受験番号		氏　名		クラス		出席番号	

試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2014年度　全統センター試験プレテスト問題

新・旧課程

数学②〔数学Ⅱ　数学Ⅱ・数学B／旧数学Ⅱ・旧数学B〕（100点　60分）

2014年11月実施

Ⅰ　注意事項

1　解答用紙は，第１面(表面)及び第２面(裏面)の両面を使用しなさい。
解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点**となることがあります。

解答科目については，間違いのないよう十分に注意し，マークしなさい。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

〔新教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4～14	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15～28	

〔旧教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4～14	左の３科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15～28	
旧数学Ⅱ・旧数学B	29～45	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
4　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**
5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

河合塾

1461610112150090

数　学　Ⅱ

(全　問　必　答)

第１問 （配点　30）

解説

〔1〕 p を実数の定数とし，$0<\theta<\frac{\pi}{2}$ において

$$f(\theta)=\tan^2\theta+\frac{1}{\tan^2\theta}-2p\tan\theta-\frac{2p}{\tan\theta}+1$$

とする。

$u=\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}$ とおくと $u^2=\tan^2\theta+\frac{1}{\tan^2\theta}+\boxed{\text{ア}}$ であるから，

$f(\theta)$ を u を用いて表すと

$$f(\theta)=u^2-\boxed{\text{イ}}pu-\boxed{\text{ウ}}$$

となる。また

$$u=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\sin2\theta}$$

である。

(数学Ⅱ 第１問 は次ページに続く。)

(1) $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき，u の値は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。また，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において u の値が $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ となるような θ の値は $\dfrac{\pi}{6}$ と $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2) $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，u のとり得る値の範囲は $u \geqq \boxed{\text{コ}}$ である。また，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において u の値が $\boxed{\text{コ}}$ となるような θ の値は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(3) $\alpha=\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ とすると

$$f(\theta)-f\left(\frac{\pi}{6}\right)=(u-\alpha)\left(u+\alpha-\boxed{\text{シ}}\,p\right)$$

と表される。このことを利用すれば，θ の方程式 $f(\theta)=f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ が $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において異なる三つの解をもつような p の値は

$$p=\frac{\boxed{\text{ス}}+\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

であることがわかる。

（数学Ⅱ 第１問 は次ページに続く。）

解説

〔2〕 O を原点とする座標平面上に点 A$(-4,\ -2)$ をとり，円 $x^2+y^2=4$ を C_1 とする。

(1) 直線 OA の方程式は $y=\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}x$ である。

(2) 点 A を通り，傾きが m である直線を ℓ とすると，

O と ℓ の距離は $\dfrac{\left|\boxed{テ}m-\boxed{ト}\right|}{\sqrt{m^2+\boxed{ナ}}}$ である。

ℓ が C_1 と接するとき $m=\boxed{ニ},\ \dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ である。

以下，$m=\boxed{ニ},\ \dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ のときの ℓ をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とする。

（数学Ⅱ 第 1 問 は次ページに続く。）

(3) ℓ_1，ℓ_2 に接し，C_1 に外接する円のうち，中心が第1象限にあるものを C_2 とする。C_2 の中心をBとすると，Bは直線 $y=\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}x$ 上にあり，Bの座標は

$$\left(\boxed{ノ}\left(\boxed{ハ}+\sqrt{\boxed{ヒ}}\right),\ \boxed{ハ}+\sqrt{\boxed{ヒ}}\right)$$

である。

また，C_2 の半径は $\boxed{フ}+\sqrt{\boxed{ヘ}}$ である。

第２問　（配点　30）

解説

p を実数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x)=2x^3-(p+2)x^2+(p-1)x+2p$$

とする。また，曲線 $y=f(x)$ を C_1 とする。$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2-\boxed{\text{イ}}\left(p+\boxed{\text{ウ}}\right)x+p-\boxed{\text{エ}}$$

である。

(1)　関数 $f(x)$ が $x=1$ で極値をとるとする。このとき $p=\boxed{\text{オ}}$ であり，$f(x)$ は $x=\boxed{\text{カ}}$ で極大値をとり，$x=\boxed{\text{キ}}$ で極小値をとる。

また，x の方程式 $f(x)=k$ が異なる３個の実数解をもつような実数 k のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ク}}<k<\boxed{\text{ケ}}$ である。

（数学Ⅱ 第２問 は次ページに続く。）

(2) x の方程式 $f(x)=3x$ を解くと

$$x=\boxed{\text{コサ}},\ \boxed{\text{シ}},\ \frac{p}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。ここで，点 $\left(\dfrac{p}{\boxed{\text{ス}}},\ f\left(\dfrac{p}{\boxed{\text{ス}}}\right)\right)$ を P とし，点 P における曲線 C_1 の接線 ℓ の傾きが -1 であるとする。このとき，p の値は

