。

③　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，マーク欄に**マーク**しなさい。

マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点となることがあります。

解答科目については，間違いのないよう十分に注意し，マークしなさい。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数　　学　　Ⅰ	4～11	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	12～19	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

5　**この注意事項は，問題冊子の裏表紙にも続きます。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。**

河合塾

数　学　I

（全　問　必　答）

第1問　（配点　20）

解説

〔1〕　2次方程式 $x^2 - 5x + 5 = 0$ の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{ア}} \pm \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

　このうち，小さい方を x_1，大きい方を x_2 とし，$\alpha = |x_1 - 2|$，$\beta = |x_2 - 2|$ とすると

$$\alpha + \beta = \sqrt{\boxed{\text{エ}}},\quad \alpha\beta = \boxed{\text{オ}}$$

である。

　また

$$\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{\text{カ}},\quad \alpha^6 + \beta^6 = \boxed{\text{キク}}$$

であり，$m \leqq \beta^6 < m + 1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

（数学I 第1問 は次ページに続く。）

〔2〕

(1)　$(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})$ を計算すると

$$(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}) = \{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}$$
$$= (1+\sqrt{2})^{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}$$
$$= \boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

また，$1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}$ を変形すると

$$1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6} = \left(\boxed{\text{ソ}}+\sqrt{\boxed{\text{タ}}}\right)\left(\boxed{\text{ソ}}+\sqrt{\boxed{\text{チ}}}\right)$$

である。ただし，$\boxed{\text{タ}} < \boxed{\text{チ}}$ とする。

(2)　連立不等式

$$\begin{cases}(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})x < 1 \\ (1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6})x > 1\end{cases}$$

の解は

$$\frac{\boxed{\text{ツ}}-\sqrt{\boxed{\text{テ}}}-\sqrt{\boxed{\text{ト}}}+\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}} < x$$
$$< \frac{\boxed{\text{ヌ}}+\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}-\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{テ}} < \boxed{\text{ト}}$ とする。

第2問 （配点　25）

解説

a，b を定数として2次関数

$$y = x^2 - (4a - 2)x + b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

について考える。関数①のグラフ G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}a - \boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウエ}}a^2 + \boxed{\text{オ}}a + b - \boxed{\text{カ}}\right)$$

である。

(1) 関数①の最小値が -25 であるとする。

$$b = \boxed{\text{キ}}a^2 - \boxed{\text{ク}}a - \boxed{\text{ケコ}}$$

である。さらに，G と y 軸の $y < 0$ の部分が交わるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{サシ}} < a < \boxed{\text{ス}}$$

である。

$\boxed{\text{サシ}} < a < \boxed{\text{ス}}$ を満たす a のうち，最小の整数を a_1，最大の整数を a_2 とする。

$a = a_1$ のときの $0 \leqq x \leqq 4$ における関数①の最大値を M_1，$a = a_2$ のときの $0 \leqq x \leqq 4$ における関数①の最大値を M_2 とするとき

$$M_1 - M_2 = \boxed{\text{セソ}}$$

である。

（数学Ⅰ 第2問 は次ページに続く。）

(2) $b=2$ とする。

G と x 軸が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{\text{タ}} - \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}, \quad \frac{\boxed{\text{タ}} + \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}} < a$$

である。さらに，G と x 軸の $0 < x < 2$ の部分が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{テ}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}} < a < \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

第3問 （配点　30）

解説

△ABC において，AB = 5，BC = $\sqrt{6}$，CA = 4 であるとき

$$\cos\angle\mathrm{ABC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad \sin\angle\mathrm{ABC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり，△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$，△ABC の外接円の半径は

$\dfrac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

（数学Ⅰ 第3問 は次ページに続く。）

辺 AB 上に点 D を BD = 1 となるようにとる。このとき

$$\mathrm{CD} = \boxed{\text{セ}}$$

であり，さらに，△ABC の外接円と直線 CD との交点のうち C と異なる方を E とする。このとき

$$\mathrm{AE} = \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}, \quad \mathrm{DE} = \boxed{\text{チ}}$$

