新・旧課程

クラス		受験番号	
出席番号		氏　　名	

2014年度　全統センター試験プレテスト

学　習　の　手　引　き【解答・解説集】

数　学　・　理　科

【2014年11月実施】

英語冊子巻末に「**自己採点シート**」と「**学力アップ・志望校合格のための復習法**」を掲載していますので，志望校合格へむけた効果的な復習のためにご活用ください。

河合塾

1461610119502150

【数 学 ①】

数 学 I

【解答・採点基準】

（100点満点）

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第1問	ア$+\sqrt{}$イウ	$4+\sqrt{15}$	3	
	エオ	20	2	
	カキ	30	2	
	クケコ	100	3	
	サ$\pm\sqrt{}$シ	$3\pm\sqrt{2}$	3	
	ス	7	3	
	セ	1	4	
第1問　自己採点小計			(20)	
第2問	ア	5	3	
	イ，ウ	3，4	4	
	エ，オ	2，3	3	
	カ	4	3	
	キ	4	2	
	ク	6	2	
	ケ	0	3	
第2問　自己採点小計			(20)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第3問	$-\dfrac{\sqrt{ア}}{イウ}$	$-\dfrac{\sqrt{7}}{14}$	3	
	エ	3	3	
	オカ°	60°	3	
	$\dfrac{\sqrt{キク}}{ケ}$	$\dfrac{\sqrt{21}}{3}$	3	
	$\dfrac{\sqrt{コ}}{サシ}$	$\dfrac{\sqrt{7}}{14}$	4	
	$\dfrac{ス\sqrt{セ}}{ソ}$	$\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$	4	
	$\dfrac{タ\sqrt{チ}}{ツ}$	$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$	5	
	$\dfrac{テ}{ト}$	$\dfrac{1}{4}$	5	
第3問　自己採点小計			(30)	
第4問	a^2-ア$a-$イ	a^2-2a-8	4	
	$a<$ウエ，オ$<a$	$a<-2$，$1<a$	4	
	カ$<a<$キ	$1<a<4$	4	
	クケ$<Y<$コ	$-9<Y<0$	4	
	サa^2+シ$a+$ス	$-a^2+2a+8$	4	
	セa^2+ソタ$a+$チ	$4a^2+10a+4$	6	
	ツ	1	4	
第4問　自己採点小計			(30)	
自己採点合計			(100)	

第１問　数と式

$a=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，$b=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ とする．a，b の分母を有理化すると

$$a=\boxed{\text{ア}}+\sqrt{\boxed{\text{イウ}}},\quad b=\boxed{\text{ア}}-\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$$

となり

$$\frac{(a-b)^2}{3}=\boxed{\text{エオ}},\quad \frac{a^2+b^2-2}{2}=\boxed{\text{カキ}}$$

である．

x を実数，n を整数とし，$T=\left|\boxed{\text{エオ}}x-\boxed{\text{カキ}}n\right|$ とする．

(1) $(x,\ n)=(3,\ 1)$ のときの T の値を t_1，$(x,\ n)=(1,\ 3)$ のときの T の値を t_2 とすると

$$t_1+t_2=\boxed{\text{クケコ}}$$

である．

(2) $n=1$ とし，x の方程式

$$(a+b+2)(x-2ab)^2=T \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える．

① の解のうち $x\geqq\dfrac{3}{2}$ を満たすものは

$$x=\boxed{\text{サ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である．

① の解をすべて掛けあわせると $\boxed{\text{ス}}$ である．

(3) x の不等式 $T\leqq 40$ が，$x=3$ で成立し $x=5$ で成立しないような整数 n は $\boxed{\text{セ}}$ 個である．

【解説】 　　**問題**

$$a=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}},\quad b=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}.$$

a,b の分母を有理化すると，

$$\begin{aligned}
a&=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}\\
&=\frac{5+2\sqrt{15}+3}{5-3}\\
&=\boxed{4}+\sqrt{\boxed{15}},\\
b&=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}\\
&=\frac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3}\\
&=4-\sqrt{15}
\end{aligned}$$

である．

よって，

$$\frac{(a-b)^2}{3}=\frac{\{(4+\sqrt{15})-(4-\sqrt{15})\}^2}{3}$$
$$=\frac{(2\sqrt{15})^2}{3}$$
$$=\boxed{20},$$

$$\frac{a^2+b^2-2}{2}=\frac{(4+\sqrt{15})^2+(4-\sqrt{15})^2-2}{2}$$
$$=\frac{(16+8\sqrt{15}+15)+(16-8\sqrt{15}+15)-2}{2}$$
$$=\boxed{30}$$

である．

☜ $a-b=2\sqrt{15}$，$ab=1$ であるから，

$$\frac{a^2+b^2-2}{2}=\frac{(a-b)^2+2ab-2}{2}$$
$$=\frac{(2\sqrt{15})^2+2\cdot1-2}{2}$$
$$=30$$

としてもよい．

また，$a+b=8$，$ab=1$ であるから，

$$\frac{a^2+b^2-2}{2}=\frac{(a+b)^2-2ab-2}{2}$$
$$=\frac{8^2-2\cdot1-2}{2}$$
$$=30$$

としてもよい．

したがって，

$$T=|20x-30n|$$
$$=10|2x-3n|$$

である．

(1) $(x,\ n)=(3,\ 1)$ のとき，

$$t_1=10|2\cdot3-3\cdot1|$$
$$=30$$

であり，$(x,\ n)=(1,\ 3)$ のとき，

$$t_2=10|2\cdot1-3\cdot3|$$
$$=70$$

であるから，

$$t_1+t_2=30+70$$
$$=\boxed{100}$$

である．

(2) $n=1$ のとき，

$$T=10|2x-3|$$

であるから，方程式 ① は，

$$(a+b+2)(x-2ab)^2=10|2x-3|$$

である．

さらに，

$$a+b=8,\quad ab=1$$

☜ $a+b=(4+\sqrt{15})+(4-\sqrt{15})=8$，

$$ab=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=1.$$

であるから，方程式 ① は，

$$(8+2)(x-2\cdot1)^2=10|2x-3|$$
$$(x-2)^2=|2x-3| \qquad \cdots ①'$$

である．

$x\geqq\dfrac{3}{2}$ すなわち $2x-3\geqq0$ のとき，方程式 ①′ は，

$$(x-2)^2=2x-3$$
$$x^2-6x+7=0$$
であるから，この解は，
$$x=\boxed{3}\pm\sqrt{\boxed{2}}$$
である．
$$(3\pm\sqrt{2})-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\pm\sqrt{2}$$
$$=\frac{\sqrt{9}\pm\sqrt{8}}{2}\quad（複号同順）$$
$$>0$$
であるから，これらは $x\geqq\dfrac{3}{2}$ を満たす．

☜ 2次方程式の解の公式
$$ax^2+2b'x+c=0$$
（a, b', c は実数）
の解は，
$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}.$$

また，$x<\dfrac{3}{2}$ すなわち $2x-3<0$ のとき，方程式 ①′ は，
$$(x-2)^2=-(2x-3)$$
$$(x-1)^2=0$$
であるから，この解は，
$$x=1\quad\left(これは\ x<\frac{3}{2}\ を満たす\right)$$
である．

よって，① のすべての解は，
$$x=3\pm\sqrt{2},\ 1$$
であるから，これらを掛けあわせると，
$$(3+\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2})\cdot 1=\boxed{7}$$
である．

(3) 不等式 $T\leqq 40$ は，
$$10|2x-3n|\leqq 40$$
$$|2x-3n|\leqq 4 \qquad \cdots ②$$
である．

② が $x=3$ で成立するとき，
$$|2\cdot 3-3n|\leqq 4$$
$$-4\leqq 6-3n\leqq 4$$
$$\frac{2}{3}\leqq n\leqq\frac{10}{3} \qquad \cdots ③$$
である．

☜ $a>0$ のとき，不等式 $|X|\leqq a$ の解は，
$$-a\leqq X\leqq a$$
である．

また，② が $x=5$ で成立しないとき，
$$|2\cdot 5-3n|>4$$
$$10-3n<-4,\quad 4<10-3n$$
$$n<2,\quad \frac{14}{3}<n \qquad \cdots ④$$
である．

☜ $a>0$ のとき，不等式 $|X|>a$ の解は，
$$X<-a,\ a<X$$
である．

③，④ より，

$$\frac{2}{3} \leqq n < 2$$

であり，n は整数であるから，

$$n = 1$$

である．

したがって，x の不等式 $T \leqq 40$ すなわち ② が，$x=3$ で成立し $x=5$ で成立しないような整数 n は，

$$\boxed{1} \text{ 個}$$

である．

第2問　データの分析

25人の生徒に対して，高校1年次と高校3年次にテストを行った．次の相関表はその結果をまとめたものである．表の横軸は高校1年次の得点を，縦軸は高校3年次の得点を表し，表中の数値は，高校1年次の得点と高校3年次の得点の組み合わせに対応する人数を表している．ただし，A，B は1以上の整数値であり，空欄は0人であることを表している．たとえば，高校1年次の得点が5点で高校3年次の得点が6点である生徒の人数は4である．

高校3年次の得点（点） ＼ 高校1年次の得点（点）	1	2	3	4	5	6
8						1
7			2	2	B	1
6		1	A	2	4	
5		1	1	2	1	
4				1		
3	1					

相関表より

$$\mathrm{A}+\mathrm{B}=\boxed{\text{ア}}$$

である．

(1) 高校1年次の得点のデータの最頻値（モード）が5点のみであるとする．

B のとり得る値は小さい方から順に $\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ であり，さらに高校3年次の得点のデータの最頻値が6点のみであるならば

$$\mathrm{A}=\boxed{\text{エ}},\quad \mathrm{B}=\boxed{\text{オ}}$$

である．

(2) A＝ $\boxed{\text{エ}}$，B＝ $\boxed{\text{オ}}$ とする．

高校1年次の得点のデータの中央値は $\boxed{\text{カ}}$ 点であり，高校1年次と高校3年次の得点のデータの平均値はそれぞれ $\boxed{\text{キ}}$ 点，$\boxed{\text{ク}}$ 点である．

また，高校1年次の得点のデータと高校3年次の得点のデータの間には $\boxed{\text{ケ}}$．

$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ．

⓪ 正の相関関係がある
① 相関関係はほとんどない
② 負の相関関係がある

【解説】

問題

高校3年次の得点（点） \ 高校1年次の得点（点）	1	2	3	4	5	6
8						1
7			2	2	B	1
6		1	A	2	4	
5		1	1	2	1	
4				1		
3	1					

☜ 2つの変量に対して，それらの度数分布表を組み合わせたものを相関表という．

相関表より，高校1年次の得点のデータの度数分布表は次のようになる．

得 点	1	2	3	4	5	6	計
人 数	1	2	A＋3	7	B＋5	2	25

よって，

$$1+2+(\mathsf{A}+3)+7+(\mathsf{B}+5)+2=25$$

が成り立つから，

$$\mathsf{A}+\mathsf{B}=\boxed{5} \qquad \cdots ①$$

である．

(1) 高校1年次の得点のデータの最頻値（モード）が5点のみであるとき，高校1年次の得点が4点である生徒が7人であることに注意すると，

☜ データにおいて，最も個数の多い値をそのデータの最頻値（モード）という．

$$\begin{cases} \mathsf{A} \geqq 1, \\ \mathsf{B} \geqq 1, \\ \mathsf{B}+5 \geqq 8, \\ \mathsf{B}+5 > \mathsf{A}+3 \end{cases}$$

が成り立ち，① を用いて A を消去すると，

$$\begin{cases} \mathsf{B} \leqq 4, \\ \mathsf{B} \geqq 1, \\ \mathsf{B} \geqq 3, \\ \mathsf{B} > \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

すなわち

$$3 \leqq \mathsf{B} \leqq 4$$

である．

よって，B のとり得る値は小さい方から順に，

$$\boxed{3}, \ \boxed{4}$$

であり，このとき，① より，

$$(\mathsf{A},\ \mathsf{B}) = (2,\ 3),\ (1,\ 4)$$

である．

$(\mathsf{A},\ \mathsf{B}) = (2,\ 3)$ のとき，高校 3 年次の得点のデータの度数分布表は次のようになる．

得 点	3	4	5	6	7	8	計
人 数	1	1	5	9	8	1	25

…②

このとき，最頻値は 6 点のみである．

$(\mathsf{A},\ \mathsf{B}) = (1,\ 4)$ のとき，高校 3 年次の得点のデータの度数分布表は次のようになる．

得 点	3	4	5	6	7	8	計
人 数	1	1	5	8	9	1	25

このとき，最頻値は 7 点のみである．

したがって，高校 3 年次の得点のデータの最頻値が 6 点のみであるならば，

$$\mathsf{A} = \boxed{2},\quad \mathsf{B} = \boxed{3}$$

である．

(2) (1) より相関表は次のようになる．

高校3年次の得点（点） \ 高校1年次の得点（点）	1	2	3	4	5	6
8						1
7			2	2	3	1
6		1	2	2	4	
5		1	1	2	1	
4				1		
3	1					

高校 1 年次の得点

高校 1 年次の得点のデータの度数分布表は次のようになる．

得 点	1	2	3	4	5	6	計
人 数	1	2	5	7	8	2	25

…③

全部で 25 人であるから，高校 1 年次の得点のデータの中央値は，小さい方から 13 番目の値の

$\boxed{4}$ 点

である．

中央値

データを値の大きさの順に並べたとき，その中央の値を中央値という．データの大きさが偶数のときは，中央に並ぶ 2 つの値の平均値を中央値とする．

☜ 1 点から 3 点までの人数の合計が 8 人，1 点から 4 点までの人数の合計が 15 人である．

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, ….

高校 1 年次の得点のデータの平均値は，③ より，

$$\frac{1\times1+2\times2+3\times5+4\times7+5\times8+6\times2}{25}$$

$$=\frac{100}{25}$$

$$=\boxed{\ 4\ }\ (点)$$

である．

また，高校 3 年次の得点のデータの平均値は，② より，

$$\frac{3\times1+4\times1+5\times5+6\times9+7\times8+8\times1}{25}$$

$$=\frac{150}{25}$$

$$=\boxed{\ 6\ }\ (点)$$

である．

さらに，相関表から，高校 1 年次の得点が増えると，高校 3 年次の得点も増える傾向が認められるので，高校 1 年次の得点のデータと高校 3 年次の得点のデータの間には正の相関関係がある．

したがって，$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものは $\boxed{0}$ である．

☜ **平均値**

変量 x についてのデータの値が，n 個の値 x_1，x_2，…，x_n であるとき，x の平均値 $\overline{x}$ は，

$$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}.$$

☜ 相関係数を求めると，

約 0.53

である．

第3問　図形と計量

$\angle BAC$ が鈍角である $\triangle ABC$ は，$AB=1$，$CA=\sqrt{7}$，$\sin\angle BAC=\dfrac{3\sqrt{21}}{14}$ を満たすとする．このとき

$$\cos\angle BAC=-\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イウ}}},\quad BC=\boxed{\text{エ}}$$

であり

$$\angle ABC=\boxed{\text{オカ}}^\circ$$

である．

$\triangle ABC$ の外接円の中心を O とすると

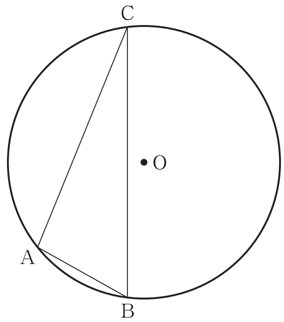
$$OB=\frac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であり，点 O から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC の交点を D とすると

$$\sin\angle OBD=\frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サシ}}}$$

である．

参考図



$\triangle OBC$ の外接円の中心を O′ とする．

$$OO'=\frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である．

さらに，直線 OO′ と直線 AB の交点を E とすると

$$DE=\frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

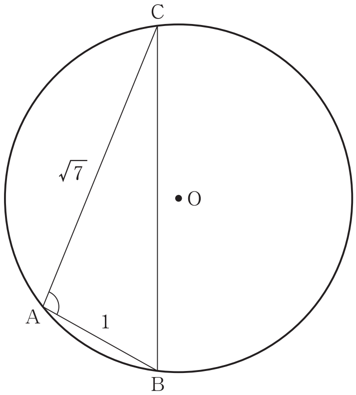
であり

$$\frac{OD}{O'E}=\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である．

【解説】

問題



$\angle$BAC は鈍角であるから，

$$\begin{aligned}\cos\angle\mathrm{BAC} &= -\sqrt{1-\sin^2\angle\mathrm{BAC}}\\ &= -\sqrt{1-\left(\frac{3\sqrt{21}}{14}\right)^2}\\ &= -\frac{\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{14}}\end{aligned}$$

である．

☜　$90° < \theta < 180°$ のとき，

$$\cos\theta = -\sqrt{1-\sin^2\theta}.$$

△ABC に余弦定理を用いると，

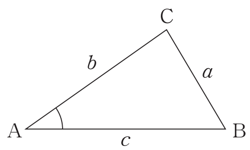
$$\begin{aligned}\mathrm{BC}^2 &= \mathrm{CA}^2+\mathrm{AB}^2-2\mathrm{CA}\cdot\mathrm{AB}\cos\angle\mathrm{BAC}\\ &= (\sqrt{7})^2+1^2-2\sqrt{7}\cdot1\cdot\left(-\frac{\sqrt{7}}{14}\right)\\ &= 9\end{aligned}$$

であるから，

$$\mathrm{BC} = \boxed{3}$$

である．

☜ **余弦定理**



$$a^2 = b^2+c^2-2bc\cos A.$$

△ABC に正弦定理を用いると，

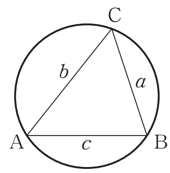
$$\frac{\mathrm{BC}}{\sin\angle\mathrm{BAC}} = \frac{\mathrm{CA}}{\sin\angle\mathrm{ABC}}$$

であるから，

$$\begin{aligned}\sin\angle\mathrm{ABC} &= \frac{\mathrm{CA}}{\mathrm{BC}}\cdot\sin\angle\mathrm{BAC}\\ &= \frac{\sqrt{7}}{3}\cdot\frac{3\sqrt{21}}{14}\\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

である．

☜ **正弦定理**



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

（R は △ABC の外接円の半径）

$\angle$BAC が鈍角より $\angle$ABC は鋭角であるから，

$$\angle\mathrm{ABC} = \boxed{60}°$$

である．

☜　余弦定理により，$\cos\angle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}$ を求めてもよい．

線分 OB は △ABC の外接円の半径であるから，正弦定理を用いると，

$$2\mathrm{OB}=\frac{\mathrm{CA}}{\sin\angle\mathrm{ABC}}$$

であり，

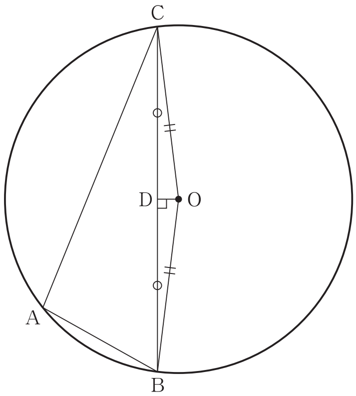
$$\mathrm{OB}=\frac{\mathrm{CA}}{2\sin\angle\mathrm{ABC}}$$

$$=\frac{\sqrt{7}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

☜ $\sin\angle\mathrm{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$=\frac{\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{3}}$$

である．



△OBD に三平方の定理を用いると，

$$\mathrm{OD}=\sqrt{\mathrm{OB}^2-\mathrm{BD}^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{21}}{3}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}$$

☜ $\mathrm{BD}=\frac{\mathrm{BC}}{2}=\frac{3}{2}$.

$$=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

であるから，

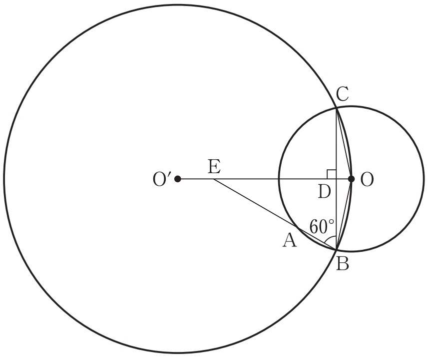
$$\sin\angle\mathrm{OBD}=\frac{\mathrm{OD}}{\mathrm{OB}}$$

☜ $\angle\mathrm{ODB}=90°$.

$$=\frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{\frac{\sqrt{21}}{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{14}}$$

である．



線分 OO′ は円 O′ の半径であるから，△OBC に正弦定理を用いると，

$$2\mathrm{OO'}=\frac{\mathrm{OC}}{\sin\angle\mathrm{OBC}}$$

であり，

$$\begin{aligned}\mathrm{OO'}&=\frac{\mathrm{OC}}{2\sin\angle\mathrm{OBC}}\\&=\frac{\frac{\sqrt{21}}{3}}{2\cdot\frac{\sqrt{7}}{14}}\\&=\frac{\boxed{7}\sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{3}}\end{aligned}$$

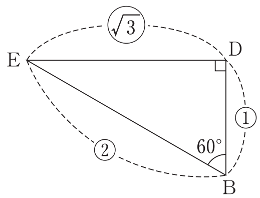
☜ $\mathrm{OC}=\mathrm{OB}=\frac{\sqrt{21}}{3}$,

$\sin\angle\mathrm{OBC}=\sin\angle\mathrm{OBD}=\frac{\sqrt{7}}{14}$.

である．

直角三角形 BDE において $\angle\mathrm{EBD}=\angle\mathrm{ABC}=60^\circ$ であるから，

$$\begin{aligned}\mathrm{DE}&=\sqrt{3}\,\mathrm{BD}\\&=\sqrt{3}\cdot\frac{3}{2}\\&=\frac{\boxed{3}\sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{2}}\end{aligned}$$

☜ 

である．

また，

$$\begin{aligned}\mathrm{O'D}&=\mathrm{OO'}-\mathrm{OD}\\&=\frac{7\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}\\&=\frac{13\sqrt{3}}{6}\\&>\mathrm{DE}\end{aligned}$$

☜ 

であり，

$$\begin{aligned}\mathrm{O'E}&=\mathrm{O'D}-\mathrm{DE}\\&=\frac{13\sqrt{3}}{6}-\frac{3\sqrt{3}}{2}\\&=\frac{2\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

である．

　これより，

$$\frac{\mathrm{OD}}{\mathrm{O'E}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}}$$

$$=\frac{\boxed{1}}{\boxed{4}}$$

である．

第４問　２次関数

問題

　数学Ⅰ・数学Ａ　第２問に同じである．

数学Ⅰ・数学A

【解答・採点基準】 （100点満点）

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第1問	$-\dfrac{\sqrt{\text{ア}}}{\text{イウ}}$	$-\dfrac{\sqrt{7}}{14}$	4	
	エ	3	4	
	$\dfrac{\sqrt{\text{オカ}}}{\text{キ}}$	$\dfrac{\sqrt{21}}{3}$	4	
	$\dfrac{\sqrt{\text{ク}}}{\text{ケコ}}$	$\dfrac{\sqrt{7}}{14}$	4	
	$\dfrac{\text{サ}}{\text{シス}}$	$\dfrac{1}{14}$	4	
	セ	5	2	
	ソ，タ	3，4	2	
	チ，ツ	2，3	2	
	テ	4	3	
	ト	6	3	
	ナ	0	3	
第1問　自己採点小計			(35)	
第2問	a^2-ア$a-$イ	a^2-2a-8	3	
	$a<$ウエ，オ$<a$	$a<-2$，$1<a$	3	
	カ$<a<$キ	$1<a<4$	3	
	クケ$<Y<$コ	$-9<Y<0$	4	
	サa^2+シ$a+$ス	$-a^2+2a+8$	3	
	セa^2+ソタ$a+$チ	$4a^2+10a+4$	5	
	ツ	1	4	
第2問　自己採点小計			(25)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第3問	アイ	36	2	
	ウエ	22	3	
	オ	3	3	
	$\dfrac{\text{カ}}{\text{キクケ}}$	$\dfrac{5}{216}$	4	
	$\dfrac{\text{コサ}}{\text{シス}}$	$\dfrac{11}{18}$	4	
	$\dfrac{\text{セ}}{\text{ソタチ}}$	$\dfrac{7}{132}$	4	
第3問　自己採点小計			(20)	
第4問	ア，イ，ウ	4，0，4	2	
	エオカ	172	2	
	$\dfrac{\text{キ}}{\text{ク}}a$	$\dfrac{3}{5}a$	3	
	（ケ，コ）	(5，3)	2	
	サシ$p-$スセr	$12p-30r$	3	
	（ソ，タ，チ）	(3，6，1)	2	
	（ツ，テ，ト）	(5，0，2)	2	
	ナニ	15	4	
第4問　自己採点小計			(20)	
第5問	ア	3	3	
	イ	5	3	
	ウ	9	3	
	$\dfrac{\text{エオ}}{\text{カ}}$	$\dfrac{16}{9}$	3	
	$\dfrac{\text{キ}}{\text{ク}}$	$\dfrac{3}{2}$	4	
	$\dfrac{\text{ケコ}\sqrt{\text{サシ}}}{\text{スセ}}$	$\dfrac{23\sqrt{17}}{95}$	4	
第5問　自己採点小計			(20)	
自己採点合計			(100)	

第 1 問　図形と計量，データの分析

〔1〕 ∠BAC が鈍角である △ABC は，AB＝1，CA＝$\sqrt{7}$，$\sin\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{3\sqrt{21}}{14}$ を満たすとする．

このとき

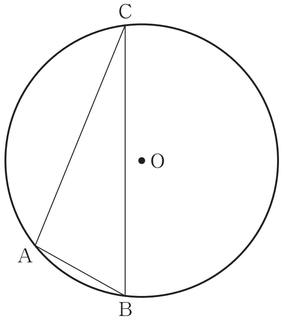
$$\cos\angle\mathrm{BAC}=-\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イウ}}},\quad \mathrm{BC}=\boxed{\text{エ}}$$

であり，△ABC の外接円の中心を O とすると

$$\mathrm{OB}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である．

参考図



また，点 O から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC の交点を D とすると

$$\sin\angle\mathrm{OBD}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$$

である．

△OBC の外接円の中心を O′ とすると

$$\frac{\mathrm{OD}}{\mathrm{OO'}}=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$$

である．

〔2〕 25人の生徒に対して，高校1年次と高校3年次にテストを行った．次の相関表はその結果をまとめたものである．表の横軸は高校1年次の得点を，縦軸は高校3年次の得点を表し，表中の数値は，高校1年次の得点と高校3年次の得点の組み合わせに対応する人数を表している．ただし，A，B は1以上の整数値であり，空欄は0人であることを表している．たとえば，高校1年次の得点が5点で高校3年次の得点が6点である生徒の人数は4である．

高校3年次の得点（点）＼高校1年次の得点（点）	1	2	3	4	5	6
8						1
7			2	2	B	1
6		1	A	2	4	
5		1	1	2	1	
4				1		
3	1					

相関表より

A＋B＝ $\boxed{\text{セ}}$

である．

⑴ 高校1年次の得点のデータの最頻値（モード）が5点のみであるとする．

B のとり得る値は小さい方から順に $\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ であり，さらに高校3年次の得点のデータの最頻値が6点のみであるならば

A＝ $\boxed{\text{チ}}$， B＝ $\boxed{\text{ツ}}$

である．

⑵ A＝ $\boxed{\text{チ}}$，B＝ $\boxed{\text{ツ}}$ とする．

高校1年次の得点のデータの中央値は $\boxed{\text{テ}}$ 点であり，高校3年次の得点のデータの平均値は $\boxed{\text{ト}}$ 点である．

また，高校1年次の得点のデータと高校3年次の得点のデータの間には $\boxed{\text{ナ}}$．

$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ．

⓪ 正の相関関係がある

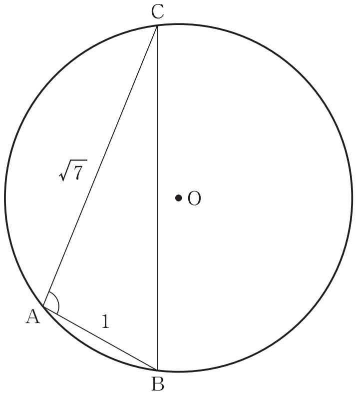
① 相関関係はほとんどない

② 負の相関関係がある

【解説】

問題

〔1〕



　∠BAC は鈍角であるから，

$$\cos\angle BAC = -\sqrt{1-\sin^2\angle BAC}$$
$$= -\sqrt{1-\left(\frac{3\sqrt{21}}{14}\right)^2}$$
$$= -\frac{\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{14}}$$

☜ $90° < \theta < 180°$ のとき，
$\cos\theta = -\sqrt{1-\sin^2\theta}$.

である．

　△ABC に余弦定理を用いると，

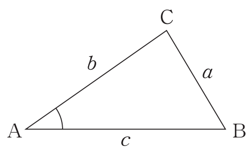
$$BC^2 = CA^2 + AB^2 - 2CA\cdot AB\cos\angle BAC$$
$$= (\sqrt{7})^2 + 1^2 - 2\sqrt{7}\cdot 1\cdot\left(-\frac{\sqrt{7}}{14}\right)$$
$$= 9$$

であるから，

$$BC = \boxed{3}$$

である．

☜ **余弦定理**



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$.

　線分 OB は △ABC の外接円の半径であるから，正弦定理を用いると，

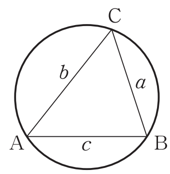
$$2OB = \frac{BC}{\sin\angle BAC}$$

であり，

$$OB = \frac{BC}{2\sin\angle BAC}$$
$$= \frac{3}{2\cdot\frac{3\sqrt{21}}{14}}$$
$$= \frac{\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{3}}$$

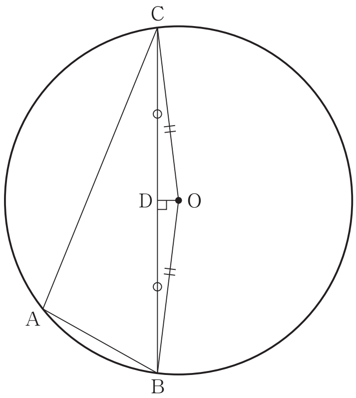
である．

☜ **正弦定理**



$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$.

（R は △ABC の外接円の半径）



　△OBD に三平方の定理を用いると，

$$\begin{aligned}\mathrm{OD}&=\sqrt{\mathrm{OB}^2-\mathrm{BD}^2}\\&=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{21}}{3}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}\\&=\frac{\sqrt{3}}{6}\end{aligned}$$

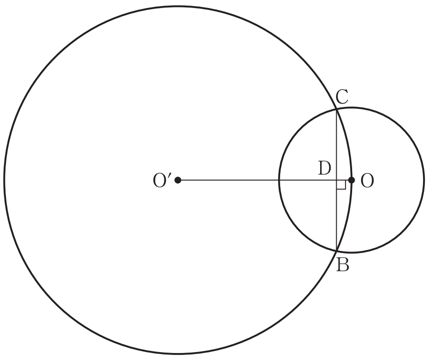
☜　$\mathrm{BD}=\dfrac{\mathrm{BC}}{2}=\dfrac{3}{2}$.

であるから，

$$\begin{aligned}\sin\angle\mathrm{OBD}&=\frac{\mathrm{OD}}{\mathrm{OB}}\\&=\frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{\frac{\sqrt{21}}{3}}\\&=\frac{\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{14}}\end{aligned}$$

☜　$\angle\mathrm{ODB}=90°$.

である．



　線分 OO′ は円 O′ の半径であるから，△OBC に正弦定理を用いると，

$$2\mathrm{OO'}=\frac{\mathrm{OC}}{\sin\angle\mathrm{OBC}}$$

であり，

$$\mathrm{OO'}=\frac{\mathrm{OC}}{2\sin\angle\mathrm{OBC}}$$
$$=\frac{\frac{\sqrt{21}}{3}}{2\cdot\frac{\sqrt{7}}{14}}$$
$$=\frac{7\sqrt{3}}{3}$$

☜ $\mathrm{OC}=\mathrm{OB}=\frac{\sqrt{21}}{3}$,

$\sin\angle\mathrm{OBC}=\sin\angle\mathrm{OBD}=\frac{\sqrt{7}}{14}$.

である．

これより，

$$\frac{\mathrm{OD}}{\mathrm{OO'}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{\frac{7\sqrt{3}}{3}}$$
$$=\frac{\boxed{1}}{\boxed{14}}$$

である．

［2］ **問題**

☜ 2つの変量に対して，それらの度数分布表を組み合わせたものを相関表という．

高校3年次の得点（点） \ 高校1年次の得点（点）	1	2	3	4	5	6
8						1
7			2	2	B	1
6		1	A	2	4	
5		1	1	2	1	
4				1		
3	1					

相関表より，高校1年次の得点のデータの度数分布表は次のようになる．

得 点	1	2	3	4	5	6	計
人 数	1	2	A＋3	7	B＋5	2	25

よって，

$$1+2+(\mathsf{A}+3)+7+(\mathsf{B}+5)+2=25$$

が成り立つから，

$$\mathsf{A}+\mathsf{B}=\boxed{5} \qquad \cdots①$$

である．

(1) 高校1年次の得点のデータの最頻値(モード)が5点のみであるとき，高校1年次の得点が4点である生徒が7人であることに注意すると，

☜ データにおいて，最も個数の多い値をそのデータの最頻値(モード)という．

$$\begin{cases} \mathsf{A} \geqq 1, \\ \mathsf{B} \geqq 1, \\ \mathsf{B}+5 \geqq 8, \\ \mathsf{B}+5 > \mathsf{A}+3 \end{cases}$$

が成り立ち，① を用いて A を消去すると，

$$\begin{cases} \mathsf{B} \leqq 4, \\ \mathsf{B} \geqq 1, \\ \mathsf{B} \geqq 3, \\ \mathsf{B} > \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

すなわち

$$3 \leqq \mathsf{B} \leqq 4$$

である．

よって，B のとり得る値は小さい方から順に，

$$\boxed{3},\quad \boxed{4}$$

であり，このとき，① より，

$$(\mathsf{A},\ \mathsf{B})=(2,\ 3),\ (1,\ 4)$$

である．

(A, B)＝(2, 3) のとき，高校3年次の得点のデータの度数分布表は次のようになる．

得 点	3	4	5	6	7	8	計
人 数	1	1	5	9	8	1	25

…②

このとき，最頻値は6点のみである．

(A, B)＝(1, 4) のとき，高校3年次の得点のデータの度数分布表は次のようになる．

得 点	3	4	5	6	7	8	計
人 数	1	1	5	8	9	1	25

このとき，最頻値は7点のみである．

したがって，高校3年次の得点のデータの最頻値が6点のみであるならば，

$$\mathsf{A}=\boxed{2},\quad \mathsf{B}=\boxed{3}$$

である．

(2) (1)より相関表は次のようになる．

高校3年次の得点（点） / 高校1年次の得点（点）

高校3年次の得点＼高校1年次の得点	1	2	3	4	5	6
8						1
7			2	2	3	1
6		1	2	2	4	
5		1	1	2	1	
4				1		
3	1					

高校1年次の得点のデータの度数分布表は次のようになる．

得 点	1	2	3	4	5	6	計
人 数	1	2	5	7	8	2	25

全部で25人であるから，高校1年次の得点のデータの中央値は，小さい方から13番目の値の

$$\boxed{4}\ (点)$$

である．

中央値

データを値の大きさの順に並べたとき，その中央の値を中央値という．データの大きさが偶数のときは，中央に並ぶ2つの値の平均値を中央値とする．

☜ 1点から3点までの人数の合計が8人，1点から4点までの人数の合計が15人である．

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, ….

高校3年次の得点のデータの平均値は，② より，

$$\frac{3\times1+4\times1+5\times5+6\times9+7\times8+8\times1}{25}$$

$$=\frac{150}{25}$$

$$=\boxed{6}\ (点)$$

である．

平均値

変量 x についてのデータの値が，n 個の値 x_1，x_2，…，x_n であるとき，x の平均値 $\overline{x}$ は，

$$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}.$$

また，相関表から，高校1年次の得点が増えると，高校3年次の得点も増える傾向が認められるので，高校1年次の得点のデータと高校3年次の得点のデータの間には正の相関関係がある．

したがって，$\boxed{ナ}$ に当てはまるものは $\boxed{0}$ である．

☜ 相関係数を求めると，

約 0.53

である．

第2問　2次関数

a を実数とし，x の二つの2次関数

$$y=x^2-2(a+2)x+2a^2+2a-4$$
$$y=x^2+2ax+a^2-4a$$

のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする．さらに

G_1 と y 軸の交点を A，　G_2 と y 軸の交点を B，　G_1 の頂点を C

とし，点 C の y 座標を Y とする．

$$Y=a^2-\boxed{\text{ア}}a-\boxed{\text{イ}}$$

である．

(1)　A の y 座標が正となるような a の値の範囲は

$$a<\boxed{\text{ウエ}},\quad \boxed{\text{オ}}<a$$

であり，A の y 座標が正，B の y 座標が負となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{カ}}<a<\boxed{\text{キ}}$$

である．

$\boxed{\text{カ}}<a<\boxed{\text{キ}}$ のとき，Y のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{クケ}}<Y<\boxed{\text{コ}}$$

である．

(2)　$\boxed{\text{カ}}<a<\boxed{\text{キ}}$ とする．

G_1 の軸と x 軸の交点を D とし，四角形 ABCD の面積を S とすると

$$\mathrm{CD}=\boxed{\text{サ}}a^2+\boxed{\text{シ}}a+\boxed{\text{ス}}$$
$$S=\boxed{\text{セ}}a^2+\boxed{\text{ソタ}}a+\boxed{\text{チ}}$$

である．

$S<54$ は $Y<-7$ であるための $\boxed{\text{ツ}}$．

$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ．

⓪　必要十分条件である
①　必要条件であるが，十分条件ではない
②　十分条件であるが，必要条件ではない
③　必要条件でも十分条件でもない

【解説】　　問題

$$G_1 : y=x^2-2(a+2)x+2a^2+2a-4,$$
$$G_2 : y=x^2+2ax+a^2-4a.$$

これより，

$$\mathrm{A}(0,\ 2a^2+2a-4),\quad \mathrm{B}(0,\ a^2-4a)$$

である．

また，

$$
\begin{aligned}
y&=x^2-2(a+2)x+2a^2+2a-4\\
&=\{x-(a+2)\}^2-(a+2)^2+2a^2+2a-4\\
&=\{x-(a+2)\}^2+a^2-2a-8
\end{aligned}
$$

であるから，

$$\mathrm{C}(a+2,\ a^2-2a-8)$$

☜ 放物線 $y=a(x-p)^2+q$ の頂点の座標は，

$$(p,\ q).$$

であり，

$$Y=a^2-\boxed{\ 2\ }a-\boxed{\ 8\ }$$

である．

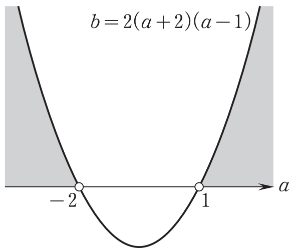
⑴ A の y 座標が正となるような a の値の範囲は，

$$2a^2+2a-4>0$$

$$2(a+2)(a-1)>0$$

より，

$$a<\boxed{-2},\quad \boxed{\ 1\ }<a \qquad \cdots ①$$ ☜



である．

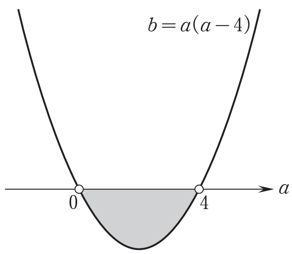
また，B の y 座標が負となるような a の値の範囲は，

$$a^2-4a<0$$

$$a(a-4)<0$$

より，

$$0<a<4 \qquad \cdots ②$$ ☜



である．

①，② より，A の y 座標が正，B の y 座標が負となるような a の値の範囲は，

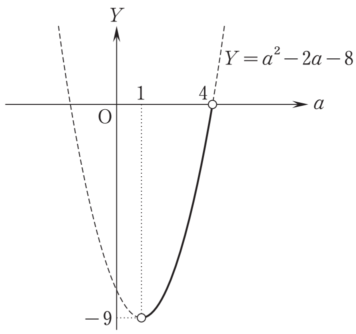
$$\boxed{\ 1\ }<a<\boxed{\ 4\ }$$

である．

$$
\begin{aligned}
Y&=a^2-2a-8\\
&=(a-1)^2-9
\end{aligned}
$$

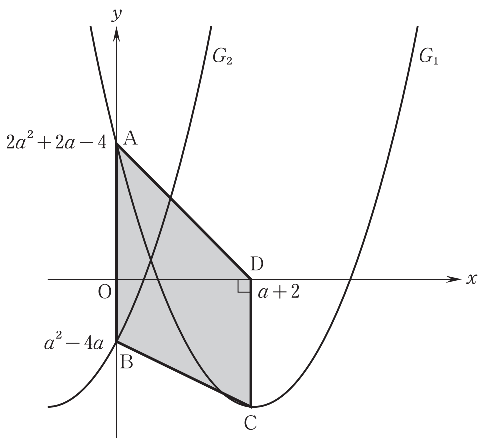
であるから，$1<a<4$ のとき，Y のとり得る値の範囲は，

$$\boxed{-9}<Y<\boxed{\ 0\ }$$ ☜



である．

(2)



$$\mathrm{C}(a+2,\ Y),\quad \mathrm{D}(a+2,\ 0)$$

であり，$1<a<4$ のとき，$Y<0$ であるから，

$$\begin{aligned}\mathrm{CD}&=-Y\\&=\boxed{-}\,a^2+\boxed{2}\,a+\boxed{8}\end{aligned}$$

である.