$\boxed{\text{セ}}$ と $\boxed{\text{ソ}}$ （ただし，$\boxed{\text{セ}}<\boxed{\text{ソ}}$ とする）

である。以下，$p=\boxed{\text{セ}}$ のときを考える。

直線 ℓ 上の点のうち，x 座標が $\boxed{\text{シ}}$ である点を D とする。点 D の座標は $\left(\boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{タチ}}\right)$ である。

次に，点 $\left(\boxed{\text{コサ}},\ f\left(\boxed{\text{コサ}}\right)\right)$ を A，点 $\left(\boxed{\text{シ}},\ f\left(\boxed{\text{シ}}\right)\right)$ を B とし，放物線 $y=2x^2$ を 2 点 A，B を通るように平行移動した放物線を C_2 とする。C_2 の方程式を $y=ax^2+bx+c$ とおくと

$$a=\boxed{\text{ツ}},\quad b=\boxed{\text{テ}},\quad c=\boxed{\text{トナ}}$$

である。

三角形 PDB が放物線 C_2 によって分けられる二つの図形のうち

点 D を含む方の面積を S_1

点 P を含む方の面積を S_2

とする。$S_1=\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ であり，$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である。

第3問 （配点　20）

解説

x の関数 $f(x)=2^x+2^{1-x}$ を考える。

$$f(0)=\boxed{\text{ア}},\quad f(2)=\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(1)　$2^x=t$ とおくと，$f(x)$ は t を用いて

$$f(x)=t+\frac{\boxed{\text{エ}}}{t}$$

と表される。

このとき，x の方程式 $f(x)=4$ は t を用いて

$$t^2-\boxed{\text{オ}}\,t+\boxed{\text{カ}}=0$$

と表されるから，方程式 $f(x)=4$ の解は

$$x=\log_2\left(\boxed{\text{キ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\right)$$

である。

（数学Ⅱ 第3問 は次ページに続く。）

(2) 次の連立不等式を満たす x，y を考える。

$$\begin{cases} f(x) < 3 & \cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ \dfrac{3}{2} \leqq \log_2 y \leqq 2\log_4 3 & \cdots\cdots\cdots\cdots ② \\ \log_x y - 2\log_x 2 \leqq 1 & \cdots\cdots\cdots\cdots ③ \end{cases}$$

不等式 ① を満たす x のとり得る値の範囲は

$$\boxed{ケ} < x < \boxed{コ} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

であり，不等式 ② を満たす y のとり得る値の範囲は

$$\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}} \leqq y \leqq \boxed{ス}$$

である。

また，(*) のとき，不等式 ③ は

$$y \ \boxed{セ} \ \boxed{ソ}\, x$$

となるから，x，y が ① かつ ② かつ ③ を満たすとき，$y-3x$ の最小値は

$$\frac{\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チ}}$$

である。

ただし，$\boxed{セ}$ には，当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $<$　　① $>$　　② $\leqq$　　③ $\geqq$

第4問 （配点　20）

解説

p を実数とし，x の整式 $P(x)$ を

$$P(x)=x^3+(p-3)x^2-x-4p+6$$

とする。

$P\left(\boxed{\text{ア}}\right)=0$ であるから

$$P(x)=\left(x-\boxed{\text{ア}}\right)\left\{x^2+\left(p-\boxed{\text{イ}}\right)x+\boxed{\text{ウ}}\,p-\boxed{\text{エ}}\right\}$$

と因数分解できる。

x の方程式 $P(x)=0$ の三つの解を α，β，γ とする。

(1) x の方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもつような p の値の範囲は

$$\boxed{\text{オ}}-\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}<p<\boxed{\text{オ}}+\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

である。

p が $(*)$ の範囲を変化するとき，$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ク}}\leqq\alpha^2+\beta^2+\gamma^2<\boxed{\text{ケコ}}+\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

（数学Ⅱ 第4問 は次ページに続く。）

(2) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=3$ を満たす p の値は

$\boxed{\text{ス}}$ または $\boxed{\text{セ}}$

である。ただし，$\boxed{\text{ス}} < \boxed{\text{セ}}$ とする。

$p=\boxed{\text{セ}}$ のとき

$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=\boxed{\text{ソタ}}$

である。

$p=\boxed{\text{ス}}$ のとき

$\alpha^9+\beta^9+\gamma^9=\boxed{\text{チツテ}}$

である。

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅱ・数学B

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	

第１問 （必答問題） （配点 30）

解説

〔1〕 p を実数の定数とし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において

$$f(\theta)=\tan^2\theta+\frac{1}{\tan^2\theta}-2p\tan\theta-\frac{2p}{\tan\theta}+1$$

とする。

$u=\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$ とおくと $u^2=\tan^2\theta+\dfrac{1}{\tan^2\theta}+\boxed{\text{ア}}$ であるから，

$f(\theta)$ を u を用いて表すと

$$f(\theta)=u^2-\boxed{\text{イ}}\,pu-\boxed{\text{ウ}}$$

となる。また

$$u=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\sin 2\theta}$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第１問 は次ページに続く。）