である。

したがって，△AED の面積は $\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}$ であり，△ABC の面積を S_1，△AEB の面積を S_2 とするとき

$$\frac{S_2}{S_1} = \boxed{\text{ト}}$$

である。

第４問 （配点　25）

解説

(1)　正の実数 α は

$$\frac{\alpha^2}{4}+\frac{1}{\alpha^2}=8 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たしている。

$$\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{\alpha}\right)^2=\frac{\alpha^2}{4}+\frac{1}{\alpha^2}+\boxed{\text{ア}}$$

であるから，① より

$$\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{\alpha}\right)^2=\boxed{\text{イ}} \quad \text{すなわち}$$

$$\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{\alpha}=\boxed{\text{ウ}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

となる。また

$$\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{\alpha}\right)^2=\frac{\alpha^2}{4}+\frac{1}{\alpha^2}-\boxed{\text{エ}}$$

であるから，① より

$$\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{\alpha}\right)^2=\boxed{\text{オ}} \quad \text{すなわち}$$

$$\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{\alpha}=\pm\sqrt{\boxed{\text{オ}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

となる。

②，③ より

$$\alpha=\boxed{\text{ウ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。この二つの値のうち，大きい方を α_1，小さい方を α_2 とする。

（数学Ｉ 第４問 は次ページに続く。）

正の実数 β が

$$\frac{\beta^2}{4}+\frac{16}{\beta^2}=8$$

を満たしているとき

$$\beta=\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\pm\boxed{\text{ク}}$$

である。この二つの値のうち，大きい方を β_1，小さい方を β_2 とする。

このとき

$$\alpha_1{}^2=\boxed{\text{ケコ}}+\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

$$\beta_1{}^2=\boxed{\text{スセ}}+\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

であるから，α_1 と β_1 の大小関係は $\boxed{\text{チ}}$ である。$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ $\alpha_1>\beta_1$　　① $\alpha_1=\beta_1$　　② $\alpha_1<\beta_1$

(2) n を整数として，x の不等式

$$|x-n|\leqq 1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

を考える。

(i) $n=2$ のとき，④ の解は

$$\boxed{\text{ツ}}\leqq x\leqq\boxed{\text{テ}}$$

であるから，(1) の四つの値 α_1，α_2，β_1，β_2 のうち，$\boxed{\text{ト}}$ 個の値が ④ の解に含まれる。

(ii) (1) の四つの値 α_1，α_2，β_1，β_2 のうち，ちょうど 2 個の値が ④ の解に含まれる n の値は $\boxed{\text{ナ}}$ 個ある。

数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

第１問　（配点　20）

解説

〔１〕　２次方程式 $x^2 - 5x + 5 = 0$ の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{ア}} \pm \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

このうち，小さい方を x_1，大きい方を x_2 とし，$\alpha = |x_1 - 2|$，$\beta = |x_2 - 2|$ とすると

$$\alpha + \beta = \sqrt{\boxed{\text{エ}}}, \quad \alpha\beta = \boxed{\text{オ}}$$

である。

また

$$\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{\text{カ}}, \quad \alpha^6 + \beta^6 = \boxed{\text{キク}}$$

であり，$m \leqq \beta^6 < m + 1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A 第１問 は次ページに続く。）

〔2〕 有理数 a，b に関する条件 p，q，r を次のように定める。

$$p : ab = 0$$
$$q : a^2 + b^2 = 0$$
$$r : a + b\sqrt{2} = 0$$

(1) 次の $\boxed{\text{サ}}$ ～ $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$b = 0$ であることは p であるための $\boxed{\text{サ}}$。

p は q であるための $\boxed{\text{シ}}$。

q は r であるための $\boxed{\text{ス}}$。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件でない
② 十分条件であるが，必要条件でない
③ 必要条件でも十分条件でもない

(2) 条件 q の否定を $\overline{q}$ で表す。

(i) 次の $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の④～⑧のうちから一つ選べ。

$\overline{q}$ と同値である条件は $\boxed{\text{セ}}$ である。

(ii) 二つの条件 $\overline{q}$，s について，$\overline{q}$ は s であるための必要条件であるが，十分条件でないとする。下の④～⑧のうち s に該当するものは $\boxed{\text{ソ}}$ 個ある。

④ $|ab| > ab$　　⑤ $a^2 - b^2 = 0$　　⑥ $(a-1)(b-1) = 0$
⑦ $a^2 + b^2 > 0$　　⑧ $ab \neq 0$