また，

$$\mathrm{A}(0,\ 2a^2+2a-4),\quad \mathrm{B}(0,\ a^2-4a)$$

であり，$1<a<4$ のとき，$a^2-4a<0<2a^2+2a-4$ であるから，

$$\begin{aligned}\mathrm{AB}&=(2a^2+2a-4)-(a^2-4a)\\&=a^2+6a-4\end{aligned}$$

である.

四角形 ABCD は CD // AB の台形であるから，

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{2}(\mathrm{CD}+\mathrm{AB})\cdot\mathrm{OD}\\&=\frac{1}{2}\{(-a^2+2a+8)+(a^2+6a-4)\}(a+2)\\&=\boxed{4}\,a^2+\boxed{10}\,a+\boxed{4}\end{aligned}$$

☜　$\mathrm{OD}=a+2$.

である.

よって，

$$S<54$$

より，

$$\begin{gathered}4a^2+10a+4<54\\2a^2+5a-25<0\\(a+5)(2a-5)<0\\-5<a<\frac{5}{2}\end{gathered}$$

であり，$1<a<4$ より，

$$1<a<\frac{5}{2} \qquad \cdots ③$$

である．

　また，

$$Y < -7$$

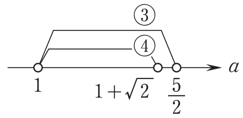
より，

$$a^2-2a-8<-7$$
$$a^2-2a-1<0$$
$$1-\sqrt{2}<a<1+\sqrt{2}$$

であり，$1<a<4$ より，

$$1<a<1+\sqrt{2} \qquad \cdots ④$$

である．



$$\frac{5}{2}-(1+\sqrt{2})=\frac{\sqrt{9}-\sqrt{8}}{2}>0$$

より，

$$1+\sqrt{2}<\frac{5}{2}.$$

　③，④ より，

$S<54$ ならば $Y<-7$ は偽，

$Y<-7$ ならば $S<54$ は真

であるから，$S<54$ は $Y<-7$ であるための必要条件であるが，十分条件ではない，すなわち $\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものは $\boxed{①}$ である．

命題「p ならば q」が真のとき，

p は q であるための十分条件，

q は p であるための必要条件

であるという．

第3問　場合の数と確率

(1)　一つのさいころを2回振り，出た目の数を順に a，b とし，S を

b が a の倍数であるとき　$S=a+b$

b が a の倍数でないとき　$S=0$

と定める．

$(a,\ b)$ は全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 組あり，そのうち

$S=0$ となるものは $\boxed{\text{ウエ}}$ 組，$S=6$ となるものは $\boxed{\text{オ}}$ 組

である．

(2)　一つのさいころを3回振り，出た目の数を順に a，b，c とし，S_1 を

b が a の倍数であるとき　$S_1=a+b$

b が a の倍数でないとき　$S_1=0$

と定め，S_2 を

c が a の倍数であるとき　$S_2=S_1+c$

c が a の倍数でないとき　$S_2=0$

と定める．

$S_2=3$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ であり，$S_2=0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である．

また，$S_2=0$ という条件のもとで $S_1=6$ となる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である．

【解説】　問題

(1)　a，b に対する S の値を表にすると次のようになる．

(表1)

a ＼ b	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	0	4	0	6	0	8
3	0	0	6	0	0	9
4	0	0	0	8	0	0
5	0	0	0	0	10	0
6	0	0	0	0	0	12

$(a,\ b)$ は全部で，

$$6^2=\boxed{36}\ (\text{組})$$

あり，(表1)より $S=0$ となるものは $\boxed{22}$ 組，$S=6$ となるものは $\boxed{3}$ 組である．

(2) $(a,\ b,\ c)$ は全部で 6^3 組ある.

a, c に対する S_2 の値を表にすると次のようになる.

☜ S_1 の値は(表 1)と同じ.

(表 2)

$a \backslash c$	1	2	3	4	5	6
1	S_1+1	S_1+2	S_1+3	S_1+4	S_1+5	S_1+6
2	0	S_1+2	0	S_1+4	0	S_1+6
3	0	0	S_1+3	0	0	S_1+6
4	0	0	0	S_1+4	0	0
5	0	0	0	0	S_1+5	0
6	0	0	0	0	0	S_1+6

$S_2=3$ となるのは次の 2 つの場合である.

(i) $S_1 \neq 0$ のとき.

(表 1)と(表 2)より, $S_2=3$ となるのは,

$$S_1=2,\ c=1 \quad \text{すなわち} \quad (a,\ b,\ c)=(1,\ 1,\ 1)$$

のときである.

よって, $S_2=3$ となる $(a,\ b,\ c)$ は 1 組.

(ii) $S_1=0$ のとき.

(表 2)より $S_2=3$ となるためには,

$$(a,\ c)=(1,\ 3) \quad \text{または} \quad (3,\ 3)$$

が必要である.

$(a,\ c)=(1,\ 3)$ のとき, (表 1)より $S_1=0$ とはならないから不適.

$(a,\ c)=(3,\ 3)$ のとき, (表 1)より $b=1,\ 2,\ 4,\ 5$.

よって, $S_2=3$ となる $(a,\ b,\ c)$ は 4 組.

(i), (ii) は排反であるから $S_2=3$ となる確率は,

$$\frac{1+4}{6^3}=\frac{\boxed{5}}{\boxed{216}}$$

☜ $(a,\ b,\ c)$ は全部で 6^3 組.

である.

$S_2=0$ となるような $(a,\ c)$ は(表 2)より 22 組ある. このとき, b の値に関わらず $S_2=0$ となるから $S_2=0$ となる確率は,

$$\frac{22\times 6}{6^3}=\frac{\boxed{11}}{\boxed{18}}$$

☜ 22 組の $(a,\ c)$ のそれぞれに b の選び方が 6 通りある.

である.

また, $S_1=6$ となるのは(表 1)より,

$$(a,\ b)=(1,\ 5),\ (2,\ 4),\ (3,\ 3)$$

のときであり, $S_2=0$ かつ $S_1=6$ となる c は次の通りである.

$(a,\ b)=(1,\ 5)$ のとき, (表 2)より $S_2=0$ となる c は,

存在しない.

$(a,\ b)=(2,\ 4)$ のとき，(表 2)より $S_2=0$ となる c は，

$$c=1,\ 3,\ 5.$$

$(a,\ b)=(3,\ 3)$ のとき，(表 2)より $S_2=0$ となる c は，

$$c=1,\ 2,\ 4,\ 5.$$

よって，$S_2=0$ かつ $S_1=6$ となる確率は，

$$\frac{0+3+4}{6^3}=\frac{7}{216}$$

であるから，$S_2=0$ という条件のもとで $S_1=6$ となる条件付き確率は，

$$\frac{(S_2=0 \text{ かつ } S_1=6 \text{ となる確率})}{(S_2=0 \text{ となる確率})}=\frac{\frac{7}{216}}{\frac{11}{18}}$$

$$=\frac{\boxed{7}}{\boxed{132}}$$

である．

☜ **条件付き確率**

事象 A が起こったという条件のもとで事象 B が起こる確率を，事象 A が起こったときの事象 B が起こる条件付き確率といい，$P_A(B)$ と表す．

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}.$$

第 4 問　整数の性質

⑴　10 進法で表された数 200 を 7 進法で表すと

$$200 = \boxed{\text{ア}} \times 7^2 + \boxed{\text{イ}} \times 7 + \boxed{\text{ウ}} = \boxed{\text{アイウ}}_{(7)}$$

である．

　また

200 を 11 で割ったときの商は 18，余りは 2

18 を 11 で割ったときの商は 1，余りは 7

1 を 11 で割ったときの商は 0，余りは 1

であるから，200 を 11 進法で表すと

$$200 = \boxed{\text{エオカ}}_{(11)}$$

である．

⑵　a，b を整数とする．

　ある自然数を 7 進法で表すと 2 桁(けた)の数 $ab_{(7)}$ となり，11 進法で表すと 2 桁の数 $ba_{(11)}$ となる．このとき

$$b = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} a$$

であるから

$$(a,\ b) = \left(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コ}}\right)$$

である．

⑶　p，q，r を整数とする．

　ある自然数を 7 進法で表すと 3 桁の数 $pqr_{(7)}$ となり，11 進法で表すと 3 桁の数 $rqp_{(11)}$ となる．このとき

$$q = \boxed{\text{サシ}}\,p - \boxed{\text{スセ}}\,r$$

が成り立ち

$$(p,\ q,\ r) = \left(\boxed{\text{ソ}},\ \boxed{\text{タ}},\ \boxed{\text{チ}}\right),\ \left(\boxed{\text{ツ}},\ \boxed{\text{テ}},\ \boxed{\text{ト}}\right)$$

である．ただし，$\boxed{\text{ソ}} < \boxed{\text{ツ}}$ とする．

⑷　x，y を 10 以上 99 以下の整数とすると

$$\boxed{\text{サシ}}\,x - \boxed{\text{スセ}}\,y = \boxed{\text{タ}}$$

を満たす $(x,\ y)$ は全部で $\boxed{\text{ナニ}}$ 組ある．

【解説】

問題

(1)　10進法で表された数200を7進法で表すと，

$$\begin{aligned}200&=49\times4+4\\&=\boxed{4}\times7^2+\boxed{0}\times7+\boxed{4}\\&=404_{(7)}\end{aligned}$$

である．

また，

$$200=11\times18+2,$$
$$18=11\times1+7$$

であるから，10進法で表された数200を11進法で表すと，

$$\begin{aligned}200&=11\times18+2\\&=11\times(11\times1+7)+2\\&=1\times11^2+7\times11+2\\&=\boxed{172}_{(11)}\end{aligned}$$

である．

☜　nは正の整数，a_i $(i=0,\ 1,\ \cdots,\ r)$ を $0\leqq a_i<n$，$a_0\neq0$ を満たす整数とする．自然数Nが，

$$N=a_0n^r+a_1n^{r-1}+\cdots+a_{r-1}n+a_r$$

となるとき，Nを，

$$a_0a_1\cdots a_{r-1}a_{r\,(n)}$$

のように表す表し方をn進法と呼ぶ．

(2)　条件より，

$$ab_{(7)}=7a+b,\ \ ba_{(11)}=11b+a$$
$$(1\leqq a\leqq6,\ 1\leqq b\leqq6)$$

であるから，$ab_{(7)}=ba_{(11)}$ より，

$$7a+b=11b+a.$$

よって，

$$b=\frac{\boxed{3}}{\boxed{5}}a$$

である．

さらに $1\leqq a\leqq6$，$1\leqq b\leqq6$ であるから，

$$(a,\ b)=\left(\boxed{5},\ \boxed{3}\right)$$

である．

☜　aは5の倍数．

(3)
$$pqr_{(7)}=7^2p+7q+r,\ \ rqp_{(11)}=11^2r+11q+p$$
$$(1\leqq p\leqq6,\ 0\leqq q\leqq6,\ 1\leqq r\leqq6)$$

であるから，$pqr_{(7)}=rqp_{(11)}$ より，

$$7^2p+7q+r=11^2r+11q+p.$$

よって，

$$q=\boxed{12}p-\boxed{30}r$$

である．

$$q=6(2p-5r) \quad \cdots ①$$

より，q は 6 の倍数であるから，$0 \leqq q \leqq 6$ より，

$$q=0,\ 6.$$

(i) $q=0$ のとき．

① より，

$$2p-5r=0.$$

$1 \leqq p \leqq 6$，$1 \leqq r \leqq 6$ であるから，

$$(p,\ r)=(5,\ 2).$$

(ii) $q=6$ のとき．

① より，

$$2p-5r=1.$$

$1 \leqq p \leqq 6$，$1 \leqq r \leqq 6$ であるから，

$$(p,\ r)=(3,\ 1).$$

(i)，(ii) より，

$$(p,\ q,\ r)=(\boxed{3},\ \boxed{6},\ \boxed{1}),$$
$$(\boxed{5},\ \boxed{0},\ \boxed{2})$$

である．

(4) $12x-30y=6$ より，

$$2x-5y=1. \quad \cdots ②$$

$(x,\ y)=(3,\ 1)$ は ② を満たす整数の 1 組であり，

$$2 \cdot 3-5 \cdot 1=1. \quad \cdots ③$$

②−③ より，

$$2(x-3)-5(y-1)=0.$$
$$2(x-3)=5(y-1).$$

2 と 5 は互いに素な整数であるから，

$$\begin{cases} x-3=5k, \\ y-1=2k \end{cases} \quad (k \text{ は整数})$$

と表せる．

これより，

$$\begin{cases} x=5k+3, \\ y=2k+1 \end{cases}$$

である．

$10 \leqq x \leqq 99$，$10 \leqq y \leqq 99$ であるから，

$$\begin{cases} 10 \leqq 5k+3 \leqq 99, \\ 10 \leqq 2k+1 \leqq 99 \end{cases}$$

すなわち

$$\begin{cases} \dfrac{7}{5} \leqq k \leqq \dfrac{96}{5}, \\ \dfrac{9}{2} \leqq k \leqq 49. \end{cases}$$

☜ p，q を互いに素な整数とする．x，y が整数のとき，

$$px=qy$$
$$\iff \begin{cases} x=qk, \\ y=pk \end{cases} \quad (k \text{ は整数}) \text{ と表せる．}$$

k は整数であるから，これらを満たすものは，

$$k=5,\ 6,\ \cdots,\ 19$$

である．

☜ $\frac{7}{5}=1+\frac{2}{5}$，$\frac{96}{5}=19+\frac{1}{5}$，$\frac{9}{2}=4+\frac{1}{2}$.

よって，② を満たす $(x,\ y)$ は全部で，

$$19-5+1=\boxed{15}\ (組)$$

ある．

第５問　図形の性質

平面上に点 O を中心とする半径 2 の円と $\mathrm{OP}=\sqrt{13}$ を満たす点 P がある．点 P から円 O に接線を 1 本引き，接点を T とする．さらに，点 O に関して T と対称な点を A とする．このとき

$$\mathrm{PT}=\boxed{\text{ア}},\quad \mathrm{PA}=\boxed{\text{イ}}$$

である．

さらに，直線 PA と円 O の交点のうち A でない方を B とすると

$$\mathrm{PB}\cdot\mathrm{PA}=\boxed{\text{ウ}}$$

であるから

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BP}}=\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である．

線分 PT を 2:1 に内分する点を C とし，直線 AC と直線 OP，TB の交点をそれぞれ D，E とする．

△ACT と直線 PO にメネラウスの定理を用いると

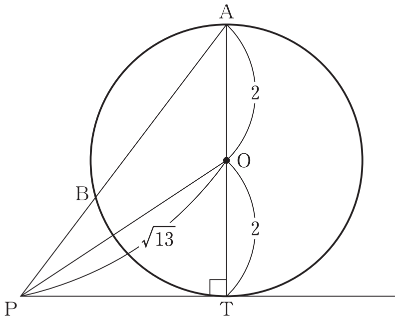
$$\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DC}}=\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

が得られ

$$\mathrm{DE}=\frac{\boxed{\text{ケコ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{スセ}}}$$

である．

【解説】 問題



△OPT と △APT に三平方の定理を用いると，

$$\begin{aligned}\mathrm{PT}&=\sqrt{\mathrm{OP}^2-\mathrm{OT}^2}\\&=\sqrt{(\sqrt{13})^2-2^2}\\&=\boxed{3}\end{aligned}$$

であり，

$$
\begin{aligned}
PA &= \sqrt{PT^2 + AT^2} \\
&= \sqrt{3^2 + 4^2} \\
&= \boxed{5}
\end{aligned}
$$

である．

さらに，方べきの定理より，

$$
\begin{aligned}
PB \cdot PA &= PT^2 \\
&= 3^2 \\
&= \boxed{9}
\end{aligned}
$$

であるから，PA＝5 より，

$$5PB = 9$$

$$PB = \frac{9}{5}.$$

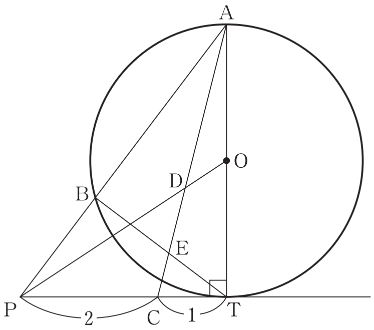
よって，

$$
\begin{aligned}
AB &= PA - PB \\
&= 5 - \frac{9}{5} \\
&= \frac{16}{5}
\end{aligned}
$$

より，

$$
\begin{aligned}
\frac{AB}{BP} &= \frac{\frac{16}{5}}{\frac{9}{5}} \\
&= \frac{\boxed{16}}{\boxed{9}}
\end{aligned}
$$

である．



△ACT と直線 PO にメネラウスの定理を用いると，

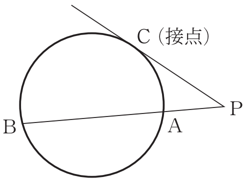
$$\frac{AO}{OT} \cdot \frac{TP}{PC} \cdot \frac{CD}{DA} = 1$$

$$\frac{2}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{DC}{AD} = 1.$$

よって，

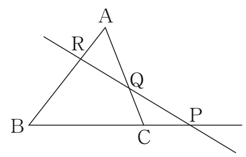
方べきの定理

$$PA \cdot PB = PC^2.$$



メネラウスの定理

$$\frac{AR}{RB} \cdot \frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} = 1.$$



$$\frac{AD}{DC}=\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}} \qquad \cdots ①$$

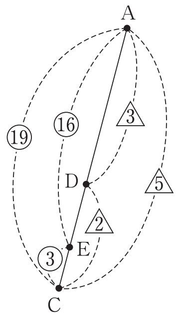
であり，△APC と直線 TB にメネラウスの定理を用いると，

$$\frac{AB}{BP}\cdot\frac{PT}{TC}\cdot\frac{CE}{EA}=1$$

$$\frac{16}{9}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{CE}{AE}=1.$$

よって，

$$\frac{AE}{CE}=\frac{16}{3}. \qquad \cdots ②$$



① より，

$$AD=\frac{3}{5}AC.$$

② より，

$$CE=\frac{3}{19}AC.$$

よって，

$$\begin{aligned} DE&=AC-AD-CE\\ &=\left(1-\frac{3}{5}-\frac{3}{19}\right)AC\\ &=\frac{23}{95}AC.\\ &=\frac{23}{95}\sqrt{AT^2+CT^2} && ☜ \quad \angle ATC=90^\circ.\\ &=\frac{23}{95}\sqrt{4^2+1^2}\\ &=\frac{\boxed{23}\sqrt{\boxed{17}}}{\boxed{95}} \end{aligned}$$

である．

【数 学 ②】

数 学 Ⅱ

【解答・採点基準】

（100点満点）

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第1問	ア	2	1	
	イ，ウ	2，1	2	
	エ	1	1	
	オ	2	1	
	$\frac{カ\sqrt{キ}}{ク}$	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	2	
	$\frac{\pi}{ケ}$	$\frac{\pi}{3}$	2	
	コ	2	2	
	$\frac{\pi}{サ}$	$\frac{\pi}{4}$	2	
	シ	2	1	
	$\frac{ス+セ\sqrt{ソ}}{タ}$	$\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$	2	
	$\frac{チ}{ツ}$	$\frac{1}{2}$	2	
	テ，ト，ナ	4，2，1	3	
	ニ	0	2	
	$\frac{ヌ}{ネ}$	$\frac{4}{3}$	2	
	$ノ(ハ+\sqrt{ヒ})$	$2(1+\sqrt{5})$	3	
	$フ+\sqrt{ヘ}$	$3+\sqrt{5}$	2	
	第1問 自己採点小計		(30)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第2問	ア，イ，ウ，エ	6，2，2，1	3	
	オ	1	2	
	カ，キ	0，1	2	
	$ク<k<ケ$	$1<k<2$	3	
	コサ	−1	2	
	シ	2	2	
	$\frac{p}{ス}$	$\frac{p}{2}$	2	
	セ，ソ	0，2	3	
	タチ	−2	3	
	ツ，テ，トナ	2，1，−4	3	
	$\frac{ニヌ}{ネ}$	$\frac{11}{3}$	3	
	$\frac{ノハ}{ヒフ}$	$\frac{11}{13}$	2	
	第2問 自己採点小計		(30)	
第3問	ア	3	2	
	$\frac{イ}{ウ}$	$\frac{9}{2}$	2	
	エ	2	2	
	オ，カ	4，2	2	
	$キ\pm\sqrt{ク}$	$2\pm\sqrt{2}$	2	
	$ケ<x<コ$	$0<x<1$	2	
	$サ\sqrt{シ}\leqq y\leqq ス$	$2\sqrt{2}\leqq y\leqq 3$	3	
	セ	3	1	
	ソ	4	2	
	$\frac{\sqrt{タ}}{チ}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	2	
	第3問 自己採点小計		(20)	

<table>
<tr><th>問題番号</th><th>解答記号</th><th>正　解</th><th>配点</th><th>自己採点</th></tr>
<tr><td rowspan="8">第4問</td><td>ア</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>イ，ウ，エ</td><td>1，2，3</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>オ－カ√キ</td><td>$5-2\sqrt{3}$</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>ク</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>ケコ＋サ√シ</td><td>$18+8\sqrt{3}$</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>ス，セ</td><td>2，4</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>ソタ</td><td>26</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>チツテ</td><td>514</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">第4問　自己採点小計</td><td>(20)</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">自己採点合計</td><td>(100)</td><td></td></tr>
</table>

第1問　三角関数，図形と方程式

問題

数学Ⅱ・数学Ｂ 第1問 に同じである．

問題

第2問　微分法・積分法

問題

数学Ⅱ・数学Ｂ 第2問 に同じである．

第3問　指数関数・対数関数

x の関数 $f(x)=2^x+2^{1-x}$ を考える．

$$f(0)=\boxed{ア},\quad f(2)=\frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$$

である．

(1)　$2^x=t$ とおくと，$f(x)$ は t を用いて

$$f(x)=t+\frac{\boxed{エ}}{t}$$

と表される．

このとき，x の方程式 $f(x)=4$ は t を用いて

$$t^2-\boxed{オ}t+\boxed{カ}=0$$

と表されるから，方程式 $f(x)=4$ の解は

$$x=\log_2\left(\boxed{キ}\pm\sqrt{\boxed{ク}}\right)$$

である．

(2)　次の連立不等式を満たす x，y を考える．

$$\begin{cases} f(x)<3 & \cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ \dfrac{3}{2}\leqq\log_2 y\leqq 2\log_4 3 & \cdots\cdots\cdots\cdots ② \\ \log_x y-2\log_x 2\leqq 1 & \cdots\cdots\cdots\cdots ③ \end{cases}$$

不等式 ① を満たす x のとり得る値の範囲は

$$\boxed{ケ}<x<\boxed{コ} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

であり，不等式 ② を満たす y のとり得る値の範囲は

$$\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}\leqq y\leqq\boxed{ス}$$

である．

また，(*) のとき，不等式 ③ は

$$y\ \boxed{セ}\ \boxed{ソ}\ x$$

となるから，x，y が ① かつ ② かつ ③ を満たすとき，$y-3x$ の最小値は

$$\frac{\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チ}}$$

である．

ただし，$\boxed{セ}$ には，当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ．

⓪ $<$　　① $>$　　② $\leqq$　　③ $\geqq$

【解説】　　問題

$f(x)=2^x+2^{1-x}$ において

$$f(0)=2^0+2^1=1+2=\boxed{3},$$

☜ $2^0=1$.

$$f(2)=2^2+2^{-1}=4+\frac{1}{2}=\frac{\boxed{9}}{\boxed{2}}$$

☜ $2^{-1}=\frac{1}{2}$.

である.

(1)　$2^x=t$ とおくと，$t>0$ であり，また $2^{1-x}=2\cdot2^{-x}=\dfrac{2}{2^x}$ より，$f(x)$ は t を用いて

☜ $2^{-x}=\frac{1}{2^x}$.

$$f(x)=t+\frac{\boxed{2}}{t}$$

と表される.

　このとき，方程式 $f(x)=4$ は

$$t+\frac{2}{t}=4$$

すなわち

$$t^2-\boxed{4}\,t+\boxed{2}=0$$

となり，これを解くと

$$t=2\pm\sqrt{2}.$$

　これは $t>0$ を満たす.

　よって，x の方程式 $f(x)=4$ の解は

$$2^x=2\pm\sqrt{2}$$

より

$$x=\log_2\left(\boxed{2}\pm\sqrt{\boxed{2}}\right)$$

である.

☜ $a>0$，$a\neq1$，$c>0$ のとき
$a^b=c \iff b=\log_a c$.

(2)　連立不等式

$$\begin{cases} f(x)<3 & \cdots ① \\ \dfrac{3}{2}\leqq\log_2 y\leqq 2\log_4 3 & \cdots ② \\ \log_x y-2\log_x 2\leqq 1 & \cdots ③ \end{cases}$$

について，① は，$2^x=t$ とおくと

$$t+\frac{2}{t}<3 \quad \text{かつ} \quad t>0$$

すなわち

$$t^2-3t+2<0 \quad \text{かつ} \quad t>0$$

$$(t-1)(t-2)<0 \quad \text{かつ} \quad t>0$$

となるので，これを解いて

$$1<t<2.$$

よって，$1<2^x<2$ より，① を満たす x は

$$\boxed{0}<x<\boxed{1} \qquad \cdots(*)$$

である．

☜ $\left\{\begin{array}{l} a>1 \text{ のとき} \\ a^b<a^x<a^c \iff b<x<c. \end{array}\right.$

☜ $2^0<2^x<2^1$ より
$0<x<1.$

② を満たす y は，真数が正であることより $y>0$ であり，また，$2\log_4 3=2\dfrac{\log_2 3}{\log_2 4}=\log_2 3$ より ② から

$$\frac{3}{2} \leqq \log_2 y \leqq \log_2 3$$

$$\log_2 2^{\frac{3}{2}} \leqq \log_2 y \leqq \log_2 3.$$

☜ **底の変換公式**

$a>0$，$a \neq 1$，$b>0$，$c>0$，$c \neq 1$ のとき

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

底が $2\,(>1)$ であるから

$$2^{\frac{3}{2}} \leqq y \leqq 3$$

すなわち

$$\boxed{2}\sqrt{\boxed{2}} \leqq y \leqq \boxed{3}$$

である．これは $y>0$ も満たす．

☜ $a>1$，$b>0$，$c>0$，$y>0$ のとき
$\log_a b<\log_a y<\log_a c$
$\iff b<y<c.$

また，(*) のとき，③ については，真数が正であることより $y>0$ であり

$$\log_x y-2\log_x 2 \leqq 1$$

$$\log_x y \leqq \log_x 2^2+\log_x x$$

$$\log_x y \leqq \log_x 4x$$

となる．

☜ $\left\{\begin{array}{l} a>0,\ a \neq 1,\ b>0 \text{ のとき} \\ c\log_a b=\log_a b^c. \end{array}\right.$

☜ $a>0$，$a \neq 1$，$M>0$，$N>0$ のとき
$\log_a M+\log_a N=\log_a MN.$

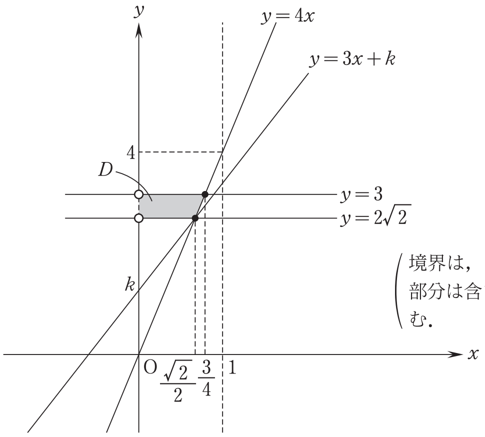
底 x が $0<x<1$ を満たすことより，③ は

$$y \geqq \boxed{4}\,x$$

となる．これは $y>0$ も満たす．したがって，$\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものは $\boxed{③}$ である．

☜ $0<a<1$，$b>0$，$y>0$ のとき
$\log_a y \leqq \log_a b$
$\iff y \geqq b.$

① かつ ② かつ ③ を満たす点 $(x,\ y)$ の存在領域を D とすると，D は次図の影の部分となる．



（境界は，直線 $x=0$ 上にある部分は含まず，他の部分は含む．）

点 $(x,\ y)$ が領域 D 内を動くとき

$$y-3x=k \qquad \cdots ④$$

とおく．④ は傾きが 3，y 切片が k の直線を表す．この直線が領域 D と共有点をもつような k の値の最小値が求める $y-3x$ の最小値である．

☜ ④ は $y=3x+k$.

上の図より，④ の表す直線が点 $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\ 2\sqrt{2}\right)$ を通るとき k が最小となるので，$y-3x$ は，$x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$y=2\sqrt{2}$ のときに，最小値

$$2\sqrt{2}-3\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{\boxed{\ 2\ }}}{\boxed{\ 2\ }}$$

をとる．

第 4 問　高次方程式

p を実数とし，x の整式 $P(x)$ を

$$P(x)=x^3+(p-3)x^2-x-4p+6$$

とする．

$P\left(\boxed{\text{ア}}\right)=0$ であるから

$$P(x)=\left(x-\boxed{\text{ア}}\right)\left\{x^2+\left(p-\boxed{\text{イ}}\right)x+\boxed{\text{ウ}}p-\boxed{\text{エ}}\right\}$$

と因数分解できる．

x の方程式 $P(x)=0$ の三つの解を α，β，γ とする．

(1)　x の方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもつような p の値の範囲は

$$\boxed{\text{オ}}-\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}<p<\boxed{\text{オ}}+\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots(*)$$

である．

p が $(*)$ の範囲を変化するとき，$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ク}}\leqq\alpha^2+\beta^2+\gamma^2<\boxed{\text{ケコ}}+\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である．

(2)　$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=3$ を満たす p の値は

$\boxed{\text{ス}}$ または $\boxed{\text{セ}}$

である．ただし，$\boxed{\text{ス}}<\boxed{\text{セ}}$ とする．

$p=\boxed{\text{セ}}$ のとき

$$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=\boxed{\text{ソタ}}$$

である．

$p=\boxed{\text{ス}}$ のとき

$$\alpha^9+\beta^9+\gamma^9=\boxed{\text{チツテ}}$$

である．

【解説】　　問題

$$P(x)=x^3+(p-3)x^2-x-4p+6.$$

これより

$$P\left(\boxed{2}\right)=8+4(p-3)-2-4p+6$$
$$=0$$

であるから，$P(x)$ は $x-2$ で割り切れ

$$P(x)=(x-2)\left\{x^2+\left(p-\boxed{1}\right)x+\boxed{2}p-\boxed{3}\right\}$$

と因数分解できる．

x の方程式 $P(x)=0$ の三つの解が α，β，γ である．以下において $\gamma=2$ とする．

因数定理

整式 $P(x)$ について

「$P(x)$ が $x-\alpha$ を因数にもつ」

$\Longleftrightarrow$ $P(\alpha)=0$.

$$\begin{array}{r@{\,}l}
 & x^2+(p-1)x\qquad+2p-3\\
x-2\,\big) & x^3+(p-3)x^2\qquad-x-4p+6\\
 & x^3\quad-2x^2\\ \hline
 & (p-1)x^2\qquad-x\\
 & (p-1)x^2-2(p-1)x\\ \hline
 & (2p-3)x-4p+6\\
 & (2p-3)x-4p+6\\ \hline
 & 0
\end{array}$$

(1)　x の方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもつための条件は，x の 2 次方程式

$$x^2+(p-1)x+2p-3=0 \qquad \cdots ①$$

が虚数解をもつことである．① の判別式を D とすると，$D<0$ より

$$(p-1)^2-4(2p-3)<0$$

$$p^2-10p+13<0$$

$$\boxed{5}-\boxed{2}\sqrt{\boxed{3}}<p<5+2\sqrt{3}. \qquad \cdots (*)$$

2 次方程式の解の判別

実数係数の 2 次方程式

$$ax^2+bx+c=0 \qquad \cdots ☆$$

の判別式 $D=b^2-4ac$ において

$D>0 \iff$ (☆) は異なる二つの実数解をもつ，

$D=0 \iff$ (☆) は実数の重解をもつ，

$D<0 \iff$ (☆) は異なる二つの虚数解をもつ．

α，β は ① の 2 解であるから，解と係数の関係により

$$\begin{cases}\alpha+\beta=-p+1,\\ \alpha\beta=2p-3\end{cases} \qquad \cdots ②$$

が成り立つ．よって

解と係数の関係

2 次方程式

$$ax^2+bx+c=0$$

の二つの解を α，β とすると

$$\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a},\\ \alpha\beta=\dfrac{c}{a}.\end{cases}$$

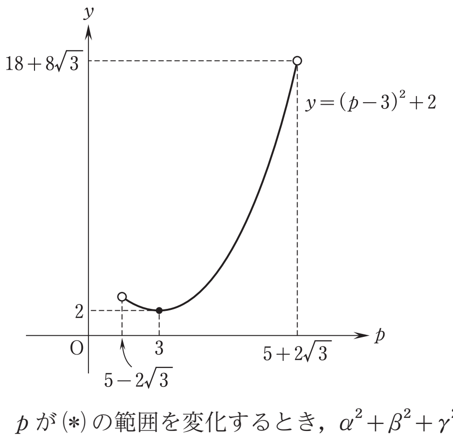
$$\begin{aligned}\alpha^2+\beta^2&=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\\ &=(-p+1)^2-2(2p-3)\\ &=p^2-6p+7\end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned}\alpha^2+\beta^2+\gamma^2&=p^2-6p+7+2^2\\ &=p^2-6p+11 \qquad \cdots ③\\ &=(p-3)^2+2.\end{aligned}$$

$\alpha=2$ または $\beta=2$ としたときも同じである．

(*) の範囲において $y=(p-3)^2+2$ のグラフをかくと次図のようになる．



$p=5+2\sqrt{3}$ のとき

$$\begin{aligned}(p-3)^2+2&=(2+2\sqrt{3})^2+2\\ &=18+8\sqrt{3}.\end{aligned}$$

よって，p が (*) の範囲を変化するとき，$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{2}\leqq\alpha^2+\beta^2+\gamma^2<\boxed{18}+\boxed{8}\sqrt{\boxed{3}}$$

である．

(2)　$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=3$ とすると，③ より

$$p^2-6p+11=3$$

$$p^2-6p+8=0$$

$$(p-2)(p-4)=0.$$

よって，$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=3$ を満たす p の値は

$$\boxed{2} \quad \text{または} \quad \boxed{4}$$

である．

$p=4$ のとき，② より

$$\begin{cases} \alpha+\beta=-3, \\ \alpha\beta=5 \end{cases}$$

であるから

$$\begin{aligned} \alpha^3+\beta^3 &= (\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta) \\ &= (-3)^3-3\cdot5\cdot(-3) \\ &= 18. \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} \alpha^3+\beta^3+\gamma^3 &= 18+2^3 \\ &= \boxed{26} \end{aligned}$$

☜ $\gamma=2$.

である．

$p=2$ のとき，① より，α，β は

$$x^2+x+1=0$$

の 2 解である．これを満たす x に対して

$$(x-1)(x^2+x+1)=0$$

より

$$\begin{aligned} x^3-1&=0 \\ x^3&=1 \end{aligned}$$

となるので，$\alpha^3=\beta^3=1$ である．

よって

$$\begin{aligned} \alpha^9+\beta^9+\gamma^9 &= (\alpha^3)^3+(\beta^3)^3+2^9 \\ &= 1^3+1^3+512 \\ &= \boxed{514} \end{aligned}$$

である．

【$\boxed{\text{チツテ}}$ の別解】

$p=2$ のとき，② より

$$\begin{cases} \alpha+\beta=-1, \\ \alpha\beta=1 \end{cases}$$

であるから

$$\begin{aligned} \alpha^3+\beta^3 &= (\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta) \\ &= (-1)^3-3\cdot1\cdot(-1) \\ &= 2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha^3\beta^3 &= (\alpha\beta)^3 \\ &= 1^3 \\ &= 1. \end{aligned}$$

これより

$$\alpha^9+\beta^9=(\alpha^3+\beta^3)^3-3\alpha^3\beta^3(\alpha^3+\beta^3)$$
$$=2^3-3\cdot1\cdot2$$
$$=2$$

☜ $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$ において，$a=\alpha^3$，$b=\beta^3$ とすると
$\alpha^9+\beta^9=(\alpha^3+\beta^3)^3-3\alpha^3\beta^3(\alpha^3+\beta^3)$.