(1) $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき，u の値は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。また，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において u の値が $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ となるような θ の値は $\dfrac{\pi}{6}$ と $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2) $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，u のとり得る値の範囲は $u \geqq \boxed{\text{コ}}$ である。また，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において u の値が $\boxed{\text{コ}}$ となるような θ の値は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(3) $\alpha=\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ とすると

$$f(\theta)-f\left(\frac{\pi}{6}\right)=(u-\alpha)\left(u+\alpha-\boxed{\text{シ}}\,p\right)$$

と表される。このことを利用すれば，θ の方程式 $f(\theta)=f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ が $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において異なる三つの解をもつような p の値は

$$p=\frac{\boxed{\text{ス}}+\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

であることがわかる。

（数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。）

解説

〔2〕 Oを原点とする座標平面上に点A$(-4,\ -2)$をとり，円 $x^2+y^2=4$ を C_1 とする。

(1) 直線OAの方程式は $y=\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}x$ である。

(2) 点Aを通り，傾きが m である直線を ℓ とすると，

Oと ℓ の距離は $\dfrac{\left|\boxed{テ}m-\boxed{ト}\right|}{\sqrt{m^2+\boxed{ナ}}}$ である。

ℓ が C_1 と接するとき $m=\boxed{ニ}$，$\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ である。

以下，$m=\boxed{ニ}$，$\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ のときの ℓ をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とする。

(数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。)

(3) ℓ_1，ℓ_2 に接し，C_1 に外接する円のうち，中心が第1象限にあるものを C_2 とする。C_2 の中心をBとすると，Bは直線 $y=\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}x$ 上にあり，Bの座標は

$$\left(\boxed{\text{ノ}}\left(\boxed{\text{ハ}}+\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}\right),\ \boxed{\text{ハ}}+\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}\right)$$

である。

また，C_2 の半径は $\boxed{\text{フ}}+\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

第2問 （必答問題） （配点　30） 解説

p を実数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x)=2x^3-(p+2)x^2+(p-1)x+2p$$

とする。また，曲線 $y=f(x)$ を C_1 とする。$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2-\boxed{\text{イ}}\left(p+\boxed{\text{ウ}}\right)x+p-\boxed{\text{エ}}$$

である。

(1) 関数 $f(x)$ が $x=1$ で極値をとるとする。このとき $p=\boxed{\text{オ}}$ であり，$f(x)$ は $x=\boxed{\text{カ}}$ で極大値をとり，$x=\boxed{\text{キ}}$ で極小値をとる。

また，x の方程式 $f(x)=k$ が異なる3個の実数解をもつような実数 k のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ク}}<k<\boxed{\text{ケ}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B 第2問 は次ページに続く。）

(2) x の方程式 $f(x)=3x$ を解くと

$$x=\boxed{\text{コサ}},\ \boxed{\text{シ}},\ \frac{p}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。ここで，点 $\left(\dfrac{p}{\boxed{\text{ス}}},\ f\left(\dfrac{p}{\boxed{\text{ス}}}\right)\right)$ をPとし，点Pにおける曲線 C_1 の接線 ℓ の傾きが -1 であるとする。このとき，p の値は

$\boxed{\text{セ}}$ と $\boxed{\text{ソ}}$ （ただし，$\boxed{\text{セ}} < \boxed{\text{ソ}}$ とする）

である。以下，$p=\boxed{\text{セ}}$ のときを考える。

直線 ℓ 上の点のうち，x 座標が $\boxed{\text{シ}}$ である点をDとする。点Dの座標は $\left(\boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{タチ}}\right)$ である。

次に，点 $\left(\boxed{\text{コサ}},\ f\left(\boxed{\text{コサ}}\right)\right)$ をA，点 $\left(\boxed{\text{シ}},\ f\left(\boxed{\text{シ}}\right)\right)$ をBとし，放物線 $y=2x^2$ を2点A，Bを通るように平行移動した放物線を C_2 とする。C_2 の方程式を $y=ax^2+bx+c$ とおくと

$$a=\boxed{\text{ツ}},\quad b=\boxed{\text{テ}},\quad c=\boxed{\text{トナ}}$$

である。

三角形PDBが放物線 C_2 によって分けられる二つの図形のうち

点Dを含む方の面積を S_1

点Pを含む方の面積を S_2

とする。$S_1=\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ であり，$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である。

第3問 （選択問題） （配点 20）

解説

正の数からなる数列 $\{a_n\}$ は，$a_1=2$，$a_2=8$ であり，すべての自然数 n に対して

$$a_{n+2}=\frac{{a_{n+1}}^3}{{a_n}^2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

を満たすとする。

以下の $\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{セ}}$ については，当てはまるものを，次の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $n-1$　① n　② $n+1$　③ $n+2$