第2問 （配点　25）

解説

a, b を定数として2次関数

$$y = x^2 - (4a - 2)x + b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

について考える。関数①のグラフ G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a - \boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウエ}}\,a^2 + \boxed{\text{オ}}\,a + b - \boxed{\text{カ}}\right)$$

である。

(1) 関数①の最小値が -25 であるとする。

$$b = \boxed{\text{キ}}\,a^2 - \boxed{\text{ク}}\,a - \boxed{\text{ケコ}}$$

である。さらに，G と y 軸の $y < 0$ の部分が交わるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{サシ}} < a < \boxed{\text{ス}}$$

である。

$\boxed{\text{サシ}} < a < \boxed{\text{ス}}$ を満たす a のうち，最小の整数を a_1，最大の整数を a_2 とする。

$a = a_1$ のときの $0 \leqq x \leqq 4$ における関数①の最大値を M_1，$a = a_2$ のときの $0 \leqq x \leqq 4$ における関数①の最大値を M_2 とするとき

$$M_1 - M_2 = \boxed{\text{セソ}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A 第2問 は次ページに続く。）

(2) $b = 2$ とする。

G と x 軸が異なる2点で交わるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{\text{タ}} - \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}, \quad \frac{\boxed{\text{タ}} + \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}} < a$$

である。さらに，G と x 軸の $0 < x < 2$ の部分が異なる2点で交わるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{テ}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}} < a < \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

第3問 （配点　30）

解説

△ABC において，AB = 5，BC = $\sqrt{6}$，CA = 4 であるとき

$$\cos\angle\mathrm{ABC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin\angle\mathrm{ABC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり，△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$，△ABC の外接円の半径は

$\dfrac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A 第3問 は次ページに続く。）

直線 CA に関して点 B と反対側に点 D を $\mathrm{CD}=3$，$\mathrm{AD}=2$ であるようにとる。このとき

$$\cos\angle\mathrm{CDA}=\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

であり，点 D について，次の⓪，①のうち正しいものは $\boxed{\text{チ}}$ である。

⓪ 点 D は △ABC の外接円の周上にある

① 点 D は △ABC の外接円の周上にない

線分 CD 上に点 E を $\mathrm{DE}=1$ であるようにとる。このとき

$$\mathrm{AE}=\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

であり

$$\cos\angle\mathrm{CEA}=-\frac{\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

さらに，線分 AD 上に点 F を $\angle\mathrm{CFA}=\angle\mathrm{CEA}$ であるようにとる。このとき

$$\mathrm{CF}=\frac{\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

であり，四角形 ACEF の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノハ}}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である。

第4問 （配点　25）

解説

1から7までの数字が一つずつ書かれた7枚のカードがあり，これをすべて横一列に並べる。このようなカードの並べ方は $\boxed{\text{アイウエ}}$ 通りある。

(1)　1と書かれたカードと7と書かれたカードが隣り合うようなカードの並べ方は $\boxed{\text{オカキク}}$ 通りであり，1と書かれたカードと7と書かれたカードの間にあるカードが5と書かれたカードだけであるようなカードの並べ方は $\boxed{\text{ケコサ}}$ 通りである。

（数学Ⅰ・数学A 第4問 は次ページに続く。）

(2)　カードを並べる前の持ち点を0点として，並べたカードの並び方によって次のように得点を加える。

1と書かれたカードと7と書かれたカードの間に，偶数が書かれたカードが1枚以上あるときは2点を加え，3の倍数が書かれたカードが1枚以上あるときは3点を加える。

例えば，並べたカードが，$\boxed{2}$，$\boxed{7}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{1}$，$\boxed{3}$ であるとき，カードを並べた後の得点は5点である。

カードを並べた後の得点が0点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。カードを並べた後の得点が，3点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ であり，2点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

また，カードを並べた後の得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ 点である。

II 解答上の注意

1 解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2 問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－，±)又は数字(０～９)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 $\boxed{\text{アイウ}}$ に －83 と答えたいとき

ア	● ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ	− ± 0 1 2 3 4 5 6 7 ● 9
ウ	− ± 0 1 2 ● 4 5 6 7 8 9

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

5 根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に

$\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

問題を解く際には，「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し，試験終了後に配付される「学習の手引き」にそって自己採点し，再確認しなさい。