であるから

$$\alpha^9+\beta^9+\gamma^9=2+2^9$$
$$=514$$

である.

数学Ⅱ・数学B

【解答・採点基準】 (100点満点)

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第1問	ア	2	1	
	イ，ウ	2，1	2	
	エ	1	1	
	オ	2	1	
	$\frac{カ\sqrt{キ}}{ク}$	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	2	
	$\frac{\pi}{ケ}$	$\frac{\pi}{3}$	2	
	コ	2	2	
	$\frac{\pi}{サ}$	$\frac{\pi}{4}$	2	
	シ	2	1	
	$\frac{ス+セ\sqrt{ソ}}{タ}$	$\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$	2	
	$\frac{チ}{ツ}$	$\frac{1}{2}$	2	
	テ，ト，ナ	4，2，1	3	
	ニ	0	2	
	$\frac{ヌ}{ネ}$	$\frac{4}{3}$	2	
	ノ$(ハ+\sqrt{ヒ})$	$2(1+\sqrt{5})$	3	
	フ$+\sqrt{ヘ}$	$3+\sqrt{5}$	2	
	第1問 自己採点小計		(30)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第2問	ア，イ，ウ，エ	6，2，2，1	3	
	オ	1	2	
	カ，キ	0，1	2	
	ク$<k<$ケ	$1<k<2$	3	
	コサ	−1	2	
	シ	2	2	
	$\frac{p}{ス}$	$\frac{p}{2}$	2	
	セ，ソ	0，2	3	
	タチ	−2	3	
	ツ，テ，トナ	2，1，−4	3	
	$\frac{ニヌ}{ネ}$	$\frac{11}{3}$	3	
	$\frac{ノハ}{ヒフ}$	$\frac{11}{13}$	2	
	第2問 自己採点小計		(30)	
第3問	ア	1	2	
	イ	3	2	
	ウ，エ	3，2	2	
	オ	2	2	
	カ	2	3	
	キ，ク	2，1	2	
	ケ	1	2	
	コ，サ，シ	2，1，1	2	
	ス，セ，ソ，タ	2，6，3，2	3	
	第3問 自己採点小計		(20)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第4問	$\dfrac{アイ}{}$ → $\frac{ア}{イ}$	$\frac{9}{2}$	1	
	ウ	0	1	
	$\frac{エ}{オ}$	$\frac{1}{2}$	1	
	$\frac{カ}{キ}$, $\frac{ク}{ケ}$	$\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$	2	
	コ	3	2	
	サ	0	3	
	シ，ス，セ，ソ，タ	1，2，2，3，3	2	
	チ	1	2	
	ツ，テ	0，1	2	
	ト，ナ，ニ	7，2，4	2	
	$\frac{ヌ\sqrt{ネノ}}{ハ}$	$\frac{3\sqrt{21}}{7}$	2	
第4問　自己採点小計			(20)	
第5問	$\frac{ア}{イ}$	$\frac{1}{6}$	2	
	$\frac{ウエオ}{カキク}$	$\frac{125}{324}$	2	
	$\frac{ケコ}{サシス}$	$\frac{65}{162}$	2	
	セソタ	120	3	
	チツ	10	3	
	テト	84	2	
	$\frac{ナニ}{ヌネ}$	$\frac{97}{81}$	3	
	$\frac{ノハヒ}{フヘ}$	$\frac{679}{54}$	3	
第5問　自己採点小計			(20)	
自己採点合計			(100)	

第 1 問　三角関数，図形と方程式

〔1〕 p を実数の定数とし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において

$$f(\theta)=\tan^2\theta+\frac{1}{\tan^2\theta}-2p\tan\theta-\frac{2p}{\tan\theta}+1$$

とする．

$u=\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$ とおくと $u^2=\tan^2\theta+\dfrac{1}{\tan^2\theta}+\boxed{\text{ア}}$ であるから，$f(\theta)$ を u を用いて表すと

$$f(\theta)=u^2-\boxed{\text{イ}}pu-\boxed{\text{ウ}}$$

となる．また

$$u=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\sin 2\theta}$$

である．

(1) $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき，u の値は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である．また，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において u の値が $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ となるような θ の値は $\dfrac{\pi}{6}$ と $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}$ である．

(2) $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ のとき，u のとり得る値の範囲は $u\geqq\boxed{\text{コ}}$ である．また，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において u の値が $\boxed{\text{コ}}$ となるような θ の値は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{サ}}}$ である．

(3) $\alpha=\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ とすると

$$f(\theta)-f\left(\frac{\pi}{6}\right)=(u-\alpha)\left(u+\alpha-\boxed{\text{シ}}p\right)$$

と表される．このことを利用すれば，θ の方程式 $f(\theta)=f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ が $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において異なる三つの解をもつような p の値は

$$p=\frac{\boxed{\text{ス}}+\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

であることがわかる．

〔2〕 O を原点とする座標平面上に点 A$(-4,\ -2)$ をとり，円 $x^2+y^2=4$ を C_1 とする．

(1) 直線 OA の方程式は $y=\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}x$ である．

(2) 点 A を通り，傾きが m である直線を ℓ とすると，

O と ℓ の距離は $\dfrac{|\boxed{テ}m-\boxed{ト}|}{\sqrt{m^2+\boxed{ナ}}}$ である．

ℓ が C_1 と接するとき $m=\boxed{ニ}$，$\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ である．

以下，$m=\boxed{ニ}$，$\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ のときの ℓ をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とする．

(3) ℓ_1，ℓ_2 に接し，C_1 に外接する円のうち，中心が第 1 象限にあるものを C_2 とする．C_2 の中心を B とすると，B は直線 $y=\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}x$ 上にあり，B の座標は

$$\left(\boxed{ノ}\left(\boxed{ハ}+\sqrt{\boxed{ヒ}}\right),\ \boxed{ハ}+\sqrt{\boxed{ヒ}}\right)$$

である．

また，C_2 の半径は $\boxed{フ}+\sqrt{\boxed{ヘ}}$ である．

【解説】

問題

［1］

$$f(\theta)=\tan^2\theta+\frac{1}{\tan^2\theta}-2p\tan\theta-\frac{2p}{\tan\theta}+1$$

$$=\left(\tan^2\theta+\frac{1}{\tan^2\theta}\right)-2p\left(\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}\right)+1. \quad \cdots ①$$

$u=\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$ とおくと

$$u^2=\tan^2\theta+\frac{1}{\tan^2\theta}+\boxed{2}.$$

したがって $\tan^2\theta+\dfrac{1}{\tan^2\theta}=u^2-2$ であるから，① より

$$f(\theta)=(u^2-2)-2pu+1$$

$$=u^2-\boxed{2}pu-\boxed{1} \quad \cdots ②$$

となる．また

$$u=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

☜ $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$.

$$=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}$$

$$=\frac{\boxed{1}}{\sin\theta\cos\theta}$$

☜ $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$.

$$=\frac{\boxed{2}}{\sin 2\theta} \quad \cdots ③$$

☜ $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$.

である．

(1)　$\theta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき，③ より

$$u=\frac{2}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\boxed{4}\sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{3}}$$

☜ $u=\tan\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{\tan\frac{\pi}{6}}$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$
と計算してもよい．

である．また，③ より

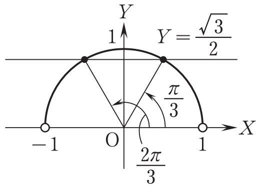
$$\sin 2\theta=\frac{2}{u} \qquad \cdots ④$$

であるから，$u=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ のとき

$$\sin 2\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ より $0<2\theta<\pi$ であるから

$$2\theta=\frac{\pi}{3},\ \frac{2}{3}\pi.$$

☜ 

よって，$\theta=\dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{\pi}{\boxed{3}}$ である．

(2)　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ のとき $0<2\theta<\pi$ であるから，$\sin 2\theta$ のとり得る値の範囲は $0<\sin 2\theta\leqq 1$.

これと ④ より $0<\dfrac{2}{u}\leqq 1$ となり，u のとり得る値の範囲は $u\geqq\boxed{2}$ である．

また，$u=2$ のとき，④ より

$$\sin 2\theta=1.$$

よって，$2\theta=\dfrac{\pi}{2}$，すなわち $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{4}}$ である．

(3)　(1) より，$\theta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき $u=\alpha$ である．これと ② より

☜ $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき $u=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\alpha^2-2p\alpha-1.$$

☜ $f(\theta)=u^2-2pu-1$.

よって

$$\begin{aligned}f(\theta)-f\left(\frac{\pi}{6}\right)&=(u^2-2pu-1)-(\alpha^2-2p\alpha-1)\\&=(u^2-\alpha^2)-2p(u-\alpha)\\&=(u-\alpha)\{(u+\alpha)-2p\}\\&=(u-\alpha)\left(u+\alpha-\boxed{2}\,p\right)\end{aligned}$$

☜ $u^2-\alpha^2=(u-\alpha)(u+\alpha)$

と表されるから

$$f(\theta)=f\left(\frac{\pi}{6}\right),\ \text{すなわち}\quad f(\theta)-f\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$$

となるのは $u=\alpha$，$2p-\alpha$ のときである．

☜ $2p-\alpha\neq 0$ のとき
$\sin 2\theta=\dfrac{2}{\alpha}$，$\dfrac{2}{2p-\alpha}$.

⑴ より $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において $u=\alpha$ となるような θ の値は $\dfrac{\pi}{6}$ と $\dfrac{\pi}{3}$ の二つなので，題意を満たす条件は，「$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において $u=2p-\alpha$ となるときの θ の値が $\dfrac{\pi}{6}$ と $\dfrac{\pi}{3}$ 以外にただ一つあること」である．

$u=2p-\alpha\ \left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ は ③ より

$$\frac{2}{\sin 2\theta}=2p-\alpha \quad (0<2\theta<\pi) \qquad \cdots ⑤$$

と表される．$2p-\alpha=0$ のときは ⑤ を満たす θ は存在しない．

よって，⑤ は

$$\sin 2\theta=\frac{2}{2p-\alpha} \quad (0<2\theta<\pi) \qquad \cdots ⑥$$

と表される．⑥ を満たす θ が $\dfrac{\pi}{6}$ と $\dfrac{\pi}{3}$ 以外でただ一つあるのは

$$\frac{2}{2p-\alpha}=1$$

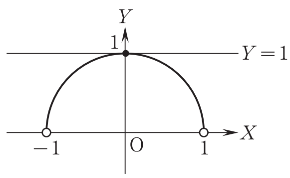
すなわち

$$p=\frac{2+\alpha}{2}$$

のときである．これと $\alpha=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ より

$$p=\frac{\boxed{3}+\boxed{2}\sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{3}}$$

である．



実数 k に対し
「$\sin 2\theta=k\ (0<2\theta<\pi)$
を満たす θ がただ一つ存在」
$\Longleftrightarrow\ k=1$.

［2］

問題

$C_1 : x^2+y^2=4$ は原点 O を中心とする半径が 2 の円である．

⑴ 直線 OA の傾きは $\dfrac{0-(-2)}{0-(-4)}=\dfrac{1}{2}$ であるから，直線 OA の方程式は $y=\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{2}}x$ である．

2 点 $(a_1,\ b_1)$，$(a_2,\ b_2)$ $(a_1 \neq a_2)$ を通る直線の傾きは

$$\frac{b_2-b_1}{a_2-a_1}.$$

⑵ ℓ は点 A$(-4,\ -2)$ を通り，傾きが m の直線であるから，ℓ の方程式は

$$y=m(x+4)-2$$

すなわち

点 $(a,\ b)$ を通り，傾きが m である直線の方程式は

$$y=m(x-a)+b.$$

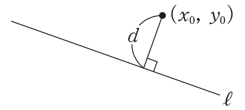
$$mx-y+4m-2=0.$$

したがって，O(0, 0) と ℓ の距離を d とすると

$$d=\frac{|4m-2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\frac{|\boxed{4}\,m-\boxed{2}|}{\sqrt{m^2+\boxed{1}}}$$

である．

☜ **点と直線の距離**



点 $(x_0,\ y_0)$ と直線

$\ell: ax+by+c=0$ の距離 d は

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

ℓ が C_1 と接するとき，$d=2$ （C_1 の半径）より

$$\frac{|4m-2|}{\sqrt{m^2+1}}=2$$

$$|2(2m-1)|=2\sqrt{m^2+1}$$

$$|2m-1|=\sqrt{m^2+1}.$$

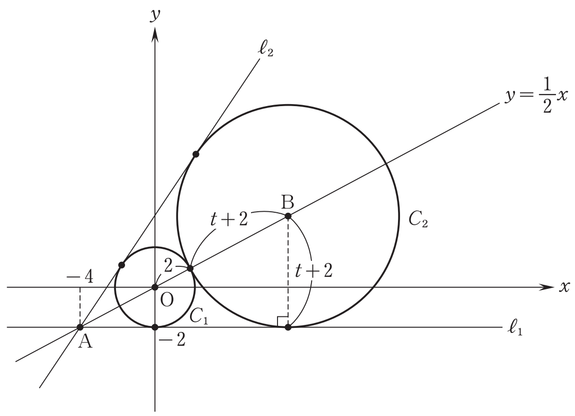
両辺を 2 乗して

$$(2m-1)^2=m^2+1$$

$$m(3m-4)=0.$$

よって，$m=\boxed{0}$，$\dfrac{\boxed{4}}{\boxed{3}}$ である．

(3)



C_2 が ℓ_1，ℓ_2 に接することから，C_2 の中心 B は直線

OA : $y=\dfrac{1}{2}x$ 上にあり，B の座標は $(2t,\ t)$ とおける．ただし，$t>0$ である．

☜ B は第 1 象限にあるから $t>0$.

C_2 の半径は，B と ℓ_1 の距離であるから，$t-(-2)$，すなわち $t+2$ と表される．

次に，C_1 と C_2 が外接するから

2 円の中心間距離が 2 円の半径の和に等しい．　　…(*)

ここで，$\mathrm{OB}=\sqrt{(2t)^2+t^2}=\sqrt{5}\,t$ であるから，(*) より

☜ 中心間距離は OB.

$$\sqrt{5}\,t=2+(t+2)$$

☜ C_1 の半径は 2.
C_2 の半径は $t+2$.

$$(\sqrt{5}-1)t=4$$

$$t=\frac{4}{\sqrt{5}-1}=1+\sqrt{5}.$$

したがって，B の座標は

$$\left(\boxed{\ 2\ }\left(\boxed{\ 1\ }+\sqrt{\boxed{\ 5\ }}\right),\ 1+\sqrt{5}\right)$$

である．

また，C_2 の半径は

$$(1+\sqrt{5})+2=\boxed{\ 3\ }+\sqrt{\boxed{\ 5\ }}$$

である．

第2問　微分法・積分法

p を実数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x)=2x^3-(p+2)x^2+(p-1)x+2p$$

とする．また，曲線 $y=f(x)$ を C_1 とする．$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2-\boxed{\text{イ}}\left(p+\boxed{\text{ウ}}\right)x+p-\boxed{\text{エ}}$$

である．

(1)　関数 $f(x)$ が $x=1$ で極値をとるとする．このとき $p=\boxed{\text{オ}}$ であり，$f(x)$ は $x=\boxed{\text{カ}}$ で極大値をとり，$x=\boxed{\text{キ}}$ で極小値をとる．

また，x の方程式 $f(x)=k$ が異なる3個の実数解をもつような実数 k のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ク}}<k<\boxed{\text{ケ}}$ である．

(2)　x の方程式 $f(x)=3x$ を解くと

$$x=\boxed{\text{コサ}},\ \boxed{\text{シ}},\ \frac{p}{\boxed{\text{ス}}}$$

である．ここで，点 $\left(\dfrac{p}{\boxed{\text{ス}}},\ f\left(\dfrac{p}{\boxed{\text{ス}}}\right)\right)$ を P とし，点 P における曲線 C_1 の接線 ℓ の傾きが -1 であるとする．このとき，p の値は

$\boxed{\text{セ}}$ と $\boxed{\text{ソ}}$ $\left(\text{ただし，}\boxed{\text{セ}}<\boxed{\text{ソ}}\text{ とする}\right)$

である．以下，$p=\boxed{\text{セ}}$ のときを考える．

直線 ℓ 上の点のうち，x 座標が $\boxed{\text{シ}}$ である点を D とする．点 D の座標は $\left(\boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{タチ}}\right)$ である．

次に，点 $\left(\boxed{\text{コサ}},\ f\left(\boxed{\text{コサ}}\right)\right)$ を A，点 $\left(\boxed{\text{シ}},\ f\left(\boxed{\text{シ}}\right)\right)$ を B とし，放物線 $y=2x^2$ を2点 A, B を通るように平行移動した放物線を C_2 とする．C_2 の方程式を $y=ax^2+bx+c$ とおくと

$$a=\boxed{\text{ツ}},\quad b=\boxed{\text{テ}},\quad c=\boxed{\text{トナ}}$$

である．

三角形 PDB が放物線 C_2 によって分けられる二つの図形のうち

点 D を含む方の面積を S_1

点 P を含む方の面積を S_2

とする．$S_1=\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ であり，$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である．

【解説】 　　　　問題

$$f(x)=2x^3-(p+2)x^2+(p-1)x+2p$$

の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{6}x^2-\boxed{2}\left(p+\boxed{2}\right)x+p-\boxed{1}$$

である．

> **導関数**
> $(x^n)'=nx^{n-1}$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$,
> $(c)'=0$　（c は定数）．

(1) 関数 $f(x)$ が $x=1$ で極値をとるから，$f'(1)=0$ が成り立つ．

すなわち

$$6\cdot 1^2-2(p+2)\cdot 1+p-1=0$$

より

$$p=1.$$

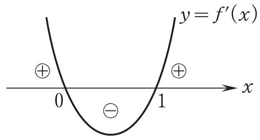
このとき，$f(x)=2x^3-3x^2+2$ であるから

$$f'(x)=6x^2-6x=6x(x-1)$$

より，$f(x)$ の増減は次のようになる．

x	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大 2	↘	極小 1	↗

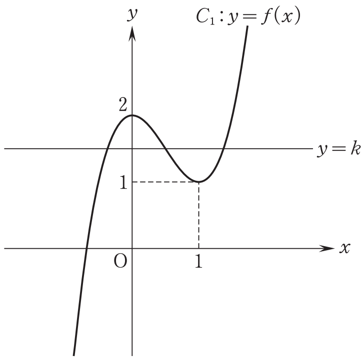
☜ $f'(x)$ の符号の変化は $y=f'(x)$ のグラフを考えるとよい．



よって，確かに $x=1$ で極値をとるから，$p=\boxed{1}$ である．

また，$f(x)$ は $x=\boxed{0}$ で極大値をとり，$x=\boxed{1}$ で極小値をとる．

このとき，曲線 C_1 のグラフは次のようになる．



x の方程式 $f(x)=k$ が異なる 3 個の実数解をもつのは，曲線 C_1 と直線 $y=k$ が異なる 3 点で交わるときであるから

$$\boxed{1}<k<\boxed{2}$$

である．

(2) x の方程式 $f(x)=3x$ は

$$2x^3-(p+2)x^2+(p-1)x+2p=3x$$

より

$$2x^3-(p+2)x^2+(p-4)x+2p=0$$

となる．さらに，p について整理すると

$$2x^3-2x^2-4x-p(x^2-x-2)=0$$

$$2x(x^2-x-2)-p(x^2-x-2)=0$$

となるから

$$(x^2-x-2)(2x-p)=0$$

☜ $g(x)=2x^3-(p+2)x^2+(p-4)x+2p$ とおいて，因数定理を用いて因数分解してもよい．すなわち

$$g(-1)=-2-(p+2)-(p-4)+2p=0$$

より，$g(x)$ は $x+1$ で割り切れる．

よって

$$g(x)=(x+1)\{2x^2-(p+4)x+2p\}=(x+1)(x-2)(2x-p).$$

$$(x+1)(x-2)(2x-p)=0$$

より

$$x=\boxed{-1},\ \boxed{2},\ \frac{p}{\boxed{2}}$$

である.

点Pの x 座標は $\dfrac{p}{2}$ であるから，点Pにおける曲線 C_1 の接線 ℓ の傾きは $f'\left(\dfrac{p}{2}\right)$ である.

$$f'\left(\frac{p}{2}\right)=6\left(\frac{p}{2}\right)^2-2(p+2)\cdot\frac{p}{2}+p-1$$

$$=\frac{1}{2}p^2-p-1$$

☜ $f'(x)=6x^2-2(p+2)x+p-1$.

であり，条件よりこの値が -1 であるから

$$\frac{1}{2}p^2-p-1=-1.$$

これを解くと

$$p(p-2)=0$$

より

$$p=\boxed{0},\ \boxed{2}$$

である．以下，$p=0$ のときを考える.

このとき

$$f(x)=2x^3-2x^2-x$$
$$f'(x)=6x^2-4x-1$$

である.

点Pの座標は $(0,\ 0)$ であるから，接線 ℓ の方程式は

☜ 点Pは直線 $y=3x$ 上にある.

$$y=-x$$

である．ℓ 上の点のうち，x 座標が2である点Dの座標は $\left(2,\ \boxed{-2}\right)$ である．また，2点A，Bの座標はそれぞれ $(-1,\ -3)$，$(2,\ 6)$ である．放物線 $y=2x^2$ を平行移動した放物線が C_2 であるから，C_2 の方程式は

☜ 2点A，Bも直線 $y=3x$ 上にある.

$$y=2x^2+bx+c$$

とおける．C_2 が2点A，Bを通るから

$$\begin{cases}-3=2-b+c,\\ 6=8+2b+c\end{cases}$$

より，$b=1$，$c=-4$．すなわち C_2 の方程式は

$$y=2x^2+x-4$$

であり，$a=\boxed{2}$，$b=\boxed{1}$，$c=\boxed{-4}$ である.

☜ 放物線 $y=ax^2$ $(a\neq0)$ を x 軸方向に u，y 軸方向に v だけ平行移動した放物線は

$$y=a(x-u)^2+v$$

である．ここで

$$y=ax^2-2aux+au^2+v$$

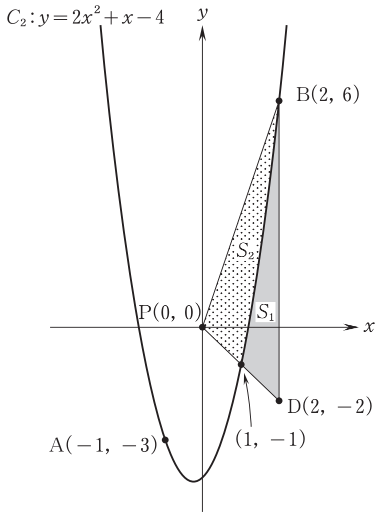
において

$$\begin{cases}-2au=b,\\ au^2+v=c\end{cases}$$

とおくと

$$y=ax^2+bx+c\quad(a\neq0)$$

と表される.



放物線 C_2 と線分 PD の交点の x 座標を求める．

$$2x^2+x-4=-x$$

より

$$x^2+x-2=0$$

$$(x+2)(x-1)=0.$$

$0\leqq x\leqq 2$ であるから

$$x=1.$$

よって

$$\begin{aligned}S_1&=\int_1^2\{(2x^2+x-4)-(-x)\}\,dx\\&=\int_1^2 2(x^2+x-2)\,dx\\&=2\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_1^2\\&=2\left\{\left(\frac{8}{3}+2-4\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-2\right)\right\}\\&=\frac{\boxed{11}}{\boxed{3}}\end{aligned}$$

である．また，三角形 PDB の面積を T とすると

$$T=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 2=8$$

であるから

$$S_2=T-S_1=8-\frac{11}{3}=\frac{13}{3}$$

である．よって

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{11}{3}}{\frac{13}{3}}=\frac{\boxed{11}}{\boxed{13}}$$

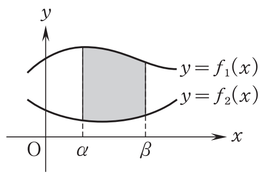
である．

☜ 線分 PD は

$$y=-x\quad(0\leqq x\leqq 2)$$

で表される．

☜ **面積**

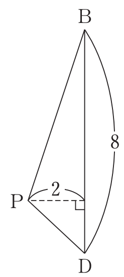


上図の影の部分の面積は

$$\int_\alpha^\beta\{f_1(x)-f_2(x)\}\,dx$$

である．

☜



第3問　数　列

正の数からなる数列 $\{a_n\}$ は，$a_1=2$，$a_2=8$ であり，すべての自然数 n に対して

$$a_{n+2}=\frac{{a_{n+1}}^3}{{a_n}^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

を満たすとする．

以下の $\boxed{クtext{}}$ ，$\boxed{サ}$ ，$\boxed{セ}$ については，当てはまるものを，次の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

⓪ $n-1$　　① n　　② $n+1$　　③ $n+2$

④ $2n-1$　　⑤ $2n$　　⑥ $2n+1$

(1) 数列 $\{b_n\}$ を自然数 n に対して $b_n=\log_2 a_n$ で定める．

数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよう．

$b_1=\boxed{ア}$，$b_2=\boxed{イ}$ である．

$a_n>0$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ であるから，(*) は

$$\log_2 a_{n+2}=\log_2\frac{{a_{n+1}}^3}{{a_n}^2}$$

$$=\boxed{ウ}\log_2 a_{n+1}-\boxed{エ}\log_2 a_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である．すなわち

$$b_{n+2}=\boxed{ウ}b_{n+1}-\boxed{エ}b_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つ．

数列 $\{c_n\}$ を自然数 n に対して $c_n=b_{n+1}-b_n$ で定めると

$$c_1=\boxed{オ},\quad c_{n+1}=\boxed{カ}c_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つから，数列 $\{c_n\}$ の一般項は

$$c_n=\boxed{キ}^{\boxed{ク}}$$

である．

また，数列 $\{d_n\}$ を自然数 n に対して $d_n=b_{n+1}-2b_n$ で定めると，数列 $\{d_n\}$ の一般項は

$$d_n=\boxed{ケ}$$

である．

よって，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n=\boxed{コ}^{\boxed{サ}}-\boxed{シ}$$

である．

(2)
$$\log_2(a_1a_3a_5\cdots a_{2n-1})=\frac{\boxed{ス}^{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}-n-\frac{\boxed{タ}}{\boxed{ソ}} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である．

【解説】

問題

(1) $b_n=\log_2 a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ と $a_1=2$, $a_2=8$ より

$$b_1=\log_2 a_1=\log_2 2=\boxed{1},$$

$$b_2=\log_2 a_2=\log_2 8=\log_2 2^3=\boxed{3}$$

☜ $2^3=8$ より $\log_2 8=3$ としてもよい.

である.

$a_n>0$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ であるから, (*) は

$$\begin{aligned}\log_2 a_{n+2}&=\log_2\frac{a_{n+1}{}^3}{a_n{}^2}\\&=\log_2 a_{n+1}{}^3-\log_2 a_n{}^2\\&=\boxed{3}\log_2 a_{n+1}-\boxed{2}\log_2 a_n\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)\end{aligned}$$

☜ $a>0$, $a\neq1$, $p>0$, $q>0$ のとき
$$\log_a\frac{p}{q}=\log_a p-\log_a q.$$

☜ $a>0$, $a\neq1$, $p>0$, q が実数のとき
$$\log_a p^q=q\log_a p.$$

と変形される. すなわち

$$b_{n+2}=3b_{n+1}-2b_n\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)\qquad\cdots①$$

が成り立つ.

数列 $\{c_n\}$ を自然数 n に対して $c_n=b_{n+1}-b_n$ で定めると

$$c_1=b_2-b_1=3-1=\boxed{2}$$

であり, ① は

$$\begin{aligned}b_{n+2}-b_{n+1}&=3b_{n+1}-2b_n-b_{n+1}\\&=2(b_{n+1}-b_n)\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)\end{aligned}$$

と変形できるから

$$c_{n+1}=\boxed{2}c_n\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つ. したがって, 数列 $\{c_n\}$ は初項 $c_1=2$, 公比 2 の等比数列であるから, 数列 $\{c_n\}$ の一般項は

$$c_n=2\cdot2^{n-1}=\boxed{2}^n$$

☜ **等比数列の一般項**
初項 a, 公比 r の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は
$$a_n=ar^{n-1}.$$

である. $\boxed{ク}$ に当てはまるものは $\boxed{⓪}$ である. また

$$b_{n+1}-b_n=2^n\qquad\cdots②$$

である.

また, 数列 $\{d_n\}$ を自然数 n に対して $d_n=b_{n+1}-2b_n$ で定めると

$$d_1=b_2-2b_1=3-2\cdot1=1$$

であり, ① は

$$\begin{aligned}b_{n+2}-2b_{n+1}&=3b_{n+1}-2b_n-2b_{n+1}\\&=b_{n+1}-2b_n\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)\end{aligned}$$

と変形できるから

$$d_{n+1}=d_n\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つ. よって, 数列 $\{d_n\}$ の一般項は

$$d_n=\boxed{1}$$

☜ $d_n=d_{n-1}=\cdots=d_2=d_1=1.$

である. すなわち

$$b_{n+1}-2b_n=1\qquad\cdots③$$

である．

②－③ より，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{2}^n - \boxed{1}$$

である． $\boxed{サ}$ に当てはまるものは $\boxed{①}$ である．

(2) $\log_2(a_1a_3a_5\cdots a_{2n-1}) = \sum_{k=1}^{n} \log_2 a_{2k-1}$

$$= \sum_{k=1}^{n} b_{2k-1}$$

☜ $b_n = \log_2 a_n$.

$$= \sum_{k=1}^{n} (2^{2k-1} - 1)$$

☜ $b_n = 2^n - 1$.

$$= \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2}\cdot 4^k - 1\right)$$

☜ $2^{2k-1} = (2^2)^k \cdot 2^{-1} = \frac{1}{2}\cdot 4^k$.

$$= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} 4^k - \sum_{k=1}^{n} 1$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{4(4^n-1)}{4-1} - n$$

☜ **等比数列の和**

初項 a，公比 r，項数 n の等比数列の和は，$r \neq 1$ のとき

$$\frac{a(r^n-1)}{r-1}.$$

$$= \frac{2}{3}\cdot 4^n - \frac{2}{3} - n$$

$$= \frac{\boxed{2}^{2n+1}}{\boxed{3}} - n - \frac{\boxed{2}}{3}$$

$(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

☜ $\frac{2}{3}\cdot 4^n = \frac{2}{3}\cdot 2^{2n} = \frac{2^{2n+1}}{3}$.

である． $\boxed{セ}$ に当てはまるものは $\boxed{⑥}$ である．

第4問　ベクトル

四面体OABCにおいて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおく．$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=|\vec{c}|=3$，$\angle\mathrm{BOC}=\dfrac{\pi}{3}$，$\angle\mathrm{AOC}=\dfrac{\pi}{2}$ とし，辺OAの中点をP，辺BCを$1:2$に内分する点をQとする．

$\vec{b}$ と $\vec{c}$ の内積は

$$\vec{b}\cdot\vec{c}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

であり，$\vec{a}$ と $\vec{c}$ の内積は

$$\vec{a}\cdot\vec{c}=\boxed{\text{ウ}}$$

である．また

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\vec{a},\quad \overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\vec{b}+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\vec{c}$$

である．

以下では，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ とする．

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{コ}}$$

であり，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\boxed{\text{サ}}$ である．

線分PQ上に点Rを $\overrightarrow{\mathrm{PR}}=t\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ $(0<t<1)$ となるようにとり，点Rを通り $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ に垂直な平面αを考える．平面α上の点Xは実数u，vを用いて $\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\overrightarrow{\mathrm{OR}}+u\overrightarrow{\mathrm{OA}}+v\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ と表されるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\left(\frac{\boxed{\text{シ}}-t}{\boxed{\text{ス}}}+u\right)\vec{a}+\left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}t-v\right)\vec{b}+\left(\frac{t}{\boxed{\text{タ}}}+v\right)\vec{c}$$

となる．

平面αと直線OCとの交点をS，平面αと直線ABとの交点をTとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}}=\boxed{\text{チ}}\vec{c},\quad \overrightarrow{\mathrm{OT}}=\boxed{\text{ツ}}\vec{a}+\boxed{\text{テ}}\vec{b}$$

と表される．$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

⓪ $1-t$　① t　② $\dfrac{t}{2}$　③ $\dfrac{t}{3}$

④ $1-\dfrac{t}{3}$　⑤ $\dfrac{1}{2}$　⑥ $\dfrac{1}{3}$　⑦ $\dfrac{2}{3}$

$|\overrightarrow{\mathrm{ST}}|$ をtを用いて表すと

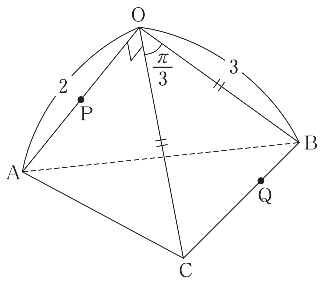
$$|\overrightarrow{\mathrm{ST}}|=\sqrt{\boxed{\text{ト}}t^2-\boxed{\text{ナ}}t+\boxed{\text{ニ}}}$$

となる．tが $0<t<1$ の範囲を変化するとき，$|\overrightarrow{\mathrm{ST}}|$の最小値は

$$\frac{\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である．

【解説】 問題



$$\vec{b}\cdot\vec{c}=3\times3\times\cos\frac{\pi}{3}=\frac{\boxed{9}}{\boxed{2}},$$

$$\vec{a}\cdot\vec{c}=2\times3\times\cos\frac{\pi}{2}=\boxed{0}.$$

> ☜ **ベクトルの内積**
> $\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とすると
> $$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta.$$

点 P は辺 OA の中点なので

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}\vec{a}$$

であり，点 Q は辺 BC を 1:2 に内分する点なので

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\frac{2\vec{b}+\vec{c}}{1+2}=\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}\vec{b}+\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}}\vec{c}$$

> ☜ **内分点の位置ベクトル**
> 点 P が線分 AB を $m:n$ に内分するとき
> $$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{n\overrightarrow{\mathrm{OA}}+m\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{m+n}.$$

である．したがって

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{PQ}}&=\overrightarrow{\mathrm{OQ}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}\\&=\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}\end{aligned}$$

である．

$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ のとき $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=0$ なので

> ☜ $\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき
> $$\vec{a}\perp\vec{b}\iff\vec{a}\cdot\vec{b}=0.$$

$$\left(\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}\right)\cdot\vec{a}=0$$

$$\frac{2}{3}\vec{a}\cdot\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{a}\cdot\vec{c}-\frac{1}{2}|\vec{a}|^2=0$$

$$\frac{2}{3}\vec{a}\cdot\vec{b}+\frac{1}{3}\times0-\frac{1}{2}\times2^2=0$$

である．よって

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{3}$$

である．さらに

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}&=\left(\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}\right)\cdot(\vec{c}-\vec{b})\\&=\frac{2}{3}\vec{b}\cdot\vec{c}+\frac{1}{3}|\vec{c}|^2-\frac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{c}\\&\qquad-\frac{2}{3}|\vec{b}|^2-\frac{1}{3}\vec{b}\cdot\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{a}\cdot\vec{b}\\&=\frac{2}{3}\times\frac{9}{2}+\frac{1}{3}\times3^2-\frac{1}{2}\times0\\&\qquad-\frac{2}{3}\times3^2-\frac{1}{3}\times\frac{9}{2}+\frac{1}{2}\times3\end{aligned}$$

$$= \boxed{0}$$

であるから，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ である．

線分 PQ 上に点 R を $\overrightarrow{\mathrm{PR}} = t\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ $(0 < t < 1)$ となるようにとると

☜ 点 R は線分 PQ を $t:(1-t)$ に内分する点である．

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OR}} &= \overrightarrow{\mathrm{OP}} + t\overrightarrow{\mathrm{PQ}} \\ &= \frac{1}{2}\vec{a} + t\left(\frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}\right) \\ &= \frac{1-t}{2}\vec{a} + \frac{2}{3}t\vec{b} + \frac{t}{3}\vec{c}\end{aligned}$$

☜ $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{1}{2}\vec{a}$,

$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

である．

点 R を通り $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ に垂直な平面 α を考える．

$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \neq \vec{0}$，$\overrightarrow{\mathrm{BC}} \neq \vec{0}$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ は平行でなく，(平面 α) // $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，(平面 α) // $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ なので，平面 α 上の点 X は実数 u，v を用いて

☜ $\overrightarrow{\mathrm{PQ}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ である．

$\overrightarrow{\mathrm{OX}} = \overrightarrow{\mathrm{OR}} + u\overrightarrow{\mathrm{OA}} + v\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ と表される．これより

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OX}} &= \frac{1-t}{2}\vec{a} + \frac{2}{3}t\vec{b} + \frac{t}{3}\vec{c} + u\vec{a} + v(\vec{c} - \vec{b}) \\ &= \left(\frac{\boxed{1}-t}{\boxed{2}} + u\right)\vec{a} + \left(\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}t - v\right)\vec{b} + \left(\frac{t}{\boxed{3}} + v\right)\vec{c} \quad \cdots ①\end{aligned}$$

である．

平面 α と直線 OC の交点 S を考える．点 S は平面 α 上にあるので，① において $u = u_1$，$v = v_1$ として

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}} = \left(\frac{1-t}{2} + u_1\right)\vec{a} + \left(\frac{2}{3}t - v_1\right)\vec{b} + \left(\frac{t}{3} + v_1\right)\vec{c} \quad \cdots ②$$

と表される．さらに，点 S は直線 OC 上にあるので

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}} = k\vec{c} \ (k \text{ は実数}) \quad \cdots ③$$

と表される．

4 点 O，A，B，C は同一平面上にないので，②，③ より

$$\frac{1-t}{2} + u_1 = 0, \quad \frac{2}{3}t - v_1 = 0, \quad \frac{t}{3} + v_1 = k$$

☜ 4 点 O，A，B，C が同一平面上にないとき，$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とすると

$\ell\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c} = \ell'\vec{a} + m'\vec{b} + n'\vec{c}$

$\iff \ell = \ell'$，$m = m'$，$n = n'$．

が得られる．これより

$$u_1 = \frac{t-1}{2}, \quad v_1 = \frac{2}{3}t, \quad k = t$$

となる．よって

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}} = t\vec{c}$$

であり，$\boxed{チ}$ に当てはまるものは $\boxed{①}$ である．

点 T は平面 α 上にあるので，① において $u = u_2$，$v = v_2$ として

$$\overrightarrow{\mathrm{OT}} = \left(\frac{1-t}{2} + u_2\right)\vec{a} + \left(\frac{2}{3}t - v_2\right)\vec{b} + \left(\frac{t}{3} + v_2\right)\vec{c} \quad \cdots ④$$

と表される．さらに，点 T は直線 AB 上にあるので

$$\overrightarrow{\mathrm{OT}} = (1-s)\vec{a} + s\vec{b} \ (s \text{ は実数}) \quad \cdots ⑤$$

と表される．

☜ T は直線 AB 上にあるので，実数 s を用いて

$\overrightarrow{\mathrm{AT}} = s\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

と表される．

したがって

$\overrightarrow{\mathrm{OT}} = (1-s)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

と表される．

4 点 O，A，B，C は同一平面上にないので，④，⑤ より

$$\frac{1-t}{2}+u_2=1-s,\quad \frac{2}{3}t-v_2=s,\quad \frac{t}{3}+v_2=0$$

が得られる．これより

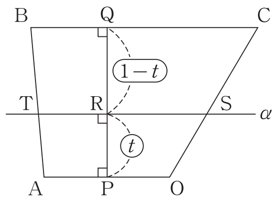
$$u_2=\frac{1-t}{2},\quad v_2=-\frac{t}{3},\quad s=t$$

となる．よって

$$\overrightarrow{\mathrm{OT}}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$$

であり，$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものは $\boxed{⓪}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものは $\boxed{①}$ である．

☜ 平面 α を横から見ると図のようになる．



$$\overrightarrow{\mathrm{ST}}=\overrightarrow{\mathrm{OT}}-\overrightarrow{\mathrm{OS}}$$
$$=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}-t\vec{c}$$

であるから

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{ST}}\right|^2=\left|(1-t)\vec{a}+t\vec{b}-t\vec{c}\right|^2$$
$$=(1-t)^2\left|\vec{a}\right|^2+t^2\left|\vec{b}\right|^2+t^2\left|\vec{c}\right|^2$$
$$+2(1-t)t\vec{a}\cdot\vec{b}-2t^2\vec{b}\cdot\vec{c}-2t(1-t)\vec{c}\cdot\vec{a}$$
$$=(1-t)^2\times2^2+t^2\times3^2+t^2\times3^2$$
$$+2t(1-t)\times3-2t^2\times\frac{9}{2}-2t(1-t)\times0$$
$$=7t^2-2t+4.$$

☜ $\left|\vec{a}\right|^2=\vec{a}\cdot\vec{a}$.