④ $2n-1$　⑤ $2n$　⑥ $2n+1$

(1) 数列 $\{b_n\}$ を自然数 n に対して $b_n=\log_2 a_n$ で定める。

数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよう。

$b_1=\boxed{\text{ア}}$，$b_2=\boxed{\text{イ}}$ である。

$a_n>0$ （$n=1, 2, 3, \cdots$）であるから，$(*)$ は

$$\log_2 a_{n+2}=\log_2\frac{{a_{n+1}}^3}{{a_n}^2}$$

$$=\boxed{\text{ウ}}\log_2 a_{n+1}-\boxed{\text{エ}}\log_2 a_n \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

である。すなわち

$$b_{n+2}=\boxed{\text{ウ}}\,b_{n+1}-\boxed{\text{エ}}\,b_n \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

が成り立つ。

（数学Ⅱ・数学B 第3問 は次ページに続く。）

数列 $\{c_n\}$ を自然数 n に対して $c_n = b_{n+1} - b_n$ で定めると

$$c_1 = \boxed{\text{オ}},\quad c_{n+1} = \boxed{\text{カ}}\,c_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つから，数列 $\{c_n\}$ の一般項は

$$c_n = \boxed{\text{キ}}^{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

また，数列 $\{d_n\}$ を自然数 n に対して $d_n = b_{n+1} - 2b_n$ で定めると，数列 $\{d_n\}$ の一般項は

$$d_n = \boxed{\text{ケ}}$$

である。

よって，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{\text{コ}}^{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}$$

である。

(2) $$\log_2(a_1 a_3 a_5 \cdots a_{2n-1}) = \frac{\boxed{\text{ス}}^{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}} - n - \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

第4問　（選択問題）（配点　20）

解説

四面体OABCにおいて，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおく。$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=|\vec{c}|=3$，$\angle BOC=\dfrac{\pi}{3}$，$\angle AOC=\dfrac{\pi}{2}$ とし，辺OAの中点をP，辺BCを1:2に内分する点をQとする。

$\vec{b}$ と $\vec{c}$ の内積は

$$\vec{b}\cdot\vec{c}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

であり，$\vec{a}$ と $\vec{c}$ の内積は

$$\vec{a}\cdot\vec{c}=\boxed{\text{ウ}}$$

である。また

$$\overrightarrow{OP}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\vec{a},\quad \overrightarrow{OQ}=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\vec{b}+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\vec{c}$$

である。

以下では，$\overrightarrow{PQ}\perp\overrightarrow{OA}$ とする。

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{コ}}$$

であり，$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{BC}=\boxed{\text{サ}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B 第4問 は次ページに続く。）

線分 PQ 上に点 R を $\overrightarrow{\mathrm{PR}} = t\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ $(0 < t < 1)$ となるようにとり，点 R を通り $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ に垂直な平面 α を考える。平面 α 上の点 X は実数 u，v を用いて
$\overrightarrow{\mathrm{OX}} = \overrightarrow{\mathrm{OR}} + u\overrightarrow{\mathrm{OA}} + v\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ と表されるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OX}} = \left(\frac{\boxed{\text{シ}} - t}{\boxed{\text{ス}}} + u\right)\vec{a} + \left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}t - v\right)\vec{b} + \left(\frac{t}{\boxed{\text{タ}}} + v\right)\vec{c}$$

となる。

平面 α と直線 OC との交点を S，平面 α と直線 AB との交点を T とすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}} = \boxed{\text{チ}}\,\vec{c}, \quad \overrightarrow{\mathrm{OT}} = \boxed{\text{ツ}}\,\vec{a} + \boxed{\text{テ}}\,\vec{b}$$

と表される。$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $1 - t$　① t　② $\dfrac{t}{2}$　③ $\dfrac{t}{3}$

④ $1 - \dfrac{t}{3}$　⑤ $\dfrac{1}{2}$　⑥ $\dfrac{1}{3}$　⑦ $\dfrac{2}{3}$

$\left|\overrightarrow{\mathrm{ST}}\right|$ を t を用いて表すと

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{ST}}\right| = \sqrt{\boxed{\text{ト}}\,t^2 - \boxed{\text{ナ}}\,t + \boxed{\text{ニ}}}$$

となる。t が $0 < t < 1$ の範囲を変化するとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{ST}}\right|$ の最小値は

$$\frac{\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。

第5問　（選択問題）（配点　20）

解説

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁（けた）数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

(1)　1個のサイコロを1回投げたとき，1の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また，

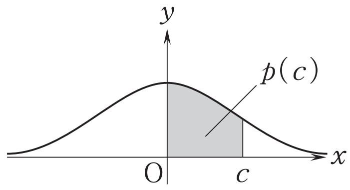
1個のサイコロを4回投げたとき，1の目がちょうど1回出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウエオ}}}{\boxed{\text{カキク}}}$，