よって

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{ST}}\right|=\sqrt{\boxed{7}\,t^2-\boxed{2}\,t+\boxed{4}}$$
$$=\sqrt{7\left(t-\frac{1}{7}\right)^2+\frac{27}{7}}$$

より，t が $0<t<1$ の範囲を変化するとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{ST}}\right|$ は $t=\frac{1}{7}$ において最小値

$$\frac{\boxed{3}\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{7}}$$

をとる．

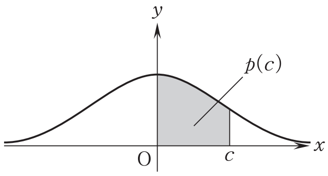
第 5 問　確率分布と統計的な推測

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ．途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること．

(1)　1 個のサイコロを 1 回投げたとき，1 の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である．また，1 個のサイコロを 4 回投げたとき，1 の目がちょうど 1 回出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウエオ}}}{\boxed{\text{カキク}}}$，1 の目がちょうど奇数回出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシス}}}$ である．

次に，1 個のサイコロを 720 回投げたとき，そのうち 1 の目が出た回数を X とすると，X の期待値は $\boxed{\text{セソタ}}$，標準偏差は $\boxed{\text{チツ}}$ である．試行回数 720 は十分大きいと考えられるので，確率変数 X は近似的に正規分布に従う．$X \geqq 110$ となる確率は，次の正規分布表を用いると，およそ $0.\boxed{\text{テト}}$ である．

正規分布表



上図の c の値に対し，影の部分の面積は次のようになる．例えば，$p(0.43)=0.1664$ である．

c	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

(2) 図のように 6 枚のカードが机の上に置かれている.

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$

ただし，6 枚のカードの裏(机と接している面)には，すべて数字 0 が書かれている．次の(操作)を考える.

(操作)

1 個のサイコロを 1 回投げ，出た目を k とすると，左から k 枚目のカードを裏返す.

この(操作)を 4 回繰り返した後，左から 2 枚目のカードの表(机と接していない面)に書かれた数を Y とし，6 枚のカードの表に書かれた数の和を Z とする．Y の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ であり，

Z の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ である.

【解説】 **問題**

(1) 1個のサイコロを1回投げたとき，1の目が出る確率は

$\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{6}}$ であるから，1個のサイコロを4回投げたとき，1の目がちょうど1回出る確率は

$$
\begin{aligned}
{}_4\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{5}{6}\right)^3 &= \frac{4\cdot 5^3}{6^4}\\
&= \frac{\boxed{125}}{\boxed{324}}
\end{aligned}
$$

である．また，1の目がちょうど3回出る確率は

$$
\begin{aligned}
{}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^1 &= \frac{4\cdot 5}{6^4}\\
&= \frac{5}{324}
\end{aligned}
$$

であるから，1の目がちょうど奇数回出る確率は

$$
\frac{125}{324}+\frac{5}{324}=\frac{\boxed{65}}{\boxed{162}}
$$

である．

次に，1個のサイコロを720回投げたとき，そのうち1の目が出た回数を X とする．X は二項分布 $B\left(720,\ \dfrac{1}{6}\right)$ に従うから，X の期待値，標準偏差はそれぞれ

$$
E(X)=720\cdot\frac{1}{6}=\boxed{120},
$$

$$
\sigma(X)=\sqrt{720\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}=\sqrt{100}=\boxed{10}
$$

である．

試行回数720は十分大きいと考えられるので，確率変数 X は近似的に正規分布に従う．よって

$$
Z=\frac{X-E(X)}{\sigma(X)}=\frac{X-120}{10}
$$

とおくと，確率変数 Z は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うから

$$
X\geqq 110 \iff Z\geqq -1
$$

に注意して，正規分布表より

$$
\begin{aligned}
P(X\geqq 110)&=P(Z\geqq -1)\\
&=P(-1\leqq Z\leqq 0)+P(Z\geqq 0)\\
&=p(1)+0.5\\
&=0.3413+0.5\\
&\fallingdotseq 0.\boxed{84}
\end{aligned}
$$

である．

☜ **反復試行の確率**

1回の試行で事象 A が起こる確率を p とする．この試行を n 回繰り返し行うとき，事象 A がちょうど r 回起こる確率は

$$
{}_n\mathrm{C}_r\,p^r(1-p)^{n-r}
$$

$$
(r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)
$$

である．

☜ 4回投げたうち，「奇数回出る」とは「1回または3回出る」こと．

☜ **二項分布の期待値，分散，標準偏差**

確率変数 X が二項分布 $B(n,\ p)$ に従うとき，$q=1-p$ とすると

$$
E(X)=np,
$$

$$
V(X)=npq,
$$

$$
\sigma(X)=\sqrt{npq}.
$$

☜ $P(-1\leqq Z\leqq 0)=P(0\leqq Z\leqq 1)=p(1)$，$P(Z\geqq 0)=0.5$.

(2) 図のように6枚のカードが置かれている．

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$

（裏はすべて0）

（操作）を4回繰り返した後，左から k 枚目のカードの表に書かれた数を Y_k（$k=1,\ 2,\ \cdots,\ 6$）とすると

$$Y=Y_2,$$
$$Z=Y_1+Y_2+\cdots+Y_6$$

である．

Y_k のとり得る値は

$$Y_k=\begin{cases}0 & \left(\begin{array}{l}\text{4回の(操作)で，}k\text{ の目が}\\\text{ちょうど奇数回出たとき}\end{array}\right)\\ k & \left(\begin{array}{l}\text{4回の(操作)で，}k\text{ の目が}\\\text{ちょうど偶数回(0回も含}\\\text{む)出たとき}\end{array}\right)\end{cases}$$

$$(k=1,\ 2,\ \cdots,\ 6)$$

であり

$$P(Y_k=0)=\frac{65}{162},$$

$$P(Y_k=k)=1-\frac{65}{162}$$
$$=\frac{97}{162},$$

$$E(Y_k)=0\cdot P(Y_k=0)+k\cdot P(Y_k=k)$$
$$=\frac{97}{162}k\quad(k=1,\ 2,\ \cdots,\ 6)$$

である．

☜ (1)と同様にして，サイコロを4回投げたとき，k の目がちょうど奇数回出る確率は $\frac{65}{162}$ である．

したがって

$$E(Y)=E(Y_2)=\frac{97}{162}\cdot 2=\frac{\boxed{97}}{\boxed{81}},$$

$$E(Z)=E(Y_1+Y_2+\cdots+Y_6)$$
$$=E(Y_1)+E(Y_2)+\cdots+E(Y_6)$$
$$=\frac{97}{162}\cdot(1+2+\cdots+6)$$
$$=\frac{97}{162}\cdot 21$$
$$=\frac{\boxed{679}}{\boxed{54}}.$$

☜ 確率変数 X，Y に対して

$$E(X+Y)=E(X)+E(Y)$$

が成り立つ．

【数 学 ①】

旧 数 学 Ⅰ

【解答・採点基準】 (100点満点)

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第1問	ア$\sqrt{7}$－イ	$2\sqrt{7}-3$	2	
	$\dfrac{ウ+\sqrt{7}}{エ}$	$\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$	2	
	オ	1	3	
	カ	2	3	
	$\dfrac{キ}{ク}$	$\dfrac{3}{7}$	3	
	$\dfrac{a}{ケ}$，コサa＋シ	$\dfrac{a}{3}$，$-2a+1$	3	
	$\dfrac{ス}{セ}$	$\dfrac{1}{7}$	3	
	$\dfrac{ソタ}{チ}$	$\dfrac{-7}{2}$	3	
	ツ	8	3	
第1問　自己採点小計			(25)	
第2問	a^2－アa－イ	a^2-2a-8	3	
	a＜ウエ，オ＜a	$a<-2$，$1<a$	3	
	カ＜a＜キ	$1<a<4$	3	
	クケ＜Y＜コ	$-9<Y<0$	4	
	サa^2＋シa＋ス	$-a^2+2a+8$	3	
	セa^2＋ソタa＋チ	$4a^2+10a+4$	4	
	ツ：テ	7：9	5	
第2問　自己採点小計			(25)	

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第3問	$-\dfrac{\sqrt{ア}}{イウ}$	$-\dfrac{\sqrt{7}}{14}$	3	
	エ	3	3	
	オカ°	60°	3	
	$\dfrac{\sqrt{キク}}{ケ}$	$\dfrac{\sqrt{21}}{3}$	3	
	$\dfrac{\sqrt{コ}}{サシ}$	$\dfrac{\sqrt{7}}{14}$	4	
	$\dfrac{ス\sqrt{セ}}{ソ}$	$\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$	4	
	$\dfrac{タ\sqrt{チ}}{ツ}$	$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$	5	
	$\dfrac{テ}{ト}$	$\dfrac{1}{4}$	5	
第3問　自己採点小計			(30)	
第4問	ア＋$\sqrt{イウ}$	$4+\sqrt{15}$	3	
	エオ	20	2	
	カキ	30	2	
	クケコ	100	3	
	サ±$\sqrt{シ}$	$3\pm\sqrt{2}$	3	
	ス	7	3	
	セ	1	4	
第4問　自己採点小計			(20)	
自己採点合計			(100)	

第1問　数と式，方程式・不等式

〔1〕 $y=\dfrac{x+7}{x+1}$ とすると

$x=\sqrt{7}+1$ のとき　　$y=\boxed{\text{ア}}\sqrt{7}-\boxed{\text{イ}}$

$x=\boxed{\text{ア}}\sqrt{7}-\boxed{\text{イ}}$ のとき　$y=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}+\sqrt{7}}{\boxed{\text{エ}}}$

である．

次の⓪～②のうちから最小のものを選ぶと $\boxed{\text{オ}}$ であり，最大のものを選ぶと $\boxed{\text{カ}}$ である．

⓪ $\sqrt{7}$　　① $\boxed{\text{ア}}\sqrt{7}-\boxed{\text{イ}}$　　② $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}+\sqrt{7}}{\boxed{\text{エ}}}$

〔2〕 a を実数の定数とし，x の二つの2次方程式

$3x^2+(5a-3)x-2a^2+a=0$ …………①

$3x^2+7ax+4=0$ …………②

を考える．

(1) ① は，$a \neq \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，異なる二つの解

$x=\dfrac{a}{\boxed{\text{ケ}}}$，$\boxed{\text{コサ}}a+\boxed{\text{シ}}$

をもち，$a=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のときは重解

$x=\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$

をもつ．

(2) ① と ② が正の数を共通の解としてもつのは

$a=\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$

のときであり，共通の解は $\boxed{\text{ツ}}$ である．

【解説】　問題

〔1〕 旧数学Ⅰ・旧数学A 第1問〔1〕に同じである．

旧数学Ⅰ

［2］ **問題**

$$3x^2+(5a-3)x-2a^2+a=0 \qquad \cdots ①$$

$$3x^2+7ax+4=0 \qquad \cdots ②$$

(1) ① より，

$$3x^2+(5a-3)x-a(2a-1)=0$$

$$(3x-a)(x+2a-1)=0$$

$$x=\frac{a}{3},\ -2a+1$$

☜ $\begin{array}{lll} 3 & -a & \longrightarrow -a \\ 1 & 2a-1 & \longrightarrow 6a-3 \\ \hline & & 5a-3 \end{array}$

である．

ここで，

$$\frac{a}{3}=-2a+1$$

とすると，

$$a=\frac{3}{7}$$

である．

したがって，$a \neq \dfrac{\boxed{3}}{\boxed{7}}$ のとき，① は異なる 2 つの解

$$x=\frac{a}{\boxed{3}},\ \boxed{-2}a+\boxed{1}$$

をもち，$a=\dfrac{3}{7}$ のときは重解

$$x=\frac{a}{3}$$

$$=\frac{\boxed{1}}{\boxed{7}}$$

をもつ．

(2) ① と ② が正の数 p を共通の解としてもつとすると (1) より，

$$p=\frac{a}{3} \quad \text{または} \quad p=-2a+1$$

である．

(i) $p=\dfrac{a}{3}$ のとき．

p は ② の解であるから，

$$3p^2+7ap+4=0$$

となるが，p と a は正であり，左辺は正となるから，これは成り立たない．

☜ $p>0$ かつ $p=\dfrac{a}{3}$ より，$a>0$.

(ii) $p=-2a+1$ のとき．

p は ② の解であるから，

$$3p^2+7ap+4=0$$

より，

$$3(-2a+1)^2+7a(-2a+1)+4=0$$

$$2a^2+5a-7=0$$

$$(2a+7)(a-1)=0$$

$$a=-\frac{7}{2},\ 1$$

である．

$p=-2a+1>0$ より，$a<\dfrac{1}{2}$ であるから，

$$a=\frac{\boxed{-7}}{\boxed{2}}$$

であり，共通の解は，

$$\begin{aligned} p&=-2a+1\\ &=-2\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)+1\\ &=\boxed{8} \end{aligned}$$

である．

第 2 問　2 次関数

問題

旧数学Ⅰ・旧数学A 第 2 問に同じである．

第 3 問　図形と計量

問題

数学Ⅰ 第 3 問に同じである．

第 4 問　方程式・不等式

問題

数学Ⅰ 第 1 問に同じである．

旧数学Ⅰ・旧数学A

【解答・採点基準】

(100点満点)

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第1問	ア$\sqrt{7}$−イ	$2\sqrt{7}-3$	2	
	$\dfrac{ウ+\sqrt{7}}{エ}$	$\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$	2	
	オ	1	3	
	カ	2	3	
	キ	5	2	
	ク	5	2	
	ケ	4	3	
	コ	1	3	
	第1問　自己採点小計		(20)	
第2問	a^2−アa−イ	a^2-2a-8	3	
	a＜ウエ，オ＜a	$a<-2$，$1<a$	3	
	カ＜a＜キ	$1<a<4$	3	
	クケ＜Y＜コ	$-9<Y<0$	4	
	サa^2＋シa＋ス	$-a^2+2a+8$	3	
	セa^2＋ソタa＋チ	$4a^2+10a+4$	4	
	ツ：テ	7：9	5	
	第2問　自己採点小計		(25)	

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第3問	$-\dfrac{\sqrt{ア}}{イウ}$	$-\dfrac{\sqrt{7}}{14}$	3	
	エ	3	3	
	オカ°	60°	3	
	$\dfrac{\sqrt{キク}}{ケ}$	$\dfrac{\sqrt{21}}{3}$	3	
	$\dfrac{\sqrt{コ}}{サシ}$	$\dfrac{\sqrt{7}}{14}$	4	
	$\dfrac{ス\sqrt{セ}}{ソ}$	$\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$	4	
	$\dfrac{タ\sqrt{チ}}{ツ}$	$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$	5	
	$\dfrac{テ\sqrt{ト}}{ナ}$	$\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$	5	
	第3問　自己採点小計		(30)	
第4問	アイ	36	3	
	ウエ	22	3	
	オ	3	4	
	$\dfrac{カ}{キ}$	$\dfrac{5}{2}$	5	
	$\dfrac{ク}{ケコサ}$	$\dfrac{5}{216}$	4	
	$\dfrac{シス}{セソ}$	$\dfrac{41}{54}$	6	
	第4問　自己採点小計		(25)	
	自己採点合計		(100)	

第１問　数と式，集合・論理

〔1〕 $y=\dfrac{x+7}{x+1}$ とすると

$x=\sqrt{7}+1$ のとき　$y=\boxed{\text{ア}}\sqrt{7}-\boxed{\text{イ}}$

$x=\boxed{\text{ア}}\sqrt{7}-\boxed{\text{イ}}$ のとき　$y=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}+\sqrt{7}}{\boxed{\text{エ}}}$

である．

次の⓪～②のうちから最小のものを選ぶと $\boxed{\text{オ}}$ であり，最大のものを選ぶと $\boxed{\text{カ}}$ である．

⓪ $\sqrt{7}$　① $\boxed{\text{ア}}\sqrt{7}-\boxed{\text{イ}}$　② $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}+\sqrt{7}}{\boxed{\text{エ}}}$

〔2〕 次の $\boxed{\text{キ}}$ ～ $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

a，b を正の実数とし

$T=\sqrt{a(a+b)}$

とする．

(1) $b=1$ とする．$a=\dfrac{1}{c}$ のとき，$T=\dfrac{\sqrt{c+1}}{c}$ であることを考慮すると

「a が正の有理数ならば T は無理数である」は $\boxed{\text{キ}}$.

(2) $b=1$ とする．このとき

「a が正の無理数ならば T は無理数である」は $\boxed{\text{ク}}$.

(3) m，n を正の整数とし，$a=1$，$b=mn$ とする．このとき

「$|m-n|=2$ ならば T は整数である」は $\boxed{\text{ケ}}$.

また

$|m-n|\neq 2$ は T が整数でないための $\boxed{\text{コ}}$.

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件ではない
② 十分条件であるが，必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない
④ 真である
⑤ 偽である

旧数学Ⅰ・旧数学A

【解説】

問題

〔1〕

$x=\sqrt{7}+1$ のとき，

$$
\begin{aligned}
y&=\frac{x+7}{x+1}\\
&=\frac{\sqrt{7}+8}{\sqrt{7}+2}\\
&=\frac{(\sqrt{7}+8)(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)}\\
&=\frac{6\sqrt{7}-9}{7-4}\\
&=\boxed{2}\sqrt{7}-\boxed{3}
\end{aligned}
$$

であり，$x=2\sqrt{7}-3$ のとき，

$$
\begin{aligned}
y&=\frac{x+7}{x+1}\\
&=\frac{2\sqrt{7}+4}{2\sqrt{7}-2}\\
&=\frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}-1}\\
&=\frac{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}+1)}{(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1)}\\
&=\frac{9+3\sqrt{7}}{7-1}\\
&=\frac{\boxed{3}+\sqrt{7}}{\boxed{2}}
\end{aligned}
$$

である．

$$
\begin{aligned}
\sqrt{7}-(2\sqrt{7}-3)&=3-\sqrt{7}\\
&=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0
\end{aligned}
$$

であるから，

$$2\sqrt{7}-3<\sqrt{7}$$

であり，

$$
\begin{aligned}
\frac{3+\sqrt{7}}{2}-\sqrt{7}&=\frac{3-\sqrt{7}}{2}\\
&=\frac{\sqrt{9}-\sqrt{7}}{2}>0
\end{aligned}
$$

であるから，

$$\sqrt{7}<\frac{3+\sqrt{7}}{2}$$

である．

よって，

$$2\sqrt{7}-3<\sqrt{7}<\frac{3+\sqrt{7}}{2}$$

であるから，$\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものは $\boxed{①}$ であり，$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものは $\boxed{②}$ である.

〔2〕 問題

$$T=\sqrt{a(a+b)}\quad (a,\ b \text{ は正の実数}).$$

(1) $b=1$，$a=\dfrac{1}{c}$ のとき，

$$T=\sqrt{\frac{1}{c}\left(\frac{1}{c}+1\right)}$$
$$=\frac{\sqrt{c+1}}{c}.$$

$c=3$ つまり，$a=\dfrac{1}{3}$（正の有理数）のとき，

$$T=\frac{\sqrt{3+1}}{3}=\frac{2}{3}$$

となり，T は有理数である.

よって，「a が正の有理数ならば T は無理数である」は偽である.

したがって，$\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものは $\boxed{⑤}$ である.

(2) $b=1$ のとき，

$$T=\sqrt{a(a+1)}.$$

$a=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$（正の無理数）とすると，

☜ $a(a+1)=1$ の解の1つ.

$$a+1=\frac{\sqrt{5}-1}{2}+1$$
$$=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

であるから，

$$T=\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$$
$$=\sqrt{\frac{5-1}{4}}$$
$$=1$$

であり，T は有理数である.

よって，「a が正の無理数ならば T は無理数である」は偽である.

したがって，$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものは $\boxed{⑤}$ である.

(3) $a=1$，$b=mn$ のとき，

$$T=\sqrt{1\cdot(1+b)}$$
$$=\sqrt{mn+1}\quad (m,\ n \text{ は正の整数}). \qquad \cdots ①$$

$|m-n|=2$ ならば,

$$m-n=\pm 2,\ \text{つまり}\quad m=n\pm 2$$

である.

☜ a が正のとき,
$|X|=a \iff X=\pm a$.

・$m=n+2$ のとき

①に代入すると,

$$\begin{aligned} T&=\sqrt{(n+2)n+1}\\ &=\sqrt{(n+1)^2}\\ &=|n+1|\\ &=n+1 \quad (\text{整数}) \end{aligned}$$

である.

☜ $n\geqq 1$ より,
$|n+1|=n+1$.

・$m=n-2$ のとき

①に代入すると,

$$\begin{aligned} T&=\sqrt{(n-2)n+1}\\ &=\sqrt{(n-1)^2}\\ &=|n-1|\\ &=n-1 \quad (\text{整数}) \end{aligned}$$

である.

☜ $n\geqq 1$ より,
$|n-1|=n-1$.

よって,「$|m-n|=2$ ならば T は整数である」は真である. …②

したがって, $\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものは $\boxed{④}$ である.

② より,

「T が整数でないならば $|m-n|\neq 2$」

は真である.

☜ 命題 $p \Longrightarrow q$ とその対偶 $\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$ の真偽は一致する.

また, $m=8$, $n=1$ のとき, $|m-n|\neq 2$ であるが,

$$T=\sqrt{8\cdot 1+1}=3$$

より, T は整数である.

よって,「$|m-n|\neq 2$ ならば T は整数でない」は偽である.

したがって, $|m-n|\neq 2$ は T が整数でないための必要条件であるが, 十分条件ではない.

ゆえに, $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものは $\boxed{①}$ である.

第2問　2次関数

a を実数とし，x の二つの2次関数

$$y=x^2-2(a+2)x+2a^2+2a-4$$
$$y=x^2+2ax+a^2-4a$$

のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする．さらに

G_1 と y 軸の交点を A，　G_2 と y 軸の交点を B，　G_1 の頂点を C

とし，点 C の y 座標を Y とする．

$$Y=a^2-\boxed{\text{ア}}\,a-\boxed{\text{イ}}$$

である．

(1)　A の y 座標が正となるような a の値の範囲は

$$a<\boxed{\text{ウエ}},\quad \boxed{\text{オ}}<a$$

であり，A の y 座標が正，B の y 座標が負となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{カ}}<a<\boxed{\text{キ}}$$

である．

$\boxed{\text{カ}}<a<\boxed{\text{キ}}$ のとき，Y のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{クケ}}<Y<\boxed{\text{コ}}$$

である．

(2)　$\boxed{\text{カ}}<a<\boxed{\text{キ}}$ とする．

G_1 の軸と x 軸の交点を D とし，四角形 ABCD の面積を S とすると

$$\mathrm{CD}=\boxed{\text{サ}}\,a^2+\boxed{\text{シ}}\,a+\boxed{\text{ス}}$$
$$S=\boxed{\text{セ}}\,a^2+\boxed{\text{ソタ}}\,a+\boxed{\text{チ}}$$

である．

$S=54$ のとき，四角形 ABCD が x 軸により分けられる二つの部分の面積の比は

$$\boxed{\text{ツ}}:\boxed{\text{テ}}$$

である．ただし，$\boxed{\text{ツ}}<\boxed{\text{テ}}$ とする．

【解説】　問題

$$G_1: y=x^2-2(a+2)x+2a^2+2a-4,$$
$$G_2: y=x^2+2ax+a^2-4a.$$

これより，

$$\mathrm{A}(0,\ 2a^2+2a-4),\quad \mathrm{B}(0,\ a^2-4a)$$

である．

また，

$$\begin{aligned}y&=x^2-2(a+2)x+2a^2+2a-4\\&=\{x-(a+2)\}^2-(a+2)^2+2a^2+2a-4\\&=\{x-(a+2)\}^2+a^2-2a-8\end{aligned}$$

であるから，

$$\mathrm{C}(a+2,\ a^2-2a-8)$$

であり，

$$Y=a^2-\boxed{\ 2\ }a-\boxed{\ 8\ }$$

である．

☜ 放物線 $y=a(x-p)^2+q$ の頂点の座標は，

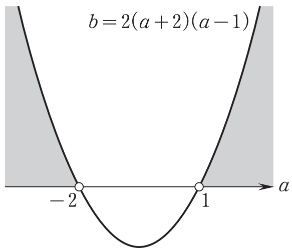
$$(p,\ q).$$

(1) A の y 座標が正となるような a の値の範囲は，

$$2a^2+2a-4>0$$
$$2(a+2)(a-1)>0$$

より，

$$a<\boxed{-2},\quad \boxed{\ 1\ }<a \qquad \cdots ①$$ ☜



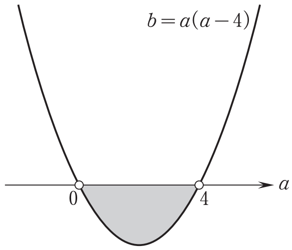
である．

また，B の y 座標が負となるような a の値の範囲は，

$$a^2-4a<0$$
$$a(a-4)<0$$

より，

$$0<a<4 \qquad \cdots ②$$ ☜



である．

①，② より，A の y 座標が正，B の y 座標が負となるような a の値の範囲は，

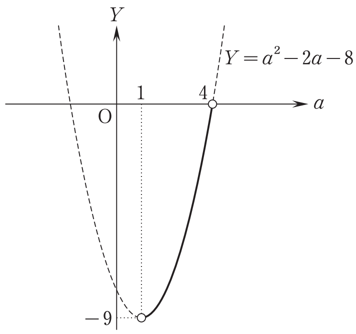
$$\boxed{\ 1\ }<a<\boxed{\ 4\ }$$

である．

$$Y=a^2-2a-8$$
$$=(a-1)^2-9$$

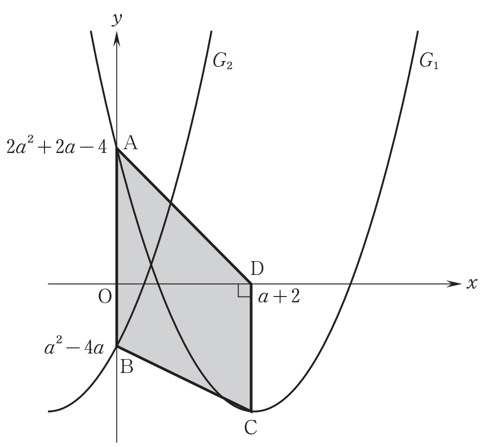
であるから，$1<a<4$ のとき，Y のとり得る値の範囲は，

$$\boxed{-9}<Y<\boxed{\ 0\ }$$ ☜



である．

(2)



$$\mathrm{C}(a+2,\ Y),\quad \mathrm{D}(a+2,\ 0)$$

であり，$1<a<4$ のとき，$Y<0$ であるから，

$$\begin{aligned}\mathrm{CD}&=-Y\\&=\boxed{-}a^2+\boxed{2}a+\boxed{8}\end{aligned}$$

である．

また，

$$\mathrm{A}(0,\ 2a^2+2a-4),\quad \mathrm{B}(0,\ a^2-4a)$$

であり，$1<a<4$ のとき，$a^2-4a<0<2a^2+2a-4$ であるから，

$$\begin{aligned}\mathrm{AB}&=(2a^2+2a-4)-(a^2-4a)\\&=a^2+6a-4\end{aligned}$$

である．

四角形 ABCD は CD // AB の台形であるから，

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{2}(\mathrm{CD}+\mathrm{AB})\cdot\mathrm{OD}\\&=\frac{1}{2}\{(-a^2+2a+8)+(a^2+6a-4)\}(a+2)\\&=\boxed{4}a^2+\boxed{10}a+\boxed{4}\end{aligned}$$

☜ $\mathrm{OD}=a+2$.

である．

よって，

$$S=54$$

より，

$$\begin{aligned}4a^2+10a+4&=54\\2a^2+5a-25&=0\\(a+5)(2a-5)&=0\\a&=-5,\ \frac{5}{2}\end{aligned}$$

であり，$1<a<4$ より，

$$a=\frac{5}{2}$$

である．

このとき，

$$\mathrm{A}\left(0,\ \frac{27}{2}\right),\quad \mathrm{D}\left(\frac{9}{2},\ 0\right)$$

であり，

$$\mathrm{OA}=\frac{27}{2},\quad \mathrm{OD}=\frac{9}{2}$$

である．

四角形 ABCD が x 軸により分けられる 2 つの部分は △ODA と台形 OBCD であり，

$$
\begin{aligned}
(\triangle \text{ODA の面積}) &= \frac{1}{2}\text{OA}\cdot\text{OD} \\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{27}{2}\cdot\frac{9}{2} \\
&= \frac{27\cdot 9}{8}, \\
(\text{台形 OBCD の面積}):(\triangle \text{ODA の面積}) &= \left(54-\frac{27\cdot 9}{8}\right):\frac{27\cdot 9}{8} \\
&= \frac{27\cdot 7}{8}:\frac{27\cdot 9}{8} \\
&= \boxed{7}:\boxed{9}
\end{aligned}
$$

である．

第３問　図形と計量，平面図形

$\angle$BAC が鈍角である $\triangle$ABC は，AB $=1$，CA $=\sqrt{7}$，$\sin\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{3\sqrt{21}}{14}$ を満たすとする．このとき

$$\cos\angle\mathrm{BAC}=-\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イウ}}},\quad \mathrm{BC}=\boxed{\text{エ}}$$

であり

$$\angle\mathrm{ABC}=\boxed{\text{オカ}}^\circ$$

である．

$\triangle$ABC の外接円の中心を O とすると

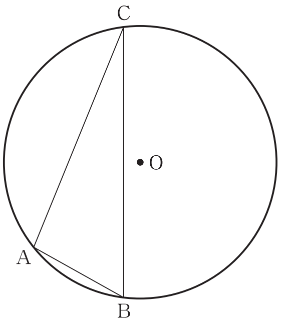
$$\mathrm{OB}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であり，点 O から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC の交点を D とすると

$$\sin\angle\mathrm{OBD}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サシ}}}$$

である．

参考図



$\triangle$OBC の外接円の中心を O′ とする．

$$\mathrm{OO'}=\frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である．

さらに，直線 OO′ と直線 AB の交点を E とすると

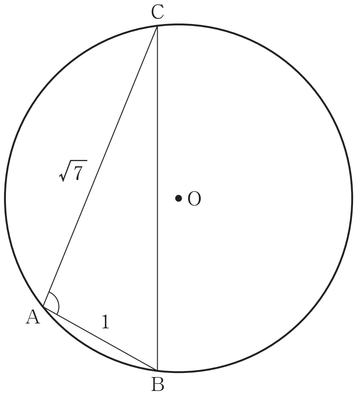
$$\mathrm{DE}=\frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

であり，直線 AB と円 O′ の交点のうち B でない方を F とすると，$\triangle$EFO′ の面積は

$\dfrac{\boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である．

【解説】

問題



$\angle$BAC は鈍角であるから，

$$\begin{aligned}\cos\angle\mathrm{BAC}&=-\sqrt{1-\sin^2\angle\mathrm{BAC}}\\&=-\sqrt{1-\left(\frac{3\sqrt{21}}{14}\right)^2}\\&=-\frac{\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{14}}\end{aligned}$$

である．

☞ $90^\circ<\theta<180^\circ$ のとき，
$\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}$.

$\triangle$ABC に余弦定理を用いると，

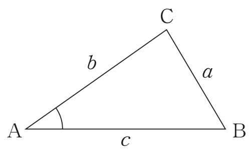
$$\begin{aligned}\mathrm{BC}^2&=\mathrm{CA}^2+\mathrm{AB}^2-2\mathrm{CA}\cdot\mathrm{AB}\cos\angle\mathrm{BAC}\\&=(\sqrt{7})^2+1^2-2\sqrt{7}\cdot1\cdot\left(-\frac{\sqrt{7}}{14}\right)\\&=9\end{aligned}$$

であるから，

$$\mathrm{BC}=\boxed{3}$$

である．

☞ **余弦定理**



$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$.

$\triangle$ABC に正弦定理を用いると，

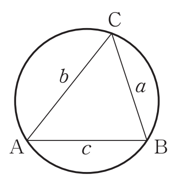
$$\frac{\mathrm{BC}}{\sin\angle\mathrm{BAC}}=\frac{\mathrm{CA}}{\sin\angle\mathrm{ABC}}$$

であるから，

$$\begin{aligned}\sin\angle\mathrm{ABC}&=\frac{\mathrm{CA}}{\mathrm{BC}}\cdot\sin\angle\mathrm{BAC}\\&=\frac{\sqrt{7}}{3}\cdot\frac{3\sqrt{21}}{14}\\&=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

である．

☞ **正弦定理**



$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$.

（R は $\triangle$ABC の外接円の半径）

$\angle$BAC が鈍角より $\angle$ABC は鋭角であるから，

$$\angle\mathrm{ABC}=\boxed{60}^\circ$$

である．

☞ 余弦定理により，$\cos\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}$ を求めてもよい．

線分 OB は △ABC の外接円の半径であるから，正弦定理を用いると，

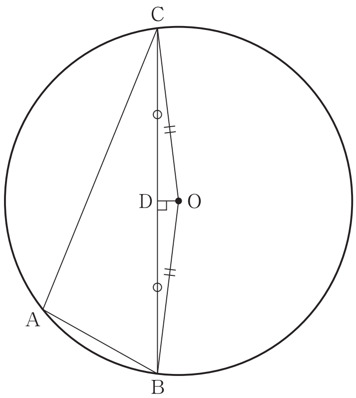
$$2\mathrm{OB}=\frac{\mathrm{CA}}{\sin\angle\mathrm{ABC}}$$

であり，

$$\begin{aligned}\mathrm{OB}&=\frac{\mathrm{CA}}{2\sin\angle\mathrm{ABC}}\\&=\frac{\sqrt{7}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}\\&=\frac{\sqrt{\boxed{21}}}{\boxed{3}}\end{aligned}$$

☜ $\sin\angle\mathrm{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

である．



△OBD に三平方の定理を用いると，

$$\begin{aligned}\mathrm{OD}&=\sqrt{\mathrm{OB}^2-\mathrm{BD}^2}\\&=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{21}}{3}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}\\&=\frac{\sqrt{3}}{6}\end{aligned}$$

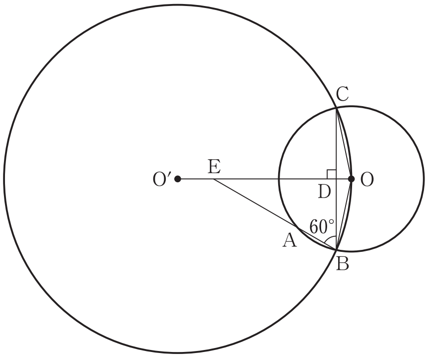
☜ $\mathrm{BD}=\frac{\mathrm{BC}}{2}=\frac{3}{2}$.

であるから，

$$\begin{aligned}\sin\angle\mathrm{OBD}&=\frac{\mathrm{OD}}{\mathrm{OB}}\\&=\frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{\frac{\sqrt{21}}{3}}\\&=\frac{\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{14}}\end{aligned}$$

☜ $\angle\mathrm{ODB}=90^\circ$.

である．



線分 OO′ は円 O′ の半径であるから，△OBC に正弦定理を用いると，

$$2\mathrm{OO'}=\frac{\mathrm{OC}}{\sin\angle\mathrm{OBC}}$$

であり，

$$\begin{aligned}\mathrm{OO'}&=\frac{\mathrm{OC}}{2\sin\angle\mathrm{OBC}}\\&=\frac{\frac{\sqrt{21}}{3}}{2\cdot\frac{\sqrt{7}}{14}}\\&=\frac{\boxed{7}\sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{3}}\end{aligned}$$

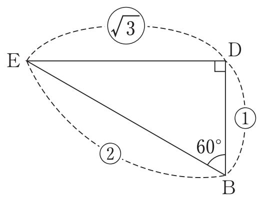
☜ $\mathrm{OC}=\mathrm{OB}=\frac{\sqrt{21}}{3}$,

$\sin\angle\mathrm{OBC}=\sin\angle\mathrm{OBD}=\frac{\sqrt{7}}{14}$.