1の目がちょうど奇数回出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシス}}}$ である。

次に，1個のサイコロを720回投げたとき，そのうち1の目が出た回数を X とすると，X の期待値は $\boxed{\text{セソタ}}$，標準偏差は $\boxed{\text{チツ}}$ である。試行回数720は十分大きいと考えられるので，確率変数 X は近似的に正規分布に従う。$X \geqq 110$ となる確率は，次の正規分布表を用いると，およそ $0.\boxed{\text{テト}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B 第5問 は次ページに続く。）

正規分布表



上図の c の値に対し，影の部分の面積は次のようになる。例えば，$p(0.43)=0.1664$ である。

c	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

（数学Ⅱ・数学B 第5問 は次ページに続く。）

(2)　図のように 6 枚のカードが机の上に置かれている。

$\boxed{1}$　$\boxed{2}$　$\boxed{3}$　$\boxed{4}$　$\boxed{5}$　$\boxed{6}$

ただし，6 枚のカードの裏(机と接している面)には，すべて数字 0 が書かれている。次の(操作)を考える。

(操作)

1 個のサイコロを 1 回投げ，出た目を k とすると，左から k 枚目のカードを裏返す。

この(操作)を 4 回繰り返した後，左から 2 枚目のカードの表(机と接していない面)に書かれた数を Y とし，6 枚のカードの表に書かれた数の和を Z とする。Y の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ であり，Z の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

「旧教育課程履修者」だけが選択できる科目です。

「新教育課程履修者」は選択してはいけません。

旧数学Ⅱ・旧数学B

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	
第6問	

第１問 （必答問題） （配点 30）

解説

〔1〕 p を実数の定数とし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において

$$f(\theta)=\tan^2\theta+\frac{1}{\tan^2\theta}-2p\tan\theta-\frac{2p}{\tan\theta}+1$$

とする。

$u=\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$ とおくと $u^2=\tan^2\theta+\dfrac{1}{\tan^2\theta}+\boxed{\text{ア}}$ であるから，

$f(\theta)$ を u を用いて表すと

$$f(\theta)=u^2-\boxed{\text{イ}}pu-\boxed{\text{ウ}}$$

となる。また

$$u=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\sin 2\theta}$$

である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第１問 は次ページに続く。）

(1)　$\theta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき，u の値は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。また，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において u の値が $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ となるような θ の値は $\dfrac{\pi}{6}$ と $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2)　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，u のとり得る値の範囲は $u \geqq \boxed{\text{コ}}$ である。また，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において u の値が $\boxed{\text{コ}}$ となるような θ の値は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(3)　$\alpha=\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ とすると

$$f(\theta)-f\left(\frac{\pi}{6}\right)=(u-\alpha)\left(u+\alpha-\boxed{\text{シ}}\,p\right)$$

と表される。このことを利用すれば，θ の方程式 $f(\theta)=f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ が $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において異なる三つの解をもつような p の値は

$$p=\frac{\boxed{\text{ス}}+\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

であることがわかる。

(旧数学Ⅱ・旧数学B 第1問 は次ページに続く。)

解説

〔2〕 Oを原点とする座標平面上に点A$(-4,\ -2)$をとり，円 $x^2+y^2=4$ を C_1 とする。

⑴ 直線OAの方程式は $y=\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}x$ である。

⑵ 点Aを通り，傾きが m である直線を ℓ とすると，

Oと ℓ の距離は $\dfrac{\left|\boxed{テ}m-\boxed{ト}\right|}{\sqrt{m^2+\boxed{ナ}}}$ である。

ℓ が C_1 と接するとき $m=\boxed{ニ},\ \dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ である。

以下，$m=\boxed{ニ},\ \dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ のときの ℓ をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とする。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第1問 は次ページに続く。）

(3) ℓ_1，ℓ_2 に接し，C_1 に外接する円のうち，中心が第1象限にあるものを C_2 とする。C_2 の中心をBとすると，Bは直線 $y=\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}x$ 上にあり，Bの座標は

$$\left(\boxed{\text{ノ}}\left(\boxed{\text{ハ}}+\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}\right),\ \boxed{\text{ハ}}+\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}\right)$$

である。

また，C_2 の半径は $\boxed{\text{フ}}+\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

第2問 （必答問題） （配点　30）

解説

p を実数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x)=2x^3-(p+2)x^2+(p-1)x+2p$$

とする。また，曲線 $y=f(x)$ を C_1 とする。$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2-\boxed{\text{イ}}\left(p+\boxed{\text{ウ}}\right)x+p-\boxed{\text{エ}}$$

である。

(1) 関数 $f(x)$ が $x=1$ で極値をとるとする。このとき $p=\boxed{\text{オ}}$ であり，$f(x)$ は $x=\boxed{\text{カ}}$ で極大値をとり，$x=\boxed{\text{キ}}$ で極小値をとる。

また，x の方程式 $f(x)=k$ が異なる3個の実数解をもつような実数 k のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ク}}<k<\boxed{\text{ケ}}$ である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第2問 は次ページに続く。）

(2) x の方程式 $f(x)=3x$ を解くと

$$x=\boxed{\text{コサ}},\ \boxed{\text{シ}},\ \frac{p}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。ここで，点 $\left(\dfrac{p}{\boxed{\text{ス}}},\ f\left(\dfrac{p}{\boxed{\text{ス}}}\right)\right)$ をPとし，点Pにおける曲線 C_1 の接線 ℓ の傾きが -1 であるとする。このとき，p の値は

$$\boxed{\text{セ}} と \boxed{\text{ソ}} \quad \left(ただし，\boxed{\text{セ}} < \boxed{\text{ソ}} とする\right)$$

である。以下，$p=\boxed{\text{セ}}$ のときを考える。

直線 ℓ 上の点のうち，x 座標が $\boxed{\text{シ}}$ である点をDとする。点Dの座標は $\left(\boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{タチ}}\right)$ である。

次に，点 $\left(\boxed{\text{コサ}},\ f\left(\boxed{\text{コサ}}\right)\right)$ をA，点 $\left(\boxed{\text{シ}},\ f\left(\boxed{\text{シ}}\right)\right)$ をBとし，放物線 $y=2x^2$ を2点A，Bを通るように平行移動した放物線を C_2 とする。C_2 の方程式を $y=ax^2+bx+c$ とおくと

$$a=\boxed{\text{ツ}},\quad b=\boxed{\text{テ}},\quad c=\boxed{\text{トナ}}$$

である。

三角形PDBが放物線 C_2 によって分けられる二つの図形のうち

点Dを含む方の面積を S_1

点Pを含む方の面積を S_2

とする。$S_1=\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ であり，$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である。

第3問 （選択問題）（配点　20）

解説

正の数からなる数列$\{a_n\}$は，$a_1=2$，$a_2=8$ であり，すべての自然数nに対して

$$a_{n+2}=\frac{{a_{n+1}}^3}{{a_n}^2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

を満たすとする。

以下の $\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{セ}}$ については，当てはまるものを，次の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $n-1$　① n　② $n+1$　③ $n+2$

④ $2n-1$　⑤ $2n$　⑥ $2n+1$

(1) 数列$\{b_n\}$を自然数nに対して $b_n=\log_2 a_n$ で定める。

数列$\{b_n\}$の一般項を求めよう。

$b_1=\boxed{\text{ア}}$，$b_2=\boxed{\text{イ}}$ である。

$a_n>0$（$n=1,2,3,\cdots$）であるから，(*)は

$$\log_2 a_{n+2}=\log_2\frac{{a_{n+1}}^3}{{a_n}^2}$$

$$=\boxed{\text{ウ}}\log_2 a_{n+1}-\boxed{\text{エ}}\log_2 a_n \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

である。すなわち

$$b_{n+2}=\boxed{\text{ウ}}\,b_{n+1}-\boxed{\text{エ}}\,b_n \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

が成り立つ。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第3問 は次ページに続く。）

数列 $\{c_n\}$ を自然数 n に対して $c_n = b_{n+1} - b_n$ で定めると

$$c_1 = \boxed{\text{オ}},\quad c_{n+1} = \boxed{\text{カ}}\,c_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つから，数列 $\{c_n\}$ の一般項は

$$c_n = \boxed{\text{キ}}^{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

また，数列 $\{d_n\}$ を自然数 n に対して $d_n = b_{n+1} - 2b_n$ で定めると，数列 $\{d_n\}$ の一般項は

$$d_n = \boxed{\text{ケ}}$$

である。

よって，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{\text{コ}}^{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}$$

である。

(2) $$\log_2(a_1 a_3 a_5 \cdots a_{2n-1}) = \frac{\boxed{\text{ス}}^{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}} - n - \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

第4問 （選択問題） （配点　20）

解説

四面体OABCにおいて，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおく。$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=|\vec{c}|=3$，$\angle BOC=\dfrac{\pi}{3}$，$\angle AOC=\dfrac{\pi}{2}$ とし，辺OAの中点をP，辺BCを1:2に内分する点をQとする。

$\vec{b}$ と $\vec{c}$ の内積は

$$\vec{b}\cdot\vec{c}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

であり，$\vec{a}$ と $\vec{c}$ の内積は

$$\vec{a}\cdot\vec{c}=\boxed{\text{ウ}}$$

である。また

$$\overrightarrow{OP}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\vec{a},\quad \overrightarrow{OQ}=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\vec{b}+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\vec{c}$$

である。

以下では，$\overrightarrow{PQ}\perp\overrightarrow{OA}$ とすると

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{コ}}$$

であり，$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{BC}=\boxed{\text{サ}}$ である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第4問 は次ページに続く。）