である．

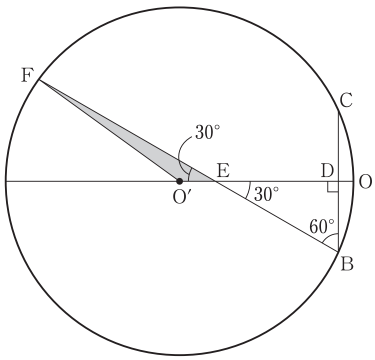
直角三角形 BDE において ∠EBD＝∠ABC＝60° であるから，

$$\begin{aligned}\mathrm{DE}&=\sqrt{3}\,\mathrm{BD}\\&=\sqrt{3}\cdot\frac{3}{2}\\&=\frac{\boxed{3}\sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{2}},\end{aligned}$$

☜ 

$$\begin{aligned}\mathrm{EB}&=2\mathrm{BD}\\&=2\cdot\frac{3}{2}\\&=3\end{aligned}$$

である．

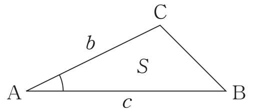


$\triangle$EFO′ の面積を S とすると，

$$S=\frac{1}{2}\mathrm{EF}\cdot\mathrm{EO'}\sin\angle\mathrm{FEO'}$$
$$=\frac{1}{2}\mathrm{EF}\cdot\mathrm{EO'}\sin 30^\circ$$
$$=\frac{1}{4}\mathrm{EF}\cdot\mathrm{EO'} \qquad \cdots(*)$$

である．

三角形の面積



$$S=\frac{1}{2}bc\sin A.$$

$\angle\mathrm{FEO'}=\angle\mathrm{DEB}=30^\circ.$

また，

$$\mathrm{DO'}=\mathrm{OO'}-\mathrm{DO}$$
$$=\frac{7\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}$$
$$=\frac{13\sqrt{3}}{6}$$
$$>\mathrm{DE}$$

であるから，

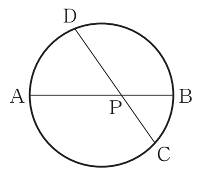
$$\mathrm{EO'}=\mathrm{DO'}-\mathrm{DE}$$
$$=\frac{13\sqrt{3}}{6}-\frac{3\sqrt{3}}{2}$$
$$=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

である．

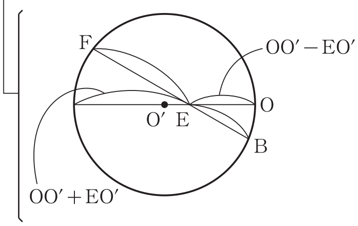
方べきの定理より，

$$\mathrm{EF}\cdot\mathrm{EB}=(\mathrm{OO'}-\mathrm{EO'})(\mathrm{OO'}+\mathrm{EO'})$$
$$\mathrm{EF}\cdot 3=\left(\frac{7\sqrt{3}}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\left(\frac{7\sqrt{3}}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$$

方べきの定理



PA・PB＝PC・PD.



であるから，

$$\mathrm{EF}=\frac{1}{3}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{3}\cdot 3\sqrt{3}$$
$$=5$$

である．

よって，(*) より $\triangle$EFO′ の面積 S は，

$$S=\frac{1}{4}\mathrm{EF}\cdot\mathrm{EO'}$$
$$=\frac{1}{4}\cdot 5\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}$$
$$=\frac{\boxed{5}\sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{6}}$$

である．

第4問　場合の数と確率

(1)　一つのさいころを2回振り，出た目の数を順に a，b とし，S を

b が a の倍数であるとき　$S=a+b$

b が a の倍数でないとき　$S=0$

と定める．

$(a,\ b)$ は全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 組あり，そのうち

$S=0$ となるものは $\boxed{\text{ウエ}}$ 組，$S=6$ となるものは $\boxed{\text{オ}}$ 組

である．

S の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である．

(2)　一つのさいころを3回振り，出た目の数を順に a，b，c とし，S_1 を

b が a の倍数であるとき　$S_1=a+b$

b が a の倍数でないとき　$S_1=0$

と定め，S_2 を

c が a の倍数であるとき　$S_2=S_1+c$

c が a の倍数でないとき　$S_2=0$

と定める．

$S_2=3$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}}$ である．また，$S_1=0$ または $S_2=0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である．

【解説】

問題

(1)　a，b に対する S の値を表にすると次のようになる．

(表1)

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	0	4	0	6	0	8
3	0	0	6	0	0	9
4	0	0	0	8	0	0
5	0	0	0	0	10	0
6	0	0	0	0	0	12

$(a,\ b)$ は全部で，

$$6^2=\boxed{36}\text{(組)}$$

あり，(表1)より $S=0$ となるものは $\boxed{22}$ 組，$S=6$ となるものは $\boxed{3}$ 組である．

S の期待値は，(表1)より，

$$0\times\frac{22}{36}+2\times\frac{1}{36}+3\times\frac{1}{36}+4\times\frac{2}{36}+5\times\frac{1}{36}$$

$$+6\times\frac{3}{36}+7\times\frac{1}{36}+8\times\frac{2}{36}+9\times\frac{1}{36}$$

$$+10\times\frac{1}{36}+12\times\frac{1}{36}$$

$$=\frac{1}{36}(2+3+8+5+18+7+16+9+10+12)$$

$$=\frac{\boxed{5}}{\boxed{2}}$$

である．

期待値

☜ 試行によって定まる値 X のとり得る値が，

$x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n$

であり，それぞれの値をとる確率が，

$p_1,\ p_2,\ \cdots,\ p_n$

$(p_1+p_2+\cdots+p_n=1)$

であるとき，X の期待値 E は，

$E=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n.$

(2) $(a,\ b,\ c)$ は全部で 6^3 組ある．

a，c に対する S_2 の値を表にすると次のようになる．

☜ S_1 の値は(表 1)と同じ．

(表 2)

a \ c	1	2	3	4	5	6
1	S_1+1	S_1+2	S_1+3	S_1+4	S_1+5	S_1+6
2	0	S_1+2	0	S_1+4	0	S_1+6
3	0	0	S_1+3	0	0	S_1+6
4	0	0	0	S_1+4	0	0
5	0	0	0	0	S_1+5	0
6	0	0	0	0	0	S_1+6

$S_2=3$ となるのは次の 2 つの場合である．

(i) $S_1\neq 0$ のとき．

(表 1)と(表 2)より，$S_2=3$ となるのは，

$S_1=2,\ c=1$　すなわち　$(a,\ b,\ c)=(1,\ 1,\ 1)$

のときである．

よって，$S_2=3$ となる $(a,\ b,\ c)$ は 1 組．

(ii) $S_1=0$ のとき．

(表 2)より $S_2=3$ となるためには，

$(a,\ c)=(1,\ 3)$　または　$(3,\ 3)$

が必要である．

$(a,\ c)=(1,\ 3)$ のとき，(表 1)より $S_1=0$ とはならないから不適．

$(a,\ c)=(3,\ 3)$ のとき，(表 1)より $b=1,\ 2,\ 4,\ 5.$

よって，$S_2=3$ となる $(a,\ b,\ c)$ は 4 組．

(i)，(ii) は排反であるから $S_2=3$ となる確率は，

$$\frac{1+4}{6^3}=\frac{\boxed{5}}{\boxed{216}}$$

☜ $(a,\ b,\ c)$ は全部で 6^3 組．

である．

$S_2=0$ となるような $(a,\ c)$ は(表 2)より 22 組ある．このとき，b の値に関わらず $S_2=0$ となるから $S_2=0$ となる確率は $S_1=0$ となる確率と等しく，

$$P(S_2=0)=P(S_1=0)=\frac{22}{6^2}=\frac{11}{18}$$

である．

☜ $S_2=0$ となる $(a,\ b,\ c)$ は 22×6 (組) あるから，

$$\frac{22\times6}{6^3}=\frac{11}{18}$$

としてもよい．

また，$S_1=0$ かつ $S_2=0$ となる $(a,\ b,\ c)$ は(表 1)より次のようになる．

a	b	c	$(a,\ b,\ c)$ の個数
1	なし	なし	0
2	1，3，5	1，3，5	$3\times3=9$
3	1，2，4，5	1，2，4，5	$4\times4=16$
4	1，2，3，5，6	1，2，3，5，6	$5\times5=25$
5	1，2，3，4，6	1，2，3，4，6	$5\times5=25$
6	1，2，3，4，5	1，2，3，4，5	$5\times5=25$

よって，$S_1=0$ かつ $S_2=0$ となる確率は，

$$P(S_1=0\text{ かつ }S_2=0)=\frac{0+9+16+25+25+25}{6^3}$$

$$=\frac{25}{54}$$

であるから，$S_1=0$ または $S_2=0$ となる確率は，

$$P(S_1=0)+P(S_2=0)-P(S_1=0\text{ かつ }S_2=0)$$

☜ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

$$=\frac{11}{18}+\frac{11}{18}-\frac{25}{54}$$

$$=\frac{\boxed{41}}{\boxed{54}}$$

である．

旧数学Ⅱ・旧数学Ｂ

【解答・採点基準】

（100点満点）

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第１問	ア	2	1	
	イ，ウ	2，1	2	
	エ	1	1	
	オ	2	1	
	$\dfrac{カ\sqrt{キ}}{ク}$	$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$	2	
	$\dfrac{\pi}{ケ}$	$\dfrac{\pi}{3}$	2	
	コ	2	2	
	$\dfrac{\pi}{サ}$	$\dfrac{\pi}{4}$	2	
	シ	2	1	
	$\dfrac{ス+セ\sqrt{ソ}}{タ}$	$\dfrac{3+2\sqrt{3}}{3}$	2	
	$\dfrac{チ}{ツ}$	$\dfrac{1}{2}$	2	
	テ，ト，ナ	4，2，1	3	
	ニ	0	2	
	$\dfrac{ヌ}{ネ}$	$\dfrac{4}{3}$	2	
	$ノ(ハ+\sqrt{ヒ})$	$2(1+\sqrt{5})$	3	
	$フ+\sqrt{ヘ}$	$3+\sqrt{5}$	2	
第１問 自己採点小計			(30)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第２問	ア，イ，ウ，エ	6，2，2，1	3	
	オ	1	2	
	カ，キ	0，1	2	
	$ク<k<ケ$	$1<k<2$	3	
	コサ	−1	2	
	シ	2	2	
	$\dfrac{p}{ス}$	$\dfrac{p}{2}$	2	
	セ，ソ	0，2	3	
	タチ	−2	3	
	ツ，テ，トナ	2，1，−4	3	
	$\dfrac{ニヌ}{ネ}$	$\dfrac{11}{3}$	3	
	$\dfrac{ノハ}{ヒフ}$	$\dfrac{11}{13}$	2	
第２問 自己採点小計			(30)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第３問	ア	1	2	
	イ	3	2	
	ウ，エ	3，2	2	
	オ	2	2	
	カ	2	3	
	キ，ク	2，1	2	
	ケ	1	2	
	コ，サ，シ	2，1，1	2	
	ス，セ，ソ，タ	2，6，3，2	3	
第３問 自己採点小計			(20)	

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第4問	$\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$	$\frac{9}{2}$	1	
	ウ	0	1	
	$\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$	$\frac{1}{2}$	1	
	$\frac{\text{カ}}{\text{キ}}$, $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$	$\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$	2	
	コ	3	2	
	サ	0	3	
	シ，ス，セ，ソ，タ	1，2，2，3，3	2	
	チ	1	2	
	ツ，テ	0，1	2	
	ト，ナ，ニ	7，2，4	2	
	$\frac{\text{ヌ}\sqrt{\text{ネノ}}}{\text{ハ}}$	$\frac{3\sqrt{21}}{7}$	2	
		第4問　自己採点小計	(20)	
第5問	$a=$ア	$a=3$	2	
	$b=$イ	$b=7$	2	
	$c=$ウ	$c=8$	2	
	エオ	20	1	
	カキ	40	2	
	ク	2	1	
	ケコ.サ	23.2	3	
	シスセ	460	3	
	ソタ	88	3	
	チ	3	1	
		第5問　自己採点小計	(20)	

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第6問	アイ.ウ	13.3	2	
	エ	1	2	
	オ	4	2	
	カ	2	2	
	キ	3	2	
	ク	4	2	
	ケ	2	2	
	コ	6	2	
	サ	3	2	
	シ	4	2	
		第6問　自己採点小計	(20)	
		自己採点合計	(100)	

第 1 問　三角関数，図形と方程式 問題

数学Ⅱ・数学B 第 1 問 に同じである． 問題

第 2 問　微分法・積分法 問題

数学Ⅱ・数学B 第 2 問 に同じである．

第 3 問　数　列 問題

数学Ⅱ・数学B 第 3 問 に同じである．

第 4 問　ベクトル 問題

数学Ⅱ・数学B 第 4 問 に同じである．

第 5 問　統　計

次の表は，K 高校のあるクラスの生徒の読書量について行った調査結果をまとめたものである．最近 1 年間に読んだ書籍の数を変量 x（冊），自身が所有している書籍の数を変量 y（冊）で表す．

y ＼ x	0 以上 ～ 4 未満	4 ～ 8	8 ～ 12	12 ～ 16	16 ～ 20	計
0 以上 ～ 20 未満	3	1	0	0	0	4
20 ～ 40	1	4	1	0	0	6
40 ～ 60	0	a	3	1	0	b
60 ～ 80	0	0	0	1	1	2
80 ～ 100	0	0	0	0	1	1
計	4	c	4	2	2	

ある階級に含まれるすべての資料は，その階級の階級値をとるものとして，次の問に答えよ．

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ．途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること．

⑴　変量 x の平均値 $\overline{x}$ は 8 冊であった．表中の a，b，c の値は

$a = \boxed{\text{ア}}$，　$b = \boxed{\text{イ}}$，　$c = \boxed{\text{ウ}}$

であり，調査対象となった生徒の人数は全部で $\boxed{\text{エオ}}$ 人である．

以下，このもとで考える．

⑵　変量 y の平均値 $\overline{y}$ は $\boxed{\text{カキ}}$ 冊である．

⑶　次の記述のうち，正しいものは $\boxed{\text{ク}}$ である．$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ．

⓪　変量 x の中央値と平均値は等しい．

①　変量 y の最頻値と平均値は等しい．

② 変量 x の中央値と最頻値は等しい．

③ 変量 y の中央値と最頻値は等しい．

(4) 変量 x の分散の値は $\boxed{\text{ケコ}}.\boxed{\text{サ}}$，変量 y の分散の値は $\boxed{\text{シスセ}}$，変量 x と変量 y の共分散の値は $\boxed{\text{ソタ}}$ である．したがって，変量 x と変量 y の相関係数を r とすると，r^2 の値に最も近いものは $\boxed{\text{チ}}$ である．$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ．

⓪ 0.02　① 0.14　② 0.35　③ 0.73　④ 0.86　⑤ 1.19

【解説】

問題

与えられた資料から，変量 x，y についての階級値の表を作ると次のようになる．

☜ 階級の中央の値を階級値という．

y \ x	2	6	10	14	18	計
10	3	1	0	0	0	4
30	1	4	1	0	0	6
50	0	a	3	1	0	b
70	0	0	0	1	1	2
90	0	0	0	0	1	1
計	4	c	4	2	2	

(1) 変量 x の階級値と度数の表は次のようになる．

x	2	6	10	14	18	計
度数	4	c	4	2	2	$c+12$

☜ ただし，$c=a+5$．

よって，x の平均値 $\overline{x}$ は

$$\overline{x}=\frac{2\cdot4+6\cdot c+10\cdot4+14\cdot2+18\cdot2}{4+c+4+2+2}=\frac{6c+112}{c+12}.$$

ところで，$\overline{x}=8$ なので

$$\frac{6c+112}{c+12}=8.$$

これより

$$c=8.$$

すると $5+a=c$ より

$$a=3.$$

また，変量 y の階級値が 50 である階級の度数に注目すると

$$a+3+1=b$$

より

$$b=7.$$

よって

$$a=\boxed{3},\quad b=\boxed{7},\quad c=\boxed{8}.$$

☜ **平均値**

変量 x のとる値を

x_k $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ N)$

とすると，x の平均値 $\overline{x}$ は

$$\overline{x}=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}x_k.$$

また，生徒の人数は全部で

$$b+13=c+12=\boxed{20}\ 人.$$

(2) 変量 y の階級値と度数の表は次のようになる．

y	10	30	50	70	90	計
度数	4	6	7	2	1	20

よって，y の平均値 $\overline{y}$ は

$$\overline{y}=\frac{10\cdot4+30\cdot6+50\cdot7+70\cdot2+90\cdot1}{20}$$

$$=\frac{800}{20}=\boxed{40}\ (冊).$$

(3) x の中央値は 6，平均値は 8，最頻値は 6 であり

y の中央値は 40，平均値は 40，最頻値は 50 である．

よって，⓪，①，③の記述はいずれも誤っており，②の記述は正しい．

したがって，$\boxed{\text{ク}}$ には $\boxed{②}$ が当てはまる．

中央値

資料を大きさの順に並べたとき，その中央の値を中央値という．資料の個数が偶数のときは，中央に並ぶ二つの資料の平均値を中央値とする．

最頻値

資料を度数分布表にまとめたとき，度数が最も大きい階級の階級値を最頻値という．

(4) $x-\overline{x}$，$y-\overline{y}$ についての表は次のようになる．

$x-\overline{x}$ を x の偏差という．

$y-\overline{y}$ ＼ $x-\overline{x}$	-6	-2	2	6	10	計
-30	3	1	0	0	0	4
-10	1	4	1	0	0	6
10	0	3	3	1	0	7
30	0	0	0	1	1	2
50	0	0	0	0	1	1
計	4	8	4	2	2	

変量 x の分散 ${s_x}^2$ は

$${s_x}^2=\frac{1}{20}\{(-6)^2\cdot4+(-2)^2\cdot8+2^2\cdot4+6^2\cdot2+10^2\cdot2\}$$

$$=\frac{1}{20}\times464=\boxed{23}.\boxed{2}$$

であり，変量 y の分散 ${s_y}^2$ は

$${s_y}^2=\frac{1}{20}\{(-30)^2\cdot4+(-10)^2\cdot6+10^2\cdot7+30^2\cdot2+50^2\cdot1\}$$

$$=\frac{1}{20}\times9200=\boxed{460}$$

である．また，変量 x と変量 y の共分散 s_{xy} は

分散

変量 x のとる値を

$$x_k\ (k=1,\ 2,\ \cdots,\ N)$$

とし，その平均値を $\overline{x}$ とするとき，変量 x の分散 ${s_x}^2$ は

$${s_x}^2=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(x_k-\overline{x})^2.$$

共分散

変量 x と変量 y の共分散 s_{xy} は

$$s_{xy}=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(x_k-\overline{x})(y_k-\overline{y}).$$

$$s_{xy}=\frac{1}{20}\{(-6)\cdot(-30)\times3+(-2)\cdot(-30)\times1+(-6)\cdot(-10)\times1$$
$$+(-2)\cdot(-10)\times4+2\cdot(-10)\times1+(-2)\cdot10\times3$$
$$+2\cdot10\times3+6\cdot10\times1+6\cdot30\times1$$
$$+10\cdot30\times1+10\cdot50\times1\}$$
$$=\frac{1}{20}\times1760=\boxed{88}$$

である．

したがって，変量 x と変量 y の相関係数を r とすると

$$r^2=\frac{{s_{xy}}^2}{{s_x}^2\cdot{s_y}^2}=\frac{88^2}{23.2\times460}=\frac{7744}{10672}$$
$$=0.7256\cdots.$$

よって，チ には ③ が当てはまる．

☜ **相関係数**

変量 x と変量 y の相関係数を r とすると

$$r=\frac{s_{xy}}{s_x s_y}.$$

ただし，s_x，s_y はそれぞれ変量 x，y の分散の正の平方根(標準偏差という)であり，s_{xy} は変量 x と変量 y の共分散である．

第 6 問　コンピュータ

座標平面上で放物線 $y=px^2+qx+r$ が 3 点 $(-1,\ a)$，$(0,\ b)$，$(1,\ c)$ を通るとき

$$p=\frac{a+c-2b}{2},\quad q=\frac{c-a}{2},\quad r=b$$

であるから

$$\int_{-1}^{1}(px^2+qx+r)\,dx=\frac{a+4b+c}{3} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

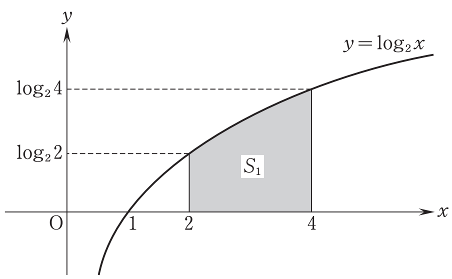
が成り立つ．

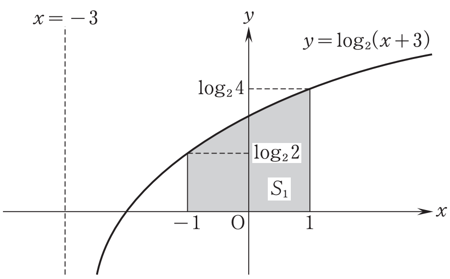
このことを利用して，不等式 $0 \leqq y \leqq \log_2 x$，$2 \leqq x \leqq 8$ で表される領域 D の面積の近似値を求めてみよう．

そのために，領域 D を $2 \leqq x \leqq 4$，$4 \leqq x \leqq 6$，$6 \leqq x \leqq 8$ の三つの部分に分けて，次の方法でそれぞれの面積の近似値を求め，それらの和を求めることにした．

例えば，領域 D の $2 \leqq x \leqq 4$ の部分の面積 S_1 の近似値は次のように求めることができる．

> 曲線 $y=\log_2 x$ を x 軸方向に -3 だけ平行移動した曲線は，3 点 $(-1,\ \log_2 2)$，$(0,\ \log_2 3)$，$(1,\ \log_2 4)$ を通る．
>
> そこで，この 3 点を通る放物線と x 軸ではさまれた $-1 \leqq x \leqq 1$ の部分の面積は (*) より $\dfrac{\log_2 2+4\log_2 3+\log_2 4}{3}$ と求められ，これが S_1 の近似値となる．





この方法によれば，領域 D の面積の近似値は $\boxed{\text{アイ}}$．$\boxed{\text{ウ}}$ と求められる．ただし，対数のおおよその値を

$$\log_2 3=1.58,\quad \log_2 5=2.32,\quad \log_2 7=2.81$$

として計算し，小数第 2 位を四捨五入して求めること．

前ページの方法を利用して，領域 D の面積の近似値を求める〔プログラム１〕を次のように作成した．ただし，LOG2(X)は $\log_2 X$ の値を表す．

〔プログラム１〕

```
100 LET T=0
110 LET K=3
120 LET T=T+LOG2(K-[エ])+[オ]*LOG2(K)+LOG2(K+[エ])
130 LET K=K+[カ]
140 IF K<=8 THEN GOTO 120
150 PRINT T/[キ]
160 END
```

[エ] ～ [キ] に当てはまる数値を入れて，プログラムを完成せよ．

〔プログラム１〕と同じ出力を得る〔プログラム２〕を次のように作成した．

〔プログラム２〕

```
100 LET T=LOG2(2)
110 FOR N=1 TO 3
120    LET T=T+[ク]*LOG2(2*N+1)+[ケ]*LOG2(2*N+2)
130 NEXT N
140 LET T=(T-LOG2(8))/[キ]
150 PRINT T
160 END
```

[ク]，[ケ] に当てはまる数値を入れて，プログラムを完成せよ．

以上のプログラムでは，領域 D を三つの部分に分けて面積の近似値を求めたが，分割する個数を増やすと，誤差を減らすことができる．

> 放物線 $y=px^2+qx+r$ が３点 $\left(-\frac{1}{2},\ a\right)$，$(0,\ b)$，$\left(\frac{1}{2},\ c\right)$ を通るとき
>
> $$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(px^2+qx+r)\,dx=\frac{a+4b+c}{\boxed{\text{コ}}}$$
>
> が成り立つ．

ここでは，上の事実を利用して，領域 D を

$$2\leqq x\leqq 3,\quad 3\leqq x\leqq 4,\quad 4\leqq x\leqq 5,\quad \cdots\cdots,\quad 7\leqq x\leqq 8$$

の六つの部分に分けて，面積の近似値を求める．

そのためには，〔プログラム２〕の 110 行，120 行，140 行を次のように変更すればよい．

```
110 FOR N=1 TO 6
120   LET T=T+[ ク ]*LOG2([ サ ])+[ ケ ]*LOG2([ シ ])
140 LET T=(T-LOG2(8))/[ コ ]
```

サ，**シ** に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

⓪ N　　① N+0.5　　② N+1

③ N+1.5　　④ N+2　　⑤ N+2.5

【解説】

問題

座標平面上で放物線 $y=px^2+qx+r$ が 3 点 $(-1,\ a)$，$(0,\ b)$，$(1,\ c)$ を通るとき

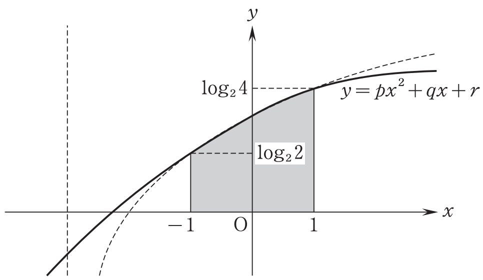
$$\int_{-1}^{1}(px^2+qx+r)\,dx=\frac{a+4b+c}{3} \qquad \cdots(*)$$

が成り立つ．

$y=\log_2 x$ のグラフを x 軸方向に -3 だけ平行移動した曲線は 3 点

$$(-1,\ \log_2 2),\quad (0,\ \log_2 3),\quad (1,\ \log_2 4)$$

を通るので，放物線 $y=px^2+qx+r$ がこの 3 点を通るとすると，S_1 の近似値は(*)により求められ，$\dfrac{\log_2 2+4\log_2 3+\log_2 4}{3}$ となる．



☜ 破線の曲線が $y=\log_2 x$ のグラフを x 軸方向に -3 だけ平行移動したもの，実線の曲線がそれを $-1\leqq x\leqq 1$ の範囲で近似した 2 次関数のグラフ．

$f(x)=\log_2 x$ とおくと

$$S_1\fallingdotseq\frac{f(2)+4f(3)+f(4)}{3}$$

である．

☜ $A\fallingdotseq B$ は A と B がおおよそ等しいことを表す記号である．

同様に，$y=\log_2 x$ のグラフと x 軸にはさまれた $4\leqq x\leqq 6$ の部分の面積を S_2 とし，$6\leqq x\leqq 8$ の部分の面積を S_3 とすると

$$S_2\fallingdotseq\frac{f(4)+4f(5)+f(6)}{3},$$

$$S_3\fallingdotseq\frac{f(6)+4f(7)+f(8)}{3}$$

となる．

いま

$$\log_2 3=1.58,\quad \log_2 5=2.32,\quad \log_2 7=2.81$$

とすると

$$\begin{aligned}
S_1 &\fallingdotseq \frac{1}{3}(\log_2 2+4\log_2 3+\log_2 4)\\
&=\frac{1}{3}(1+4\times 1.58+2)=\frac{9.32}{3},\\
S_2 &\fallingdotseq \frac{1}{3}(\log_2 4+4\log_2 5+\log_2 6)\\
&=\frac{1}{3}\{\log_2 4+4\log_2 5+(1+\log_2 3)\}\\
&=\frac{1}{3}(2+4\times 2.32+1+1.58)=\frac{13.86}{3},\\
S_3 &\fallingdotseq \frac{1}{3}(\log_2 6+4\log_2 7+\log_2 8)\\
&=\frac{1}{3}\{(1+\log_2 3)+4\log_2 7+3\}\\
&=\frac{1}{3}(1+1.58+4\times 2.81+3)=\frac{16.82}{3}
\end{aligned}$$

☜ $\log_2 6=\log_2 2+\log_2 3=1+\log_2 3.$

となるので，領域 D の面積を S とすると

$$\begin{aligned}
S&=S_1+S_2+S_3\\
&\fallingdotseq \frac{9.32+13.86+16.82}{3}\\
&=40.00\div 3\\
&=13.333\cdots
\end{aligned}$$

である．したがって，S の近似値はおよそ $\boxed{13}.\boxed{3}$ である．

ここで

$$g(k)=f(k-1)+4f(k)+f(k+1)$$

とおくと

$$\begin{aligned}
g(3)&=f(2)+4f(3)+f(4),\\
g(5)&=f(4)+4f(5)+f(6),\\
g(7)&=f(6)+4f(7)+f(8)
\end{aligned}$$

であるから，S の近似値は

$$\frac{g(3)+g(5)+g(7)}{3}$$

☜ $S_1\fallingdotseq\frac{g(3)}{3}$，$S_2\fallingdotseq\frac{g(5)}{3}$，$S_3\fallingdotseq\frac{g(7)}{3}$.

と表すことができる．

［プログラム１］は，これをそのままプログラムに直したものであり

```
120 LET T=T+LOG2(K-[ 1 ])+[ 4 ]*LOG2(K)+LOG2(K+1)
130 LET K=K+[ 2 ]
150 PRINT T/[ 3 ]
```

☜ K は 3，5，7 と 2 ずつ増やすことになる．

とすればよい．

これを［プログラム２］のように直すことを考える．上の計算に

おいては，$f(4)$，$f(6)$ が 2 回用いられている．そこで

$$\begin{aligned} g(3)+g(5)+g(7)=f(2)& \\ &+\{4f(3)+2f(4)\} \\ &+\{4f(5)+2f(6)\} \\ &+\{4f(7)+2f(8)\}-f(8) \end{aligned}$$

と変形することにより，対数関数の呼び出し回数を減らすことができる．

☜　〔プログラム 1〕と〔プログラム 2〕は，いずれも区間 $2 \leqq x \leqq 8$ を 3 分割しているだけなので，呼び出し回数はほとんど変化していない．しかし，区間を分割する個数を増やしていくと，〔プログラム 2〕による方法の方が対数関数の呼び出し回数を減らすことができる．

上の｛　｝の和の部分は

$$4f(2n+1)+2f(2n+2)$$

に $n=1$，2，3 を代入して求めることができるので，〔プログラム 2〕の 120 行は

```
120 LET T=T+ 4 *LOG2(2*N+1)+ 2 *LOG2(2*N+2)
```

とすればよい．

〔プログラム 2〕を変更して，区間 $2 \leqq x \leqq 8$ を 6 等分して領域 D の面積の近似値を求めることを考えよう．

そこで，放物線 $y=px^2+qx+r$ が 3 点 $\left(-\dfrac{1}{2},\ a\right)$，$(0,\ b)$，$\left(\dfrac{1}{2},\ c\right)$ を通るとして，$S_0=\displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(px^2+qx+r)\,dx$ を求める．

☜　ここでは，簡単のため，$-\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq \dfrac{1}{2}$ でつねに $px^2+qx+r \geqq 0$ である場合を考える．

S_0 は左下図の斜線部の面積である．

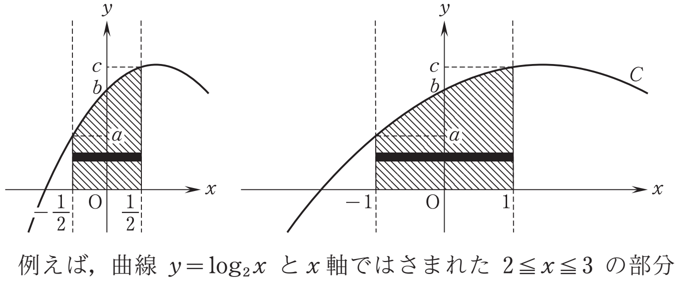
曲線 $y=px^2+qx+r$ を，y 軸を基準として x 軸方向に 2 倍に拡大した曲線を C とすると，C は 3 点 $(-1,\ a)$，$(0,\ b)$，$(1,\ c)$ を通るので，C と x 軸ではさまれた $-1 \leqq x \leqq 1$ の部分（右下図の斜線部）の面積は（*）より $\dfrac{a+4b+c}{3}$ と表される．

したがって

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(px^2+qx+r)\,dx &= S_0 \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{a+4b+c}{3} \\ &= \frac{a+4b+c}{\boxed{6}} \end{aligned}$$

☜　図の黒い部分を考えると，縦の長さが変化せず，横の長さが 2 倍になる．したがって，面積は 2 倍になる．

となる．



例えば，曲線 $y=\log_2 x$ と x 軸ではさまれた $2 \leqq x \leqq 3$ の部分の面積を S' とする．

曲線 $y=\log_2 x$ を x 軸方向に -2.5 だけ平行移動した曲線は3点

$$\left(-\frac{1}{2},\ \log_2 2\right),\quad (0,\ \log_2 2.5),\quad \left(\frac{1}{2},\ \log_2 3\right)$$

を通るので，S' は

$$S' \fallingdotseq \frac{\log_2 2+4\log_2 2.5+\log_2 3}{6}=\frac{f(2)+4f(2.5)+f(3)}{6}$$

☜ $f(x)=\log_2 x$.

と近似される．

同様に考えると，領域 D の面積 S は

$$\begin{aligned}S \fallingdotseq\ &\frac{f(2)+4f(2.5)+f(3)}{6}+\frac{f(3)+4f(3.5)+f(4)}{6}\\&+\frac{f(4)+4f(4.5)+f(5)}{6}+\frac{f(5)+4f(5.5)+f(6)}{6}\\&+\frac{f(6)+4f(6.5)+f(7)}{6}+\frac{f(7)+4f(7.5)+f(8)}{6}\end{aligned}$$

と近似される．これを変形すると

$$\begin{aligned}6S \fallingdotseq\ &f(2)\\&+\{4f(2.5)+2f(3)\}+\{4f(3.5)+2f(4)\}\\&+\{4f(4.5)+2f(5)\}+\{4f(5.5)+2f(6)\}\\&+\{4f(6.5)+2f(7)\}+\{4f(7.5)+2f(8)\}-f(8)\end{aligned}$$

となる．{　} の和は $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 6$ に対して

$$4f(n+1.5)+2f(n+2)$$

の和をとればよいので，〔プログラム２〕の 120 行は

```
120    LET T=T+4*LOG2(N+1.5)+2*LOG2(N+2)
```

と変更すればよい．したがって，$\boxed{\text{サ}}$ には $\boxed{③}$ が，$\boxed{\text{シ}}$ には $\boxed{④}$ が当てはまる．

この問題では，$f(x)=\log_2 x$ に対して，区間 $\alpha-\frac{1}{2}\leqq x\leqq \alpha+\frac{1}{2}$ における定積分の値を

$$\int_{\alpha-\frac{1}{2}}^{\alpha+\frac{1}{2}} f(x)\,dx \fallingdotseq \frac{1}{6}\left\{f\left(\alpha-\frac{1}{2}\right)+4f(\alpha)+f\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)\right\}$$

と近似した．この公式を**シンプソンの公式**という．

〔プログラム１〕および〔プログラム２〕を実行したときの出力は

13.34230

☜ 小数第 6 位を四捨五入した．

となり，区間を分割する個数を増やしたときの出力は

13.34372

となる．

一方，$\int_2^8 \log_2 x\,dx$ を計算すると $22-\frac{6}{\log 2}$ となることが知られている．これを計算すると 13.343829… となる．このように，シンプソンの公式を用いると，グラフがなめらかな曲線になる関数の定積分をかなり精度よく計算できることが知られている．

☜ $\log x$ は自然対数と呼ばれ，その底は $e=2.71828182845\cdots$ である．

【理　　科】

物理基礎

【解答・採点基準】

（50点満点）

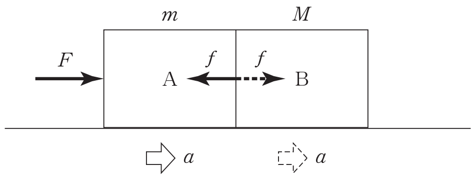
問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	A	問1	1	4	4	
		問2	2	3	4	
			3	1	3	
	B	問3	4	4	3	
			5	3	3	
		問4	6	4	4	
		問5	7	5	4	
第1問　自己採点小計					(25)	
第2問	A	問1	8	1	4	
		問2	9	2	4	
		問3	10	1	4	
	B	問4	11	4	5	
		問5	12	4	4	
		問6	13	2	4	
第2問　自己採点小計					(25)	
自己採点合計					(50)	

【解説】

第１問　運動方程式・仕事と力学的エネルギー　問題

A

問１　物体 A が受ける力を実線の矢印で，物体 B が受ける力を点線の矢印で図示すると，物体 A，B が受ける水平方向の力は次図のようになる。ここで，物体 A が受ける左向きの大きさ f の力（垂直抗力）と，物体 B が受ける右向きの大きさ f の力（垂直抗力）は，**作用・反作用の法則**を満たす２力である。



物体 A の**運動方程式**は，右向きを正として，

$\underline{ma=F-f}$　…①

物体 B の運動方程式は，

$\underline{Ma=f}$　…②

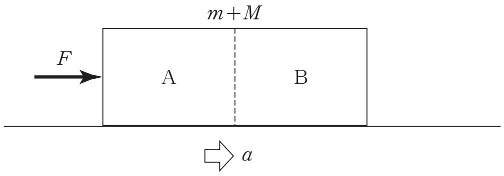
$\boxed{1}$ の答　④

問２　①，②式より，f を消去すると，

$(m+M)a=F$

$\therefore\quad a=\underline{\dfrac{F}{m+M}}$

（**別解**）　物体 A，B を１つの物体（物体系 AB）とみなして，運動方程式を立ててもよい。このとき，物体系 AB が受ける水平方向の力は次図のようになる。



物体系 AB の運動方程式は，

$(m+M)a=F$

$\therefore\quad a=\underline{\dfrac{F}{m+M}}$

$\boxed{2}$ の答　③

求めた a を②式（もしくは①式）に代入すると，

$f=\dfrac{M}{m+M}F$

これより，A と B の間にはたらく力の大きさ f は，物体 A に加えた力の大きさ F との間に $\underline{f<F}$ の関係があることがわかる。

（**別解**）　物体 A が右向きに加速度運動することから，①式にお

【ポイント】

作用・反作用の法則

物体 P が物体 Q に力を及ぼすとき，物体 Q は物体 P に力を及ぼし返している。これらの２力は一直線上にあり，向きは逆で大きさは等しい。

運動方程式

物体の質量を m，加速度を a，物体にはたらく力を F として，

$ma=F$

いて $a>0$ より，$\underline{f<F}$ と判断してもよい。

$\boxed{3}$ の答　①

B

問 3　小球が床から高さ h の位置に達するまでに，小球に加えた大きさ F の力がした**仕事** W は，

$$W=Fh\cos 0°=\underline{Fh}$$

$\boxed{4}$ の答　④

大きさ F の力は保存力ではない。よって，**力学的エネルギーと仕事の関係**より，この仕事 W は，小球の力学的エネルギーの変化量に等しい。

$\boxed{5}$ の答　③

（**参考**）　この関係を用いて，小球が床から高さ h の位置に達したときの速さ v を求めてみよう。**力学的エネルギー**と仕事の関係より，重力による位置エネルギーの基準面を床にとると，

$$\left(\frac{1}{2}mv^2+mgh\right)-\left(\frac{1}{2}m\cdot 0^2+mg\cdot 0\right)=Fh$$

$$\therefore\quad v=\sqrt{\frac{2(F-mg)h}{m}}$$

また，**運動エネルギーと仕事の関係**を用いて速さ v を求めることもできる。この場合は，重力による位置エネルギーは考えない。その代わりに，重力がした仕事 $mg\cdot h\cdot\cos 180°=-mgh$ を考えて，

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}m\cdot 0^2=Fh+(-mgh)$$

$$\therefore\quad v=\sqrt{\frac{2(F-mg)h}{m}}$$

問 4　小球は最高点で一瞬止まる。最高点の床からの高さを H とする。床から高さ h の位置と最高点の間で成り立つ**力学的エネルギー保存の法則**より，

$$\frac{1}{2}mv^2+mgh=\frac{1}{2}m\cdot 0^2+mgH$$

$$\therefore\quad H=\underline{h+\frac{v^2}{2g}}$$

（**別解**）　大きさ F の力を加えるのをやめた後は，小球は重力だけを受ける鉛直投げ上げ運動をするので，**等加速度直線運動の式**より，鉛直上向きを正として，

$$0^2-v^2=2(-g)(H-h)$$

$$\therefore\quad H=\underline{h+\frac{v^2}{2g}}$$

$\boxed{6}$ の答　④

問 5　小球が床に落下する直前の速さを V とする。床上から運動を始めたときと床に落下する直前の間で成り立つ力学的エネルギーと仕事の関係より，この間に保存力以外の力がした仕事は小球に加えた大きさ F の力がした仕事 W のみなので，