線分PQ上に点Rを $\overrightarrow{\mathrm{PR}}=t\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ $(0<t<1)$ となるようにとり，点Rを通り $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ に垂直な平面 α を考える。平面 α 上の点Xは実数 u，v を用いて
$\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\overrightarrow{\mathrm{OR}}+u\overrightarrow{\mathrm{OA}}+v\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ と表されるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\left(\frac{\boxed{\text{シ}}-t}{\boxed{\text{ス}}}+u\right)\vec{a}+\left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}t-v\right)\vec{b}+\left(\frac{t}{\boxed{\text{タ}}}+v\right)\vec{c}$$

となる。

平面 α と直線OCとの交点をS，平面 α と直線ABとの交点をTとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}}=\boxed{\text{チ}}\vec{c},\quad \overrightarrow{\mathrm{OT}}=\boxed{\text{ツ}}\vec{a}+\boxed{\text{テ}}\vec{b}$$

と表される。$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $1-t$　　① t　　② $\dfrac{t}{2}$　　③ $\dfrac{t}{3}$

④ $1-\dfrac{t}{3}$　　⑤ $\dfrac{1}{2}$　　⑥ $\dfrac{1}{3}$　　⑦ $\dfrac{2}{3}$

$\left|\overrightarrow{\mathrm{ST}}\right|$ を t を用いて表すと

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{ST}}\right|=\sqrt{\boxed{\text{ト}}\,t^2-\boxed{\text{ナ}}\,t+\boxed{\text{ニ}}}$$

となる。t が $0<t<1$ の範囲を変化するとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{ST}}\right|$ の最小値は

$$\frac{\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。

第5問 （選択問題） （配点　20）

解説

次の表は，K 高校のあるクラスの生徒の読書量について行った調査結果をまとめたものである。最近1年間に読んだ書籍の数を変量 x (冊)，自身が所有している書籍の数を変量 y (冊)で表す。

y ＼ x	0以上～4未満	4～8	8～12	12～16	16～20	計
0以上～20未満	3	1	0	0	0	4
20～40	1	4	1	0	0	6
40～60	0	a	3	1	0	b
60～80	0	0	0	1	1	2
80～100	0	0	0	0	1	1
計	4	c	4	2	2	

ある階級に含まれるすべての資料は，その階級の階級値をとるものとして，次の問に答えよ。

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第5問 は次ページに続く。）

(1) 変量 x の平均値 $\overline{x}$ は8冊であった。表中の a，b，c の値は

$a=$ $\boxed{\text{ア}}$，　$b=$ $\boxed{\text{イ}}$，　$c=$ $\boxed{\text{ウ}}$

であり，調査対象となった生徒の人数は全部で $\boxed{\text{エオ}}$ 人である。

以下，このもとで考える。

(2) 変量 y の平均値 $\overline{y}$ は $\boxed{\text{カキ}}$ 冊である。

(3) 次の記述のうち，正しいものは $\boxed{\text{ク}}$ である。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 変量 x の中央値と平均値は等しい。
① 変量 y の最頻値と平均値は等しい。
② 変量 x の中央値と最頻値は等しい。
③ 変量 y の中央値と最頻値は等しい。

(4) 変量 x の分散の値は $\boxed{\text{ケコ}}$.$\boxed{\text{サ}}$，変量 y の分散の値は $\boxed{\text{シスセ}}$，変量 x と変量 y の共分散の値は $\boxed{\text{ソタ}}$ である。したがって，変量 x と変量 y の相関係数を r とすると，r^2 の値に最も近いものは $\boxed{\text{チ}}$ である。$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ 0.02　① 0.14　② 0.35　③ 0.73　④ 0.86　⑤ 1.19

第６問　（選択問題）（配点　20）　解説

座標平面上で放物線 $y=px^2+qx+r$ が３点 $(-1,\ a)$，$(0,\ b)$，$(1,\ c)$ を通るとき

$$p=\frac{a+c-2b}{2},\quad q=\frac{c-a}{2},\quad r=b$$

であるから

$$\int_{-1}^{1}(px^2+qx+r)\,dx=\frac{a+4b+c}{3} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

が成り立つ。

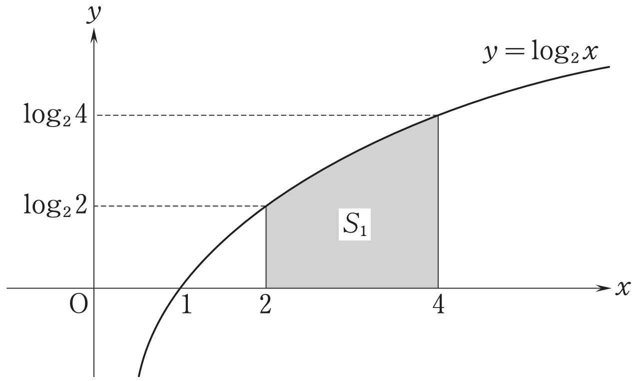
このことを利用して，不等式 $0 \leqq y \leqq \log_2 x$，$2 \leqq x \leqq 8$ で表される領域 D の面積の近似値を求めてみよう。