仕事

物体に大きさ F の力がはたらいて，物体が距離 s だけ変位した場合，その力がした仕事 W は，力と変位のなす角を θ として，

$W=Fs\cos\theta$

力学的エネルギーと仕事の関係

保存力（重力，ばねの弾性力）以外の力が仕事をするとき，

（力学的エネルギーの変化）

＝（保存力以外の力がする仕事）

力学的エネルギー

物体のもつ運動エネルギーと位置エネルギーの和を力学的エネルギーという。

速さが v で質量が m の物体の運動エネルギー K は，

$K=\frac{1}{2}mv^2$

基準面からの高さが h で質量が m の物体の重力による位置エネルギー U は，重力加速度の大きさを g として，

$U=mgh$

運動エネルギーと仕事の関係

（運動エネルギーの変化）

＝（すべての力がする仕事）

力学的エネルギー保存の法則

保存力以外の力が仕事をしないとき，物体の力学的エネルギーは一定に保たれる。

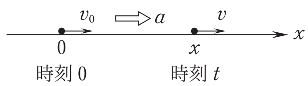
（運動エネルギー）＋（位置エネルギー）

＝一定

等加速度直線運動の式

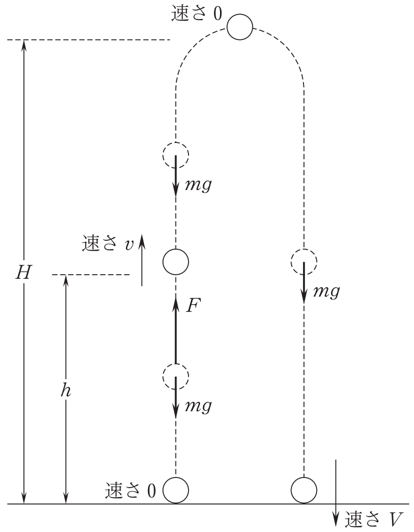
x 軸上を一定の加速度 a で物体が運動するとき，時刻 t における物体の位置を x，その速度を v（$t=0$ のとき，$x=0$，$v=v_0$）とすると，次の 3 式が成立する。

$$\begin{cases} v=v_0+at \\ x=v_0t+\frac{1}{2}at^2 \\ v^2-v_0{}^2=2ax \end{cases}$$



$$\left(\frac{1}{2}mV^2+mg\cdot 0\right)-\left(\frac{1}{2}m\cdot 0^2+mg\cdot 0\right)=W$$

$$\therefore \quad V=\underline{\sqrt{\frac{2W}{m}}}$$



$\boxed{7}$ の答　⑤

第 2 問　熱と物質の状態・電気抵抗　問題

A

問 1　**比熱**（**比熱容量**）とは，単位質量（1 g にとることが多い）の物質を 1 K だけ温度上昇させるのに必要な熱量のことである。よって，質量が同じであれば，一定の割合で熱を加えていくときの単位時間あたりの温度上昇は，物質の比熱が$\underline{\text{小さい}}_{\text{ア}}$ほど大きい。

物質の状態が固体から液体へと変化するときの温度を$\underline{\text{融点}}_{\text{イ}}$という。

$\boxed{8}$ の答　①

（**参考**）　物質の状態を固体から液体へと変化させるのに必要な単位質量あたりの熱量のことを融解熱という。また，物質の状態が液体から気体へと変化するときの温度を沸点といい，物質の状態を液体から気体へと変化させるのに必要な単位質量あたりの熱量のことを蒸発熱という。

問 2　ほとんどの物質は，温度が上昇すると長さや体積が大きくなる。これを物質の熱膨張という。解答群の①～④について，一つひとつ検討していく。

①　鉄道のレールのつなぎ目にはすき間があいている。これは，夏の日ざしが強いときにレールが熱膨張しても，レールが曲がらないようにするためである。

②　暑い日に道路に水をまくと涼しくなる。これは，水が液体か

比熱（**比熱容量**）c〔J/(g・K)〕
1 g の物質を 1 K だけ温度上昇させるのに必要な熱量のこと。

ら気体へ状態変化する際に蒸発熱を必要とするため，地面や周りの空気から熱を奪うからである。よって，熱膨張とは関係しない。

③　水銀体温計で体温を測定する。これは，水銀の熱膨張を利用している。

④　グラスに熱湯を入れると割れることがある。これは，グラスの熱湯に触れた部分が急激に熱膨張することが原因である。

よって，物質の熱膨張と関係しないものは，②である。

$\boxed{9}$ の答　②

問 3　**熱容量**とは，物体(物質全体)を 1 K だけ温度上昇させるのに必要な熱量のことである。物体 A の熱容量を C_A，物体 B の熱容量を C_B とすると，**熱量の保存**より，A が失った熱量と B が得た熱量は等しいので，

$$C_A(25-20)=C_B(20-12)$$

$$\therefore\quad C_A=\frac{8}{5}C_B=1.6\,C_B$$

よって，A の熱容量は B の熱容量の 1.6 倍である。

$\boxed{10}$ の答　①

B

問 4　長さが L，断面の直径が D の円柱形をした抵抗線の**抵抗値** R は，半径が $\frac{1}{2}D$，断面積が $S=\pi\left(\frac{1}{2}D\right)^2=\frac{1}{4}\pi D^2$ なので，抵抗率を ρ とすると，

$$R=\rho\frac{L}{S}=\frac{4\rho L}{\pi D^2}$$

これより，

$$\frac{L}{D^2}=\frac{\pi R}{4\rho}$$

抵抗線 A と B では，抵抗値 R と抵抗率 ρ が同じなので，$\frac{L}{D^2}$ が等しい。まず，抵抗線 A については，

$$\frac{L}{D^2}=\frac{10}{1^2}=10$$

抵抗線 B については，解答群①～④の一つひとつの $\frac{\ell}{d^2}$ の値を求めていけばよい。この値が 10 になるのは，$\ell=40$ cm，$d=2$ cm の④の組合せである。

$$\frac{L}{D^2}=\frac{\ell}{d^2}=\frac{40}{2^2}=10$$

$\boxed{11}$ の答　④

問 5　抵抗値 20 Ω の抵抗と抵抗値 10 Ω の抵抗は直列接続であり，これらの**合成抵抗値**を r_1 とすると，

$$r_1=20+10$$

$$\therefore\quad r_1=30\ \Omega$$

熱容量 C〔J/K〕

物体(物質全体)を 1 K だけ温度上昇させるのに必要な熱量のこと。

物体の質量を m〔g〕とすると，比熱 c〔J/(g･K)〕との間に，

$C=mc$

の関係がある。

熱量の保存

高温物体と低温物体を接触させると，高温物体から低温物体へ熱が移動し，最終的には両物体の温度が等しくなる。このとき，

(高温物体が失った熱量)

＝(低温物体が得た熱量)

の関係がある。

抵抗値

電気抵抗は，抵抗線の長さ L に比例し，断面積 S に反比例する。その比例定数を抵抗率 ρ という。抵抗値 R は，

$R=\rho\frac{L}{S}$

合成抵抗値

抵抗値 R_1 と R_2 の 2 つの抵抗を直列に接続すると，合成抵抗値 R は，

$R=R_1+R_2$

抵抗値 R_1 と R_2 の 2 つの抵抗を並列に接続すると，合成抵抗値 R は，

$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$

この合成抵抗と抵抗値 30 Ω の抵抗は並列接続であり，これらの合成抵抗値を r_2 とすると，

$$\frac{1}{r_2}=\frac{1}{30}+\frac{1}{30}$$

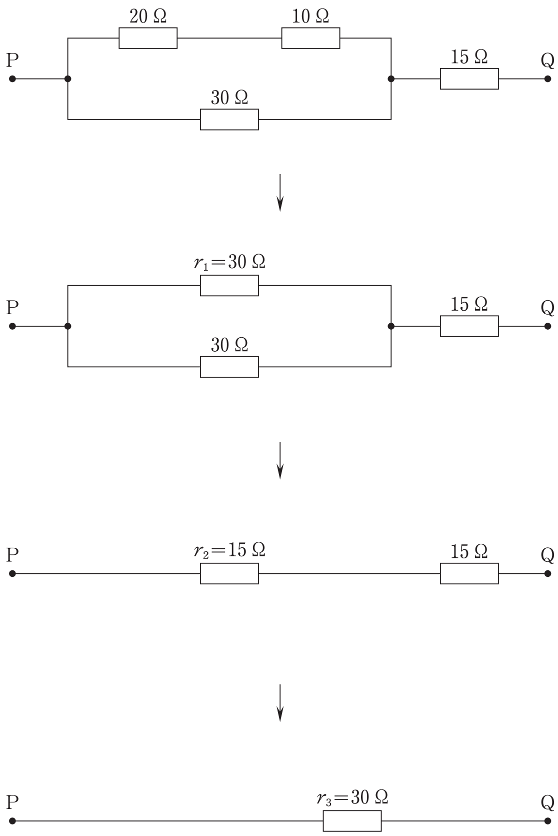
$$\therefore\quad r_2=15\ \Omega$$

さらに，この合成抵抗と抵抗値 15 Ω の抵抗は直列接続であり，これらの合成抵抗値を r_3 とすると，

$$r_3=15+15$$

$$\therefore\quad r_3=\underline{30}\ \Omega$$

これが PQ 間の合成抵抗の値である。



$\boxed{12}$ の答　④

問 6　合成した手順を逆に戻りながら考えていく。次ページの図のうち，最下段の図のように，PQ 間を流れる電流を i_3 とすると，**オームの法則**より，

$$30=r_3 i_3$$

$$\therefore\quad i_3=\frac{30}{r_3}=\frac{30}{30}=1\ \mathrm{A}$$

1 つ上の段(上から 3 段目)の図のように，抵抗値 $r_2=15\ \Omega$ の合成抵抗の両端の電圧を v_2 とすると，

$$v_2=r_2 i_3=15\times1=15\ \mathrm{V}$$

オームの法則

抵抗値 R の抵抗に電流 I が流れているとき，抵抗の両端の電圧(電位差) V は，

$$V=RI$$

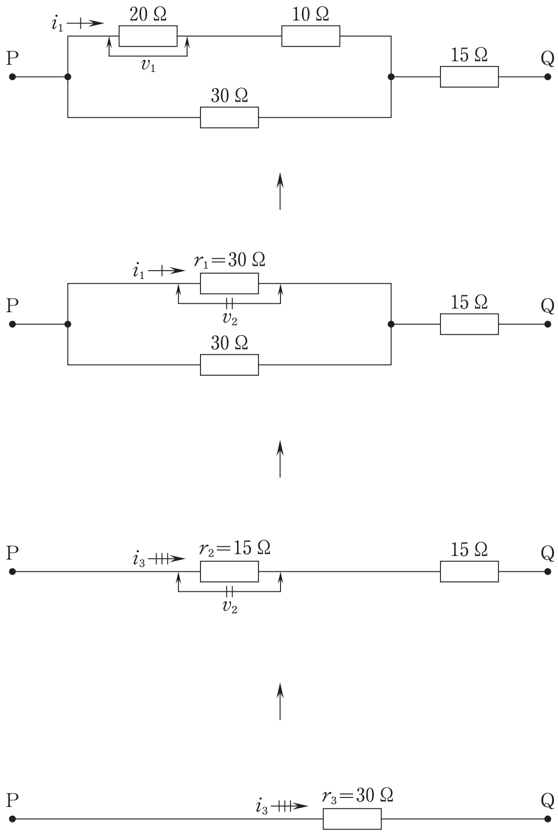
さらに 1 つ上の段（上から 2 段目）の図のように，抵抗値 $r_1 = 30\ \Omega$ の合成抵抗を流れる電流を i_1 とすると，

$$v_2 = r_1 i_1$$

$$\therefore \quad i_1 = \frac{v_2}{r_1} = \frac{15}{30} = 0.5\ \mathrm{A}$$

これは，最上段の図（問題に与えられた回路図）の抵抗値 20 Ω の抵抗を流れる電流に等しいので，この抵抗の両端の電圧を v_1 とすると，

$$v_1 = 20 i_1 = 20 \times 0.5 = \underline{10}\ \mathrm{V}$$



$\boxed{13}$ の答　②

化 学 基 礎

【解答・採点基準】

(50 点満点)

問題番号	設　問	解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	問 1	1	4	3	
		2	1	3	
	問 2	3	5	3	
	問 3	4	2	4	
	問 4	5	3	4	
	問 5	6	3	4	
	問 6	7	4	4	
第 1 問　自己採点小計				(25)	
第2問	問 1	8	1	3	
	問 2	9	6	3	
	問 3	10	4	4	
	問 4	11	5	4	
	問 5	12	4	4	
	問 6	13	4	3	
	問 7	14	2	4	
第 2 問　自己採点小計				(25)	
自己採点合計				(50)	

【解説】

第1問　物質の構成　問題

問1　元素の分類，原子の構造

a　周期表の1，2族と12～18族の元素を典型元素，3～11族の元素を遷移元素という。①Na，③Kは1族，②Sは16族，④Cuは11族，⑤Brは17族，⑥Snは14族に属する。よって，遷移元素であるものは④Cuである。

$\boxed{1}$…④

b　^{12}Cおよび①～⑥の原子の原子番号と中性子の数を，次の表に示す。

	原子番号	中性子の数
^{12}C	6	12－6＝6
① ^{11}B	5	11－5＝6
② ^{16}O	8	16－8＝8
③ ^{19}F	9	19－9＝10
④ ^{23}Na	11	23－11＝12
⑤ ^{27}Al	13	27－13＝14
⑥ ^{32}S	16	32－16＝16

よって，^{12}Cと中性子の数が等しい原子は①^{11}Bである。

$\boxed{2}$…①

問2　物理変化と化学変化

物質の三態(気体，液体，固体)間の変化のように，物質の種類は変わらず，物質の状態が変わる変化を物理変化という。**ア** 固体のヨウ素を穏やかに加熱すると昇華して，紫色の気体になる。また，**ウ** 液体の水を加熱すると蒸発して，水蒸気(気体の水)になる。よって，**ア**と**ウ**で起こっている変化は物理変化である。

一方，水の電気分解によって水素と酸素が生じる変化のように，物質の種類が変わる変化を化学変化という。よって，**イ**は，化学変化である。

$$2H_2O \longrightarrow 2H_2 + O_2$$

したがって，**ア・ウ**を選択した⑤が答えである。

$\boxed{3}$…⑤

問3　化学結合と結晶

①　正しい。水酸化ナトリウム NaOH は，ナトリウムイオン Na^+ と水酸化物イオン OH^- がイオン結合で結びついたイオン結晶である。また，OH^- では，酸素原子 O と水素原子 H が共有結合で結びついている。

②　誤り。二酸化ケイ素 SiO_2 は，ケイ素原子 Si と O が共有結

【ポイント】

典型元素と遷移元素

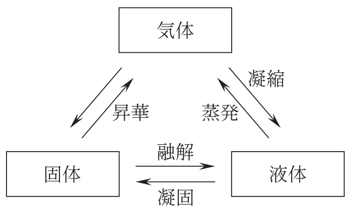
典型元素　周期表の1，2族と12～18族の元素。周期表の縦の列に並んだ元素どうしの性質が似ている。

遷移元素　典型元素以外の元素。周期表の第4周期以降に現われる。代表的なものにクロム Cr，マンガン Mn，鉄 Fe，銅 Cu，銀 Ag，金 Au などがある。

原子番号，質量数

(原子番号)＝(陽子の数)＝(電子の数)
(質量数)＝(陽子の数)＋(中性子の数)

物質の三態と状態変化(物理変化)



イオン結合

陽イオンと陰イオンが静電気力(クーロン力)によって結びついた結合。

共有結合

2個の原子が不対電子を出しあい，これを共有してできる結合。

合で結びついた共有結合の結晶である。したがって，結晶中に含まれる化学結合は共有結合のみで，イオン結合は含まれない。なお，SiO_2 の結晶は石英，水晶として天然に存在している。

③　正しい。塩化アンモニウム NH_4Cl は，アンモニウムイオン NH_4^+ と塩化物イオン Cl^- がイオン結合で結びついたイオン結晶である。NH_4^+ は，1 個の窒素原子 N と 3 個の H が共有結合で結びついてできたアンモニア NH_3 に，NH_3 のもつ非共有電子対と H^+ が配位結合で結びついてできている。したがって，NH_4Cl の結晶には，共有結合と配位結合，およびイオン結合が含まれる。

④　正しい。硝酸カリウム KNO_3 は，カリウムイオン K^+ と硝酸イオン NO_3^- がイオン結合で結びついたイオン結晶である。

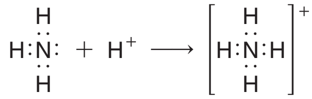
⑤　正しい。黒鉛は，炭素原子 C の 4 個の価電子のうち，3 個を用いて他の C と共有結合で結びついて平面構造を形成し，この平面構造が重なりあった層状構造を形成している。C の残りの 1 個の価電子は層内を自由に移動できるので，黒鉛は電気を導く性質がある。

$\boxed{4}$ …②

配位結合

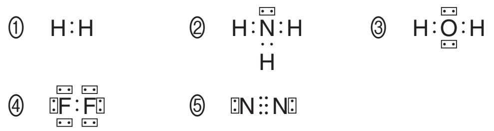
一方の原子が非共有電子対を他の原子に提供してできた結合。形成された結合は，通常の共有結合と同じで，区別することはできない。

例：アンモニウムイオンの生成



問 4　共有電子対と非共有電子対

①～⑤の分子の電子式はそれぞれ次のように表される。



電子式中の原子間にある：は共有電子対，⁚ は非共有電子対を表す。

したがって，①～⑤の中で，共有電子対と非共有電子対の数が等しい分子は③ H_2O である。

$\boxed{5}$ …③

共有電子対

原子間で共有されている電子対。

非共有電子対

もともと対になっていて，共有結合には使われていない電子対。

問 5　組成式

第 3 周期の元素で最外殻電子を 3 個もつ原子 X は 13 族のアルミニウム Al である。また，第 2 周期の元素で最外殻電子を 6 個もつ原子 Y は 16 族の酸素 O である。金属元素の原子と非金属元素の原子が結合するときは，多くの場合，金属原子が陽イオン，非金属原子が陰イオンになり，イオン結合で結びつく。単原子イオンの電子配置は，原子番号が最も近い希ガス型の電子配置をとる場合が多い。したがって，化合物中で Al は 3 個の価電子を放出し，ネオン Ne と同じ電子配置のアルミニウムイオン Al^{3+} になり，O は 2 個の電子を受け取って Ne と同じ電子配置の酸化物イオン O^{2-} になっている。

物質は電気的に中性なので，Al^{3+} と O^{2-} の個数の比は，

（Al^{3+} の個数）：（O^{2-} の個数）＝2：3

組成式

イオンからなる物質は，イオンの種類とその数を最も簡単な整数比で示した組成式で表される。

したがって，組成式は Al_2O_3 であり，それぞれを X，Y で表すと③ X_2Y_3 になる。

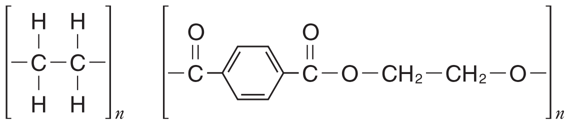
$\boxed{6}$ …③

問６　化学と人間生活

① 正しい。多くの食品には，その品質を保持するために食品添加物が加えられている。例えば，市販の緑茶飲料にはアスコルビン酸(ビタミンC)が添加されているものが多いが，これは酸化による変質を防ぐためである。

② 正しい。銅と亜鉛の合金を黄銅といい，楽器や五円硬貨などに用いられている。なお，銅とスズの合金を青銅といい，ブロンズ像や釣り鐘などに用いられている。また，銅とニッケルの合金を白銅といい，五十円硬貨や百円硬貨などに用いられている。

③ 正しい。プラスチックは主に石油を原料として合成される。例えば，石油から得られるエチレンを重合させると，ポリエチレンが得られる。プラスチックには次のようなものがある。



ポリエチレン(PE)　ポリエチレンテレフタラート(PET)

④ 誤り。ドライアイスは二酸化炭素 CO_2 の結晶である。ドライアイスでは，二酸化炭素分子どうしが分子間力とよばれる弱い力で引き合っている。ドライアイスは常温で昇華し，このとき熱を奪うので冷却剤として用いられる。なお，二酸化炭素分子は炭素原子 C と酸素原子 O が共有結合で結びついてできている。

⑤ 正しい。洗剤は水になじみやすい部分(親水基)と油になじみやすい部分(親油基または疎水基)を合わせもっている。洗剤は，親油基で油汚れと結びつき，親水基が外側に並んで，水の中で粒状になって油を繊維から分離する。

$\boxed{7}$ …④

第２問　物質の変化　問題

問１　化学量

原子の数は原子の物質量と比例するので，各物質 1 g に含まれている水素原子 H の物質量を比較すればよい。

① 1 mol のエチレン C_2H_4 分子には 4 mol の H が含まれるので，1 g の C_2H_4 (28 g/mol)中の H の物質量は，

$$\frac{1\ \text{g}}{28\ \text{g/mol}} \times 4 = \frac{1}{7}\ \text{mol} = 0.14\ \text{mol}$$

② 1 mol のエタノール C_2H_5OH 分子には 6 mol の H が含まれるので，1 g の C_2H_5OH (46 g/mol)中の H の物質量は，

$$\frac{1\ \text{g}}{46\ \text{g/mol}} \times 6 = \frac{1}{7.66}\ \text{mol} = 0.13\ \text{mol}$$

モル質量

物質 1 mol の質量をモル質量という。原子量・分子量・式量に単位 g/mol をつけると，原子・分子・イオンなどのモル質量になる。

③　1 mol の酢酸 CH_3COOH 分子には 4 mol の H が含まれるので，1 g の CH_3COOH (60 g/mol) 中の H の物質量は，

$$\frac{1\ \mathrm{g}}{60\ \mathrm{g/mol}}\times 4=\frac{1}{15}\ \mathrm{mol}=0.066\ \mathrm{mol}$$

④　1 mol の水 H_2O 分子には 2 mol の H が含まれるので，1 g の H_2O (18 g/mol) 中の H の物質量は，

$$\frac{1\ \mathrm{g}}{18\ \mathrm{g/mol}}\times 2=\frac{1}{9}\ \mathrm{mol}=0.11\ \mathrm{mol}$$

⑤　1 mol の硫化水素 H_2S 分子には 2 mol の H が含まれるので，1 g の H_2S (34 g/mol) 中の H の物質量は，

$$\frac{1\ \mathrm{g}}{34\ \mathrm{g/mol}}\times 2=\frac{1}{17}\ \mathrm{mol}=0.058\ \mathrm{mol}$$

よって，H を最も多く含むのは①のエチレンである。

$\boxed{8}$ …①

問 2　塩の水溶液の性質

ア　炭酸ナトリウム Na_2CO_3 は，弱酸である炭酸 H_2CO_3 と強塩基である水酸化ナトリウム NaOH からできる塩であり，その水溶液は塩基性を示す。したがって，水素イオン濃度 $[H^+]$ は 10^{-7} mol/L より小さい。

イ　硝酸カリウム KNO_3 は，強酸である硝酸 HNO_3 と強塩基である水酸化カリウム KOH からできる塩であり，その水溶液は中性を示す。したがって，水素イオン濃度 $[H^+]$ は 10^{-7} mol/L である。

ウ　硫酸アンモニウム $(NH_4)_2SO_4$ は，強酸である硫酸 H_2SO_4 と弱塩基であるアンモニア NH_3 からできる塩であり，その水溶液は酸性を示す。したがって，水素イオン濃度 $[H^+]$ は 10^{-7} mol/L より大きい。

よって，水素イオン濃度の大きい順に並べると**ウ**＞**イ**＞**ア**となる。

$\boxed{9}$ …⑥

塩の水溶液の性質

強酸と強塩基からできる塩…中性

（ただし，$NaHSO_4$ は酸性）

弱酸と強塩基からできる塩…塩基性

強酸と弱塩基からできる塩…酸性

水溶液の性質と水素イオン濃度

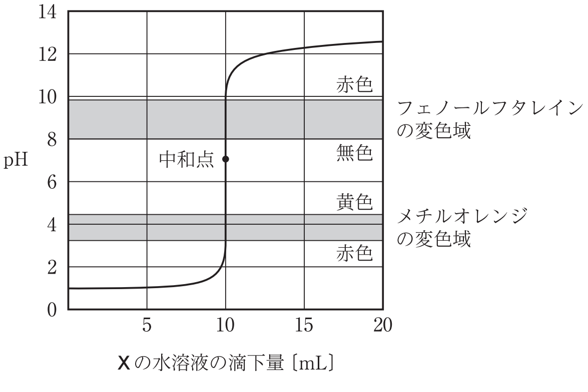
酸性…$[H^+] > 10^{-7}$ mol/L

中性…$[H^+] = 10^{-7}$ mol/L

塩基性…$[H^+] < 10^{-7}$ mol/L

問 3　滴定曲線と指示薬

この滴定の中和点と指示薬について，次の図に示す。



① 正しい。中和点付近では水溶液の pH は大きく変化するので，10 mL 滴下したときに中和点に達したことがわかる。塩酸は 1 価の酸であり，塩基 **X** は 1 価の塩基であるから，塩基 **X** の水溶液のモル濃度を c 〔mol/L〕とすると

$$1\times0.10\ \text{mol/L}\times\frac{10}{1000}\ \text{L}=1\times c\ \text{〔mol/L〕}\times\frac{10}{1000}\ \text{L}$$

$$c=0.10\ \text{mol/L}$$

② 正しい。中和点が中性であることから，強酸と強塩基による中和であることが判断できる。よって塩基 **X** は強塩基である。なお，塩基 **X** を 20 mL 加えた溶液では，未反応の強塩基が多く含まれることから，水溶液は強い塩基性を示し，pH は非常に大きい値になる。

③ 正しい。指示薬 **A** は，変色域が塩基性側にあるのでフェノールフタレインである。

④ 誤り。指示薬 **B** は，変色域が酸性側にあるのでメチルオレンジである。中和点は中性であるため，メチルオレンジを含む溶液は黄色になる。

⑤ 正しい。指示薬 **A**（フェノールフタレイン），指示薬 **B**（メチルオレンジ）ともに，pH が大きく変化する範囲内に変色域が入っているので，どちらを用いても中和点を知ることができる。

$\boxed{10}$ …④

中和の量的関係

（酸の価数）×（酸の物質量）

＝（塩基の価数）×（塩基の物質量）

指示薬

フェノールフタレイン

変色域：（無色）8.0＜pH＜9.8（赤色）

メチルオレンジ

変色域：（赤色）3.1＜pH＜4.4（黄色）

問 4　酸化還元反応

酸化還元反応 **a** ～ **c** では，それぞれ次のように酸化数が変化する。

酸化される

a $2\,K\underset{+7}{\underline{Mn}}O_4 + 5\,\underset{+4}{\underline{S}}O_2 + 2\,H_2O \longrightarrow 2\,\underset{+2}{\underline{Mn}}\underset{+6}{\underline{S}}O_4 + K_2\underset{+6}{\underline{S}}O_4 + 2\,H_2\underset{+6}{\underline{S}}O_4$

還元される

酸化される

b $2\,K\underset{-1}{\underline{I}} + H_2\underset{-1}{\underline{O}}_2 + H_2SO_4 \longrightarrow \underset{0}{\underline{I}}_2 + K_2SO_4 + 2\,H_2\underset{-2}{\underline{O}}$

還元される

酸化される

c $2\,H_2\underset{-2}{\underline{S}} + \underset{+4}{\underline{S}}O_2 \longrightarrow 3\,\underset{0}{\underline{S}} + 2\,H_2O$

還元される

① 正しい。**a** では，マンガン原子 Mn の酸化数が +7 から +2 に変化する。

② 正しい。硫酸酸性の過マンガン酸カリウム $KMnO_4$ 水溶液は過マンガン酸イオン MnO_4^- を含むため赤紫色である。また，

酸化数の決め方

1. 単体中の原子：0
2. 化合物中の H 原子：+1
3. 化合物中の O 原子：−2（ただし，H_2O_2 中では −1）
4. 化合物中の原子の酸化数の総和：0
5. 単原子イオンの酸化数：イオンの価数
6. 多原子イオン中の原子の酸化数の総和：イオンの価数

酸化と還元

酸化　原子または物質が電子を失う変化。酸化された原子は電子を失い，酸化数が増加する。

還元　原子または物質が電子を得る変化。還元された原子は電子を得て，酸化数が減少する。

マンガン(Ⅱ)イオン Mn^{2+} はほぼ無色である。この水溶液に二酸化硫黄 SO_2 を通じると，**a** の反応が起こり，MnO_4^- がすべて反応して Mn^{2+} になると赤紫色が消える。

③　正しい。**b** では，ヨウ素原子 I の酸化数が −1 から 0 に増加する。すなわち，ヨウ化カリウム KI が酸化される。

④　正しい。硫酸酸性の KI 水溶液に過酸化水素 H_2O_2 水を加えると，**b** の反応が起こりヨウ素 I_2 が生じるため，水溶液は褐色になる。

⑤　誤り。**c** では，SO_2 中の硫黄原子 S の酸化数が ＋4 から 0 に減少する。したがって，SO_2 は酸化剤としてはたらき，SO_2 自身は還元される。なお，硫化水素 H_2S の水溶液に SO_2 を通じると，**c** の反応が起こり，水に溶けない硫黄の単体 S が生じて白濁する。

$\boxed{11}$ …⑤

酸化剤・還元剤

酸化剤　相手を酸化する物質。自らは還元され，酸化数が減少する原子を含む。

還元剤　相手を還元する物質。自らは酸化され，酸化数が増加する原子を含む。

問 5　酸化還元反応の量的関係

問題で与えられた電子 e^- を含むイオン反応式は次のとおりである。

$$(COOH)_2 \longrightarrow 2\,CO_2 + 2\,H^+ + 2\,e^- \quad \cdots\cdots(1)$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 14\,H^+ + 6\,e^- \longrightarrow 2\,Cr^{3+} + 7\,H_2O \quad \cdots\cdots(2)$$

(1)式×3＋(2)式より，硫酸酸性のシュウ酸 $(COOH)_2$ 水溶液に二クロム酸カリウム $K_2Cr_2O_7$ 水溶液を加えたときに起こる酸化還元反応は，次のイオン反応式で表される。

$$3\,(COOH)_2 + Cr_2O_7^{2-} + 8\,H^+ \longrightarrow 2\,Cr^{3+} + 7\,H_2O + 6\,CO_2 \quad \cdots\cdots(3)$$

用いた $(COOH)_2$ の物質量は，

$$0.075\ \text{mol/L} \times \frac{10}{1000}\ \text{L} = 7.5 \times 10^{-4}\ \text{mol}$$

(3)式より，$(COOH)_2$ と $Cr_2O_7^{2-}$ は物質量の比 3：1 で反応するので，用いた $(COOH)_2$ と過不足なく反応する $K_2Cr_2O_7$ 水溶液の体積を x〔mL〕とすると，

$$7.5 \times 10^{-4}\ \text{mol} : 0.025\ \text{mol/L} \times \frac{x}{1000}\ \text{〔L〕} = 3 : 1$$

$$x = 10\ \text{mL}$$

(1)式または(3)式より，反応する $(COOH)_2$ と発生する CO_2 の物質量の比は 1：2 なので，用いた $(COOH)_2$ が完全に反応したときに発生する CO_2 の標準状態での体積を y〔mL〕とすると，

$$7.5 \times 10^{-4}\ \text{mol} : \frac{y \times 10^{-3}}{22.4}\ \text{〔mol〕} = 1 : 2$$

$$y = 33.6\ \text{mL}$$

加えた $K_2Cr_2O_7$ 水溶液の体積が 10 mL 以下のときは $Cr_2O_7^{2-}$ がすべて反応するので，CO_2 の発生量は加えた $K_2Cr_2O_7$ 水溶液の

モル濃度

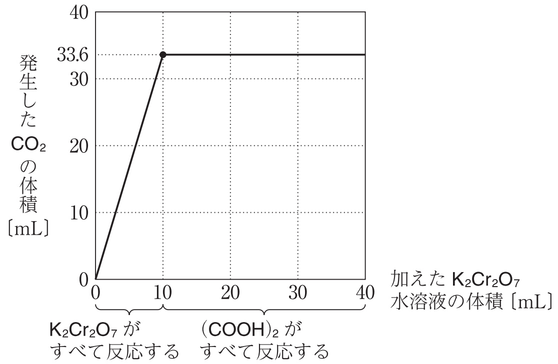
溶液 1 L に溶解している溶質の物質量で示した濃度。

$$\text{モル濃度〔mol/L〕} = \frac{\text{溶質の物質量〔mol〕}}{\text{溶液の体積〔L〕}}$$

化学反応式と量的関係

化学反応式の係数の比は，反応物と生成物の変化する物質量の比を表す。

体積に比例する。一方，加えた $K_2Cr_2O_7$ 水溶液の体積が 10 mL 以上のときは用いた $(COOH)_2$ がすべて反応するので，CO_2 の発生量は 33.6 mL で一定となる。以上より，④が正しいグラフである。



$\boxed{12}$ …④

問 6　金属イオンと金属単体の反応

イオン化傾向が小さい金属のイオンを含む水溶液に，それよりイオン化傾向が大きい金属の単体を入れると，イオン化傾向の大きい金属がイオンになって溶けだし，イオン化傾向の小さい金属の単体が析出する。一方，イオン化傾向が大きい金属のイオンを含む水溶液に，それよりイオン化傾向が小さい金属の単体を入れても，金属のイオンと単体の反応は起こらない。

a　イオン化傾向が Zn＞Pb であるため，酢酸鉛(Ⅱ) $(CH_3COO)_2Pb$ 水溶液に亜鉛 Zn 板を入れると次の反応が起こり，鉛 Pb が析出する。

$$Zn + Pb^{2+} \longrightarrow Zn^{2+} + Pb$$

b　イオン化傾向が Fe＞Cu であるため，硫酸銅(Ⅱ) $CuSO_4$ 水溶液に鉄 Fe 板を入れると次の反応が起こり，銅 Cu が析出する。

$$Fe + Cu^{2+} \longrightarrow Fe^{2+} + Cu$$

c　イオン化傾向が Ag＞Pt であるため，硝酸銀 $AgNO_3$ 水溶液に白金 Pt 板を入れても反応は起こらない。

以上より，金属が析出するのは **a**・**b** である。

$\boxed{13}$ …④

問 7　化学反応式と量的関係

混合物 A に希硫酸を加えると，水素よりイオン化傾向が大きいアルミニウム Al とマグネシウム Mg は，それぞれ次のように反応し，水素を発生して溶ける。一方，水素よりイオン化傾向が小さい銅は希硫酸に溶けない。

$$2\,Al + 3\,H_2SO_4 \longrightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3\,H_2 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$Mg + H_2SO_4 \longrightarrow MgSO_4 + H_2 \quad \cdots\cdots(2)$$

混合物 A 100 g 中に含まれる Al の物質量を x〔mol〕，Mg の物

金属のイオン化傾向

金属の単体が水溶液中で電子を放出し，陽イオンになろうとする性質。

イオン化傾向が大きい金属の単体ほど水溶液中で電子を放出してイオンになりやすく，イオン化傾向が小さい金属のイオンほど電子を受け取り単体になりやすい。

Li＞K＞Ca＞Na＞Mg＞Al＞Zn＞Fe＞Ni＞Sn＞Pb＞(H_2)＞Cu＞Hg＞Ag＞Pt＞Au

質量を y〔mol〕とする。

混合物A 100 g 中の 20 % が銅なので，銅の質量は 20 g である。したがって，Al（27 g/mol）と Mg（24 g/mol）の質量の合計について次の式が成り立つ。

$$27\ \text{g/mol}\times x\ [\text{mol}] + 24\ \text{g/mol}\times y\ [\text{mol}] = 80\ \text{g} \quad \cdots\cdots(3)$$

(1)式，(2)式より，発生する H_2 の物質量について次の式が成り立つ。

$$\frac{3}{2}x\ [\text{mol}] + y\ [\text{mol}] = \frac{89.6\ \text{L}}{22.4\ \text{L/mol}} = 4.00\ \text{mol} \quad \cdots\cdots(4)$$

(4)式×24−(3)式より，

$$9x = 16 \qquad x = \frac{16}{9}\ \text{mol}$$

よって，混合物A 100 g 中に含まれる Al の質量は，

$$27\ \text{g/mol}\times\frac{16}{9}\ \text{mol} = 48\ \text{g}$$

$\boxed{14}$ …②

生物基礎

【解答・採点基準】

(50点満点)

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	A	問1	1	1	2	
		問2	2	2	3	
		問3	3	2	3	
	B	問4	4	4	3	
		問5	5	3	3	
		問6	6	2	3	
第1問　自己採点小計					(17)	
第2問	A	問1	7	4	3	
		問2	8	5	3	
	B	問3	9	2	3	
		問4	10	1	3	
		問5	11	2	4	
第2問　自己採点小計					(16)	
第3問	A	問1	12	1	3	
		問2	13	3	3	
	B	問3	14	4	2	
		問4	15	3 ※	3	
			16	5 ※	3	
		問5	17	3	3	
第3問　自己採点小計					(17)	
自己採点合計					(50)	

※の正解は順序を問わない。

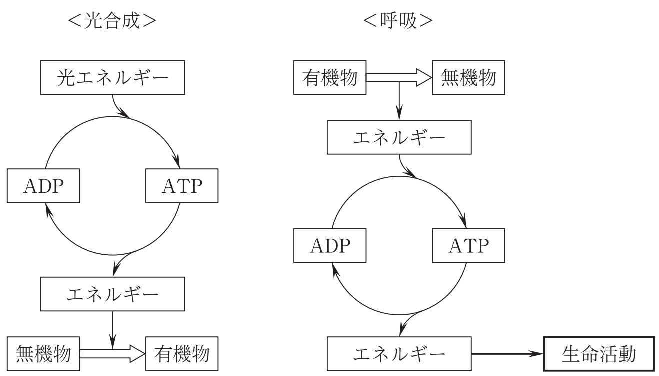
生物基礎

【解説】

第１問　代謝・細胞周期　問題

Aでは代謝に関する知識問題を，**B**では細胞周期に関する考察問題を出題した。

問１　すべての生物において，代謝にともなうエネルギーの受け渡しを行っている物質はATP(アデノシン三リン酸)である。下図に示すように，光合成では，光エネルギーを用いてATPが合成され，このATPのエネルギーを用いて二酸化炭素から有機物が合成される。呼吸では，細胞内で酸素を用いて有機物が分解され，このときに放出されるエネルギーを用いてATPが合成される。したがって，①が正しい。なお，ATPは生体物質の合成や筋収縮など，あらゆる生命活動のエネルギー源となっており，生体におけるエネルギーの通貨として重要な役割を果たしている。