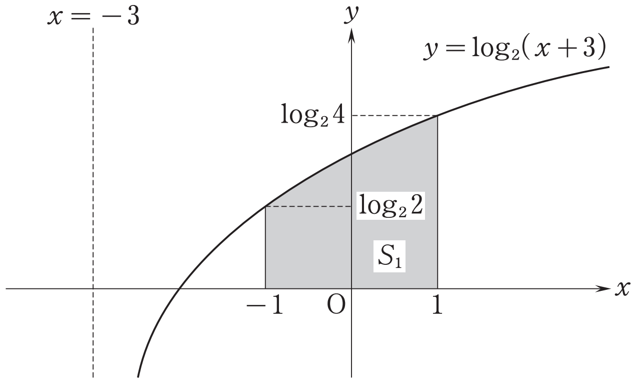
そのために，領域 D を $2 \leqq x \leqq 4$，$4 \leqq x \leqq 6$，$6 \leqq x \leqq 8$ の三つの部分に分けて，次の方法でそれぞれの面積の近似値を求め，それらの和を求めることにした。

例えば，領域 D の $2 \leqq x \leqq 4$ の部分の面積 S_1 の近似値は次のように求めることができる。

> 曲線 $y=\log_2 x$ を x 軸方向に -3 だけ平行移動した曲線は，３点$(-1,\ \log_2 2)$，$(0,\ \log_2 3)$，$(1,\ \log_2 4)$ を通る。
>
> そこで，この３点を通る放物線と x 軸ではさまれた $-1 \leqq x \leqq 1$ の部分の面積は $(*)$ より $\dfrac{\log_2 2+4\log_2 3+\log_2 4}{3}$ と求められ，これが S_1 の近似値となる。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第６問 は次ページに続く。）





この方法によれば，領域 D の面積の近似値は $\boxed{\text{アイ}}.\boxed{\text{ウ}}$ と求められる。ただし，対数のおおよその値を

$$\log_2 3 = 1.58,\quad \log_2 5 = 2.32,\quad \log_2 7 = 2.81$$

として計算し，小数第 2 位を四捨五入して求めること。

前ページの方法を利用して，領域 D の面積の近似値を求める〔プログラム 1〕を次のように作成した。ただし，LOG2(X)は $\log_2 X$ の値を表す。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第 6 問 は次ページに続く。）

〔プログラム１〕

```
100 LET T=0
110 LET K=3
120 LET T=T+LOG2(K-[エ])+[オ]*LOG2(K)+LOG2(K+[エ])
130 LET K=K+[カ]
140 IF K<=8 THEN GOTO 120
150 PRINT T/[キ]
160 END
```

$\boxed{\text{エ}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまる数値を入れて，プログラムを完成せよ。

〔プログラム１〕と同じ出力を得る〔プログラム２〕を次のように作成した。

〔プログラム２〕

```
100 LET T=LOG2(2)
110 FOR N=1 TO 3
120     LET T=T+[ク]*LOG2(2*N+1)+[ケ]*LOG2(2*N+2)
130 NEXT N
140 LET T=(T-LOG2(8))/[キ]
150 PRINT T
160 END
```

$\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまる数値を入れて，プログラムを完成せよ。

以上のプログラムでは，領域 D を三つの部分に分けて面積の近似値を求めたが，分割する個数を増やすと，誤差を減らすことができる。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第６問 は次ページに続く。）

放物線 $y=px^2+qx+r$ が3点 $\left(-\dfrac{1}{2},\ a\right)$，$(0,\ b)$，$\left(\dfrac{1}{2},\ c\right)$ を通るとき

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(px^2+qx+r)\,dx=\frac{a+4b+c}{\boxed{\text{コ}}}$$

が成り立つ。

ここでは，上の事実を利用して，領域 D を

$$2\leqq x\leqq 3,\quad 3\leqq x\leqq 4,\quad 4\leqq x\leqq 5,\quad \cdots\cdots,\quad 7\leqq x\leqq 8$$

の六つの部分に分けて，面積の近似値を求める。

そのためには，〔プログラム 2〕の 110 行，120 行，140 行を次のように変更すればよい。

```
110 FOR N=1 TO 6
120     LET T=T+[ ク ]*LOG2([ サ ])+[ ケ ]*LOG2([ シ ])
140 LET T=(T-LOG2(8))/[ コ ]
```

$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ N	① N+0.5	② N+1
③ N+1.5	④ N+2	⑤ N+2.5

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－），数字（0 ～ 9），又は文字（a ～ d）が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	● ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
イ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
ウ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ● ⓑ ⓒ ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが 2 度以上現れる場合，2 度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

問題を解く際には，「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し，試験終了後に配付される「学習の手引き」にそって自己採点し，再確認しなさい。