$\boxed{1}$…①

問２　生体内で起こる化学反応では酵素が触媒としてはたらき，反応を促進する。酵素の主成分はタンパク質であり，呼吸の過程ではたらく酵素のように細胞内ではたらくものもあれば，消化酵素のように細胞外に分泌され，細胞外ではたらくものもあるので，②が正しい。

$\boxed{2}$…②

問３　カタラーゼは，過酸化水素を水と酸素に分解する酵素であり，動物の肝臓などに多く含まれている。したがって，ニワトリの肝臓片を入れた試験管に過酸化水素水を加えると，カタラーゼのはたらきによって過酸化水素が分解され，酸素がさかんに発生する。発生した気体が酸素であることは，火のついた線香を近づけると炎が大きくなることから確認できる。したがって，**エ**が正しく，**オ**は誤りである。

酵素は触媒であり，反応の前後で変化しない。したがって，気体(酸素)の発生が停止したのは，試験管内の過酸化水素がすべて分解されてしまったためである。気体の発生が停止した後の試験管に３％過酸化水素水を加えると，カタラーゼのはたらきによっ

【ポイント】

ATP
　代謝にともなうエネルギーの受け渡しを行う物質

光合成
　光エネルギーを用いてATPを合成し，ATPのエネルギーを用いて有機物を合成する。

呼吸
　有機物の分解によって生じたエネルギーを用いてATPを合成する。

酵素
　生体内での化学反応を促進する生体触媒

カタラーゼが触媒する反応
　過酸化水素 → 水＋酸素

て再び気体がさかんに発生するので，**キ**が正しく，**カ**は誤りである。 $\boxed{3}$ …②

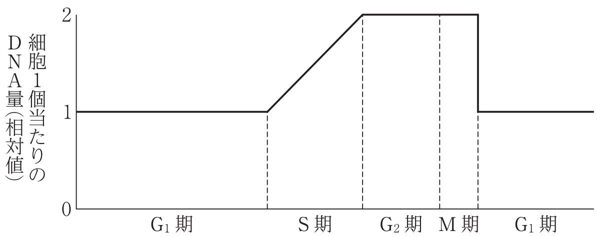
問4　①分裂期（M 期）の細胞では，核膜は消失し，凝縮して太いひも状になった染色体が観察されるので，正しい。

分裂期の細胞
　核膜が消失し，凝縮して太いひも状になった染色体が観察される。

②間期の細胞では，細胞内に核膜で囲まれた核が観察されるので，正しい。

間期の細胞
　核膜で囲まれた核が観察される。

③間期は，G_1 期（DNA 合成準備期），S 期（DNA 合成期），G_2 期（分裂準備期）に分けられ，次図に示すように，S 期に DNA が合成される。したがって，G_2 期の細胞の DNA 量は，G_1 期の細胞の DNA 量の約 2 倍であるので，正しい。



④DNA の合成が行われている S 期の細胞の DNA 量は，G_1 期の細胞の DNA 量と G_2 期の細胞の DNA 量の間の様々な量となるので，誤りである。 $\boxed{4}$ …④

問5　1 個の細胞が 1 細胞周期を経過すると，細胞は 2 個に増える。すなわち，ある細胞集団の細胞数は，1 細胞周期の時間を経過するごとに，もとの 2 倍になる。問題文に「**X** の細胞集団では 40 時間で細胞数が 4 倍」になったとある。40 時間で細胞数が 4 倍（2^2 倍）になったことから，細胞数が 2 倍になるには，$40 \div 2 = 20$（時間）かかることがわかり，**X** の細胞集団の細胞周期は 20 時間であるとわかる。同様に考えて，問題文に「**Y** の細胞集団では 50 時間で細胞数が 2 倍」になったとあるので，**Y** の細胞集団の細胞周期は 50 時間であるとわかる。 $\boxed{5}$ …③

細胞周期
　体細胞分裂が終了してから，次の分裂が終了するまでの過程

問6　問題文に「**X** と **Y** の細胞集団において，細胞周期に要する時間はそれぞれ一定であり，細胞は細胞周期の各時期に一様に分布している」とある。このような条件下では，細胞周期の各期に要する時間は観察される細胞数に比例するので，細胞周期の各期に要する時間は次式で求めることができる。

細胞周期の各期に要する時間は，観察される細胞数に比例する。

$$\text{各期に要する時間} = \text{細胞周期の長さ} \times \frac{\text{観察された各期の細胞数}}{\text{観察されたすべての細胞数}}$$

　したがって，**X** の細胞集団の細胞周期における各期に要する時間は，次のようになる。

M 期　$20 \times \dfrac{24}{500} \fallingdotseq 1$ 時間

G_1 期　$20 \times \dfrac{254}{500} \fallingdotseq 10$ 時間

S期　$20\times\frac{124}{500}\fallingdotseq 5$ 時間

G_2 期　$20\times\frac{98}{500}\fallingdotseq 4$ 時間

また，**Y**の細胞集団の細胞周期における各期に要する時間は，次のようになる。

M期　$50\times\frac{11}{500}\fallingdotseq 1$ 時間

G_1 期　$50\times\frac{399}{500}\fallingdotseq 40$ 時間

S期　$50\times\frac{52}{500}\fallingdotseq 5$ 時間

G_2 期　$50\times\frac{38}{500}\fallingdotseq 4$ 時間

以上の結果から，**X**の細胞集団と**Y**の細胞集団では，細胞周期のうち，G_1 期以外の各期に要する時間はほぼ等しいことがわかるので，①・③・④は誤りである。また，G_1 期に要する時間は，**X**の細胞集団では約10時間，**Y**の細胞集団では約40時間であることから，②が正しい。 $\boxed{6}$ …②

第2問　ホルモン　問題

Aでは内分泌腺とホルモンに関する知識問題を，**B**ではチロキシンの分泌調節に関する実験考察問題を出題した。

問1　①視床下部から分泌される甲状腺刺激ホルモン放出ホルモンや脳下垂体後葉から分泌されるバソプレシンは，神経細胞(ニューロン)の軸索末端から血液中に分泌されるので，正しい。このように，神経細胞からホルモンが分泌される現象を神経分泌とよぶ。

②例えば，脳下垂体前葉からは，成長ホルモン，甲状腺刺激ホルモン，副腎皮質刺激ホルモンなど2種類以上のホルモンが分泌されるので，正しい。

③汗や消化液を分泌する外分泌腺には排出管があり，分泌物は排出管を通ってからだの表面や消化管内に分泌される。一方，内分泌腺には排出管がなく，ホルモンは直接血液中に分泌されるので，正しい。

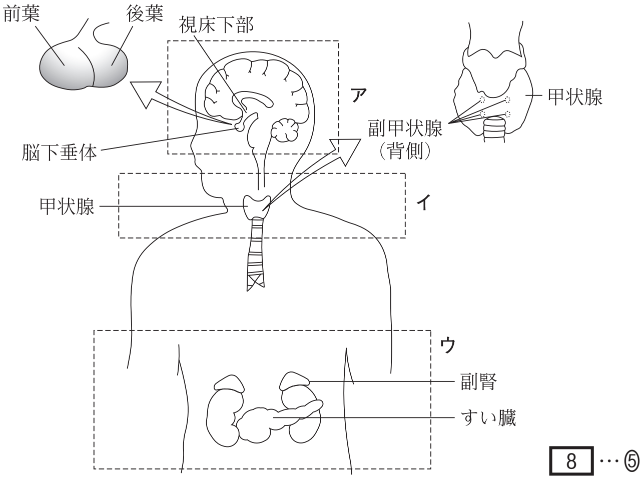
④例えば，すい臓から分泌されるインスリンは，脂肪組織や筋肉などに作用してグルコースの取り込みと分解を促進するとともに，肝臓や筋肉に作用してグリコーゲンの合成を促進する。このように，ホルモンが複数の標的器官に作用することもあるので，誤りである。 $\boxed{7}$ …④

問2　インスリンはすい臓のランゲルハンス島B細胞から，成長ホルモンは脳下垂体前葉から，パラトルモンは副甲状腺から，それぞれ分泌される。ヒトの主な内分泌腺を次図に示す。

神経分泌
神経細胞からホルモンが分泌される現象

外分泌腺
排出管を通じて，汗や消化液をからだの表面や消化管内に分泌する。

内分泌腺
排出管がなく，ホルモンを直接血液中に分泌する。



$\boxed{8}$ …⑤

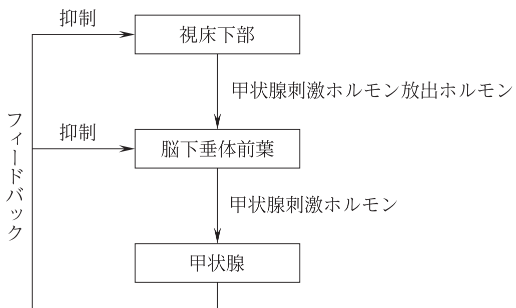
問 3　実験群にある処置を行った場合，実験群でみられた現象が本当にその処置によって起こったものであるかを検証するために，対照群には検証する処置以外は実験群に行った処置とすべて同じ処置を行う必要がある。**実験** 1 では，甲状腺を摘出したことの影響を調べたいので，手術自体の影響の有無を確かめるため，対照群には実験群と同様の手術を行って何も摘出しないという処置を行う必要がある。**実験** 2 では，チロキシンを投与し続けたことの影響を調べたいので，対照群にはチロキシンを溶かすのに用いた生理食塩水のみを注射するという処置を行う必要がある。なお，注射針を刺すだけで何も注射しない処置では，生理食塩水を投与したことの影響を排除することができないので，不適当である。

対照群には検証する処置以外は実験群に行った処置とすべて同じ処置を行う。

$\boxed{9}$ …②

問 4　甲状腺からのチロキシンの分泌は，視床下部から分泌される甲状腺刺激ホルモン放出ホルモン（放出ホルモン）と，脳下垂体前葉から分泌される甲状腺刺激ホルモン（刺激ホルモン）によって促進されるが，その一方で，チロキシンは視床下部からの放出ホルモンの分泌と，脳下垂体前葉からの刺激ホルモンの分泌を抑制する。このように，ある作用の結果（チロキシンの分泌）が原因（視床下部と脳下垂体前葉からのホルモンの分泌）に作用を及ぼすことをフィードバックという。

フィードバック
　ある作用の結果が原因に作用を及ぼすこと



実験1で，甲状腺を摘出したマウスでは，血液中のチロキシン濃度が低下してフィードバックによる抑制が弱くなるため，視床下部からの放出ホルモンの分泌量と脳下垂体前葉からの刺激ホルモンの分泌量は，どちらも対照群より多くなっていると考えられる。 $\boxed{10}$…①

問5　**実験**2の実験群のマウスでは，毎日チロキシンが投与されているため，血液中のチロキシン濃度が高くなっている。チロキシンは代謝を促進する作用をもつので，実験群のマウスでは，対照群のマウスよりも代謝が促進されていると考えられる。また，血液中のチロキシン濃度が高いため，フィードバックにより視床下部からの放出ホルモンの分泌と脳下垂体前葉からの刺激ホルモンの分泌が抑制されている。一般に，内分泌腺はホルモンを分泌する刺激を受けない状態が続くと萎縮する。したがって，実験群のマウスの甲状腺は，対照群のマウスの甲状腺よりも萎縮していると考えられる。 $\boxed{11}$…②

内分泌腺は，ホルモンを分泌する刺激を受けない状態が続くと，萎縮する。

第3問　生態系の保全　問題

Aでは生物濃縮に関する知識問題と計算問題を，**B**では湖沼の富栄養化に関する知識問題と考察問題を出題した。

問1　生物に取り込まれた特定の物質が体内で高濃度に蓄積され，外部の環境中の濃度よりも高くなる現象を生物濃縮という。生体内で分解されにくい物質や生体外へ排出されにくい物質は生物濃縮が起こりやすい。DDTは生物の体内で分解されにくく，脂肪に蓄積されやすく体外へ排出されにくいため，生物濃縮される。 $\boxed{12}$…①

生物濃縮
　生物に取り込まれた特定の物質が体内で高濃度に蓄積され，外部の環境中の濃度よりも高くなる現象

問2　捕食者の生体内DDT濃度を被食者の生体内DDT濃度で割ったものを濃縮率とすると，P－Q間，Q－R間，R－S間のそれぞれの濃縮率は，次のようになる。

P－Q間の濃縮率　$0.23 \div 0.04 \fallingdotseq 5.8$
Q－R間の濃縮率　$2.07 \div 0.23 = 9.0$
R－S間の濃縮率　$5.58 \div 2.07 \fallingdotseq 2.7$

したがって，DDTの濃縮率の大きいものから順に並べると，Q－R間，P－Q間，R－S間となる。 $\boxed{13}$…③

生体内で分解されにくく，生体外へ排出されにくい物質は生物濃縮されやすい。

問3　湖沼や海域に窒素(N)や**リン**(P)などを含む栄養塩類が流入し，その濃度が高くなる現象を富栄養化という。これらの栄養塩類は植物プランクトンの栄養分となるので，富栄養化が進むと，植物プランクトンが水面近くで異常に繁殖し，湖沼などの淡水では水面が青緑色になる**水の華**(**アオコ**)が，海域では水面が赤褐色になる赤潮が発生する。 $\boxed{14}$…④

富栄養化
　湖沼や海域に窒素やリンなどを含む栄養塩類が流入し，その濃度が高くなる現象

問4　湖沼や海域において，水生植物や植物プランクトンなどの光合成を行う生物が生育できる下限の水深を補償深度という。この水深では1日当たりの光合成量と呼吸量が等しくなる。水生植物

補償深度
　湖沼や海域において，光合成を行う生物が生育できる下限の水深。補償深度では，1日当たりの光合成量と呼吸量が等しくなる。

や植物プランクトンは，補償深度より浅い層では，光合成量が呼吸量を上回るので生育できるが，補償深度より深い層では，光合成量が呼吸量を下回るので生育できない。

湖沼が富栄養化すると，強い光が差し込む湖沼の表層で植物プランクトンが増殖する結果，透明度が低下し，深いところまで光が届きにくくなるため，補償深度は浅くなる。したがって，③が正しく，①・②・④は誤りである。

富栄養湖の表層では，生産者の光合成による酸素の放出量が大きく，生産者や消費者の呼吸による酸素の吸収量を上回るので，栄養塩類の少ない貧栄養湖に比べて，酸素濃度が高くなる。したがって，⑤が正しく，⑥は誤りである。

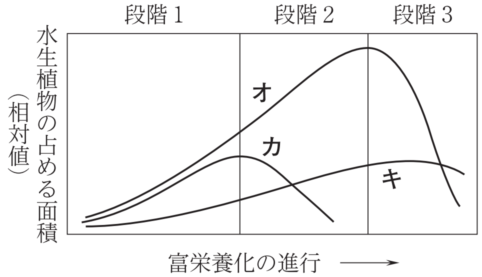
富栄養湖では，表層で増殖した生産者や消費者の遺体や排出物などが底層に沈降する。底層では，沈降した遺体や排出物中の有機物を分解する分解者の呼吸量が大きくなるため，貧栄養湖に比べて，酸素濃度が著しく低くなる。透明度の低下により底層の光強度が低下し，生産者の光合成量は小さくなる。また，酸素濃度が低く消費者が生存できなくなるため，その呼吸量は小さくなる。したがって，⑦・⑧はともに誤りである。

15 ・ 16 …③・⑤

富栄養湖
　透明度が低く，補償深度が浅い。
貧栄養湖
　透明度が高く，補償深度が深い。

富栄養湖では，貧栄養湖に比べて，表層の酸素濃度が高くなり，底層の酸素濃度が低くなる。

問5　下図のように，図3を三つの段階に分けると，段階1では富栄養化の進行にともなって3種の植物すべてで面積が増加しているが，段階2では**カ**の面積が減少し，段階3では**オ**の面積が減少していくことが読み取れる。



次に，図2を見ると，沈水植物は湖沼の水中で，浮葉植物は水面で，抽水植物は水面より上部でそれぞれ葉を広げ光を受け取ることがわかる。このことから，浮葉植物が水面をおおうようになると，水中に光が届きにくくなるため，まず沈水植物（**カ**）が減少する（段階2）。次に，抽水植物（**キ**）が水面より上部をおおうようになると，水面に光が届きにくくなるため，浮葉植物（**オ**）が減少（段階3）し，最終的に抽水植物が繁茂した状態に移行すると考えられる。したがって，③が正しい。

17 …③

地学基礎

【解答・採点基準】

(50点満点)

問題番号	設問	解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	問1	1	4	4	
	問2	2	3	3	
	問3	3	1	3	
第1問 自己採点小計				(10)	
第2問	問1	4	4	3	
	問2	5	2	3	
	問3	6	7	4	
第2問 自己採点小計				(10)	
第3問	問1	7	1	3	
	問2	8	5	3	
	問3	9	4	4	
第3問 自己採点小計				(10)	
第4問	問1	10	3	4	
	問2	11	3	3	
	問3	12	2	3	
第4問 自己採点小計				(10)	
第5問	問1	13	1	3	
	問2	14	3	4	
	問3	15	4	3	
第5問 自己採点小計				(10)	
自己採点合計				(50)	

【解説】

第１問　プレート境界と地震　問題

地球表層の厚さ数十～百数十 km のかたい部分をプレート(リソスフェア)という。プレートどうしの運動により，プレート境界付近では地震や火山活動などの地学現象が発生している。これらに関する問題を出題した。

問１　中央海嶺(かいれい)では，地下深部から高温のマントル物質が上昇し，マグマが生成して海洋プレートがつくられる。生成された海洋プレートは，中央海嶺から両側に離れるように移動していく。このようなプレート境界を，プレート発散(拡大)境界という(図１－１の(1))。

中央海嶺でつくられた海洋プレートは，中央海嶺から遠ざかるにつれて厚みを増しながら冷えてかたくなる。厚くなることに伴い平均密度が増したプレートは，その重みで海溝やトラフから地球の内部へ沈み込む。このようなプレート境界を，プレート収束境界という(図１－１の(2))。

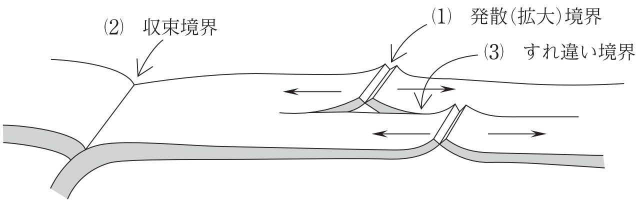


図１－１　プレート境界

これらのことから，問題の図１のＰ－Ｑ間は，海溝が間にあるため両地点は近づき，距離は縮まる。Ｐ点の位置する大陸プレートは移動しないと仮定しているため，Ｐ－Ｑ間は海洋プレートの平均移動速度である 5 cm/年の割合で縮まる。よって，距離の変化量は１年で －5 cm である。

一方，Ｒ点とＳ点の位置する海洋プレートは，それぞれ 5 cm/年の平均移動速度で中央海嶺から両側に離れるので，Ｒ－Ｓ間の距離は 10 cm/年の割合で広がる。したがって，Ｐ－Ｑ間がｂ，Ｒ－Ｓ間はｄとなり，④が正解となる。　$\boxed{1}$…④

問２　地震の多くはプレート境界付近で発生する。

①　プレート収束境界のうち沈み込み境界では，海洋プレートは大陸プレートより平均密度が大きいため，大陸プレートの下に沈み込む。密度の小さい大陸地殻をのせたプレートが海洋プレートの下に沈み込むことはないので，この選択肢は誤りである。沈み込み境界では，海溝型地震と呼ばれるマグニチュード８を超える巨大地震が周期的に発生する。また，沈み込む海洋プレートから圧縮の力を受けた大陸プレートの地殻内では，震源の浅い地震

【ポイント】

プレート
地球表層をおおう厚さ数十～百数十 km のかたい部分。リソスフェアとも呼ばれる。

中央海嶺
大洋底に長く連なる海底の山脈。プレートが新しく生成され，両側に離れていくところで，プレート発散(拡大)境界にあたる。

海洋プレートが沈み込む理由
プレートの平均密度が大きくなることが原因。

海溝
海洋プレートが沈み込むところに形成されている溝状の海底地形。6000 m 以上の水深をもつ。海溝ほど深くない盆状の地形をトラフという。

プレート収束境界で発生する地震
- 海溝型地震：海溝付近で発生する巨大地震。逆断層型のものが典型例。
- 内陸地震：大陸プレートの内陸部で発生する震源の浅い地震。
- 深発地震：沈み込む海洋プレートの内部で発生する震源の深さが 100～700 km の地震。

(内陸地震または内陸地殻内地震)が発生し，沈み込む海洋プレートの内部でも震源の深い地震(深発地震)が発生する。

② プレート発散境界では，プレートが引っ張られる力を受け，正断層が形成されて地震が発生する。プレート発散境界には沈み込むプレートが存在しないため，ほとんどの地震は震源が浅い。よって，この選択肢は誤りである。

③ 中央海嶺はところどころでずれており，ずれている海嶺と海嶺の間ではプレートの移動方向が逆になる。この部分はトランスフォーム断層と呼ばれ，プレートすれ違い境界(図1－1の(3))にあたり，断層に沿って地震が発生する。よって，この選択肢は正しい。

④ プレート収束境界では，衝突境界・沈み込み境界のどちらにおいても地殻内で震源の浅い地震が発生する。よって，この選択肢は誤りである。 $\boxed{2}$…③

問3 本問では，まず地点Tから震源までの距離を求め，それを津波の平均速度で割れば津波の到達時間が求められる。

観測地点においてP波が到達して起こる最初の揺れを初期微動，その後にS波が到達して起こる大きな揺れを主要動という。初期微動が始まってから主要動が始まるまでの時間を，初期微動継続時間(P－S時間)と呼び，近距離の場合，震源までの距離 D km と初期微動継続時間 T 秒の間には，$D=kT$ (k は比例定数)が成り立つ。この式を大森公式という。

本問では，初期微動継続時間が7秒，比例定数が7.5 (km/s)と与えられているので，震源までの距離は7.5×7＝52.5 km となる。また，津波の平均速度350 km/h は，分速 $\frac{350}{60}$ km にあたるので，到達までの時間は $52.5 \div \left(\frac{350}{60}\right) = 9$ 分となる。よって，①が正解である。

なお，本問で取り上げた津波は，海域で起こる規模の大きな地震に伴う海底の隆起・沈降によって発生する波である。その速度は海洋の水深によって決まり，外洋では時速数百 km に達する。津波は，遮(さえぎ)るものがなければ1万 km 以上離れた地点にも到達することもある。外洋に比べて水深の浅い沿岸部では波高が高くなることも覚えておこう。 $\boxed{3}$…①

プレートすれ違い境界

プレートどうしが水平方向にすれ違う境界で，トランスフォーム断層が形成されている。その例として，北アメリカ大陸西部のサンアンドレアス断層が知られる。

地震波

・P波：最初に到達し，初期微動を引き起こす。
・S波：P波に遅れて到達し，主要動を引き起こす。

初期微動継続時間

P波が到達してからS波が到達するまでの時間。P－S時間ともいう。

大森公式

$D=kT$
D：震源距離　k：比例定数
T：初期微動継続時間

津波

海域で起こる規模の大きな地震に伴う海底の隆起・沈降により発生する波。沿岸部で波高が高くなる。

第2問　岩石　問題

岩石は，その成因から，火成岩，堆積(たいせき)岩，変成岩に大別される。それぞれの岩石は，長い地質時代の間に姿を変えて循環している。本問では，各岩石の成因と性質の理解を問う問題を出題した。

問1 $\boxed{ア}$ 風化とは，岩石を構成する鉱物が温度変化に伴う膨張や収縮を繰り返すことによってしだいに岩石が破壊されたり，雨水や地下水などと反応することによって鉱物が溶け出したりする作用である。また，岩石が河川や雨，風，波，氷河などによって

削られることを侵食作用という。地表に露出した岩石が風化や侵食作用を受けると，細片化した砕屑(さいせつ)物となる。その後，砕屑物は流水や風などによって運搬され，水底などに堆積する。

イ　堆積岩とは，砕屑物などの堆積物が固結した岩石である。水底などに堆積した堆積物はそのままでは固結していない。堆積物は，その上に積み重なった堆積物の重みによって圧縮されていき，粒子間の水が抜けていく。その後，水に溶けていた SiO_2 や $CaCO_3$ などの成分が粒子の隙間に入り込んで固結すると堆積岩が形成される。このように，堆積物から堆積岩が形成される過程を続成作用という。　4 …④

続成作用

堆積物から堆積岩が形成される過程。

堆積物の重みによる圧縮や，粒子の隙間が SiO_2，$CaCO_3$ などによって固結することにより堆積岩となる。

問2　①　変成岩は，熱や圧力の影響を受けて，固体のまま岩石の組織や構成鉱物の種類が変化し，もとの岩石と異なる岩石となったものである。このように変成岩が形成される作用を変成作用という。変成作用によって，新たに他の種類の鉱物が形成されることもある。したがって，この選択肢は誤りである。

②　変成岩は，もとの岩石の種類によらず，熱や圧力の影響を受けて，堆積岩からでも火成岩からでも形成される。また，変成岩が別の変成岩になることもある。したがって，この選択肢は正しい。

変成作用

熱や圧力の影響によって，固体のまま，岩石の構成鉱物の種類や組織が変化する作用。

③・④　変成作用には，造山帯において熱や圧力の影響で広い範囲で生じる広域変成作用と，マグマの熱の影響でマグマの周囲の狭い範囲に起きる接触変成作用とがある。結晶片岩は広域変成岩の一種である。広域変成岩には片麻(へんま)岩もある(表２－１)。一方，結晶質石灰岩(大理石)は，石灰岩が接触変成作用を受けて形成される接触変成岩である。接触変成岩には，泥岩や砂岩から形成されたホルンフェルスもある(表２－１)。したがって，これらの選択肢は誤りである。　5 …②

広域変成作用

造山帯における熱や圧力の影響による変成作用。広い範囲で生じる。

接触変成作用

貫入したマグマの熱の影響による変成作用。マグマと岩石が接する狭い範囲で生じる。

表２－１　変成岩の種類

広域変成岩	結晶片岩
	片麻岩
接触変成岩	結晶質石灰岩(大理石)
	ホルンフェルス

問3　a　安山岩はマグマが冷却・固結した火成岩であるが，凝灰岩は火山灰が地表に降下・堆積して固結した岩石であり，堆積岩に分類される(表２－２)。したがって，この文は誤りである。

b　堆積岩のうち，砕屑物が固結してできた砕屑岩は砕屑物の粒径によって分類される。おもな砕屑物の粒径が 2 mm 以上のものを礫(れき)岩，$\frac{1}{16}$ ～ 2 mm のものを砂岩，$\frac{1}{16}$ mm 以下のものを泥岩という(表２－２)。したがって，この文は誤りである。

c　チャートは堆積岩の一種である。チャートは SiO_2 からな

砕屑物の分類

粒径によって分類される。

礫　2 mm 以上

砂　2 ～ $\frac{1}{16}$ mm

泥　$\frac{1}{16}$ mm 以下

り，ケイ質の殻をもつ生物の遺骸や，水中の SiO_2 が沈殿し，固結して形成される。したがって，この文は正しい。

以上より，「誤・誤・正」の組合せである⑦が正解である。

$\boxed{6}$ …⑦

表２－２　堆積岩の分類

分類名	構成物		岩石の名称
砕屑岩	岩石がくだかれた破片（砕屑物）	泥	→ 泥岩
		$\frac{1}{16}$ mm	
		砂	→ 砂岩
		2 mm	
		礫	→ 礫岩
火山砕屑岩（火砕岩）	火山砕屑物（火砕物）	火山灰	→ 凝灰岩
		2 mm	
		火山礫など	→ 凝灰角礫岩，火山角礫岩
生物岩	生物の遺骸	石灰質（紡錘虫，サンゴ，貝）	→ 石灰岩
		ケイ質（放散虫，ケイ藻）	→ チャート
		植物遺体	→ 石炭
化学岩	化学成分	$NaCl$（塩化ナトリウム）	→ 岩塩
		SiO_2（二酸化ケイ素）	→ チャート
		$CaCO_3$（炭酸カルシウム）	→ 石灰岩
		$CaSO_4 \cdot 2H_2O$（硫酸カルシウム・2水和物）	→ 石膏

第３問　地質断面図

問題

地質断面図は，地層や岩体の重なりを鉛直断面で表したものである。今回は，地質断面図から地質構造と新旧関係を読み取る問題を出題した。

問１　地下の岩盤に水平方向に力が加わると，岩盤内部で破壊が生じ，地層や岩体が切断され断層が形成される。また，圧縮する力が加わったとき，地層や岩体が切断されずに曲がって変形した構造が褶曲である。

断層は，その動き方によりいくつかに分類される。断層面を境に断層面より上の岩盤（上盤）が断層面より下の岩盤（下盤）に対して相対的に下がった断層を正断層（図３－１），上盤が下盤に対して相対的に上がった断層を逆断層（図３－２）という。

正断層は水平方向に引っ張る力，逆断層は水平方向に圧縮する力が加わることによって形成される。

正断層

水平方向に引っ張る力が加わることにより，上盤が相対的に下がった断層。

逆断層

水平方向に圧縮する力が加わることにより，上盤が相対的に上がった断層。

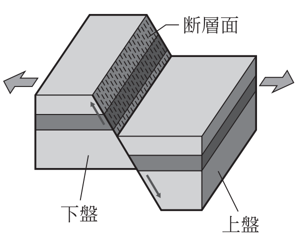


図３－１　正断層

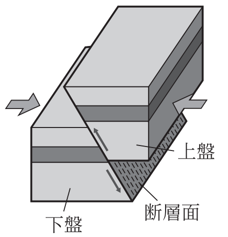


図３－２　逆断層

断層Ｈについては水平方向のずれはなく，断層面が傾いているので，正断層か逆断層である。問題の図１の断層Ｈを挟んだ地層境界線のずれに着目すると，西側の上盤が相対的に下がっているので正断層であると判断できる(図３－３)。

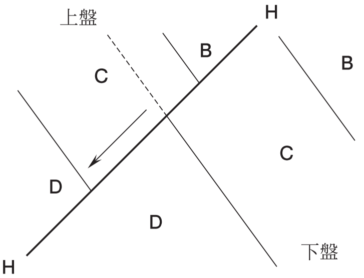


図３－３　断層の考え方

問題の図１の一部を拡大している。
図中の破線は，下盤のＣ層とＤ層の地層境界を延長したもの。

褶曲構造のうち山の部分(上に凸の部分)を背斜，谷の部分(下に凸の部分)を向斜という(図３－４)。

褶曲

地層が波打つように曲がっている構造。波の山の部分を背斜，谷の部分を向斜という。

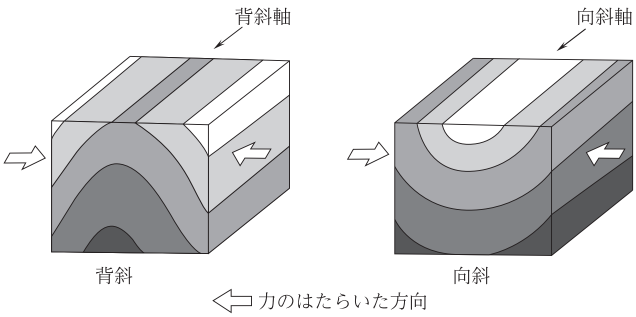


図３－４　褶曲

問題の図１の褶曲構造については，地層が上に凸になっているので背斜であると判断できる。よって，正解は①となる。

$\boxed{7}$ …①

問２　地層の対比や地質時代の決定に役立つ化石を示準化石という。示準化石としての条件は，広範囲に分布する，多く産出する，種としての生存期間が短い(進化の速度が速い)，などがある。代

示準化石

地層の対比や地質時代の決定に役立つ化石。広範囲に分布し，産出数が多く，生存期間が短い(進化の速度が速い)ことが示準化石の条件となる。

表的な示準化石を表３－１にあげる。これらの化石は，写真やスケッチで出題されても判断できるようにしておこう。

表３－１　示準化石

新生代	第四紀	マンモス ナウマン象
	新第三紀	ビカリア(ビカリヤ) デスモスチルス
	古第三紀	カヘイ石(ヌンムリテス)
中生代	アンモナイト，イノセラムス トリゴニア(三角貝)，モノチス	
古生代	石炭紀～ペルム紀：紡錘虫(ぼうすいちゅう)(フズリナ) 古生代全般：三葉虫	

問題の写真で示した化石は，ａがカヘイ石(ヌンムリテス)，ｂが三葉虫，ｃがトリゴニア(三角貝)である。これらのうち，中生代のＤ層から産出する可能性があるのはトリゴニアである。

ｄの被子植物は，中生代に出現して白亜紀の中頃から分布域を広げている。

ｅの陸上に進出した最初の脊椎(せきつい)動物は両生類で，その時代は古生代デボン紀である。

以上より，ｃとｄの組合せの⑤が正解である。　$\boxed{8}$ …⑤

問３　地層は，新しいものが古いものの上に堆積(たいせき)して形成されるので，地層の逆転がなければ上位の地層ほど新しくなるという地層累重(るいじゅう)の法則が成り立つ。地層の新旧を考えるときには，この法則に加えて，地層の境界が岩体や断層に切られているかどうかも考慮しなければならない。

問題の図１の地層や岩体，断層，褶曲の新旧関係を考えると，Ｂ層～Ｆ層は褶曲により変形しているので，褶曲構造ができる以前に形成されていたと考えられる。断層Ｈは，褶曲構造を切っているので褶曲構造より後に生じた。また，断層ＨはＧ岩体を切っていないので，Ｇ岩体の形成以前に生じたと考えられる。Ａ層には，Ｇ岩体の礫(れき)が見られるので，Ｇ岩体が形成された後，風化や侵食の作用を受けて礫が生じ，それらの礫とともにＡ層が形成されたと考えられる。

よって，古いものから順に並べると，Ｅ層 → 褶曲構造 → 断層Ｈ → Ｇ岩体 → Ａ層となり，④が正解である。　$\boxed{9}$ …④

地層累重の法則

一連の地層では，上位に重なるものほど新しくなるという法則。

交差した地層・岩体・断層の新旧関係

地層・岩体・断層は切られているほうが古く，切っているほうが新しい。

第4問　大気　問題

日本の天気や身近な気象現象についての特徴としくみの理解を問う問題を出題した。

問1 $\boxed{ア}$　日本の天気は，季節ごとに発達する高気圧によって特徴づけられる。問題の図1は，日本列島が太平洋から張り出した高気圧におおわれている。これは，太平洋高気圧(北太平洋高気圧・小笠原高気圧)が発達した夏季の天気図である。

$\boxed{イ}$　問題の図2は，日本付近の等圧線が南北方向にのび，日本列島に対して，西の大陸側に高気圧，東の太平洋側に低気圧が位置する「西高東低」型の気圧配置であることがわかる。これは，大陸でシベリア高気圧が発達した冬季の天気図である。

$\boxed{ウ}$　問題の図3は，日本付近に東西方向にのびる停滞前線が位置している。北側のオホーツク海高気圧から寒気が，南側の太平洋高気圧から暖気がもたらされ，両者がぶつかったところに前線が形成される。寒気と暖気の勢力がつり合っているため，前線が停滞することになる。このような停滞前線は，春から夏へ，あるいは夏から秋へと移り変わる時期に見られ，それぞれ梅雨前線や秋雨前線と呼ばれ，長雨がもたらされる。　$\boxed{10}$…③

問2　①　水蒸気を含んだ空気塊が上昇し，温度が低下すると，空気塊の飽和水蒸気量が減少し，やがて飽和に達する。さらに温度が低下していくと，余分な水蒸気は凝結・昇華して水滴や氷晶となり，雲が発生する。したがって，この選択肢は正しい。

②　大気中で飽和した水蒸気は，土壌(どじょう)粒子や海塩粒子(波しぶきが蒸発してできた塩類の結晶)，塵(ちり)などの微小な粒子を核として凝結・昇華する。このときにできる水滴は直径数μm($1\,\mu\mathrm{m} = \frac{1}{1000}$ mm)の大きさをもち，これを雲粒という。上空の雲は，水滴や氷晶からなる雲粒が集まったものである。したがって，この選択肢は正しい。

③　熱帯低気圧の下層では，中心に向かって空気が吹き込み，中心付近で激しい上昇気流となっている。この上昇気流によって鉛直方向に発達した積乱雲が対流圏下層から圏界面付近まで形成される。巻雲(けんうん)は，高層に形成される薄い筋(すじ)状の雲であり，この雲から降雨が直接もたらされることはない。したがって，この選択肢は誤りである。

④　乱層雲は，対流圏下層から中層にかけて形成される層状の厚い雲で，比較的広い範囲に降雨をもたらす雨雲であることが多い。したがって，この選択肢は正しい。　$\boxed{11}$…③

問3　①　雨は，通常，大気中の二酸化炭素が溶け込んでいるため，pH 5.6 程度の弱酸性となっている。酸性雨は，さらに酸性が強い pH 5.6 以下となるような雨のことをいう。したがって，この選択肢は誤りである。なお，pH は 7.0 で中性を示し，7.0 より大きいときにはアルカリ性を示す。

日本周辺に発達する高気圧
夏…太平洋高気圧
(北太平洋高気圧・小笠原高気圧)
冬…シベリア高気圧

冬の気圧配置
西高東低型

梅雨前線
春から夏に移り変わる時期に，オホーツク海高気圧と太平洋高気圧との間に形成される停滞前線。

積乱雲
鉛直方向に発達した雲。激しい雨(雷雨)をもたらす。

乱層雲
対流圏下層から中層にかけて水平方向に発達した層状の厚い雲。
比較的広い範囲に降雨をもたらす。

酸性雨
pH 5.6 以下の雨。

②　酸性雨は，石炭や石油など化石燃料の燃焼によって排出される硫黄酸化物（SO*x*）や窒素酸化物（NO*x*）などが雨滴に溶け込み，強い酸性となったものである。化石燃料で走る自動車の排気ガスにも窒素酸化物が含まれており，酸性雨の原因となっている。したがって，この選択肢は正しい。なお，火山噴火によって放出される硫化水素や塩化水素も酸性雨の原因物質である。

③　黄砂（こうさ）は，中国やモンゴルなど大陸の内陸部の砂漠地域で数千メートルの高度まで巻き上げられた土壌粒子や鉱物粒子が起源であり，上空の偏西風によって東へ運ばれ，日本に飛来する。特に，春頃に多く飛来する。日本の夏季には海洋からおもに南寄りの風が吹き，大陸から黄砂が飛来することはないので，この選択肢は誤りである。

④　ユーラシア大陸起源の黄砂や酸性雨などの汚染物質は，偏西風によって西から東へと流されて移動する。日本からユーラシア大陸に向かって，東から西へと移動することはほとんどない。したがって，この選択肢は誤りである。　$\boxed{12}$ …②

酸性雨の原因物質
硫黄酸化物（SO*x*），窒素酸化物（NO*x*）など。

黄砂
大陸内陸部の砂漠から飛来する土壌粒子や鉱物粒子。

第5問　太陽　問題

太陽にも人間の一生と同じように，誕生と終末がある。太陽の誕生から終末までの進化について出題した。

問1　太陽を含め，太陽系の天体は約46億年前（$\boxed{ア}$）に銀河系の円盤部で誕生した。銀河系の円盤部には多くの星間物質が分布し，現在でも恒星が誕生している。

星間物質が濃集した星間雲の中で恒星は誕生する。特に密度の高いところには H_2 や CO などの分子が存在し，分子雲と呼ばれる。分子雲が自らの重力によって収縮すると，その過程で重力エネルギーが生じて温度が上昇していく。やがて大きさが現在の太陽の5倍程度で，現在の太陽よりも明るく輝く原始星（$\boxed{イ}$）が誕生する。原始星としての太陽を原始太陽という。なお，原始太陽の周囲を取りまく原始太陽系星雲中の固体成分から多くの微惑星が形成され，衝突・合体を繰り返した後，惑星が誕生する。

さらに収縮を続けた原始星の内部は高温となり，やがて中心部で水素原子核からヘリウム原子核ができる核融合反応が始まる。主系列星の誕生である。分子雲の一部が収縮を開始してから，核融合反応が始まるまでの期間は，太陽程度の質量の恒星の場合，4000万年程度と見積もられている。太陽に限らず，恒星は一生の大部分を主系列星として輝く。そのため，主系列星として輝く期間を恒星の寿命という。太陽の寿命は約100億年である。

太陽の中心部には，水素の核融合反応によってできたヘリウムが溜（た）まっていく。やがて水素の核融合反応はこのヘリウム（$\boxed{ウ}$）核の周囲で行われるようになり，現在から50億～60億年後には，この核融合反応が強まって太陽は膨張し，赤色巨星とな

太陽系の天体の年齢
約46億年

原始星
主系列星になる前の段階の星で，重力のエネルギーで輝く。

原始太陽
原始星としての太陽。

主系列星
中心部で水素の核融合反応が起こり，そのエネルギーによって輝く段階の星。

太陽の寿命
約100億年

太陽の進化
原始星 → 主系列星 → 赤色巨星 → 惑星状星雲 → 白色矮星

る(図５－１)。　$\boxed{13}$…①

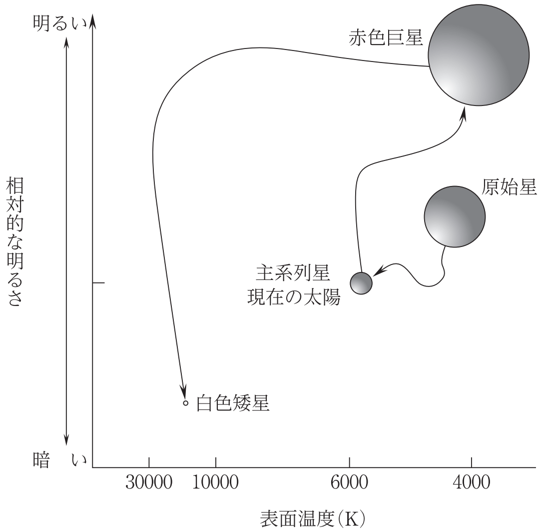


図５－１　太陽の進化

問２　赤色巨星となった太陽は，現在の 200 倍程度の大きさにまで膨張し，地球の公転軌道の大きさに近くなる。このとき，水星や金星は膨張する太陽にのみ込まれ，地球の海は蒸発し，大気もやがて太陽の放射によって吹き払われる。

赤色巨星となった太陽では，中心部のヘリウムも核融合反応を開始し，炭素や酸素ができる。太陽程度の質量がある恒星の場合，核融合反応はこれ以上は進まず，やがて核融合反応は停止する。その後，太陽の外層部が宇宙空間に流れ出し惑星状星雲となり，中心部の炭素や酸素からなる高密度の天体が後に残る。この天体が白色矮(わい)星である。

赤色巨星は，現在の太陽よりも半径が大きいので，問題の図１では，**P**もしくは**Q**に位置する。球の体積は半径の３乗に比例するので，太陽の半径が現在の 10^2 倍の大きさになれば，体積は $(10^2)^3 = 10^6$ 倍になる。このとき，太陽の質量が現在とほぼ同じであると仮定すると，密度は体積に反比例するので，10^{-6} 倍となる。このことから，半径は現在より大きく，平均密度は現在よりも小さい**P**が赤色巨星の位置と考えることができる。

白色矮星は地球程度の大きさ，つまり，現在の太陽の 10^{-2} 倍程度の半径である。したがって，体積は $(10^{-2})^3 = 10^{-6}$ 倍である。質量の一部は白色矮星になる過程で放出されるので，現在の半分と仮定すれば，平均密度は $\dfrac{0.5}{10^{-6}} = 0.5 \times 10^6$ 倍である。つまり，半径が小さく，平均密度が大きい**S**が白色矮星の位置である。

以上のように定量的に考えなくても，赤色巨星は膨張したために主系列星よりも半径は大きく，平均密度は小さくなっていると考えて**P**を選択してもよい。同様に，白色矮星に関しても，半径

白色矮星
地球程度の半径をもつ高密度の天体。主成分は炭素と酸素。

は小さく，恒星の中心部が残ったものだから，平均密度は大きいと考えてSを選択してもよい。 $\boxed{14}$ …③

問3　星間雲は，輝く散光星雲と暗い暗黒星雲に区別することができる。

①　散光星雲は，近くの恒星からの光を受けて輝く。したがって，この選択肢は正しい。

②　太陽が赤色巨星の段階を終える頃には，外層部の物質が放出されて惑星状星雲となる。なお，中心部は，核融合反応が停止し，白色矮星として残る。したがって，この選択肢は正しい。

③　暗黒星雲は星間物質が濃く集まった星間雲である。そのため，背後から届く星の光を遮(さえぎ)り，暗く見える。したがって，この選択肢は正しい。

④　星間ガスは気体，星間塵(じん)は固体である。ヘリウムは気体であるから，星間ガスの成分である。したがって，この選択肢は誤りである。星間ガスのほとんどは水素とヘリウムであり，星間塵はケイ酸塩や氷などの固体からなる。 $\boxed{15}$ …④

散光星雲

近くの恒星の光を受けて輝く星間雲。

惑星状星雲

赤色巨星の外層部が放出され，中心の恒星に照らされて輝く星雲。

暗黒星雲

星間物質が濃く集まって暗く見える星間雲。

星間物質

星間ガス…水素，ヘリウムなど。

星間塵…固体のケイ酸塩や氷。

物　　理

【解答・採点基準】　(100点満点)

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問		問1	1	1	5	
		問2	2	3	5	
		問3	3	6	5	
		問4	4	2	5	
		問5	5	2	5	
		問6	6	5	5	
第1問　自己採点小計					(30)	
第2問	A	問1	1	1	4	
		問2	2	6	4	
		問3	3	2	5	
	B	問4	4	1	3	
		問5	5	2	4	
		問6	6	3	4	
第2問　自己採点小計					(24)	
第3問	A	問1	1	5	5	
		問2	2	5	5	
		問3	3	3	4	
	B	問4	4	3	3	
		問5	5	3	4	
		問6	6	5	4	
第3問　自己採点小計					(25)	
第4問	A	問1	1	6	5	
		問2	2	5	4	
	B	問3	3	4	4	
		問4	4	1	4	
		問5	5	4	4	
第4問　自己採点小計					(21)	

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第5問	A	問1	1	3	4	
		問2	2	2	5	
		問3	3	2	4	
	B	問4	4	1	4	
		問5	5	3	4	
第5問　自己採点小計					(21)	
自己採点合計					(100)	

【解説】

第 1 問　小問集合　問題

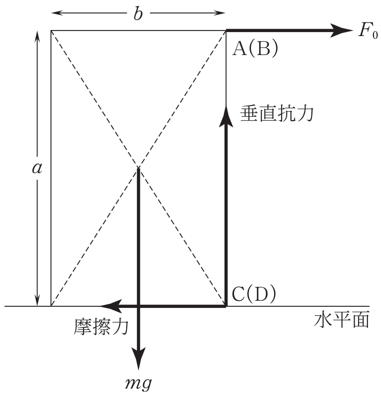
問 1　物体が傾き始めるまで，物体にはたらく力はつりあっている。加えた外力の向きが水平方向なので，水平面から物体にはたらく垂直抗力の大きさは，常に重力の大きさ mg に等しい。また，水平面から物体にはたらく摩擦力の大きさは，外力の大きさに等しい。外力を大きくしていくと，力のモーメントのつりあいを保つために，水平面から物体にはたらく垂直抗力と摩擦力の作用点が辺 CD に近づいていく。外力の大きさが F_0 になったときに，それらの作用点は，次図のように，辺 CD 上にくる。このとき，辺 CD のまわりの力のモーメントのつりあいより，

$$mg\cdot\frac{b}{2}-F_0\cdot a=0$$

が成り立っている。これより，

$$F_0=\underline{\frac{b}{2a}mg}$$

となる。



$\boxed{1}$ の答　①

問 2　レンズから像までの距離を $|b|$ とすると，**レンズによる像の倍率**の式より，

$$\frac{|b|}{12}=3$$

なので，これより，

$$|b|=36\ \mathrm{cm}$$

とわかる。求める焦点距離を f とすると，正立像が生じたことから，**凸レンズの式**より，

$$\frac{1}{12}-\frac{1}{36}=\frac{1}{f}$$

が成り立つので，これより，

$$f=\underline{18}\ \mathrm{cm}$$

となる。

【ポイント】

レンズによる像の倍率

$$(\text{倍率})=\frac{|b|}{a}$$

a ：レンズと物体の距離

$|b|$ ：レンズと像の距離

凸レンズの式

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

a ：レンズと物体の距離

$|b|$ ：レンズと像の距離

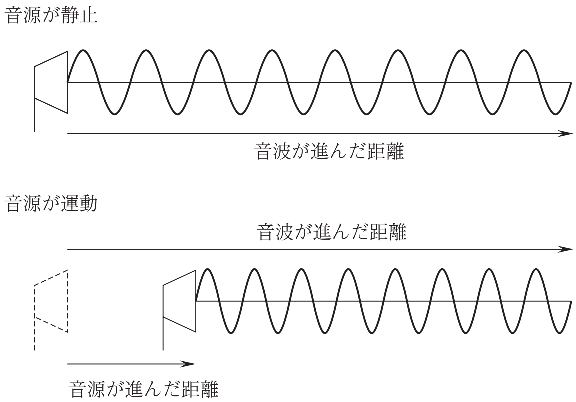
f ：焦点距離

$a>f$ のとき，$b>0$ となり，倒立実像がレンズに対して物体と反対側に生じる。

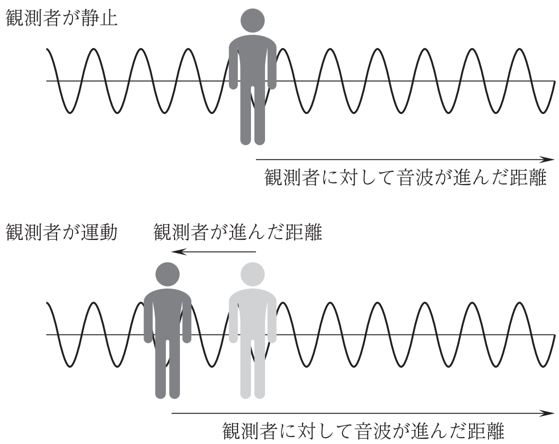
$a<f$ のとき，$b<0$ となり，正立虚像がレンズに対して物体と同じ側に生じる。

$\boxed{2}$ の答　③

問 3　媒質である空気に対する音波の速さは音源の運動状態によらない。したがって，次図のように，音源が静止していた場合と比べると，音源が観測者に向かって運動を始めたあとの音波は，波長が短く$_{\text{ア}}$なる。



また，次図のように，観測者が静止していた場合と比べて，観測者が運動を始めたあとでは，観測者に対する音波の速さが大きく$_{\text{イ}}$なる。



$\boxed{3}$ の答　⑥

問 4　物体 A と B からなる物体系には，水平方向の外力がはたらいていないので，**運動量保存の法則**が成り立っている。求める B の速度を v_B とすると，

$$(-mv_0)+2mv_B=mv_0+(-2mv_0)$$

となるので，これより，

$$v_B=\underline{0}$$

となる。

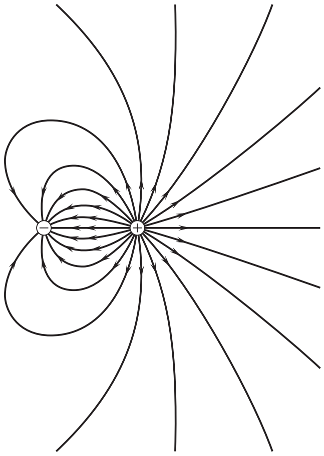
$\boxed{4}$ の答　②

問 5　電気力線は正電荷から出て負電荷に入り，出入りする本数は電気量の大きさに比例する。本問の場合は，正電荷が $2q$，負電

運動量保存の法則

外力がはたらかない場合には，物体系の運動量の和が保存する。

荷が $-q$ なので，正電荷から出る電気力線の本数は負電荷に入る電気力線の本数よりも多い。以上のことから，正解は②とわかる。



5 の答　②

問 6　α 崩壊と β 崩壊の原子核反応式の例として，以下のものがある。

α 崩壊：${}^{238}_{92}\mathrm{U} \to {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

β 崩壊：${}^{210}_{83}\mathrm{Bi} \to {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + \mathrm{e}^-$　（e^- は電子）

α 崩壊では原子核からヘリウムの原子核 ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ ウ が放出され，原子番号が 2 減少 エ し，質量数が 4 減少した原子核が生成する。このヘリウム原子核 ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ を α 粒子という。β 崩壊では原子核中の中性子 1 個が陽子と電子に変わり，電子が原子核外へ放出される。この電子の流れを β 線という。β 崩壊では，質量数は変化せず，原子番号が 1 増加 オ した原子核が生成する。

6 の答　⑤

第 2 問　単振動と万有引力　問題

A

問 1　水平面はなめらかなので小球には摩擦力がはたらかず，力学的エネルギーが保存している。求める速さを v_0 とすると，**力学的エネルギー保存の法則**より，

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2+\frac{1}{2}k\cdot 0^2=\frac{1}{2}m\cdot 0^2+\frac{1}{2}kd^2$$

が成り立ち，これより，

$$v_0=d\sqrt{\frac{k}{m}}$$

となる。

1 の答　①

問 2　**ばね振り子の周期**の公式のとおり，

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

力学的エネルギー保存の法則

運動エネルギーと位置エネルギーの和を力学的エネルギーといい，非保存力が物体にする仕事が 0 の場合には，力学的エネルギーは保存する。

ばね振り子の周期 T

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

m：おもりの質量

k：ばね定数

である。これは振幅にはよらない。

$\boxed{2}$ の答　⑥

問 3　小球が壁に衝突する直前の速さは**問 1** で求めた v_0 であり，反発係数が $\frac{1}{2}$ なので，衝突した直後の速さは $\frac{1}{2}v_0$ である。したがって，衝突後のばねの縮みの最大値を D とすると，力学的エネルギー保存の法則より，

$$\frac{1}{2}m\cdot 0^2+\frac{1}{2}kD^2=\frac{1}{2}m\left(\frac{1}{2}v_0\right)^2+\frac{1}{2}k\cdot 0^2$$

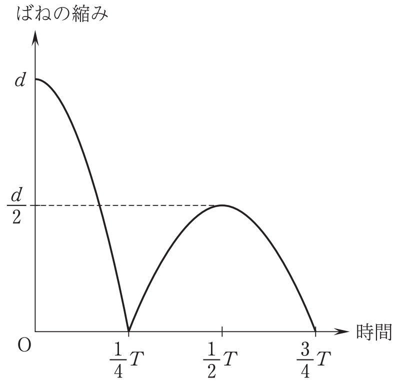
が成り立つ。これより，

$$D=\frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$$

となり，ここに v_0 の式を代入すると，

$$D=\frac{1}{2}d$$

が得られる。また，**問 2** の解説で確認したように，単振動の周期は振幅によらないから，壁と 1 回目の衝突をしてから 2 回目の衝突をするまでの時間は $\frac{1}{2}T$ である。以上のことから，求めるグラフは，②となる。



$\boxed{3}$ の答　②

B

問 4　地表は地球の中心から距離 R のところにあり，地表から高さ h の点は地球の中心から距離 $R+h$ のところにある。したがって，題意より，

$$mg(0)=G\frac{Mm}{R^2}$$

$$mg(h)=G\frac{Mm}{(R+h)^2}$$

と表すことができる。これらより，

$$\frac{g(h)}{g(0)}=\underline{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}$$

となる。

$\boxed{4}$ の答　①

問 5　万有引力 $G\frac{Mm}{(2R)^2}$ が等速円運動の向心力になるので，求め

る速さを v_0 とすると，円運動の式は，

$$m\frac{{v_0}^2}{2R}=G\frac{Mm}{(2R)^2}$$

となり，これより，

$$v_0=\underline{\sqrt{\frac{GM}{2R}}}$$

が得られる。

$\boxed{5}$ の答　②

問 6　荷物の質量を m_1 とし，求める速さを v_1 とすると，力学的エネルギー保存の法則より，

$$\frac{1}{2}m_1{v_1}^2+\left(-G\frac{Mm_1}{R}\right)=\frac{1}{2}m_1\cdot 0^2+\left(-G\frac{Mm_1}{2R}\right)$$

が成り立ち，これより，

$$v_1=\underline{\sqrt{\frac{GM}{R}}}$$

となる。

$\boxed{6}$ の答　③

第 3 問　コンデンサーと電磁誘導　問題

A

問 1　電池の電圧を V_0，抵抗の抵抗値を R，コンデンサーの電気容量を C とする。

スイッチを閉じた瞬間には，まだコンデンサーに電荷は蓄えられておらず，その極板間の電圧は 0 なので，電池の電圧 V_0 がそのまま抵抗にかかる。したがって，そのとき流れる電流は，**オームの法則**より，

$$\frac{V_0}{R}$$

となり，抵抗値が大きいほど<u>小さい</u>$_{ア}$ことになる。

スイッチを閉じてから十分に時間がたつと，コンデンサーの充電が完了して回路には電流が流れなくなる。このとき，抵抗にかかる電圧は 0 なので，電池の電圧 V_0 がそのままコンデンサーにかかる。したがって，**コンデンサーに蓄えられている電気量**は，CV_0 となる。これより，スイッチを閉じてから十分に時間がたつまでの間に抵抗を通過する全電気量は，

$$CV_0$$

である。したがって，それは抵抗の<u>抵抗値には無関係である</u>$_{イ}$。

$\boxed{1}$ の答　⑤

問 2　スイッチを閉じてから十分に時間がたつまでの間に電池を通過する電気量は CV_0 なので，この間に**電池が供給するエネルギー** W は，

$$W=(CV_0)V_0=C{V_0}^2$$

である。一方，スイッチを閉じてから十分に時間がたった後にコ

オームの法則
$V=RI$
V：電圧
R：抵抗値
I：電流

コンデンサーに蓄えられている電気量 Q
$Q=CV$
C：電気容量
V：電圧

電池が供給するエネルギー W
$W=QV$
Q：電池を通過した電気量
V：起電力

ンデンサーが蓄えている**静電エネルギー**Uは，

$$U=\frac{1}{2}CV_0{}^2$$

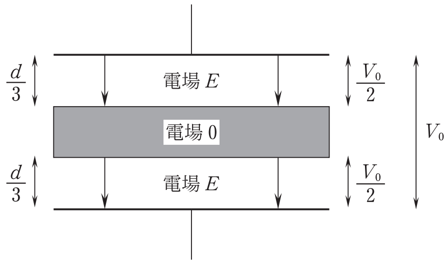
である。よって，

$$\frac{U}{W}=\frac{\frac{1}{2}CV_0{}^2}{CV_0{}^2}=\underline{\frac{1}{2}}$$

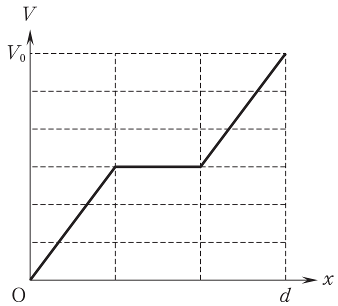
となる。

$\boxed{2}$ の答　⑤

問 3　スイッチを閉じたままなので，下の極板に対する上の極板の電位は V_0 である。挿入した導体内部の電場は 0 であり，導体全体が等電位となっている。上の極板と導体の間，導体と下の極板の間には，強さ E の等しい一様な電場が生じており，また，これらの間の距離が等しい。したがって，**一様電場と電位差の関係**から，これらの間の電位差はともに $\frac{V_0}{2}$ であることがわかる。



以上のことから，極板間の電位分布を表すグラフとして最も適当なものは，③である。



$\boxed{3}$ の答　③

B

問 4　円環を貫く**磁束**は，かけられている磁場の磁束密度に比例する。

時刻 0 から T までの間では，次図で上向きの磁束密度が増加して円環を貫く磁束が増加する。**レンツの法則**より，その変化を妨げるために，図の下向きの磁場を作り出す <u>b</u> の向きの電流が円環に流れる。

静電エネルギー U

$U=\frac{1}{2}CV^2$

C：電気容量

V：電圧

一様電場と電位差の関係

$V=Ed$

V：電位差

E：電場の強さ

d：距離（電場方向での間隔）

磁束 Φ

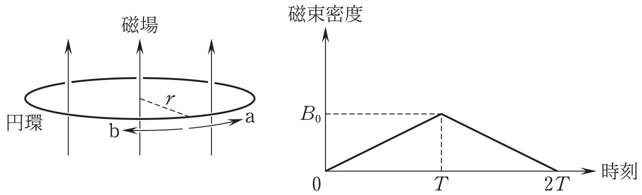
$\Phi=BS$

B：磁束密度

S：コイルの面積

レンツの法則

誘導起電力は，誘導電流がつくる磁束がコイルを貫く磁束の変化を妨げるような向きに生じる。



一方，時刻 T から $2T$ までの間では，図で上向きの磁束密度が減少して磁束が減少するので，上向きの磁場を作り出す a の向きの電流が円環に流れる。

$\boxed{4}$ の答　③

問5　円環を貫く磁束は時刻 0 に 0 で，時刻 T に $\pi r^2 B_0$ である。時間 $\Delta t = T$ の間に磁束は $\Delta\Phi = \pi r^2 B_0$ だけ変化したので，この間に円環に発生する誘導起電力の大きさ V は，**ファラデーの電磁誘導の法則**より，

$$V = \left| -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \frac{\pi r^2 B_0}{T}$$

である。求める電流の強さを I とすると，**キルヒホッフの法則**より，

$$V = RI$$

である。これら 2 式より，

$$I = \frac{V}{R} = \underline{\frac{\pi r^2 B_0}{RT}}$$

となる。

$\boxed{5}$ の答　③

問6　図 5 の場合に円環に流れる電流の強さは**問5**の I であり，時間 T の間に円環で発生するジュール熱 W_1 は，**ジュールの法則**より，

$$W_1 = RI^2T$$

で与えられる。図 6 の場合には，磁束の時間変化率が図 5 の場合の 2 倍なので，円環に発生する誘導起電力の大きさも 2 倍になり，円環を流れる電流の強さも 2 倍の $2I$ となる。したがって，このとき時間 T の間に円環で発生するジュール熱 W_2 は，

$$W_2 = R(2I)^2T = 4RI^2T$$

となる。これは，W_1 の 4 倍である。

$\boxed{6}$ の答　⑤

ファラデーの電磁誘導の法則

$$V = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

V ：誘導起電力
$\Delta\Phi$：磁束の変化
Δt ：時間

キルヒホッフの法則

閉回路一周において，
（起電力の和）＝（電位降下の和）
が成り立っている。

ジュールの法則

$$W = RI^2t$$

W：発生するジュール熱
R：抵抗
I ：電流
t ：時間

第 4 問　気体の分子運動論と熱力学　問題

A

問1　アボガドロ定数 N_A は物質量 1 モルあたりの粒子数なので，n モルの気体の分子数 N は，

$$N = \underbrace{nN_A}_{ア}$$

で与えられる。

また，与式① $P=\dfrac{Nm\overline{v^2}}{3V}$ および前式 $N=nN_{\mathrm{A}}$ より，

$$PV=\frac{1}{3}nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}$$

となる。これと，**理想気体の状態方程式**より，

$$\frac{1}{3}nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}=nRT$$

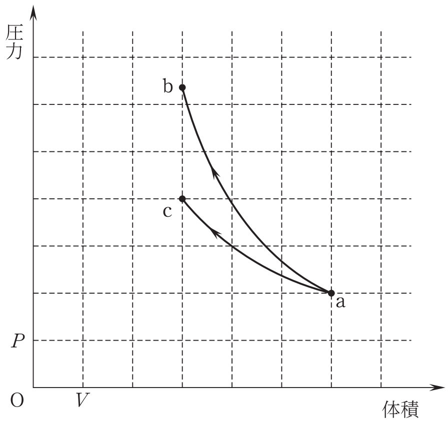
となり，これより，

$$K=\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\underbrace{\frac{3R}{2N_{\mathrm{A}}}}_{\text{イ}}\times T$$

が得られる。

$\boxed{1}$ の答　⑥

問 2　状態 a，b，c における温度をそれぞれ T_{a}，T_{b}，T_{c} とする。また，次図のように，圧力の 1 目盛りを P，体積の 1 目盛りを V とする。



このとき，**ボイル・シャルルの法則**より，

$$\frac{2P\times 6V}{T_{\mathrm{a}}}=\frac{6.3P\times 3V}{T_{\mathrm{b}}}=\frac{4P\times 3V}{T_{\mathrm{c}}}$$

が成り立ち，これより，

$$T_{\mathrm{b}}\fallingdotseq 1.6T_{\mathrm{a}}，\ T_{\mathrm{c}}=T_{\mathrm{a}}$$

とわかる。したがって，状態 a から状態 c への変化が等温変化であり，状態 a から状態 b への変化が$\underline{\text{断熱変化}}_{\text{ウ}}$である。

また，**問** 1 の結果より，気体分子 1 個の平均の運動エネルギーは絶対温度に比例するので，

$$\frac{K_{\mathrm{b}}}{K_{\mathrm{c}}}=\frac{T_{\mathrm{b}}}{T_{\mathrm{c}}}=\frac{T_{\mathrm{b}}}{T_{\mathrm{a}}}\fallingdotseq\underline{1.6}_{\text{エ}}$$

となる。

$\boxed{2}$ の答　⑤

B

問 3　次図のように，ピストンには気体からの力 P_1S，大気からの力 P_0S，ばねからの力 $k(L_1-L_0)$ がはたらいている。

理想気体の状態方程式

$PV=nRT$

P：圧力

V：体積

n：物質量

R：気体定数

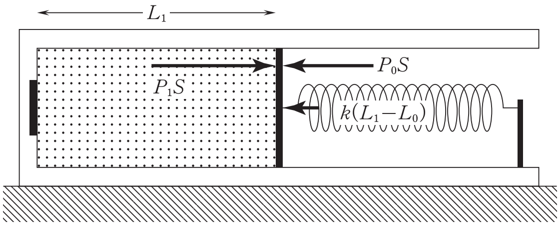
T：絶対温度

ボイル・シャルルの法則

一定量の気体について，

$$\frac{(\text{圧力})\times(\text{体積})}{(\text{絶対温度})}=(\text{一定})$$

が成り立っている。



これらの力のつりあいより,

$$P_1S=P_0S+k(L_1-L_0)$$

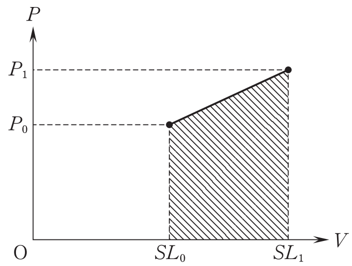
が成り立ち，これより,

$$P_1=\underline{P_0+\frac{k}{S}(L_1-L_0)}$$

となる。

$\boxed{3}$ の答　④

問 4　気体がした仕事は，次図のように，PV グラフの変化を表す直線と V 軸にはさまれた領域<u>①</u>の面積で表される。



$\boxed{4}$ の答　①

問 5　状態 A と状態 B での気体の温度をそれぞれ T_A，T_B とする。物質量を n，気体定数を R とすると，その状態方程式は,

状態 A：$P_0SL_0=nRT_A$

状態 B：$P_1SL_1=nRT_B$

となる。したがって，状態 A から状態 B まで変化する間の気体の内部エネルギーの変化量 ΔU は，**単原子分子気体の内部エネルギー**より,

$$\Delta U=\frac{3}{2}nR(T_B-T_A)=\frac{3}{2}S(P_1L_1-P_0L_0)$$

となる。**熱力学の第 1 法則**より,

$$Q=\Delta U+W$$

が成り立つので，上の式を代入すれば,

$$Q=\underline{\frac{3}{2}S(P_1L_1-P_0L_0)+W}$$

となる。

$\boxed{5}$ の答　④

単原子分子気体の内部エネルギー U

$$U=\frac{3}{2}nRT$$

n：物質量

R：気体定数

T：絶対温度

熱力学の第 1 法則

$$Q=\Delta U+W$$

Q：気体が吸収した熱量

ΔU：気体の内部エネルギー変化

W：気体が外部にした仕事

第 5 問　光電効果と水素原子　問題

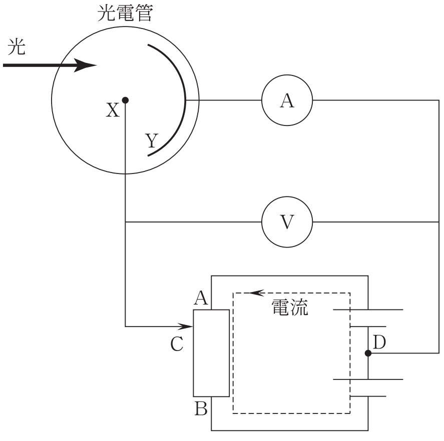
A

問 1　求める**光子のエネルギー**は，次のように計算できる。

$$h\frac{c}{\lambda}=(6.6\times10^{-34})\times\frac{3.0\times10^{8}}{3.0\times10^{-7}}=\underline{6.6\times10^{-19}}\text{ J}$$

$\boxed{1}$ の答　③

問 2　次図のように点 D をとる。電池と抵抗との間には常に電流が流れている。抵抗の接点 C を A 端に近い位置につなぐと，接点 C は点 D よりも高電位になる。したがって，そのとき，電極 Y に対する電極 X の電位(D に対する C の電位)は正 ア になる。



この状態で，エネルギーがある値 (仕事関数) より大きい光子，すなわち波長がある波長 λ_0 (**限界波長**) より短い イ 光を光電管に当てると，Y から光電子が飛び出し，電子は XY 間に生じている電場に引かれて X に達する。その結果，電流計で電流が観測される。そこで，接点 C を B 端の方に移動させていくと，途中で XY 間の電場の向きが逆転するので，Y から飛び出した電子のうち運動エネルギーの小さなものは電場に妨げられて X に達しなくなり，電流計を流れる電流は減少する。Y から飛び出した電子のうちで最も運動エネルギーの大きなものでも X に届かなくなる ウ と電流は 0 になる。

$\boxed{2}$ の答　②

問 3　限界波長が λ_0 なので，電極 Y の仕事関数が E_0 である。したがって，求める**光電子の運動エネルギーの最大値**は，

$$3E_0-E_0=\underline{2E_0}$$

である。

$\boxed{3}$ の答　②

B

問 4　**物質波の波長**の公式のとおり，この電子の物質波の波長は，

$$\underline{\frac{h}{mv}}$$

である。

光子のエネルギー E

$E=h\nu=h\frac{c}{\lambda}$

h：プランク定数
ν：振動数
c：光速
λ：波長

限界波長 λ_0

これよりも長い波長では光電子が飛び出さなくなる波長。この波長の光子のエネルギーが電極の仕事関数に等しい。

$h\frac{c}{\lambda_0}=W$

h：プランク定数
c：光速
W：電極の仕事関数

光電子の運動エネルギーの最大値 K_M

$K_M=E-W$

E：電極に当てる光子のエネルギー
W：電極の仕事関数

物質波の波長 λ_e

$\lambda_e=\frac{h}{mv}$

h：プランク定数
m：粒子の質量
v：粒子の速さ

$\boxed{4}$ の答　①

問 5　円軌道上に定常波が生じるためには，円軌道一周の長さ $2\pi r$ が物質波の波長 λ の自然数倍であればよいので，求める関係式は，

$$\underline{2\pi r = n\lambda}$$

である。

$\boxed{5}$ の答　③

化　　学

【解答・採点基準】　(100点満点)

問題番号	設問	解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	問1	1	2	3	
		2	3	3	
	問2	3	3	4	
	問3	4	3	4	
	問4	5	1	4	
	問5	6	4	3	
		7	2	4	
第1問　自己採点小計				(25)	
第2問	問1	1	1	3	
	問2	2	5	3	
		3	4	4	
	問3	4	5	3	
		5	1	4	
	問4	6	1	4	
	問5	7	2	4	
第2問　自己採点小計				(25)	
第3問	問1	1	1	4	
	問2	2	2	4	
	問3	3	4	4	
	問4	4	3	4	
	問5	5	4	4	
	問6	6	5	4	
第3問　自己採点小計				(24)	
第4問	問1	1	1	3	
	問2	2	1	3	
	問3	3	3	3	
	問4	4	3	3	
	問5	5	3	3	
	問6	6	4	4	
	問7	7	3	4	
	問8	8	6	3	
第4問　自己採点小計				(26)	

問題番号	設問	解答番号	正解	配点	自己採点
第5問	問1	1	1	3	
	問2	2	1	3	
	問3	3	3	3	
	問4	4	3	3	
	問5	5	4	3	
	問6	6	4	4	
	問7	7	4	3	
	問8	8	5	4	
第5問　自己採点小計				(26)	
自己採点合計				(100)	

【解説】

第１問　物質の状態，結晶，気体，溶液　問題

問１　物質の沸点，結晶の分類

a　常温・常圧において②エタノール C_2H_5OH は液体であり，その他は気体である。したがって，エタノールの沸点（78℃）が最も高い。

$\boxed{1}$ …②

b　固体から液体を経ずに，直接気体になる状態変化を昇華という。③二酸化炭素 CO_2 の固体はドライアイスであり，分子結晶に分類され，昇華性をもつ。その他の結晶はそれぞれ，①塩化ナトリウム NaCl，④酸化アルミニウム Al_2O_3，および⑥硝酸銅（Ⅱ）$Cu(NO_3)_2$ はイオン結晶に，②白金 Pt は金属結晶に，⑤黒鉛 C は共有結合の結晶に分類され，いずれも昇華しない。

$\boxed{2}$ …③

問２　理想気体と実在気体

状態方程式 $PV = nRT$ が厳密に成り立つ気体を理想気体といい，1 mol の気体（$n = 1$）の $\dfrac{PV}{RT}$ の値は，常に 1 となる。よって，理想気体は気体 B である。

実在気体は，$\dfrac{PV}{RT}$ の値が常に 1 とはならず，分子量が大きい分子や極性分子などは，分子間力が強くはたらき，この影響が大きい圧力の領域では $\dfrac{PV}{RT}$ の値は 1 より小さくなる。水素 H_2（分子量 2.0）より CO_2（分子量 44）の方が分子間力が強くはたらくので，グラフより気体 C は CO_2，気体 A は H_2 と決まる。よって，③となる。なお，水素 H_2 は，分子間力が極めて小さいため，分子の大きさの影響により $\dfrac{PV}{RT}$ の値は 1 より大きい。

$\boxed{3}$ …③

問３　飽和蒸気圧

350 K における水の飽和蒸気圧は 4.2×10^4 Pa なので，体積 8.3 L の密閉容器に水 H_2O を封入して，温度を 350 K に保ち，気液平衡になったとき，存在する水蒸気の物質量を n〔mol〕とすると，状態方程式より，

$$n\,[\text{mol}] = \frac{4.2\times10^4\ \text{Pa}\times8.3\ \text{L}}{8.3\times10^3\ \text{Pa·L/(K·mol)}\times350\ \text{K}} = 0.12\ \text{mol}$$

よって，$0 < x \leqq 0.12$ mol までは加えた H_2O はすべて気体となるが，$0.12 < x$ では，加えた H_2O の一部が液体になり，気液平衡の状態となるので，水蒸気の圧力は飽和蒸気圧 4.2×10^4 Pa で一定となる。よって，正しいグラフは③となる。

【ポイント】

結晶の性質

金属結晶
　固体でも液体でも電気をよく通す。展性や延性がある。

イオン結晶
　固体では電気を通さないが，融解液，水溶液は電気を通す。

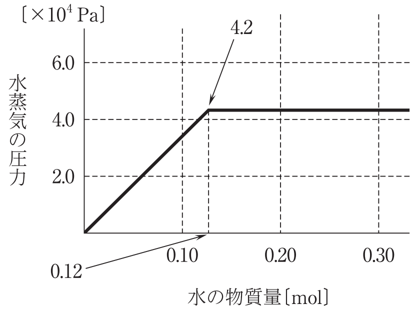
分子結晶
　融点が低く，軟らかい。昇華しやすいものもある。

共有結合の結晶
　融点が高く，黒鉛を除いて非常に硬い。

理想気体
　分子間力がはたらかず，分子自身の体積が 0 と仮定した気体を理想気体という。理想気体の状態方程式が完全に成り立つ。

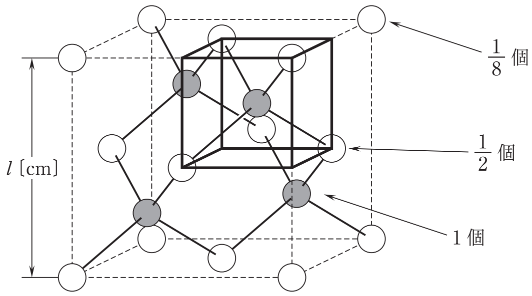
実在気体
　分子間力がはたらき，分子自身の体積があるため，理想気体の状態方程式が厳密には成り立たない。

飽和蒸気圧
　液体とその蒸気が共存して気液平衡の状態にあるとき，蒸気の示す圧力を飽和蒸気圧という。
　温度が一定のとき飽和蒸気圧は一定であり，共存している液体の量や，気体の体積に依存しない。



$\boxed{4}$ …③

問 4　結晶格子



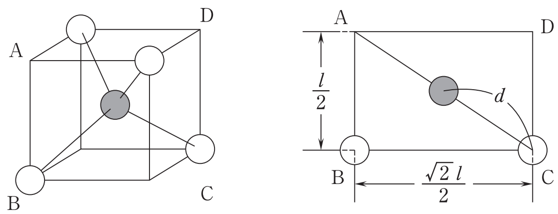
ダイヤモンドの単位格子では，図中の○に位置する C 原子は面心立方格子と同じ配置をとっているので，

$$\frac{1}{8}\times8+\frac{1}{2}\times6=4\text{ 個}$$

また，図中の●は単位格子内部に 4 個含まれる。

したがって，単位格子に含まれる C 原子の数は，○が 4 個と●が 4 個の合計 8 個である。

また，図中の太線で囲まれた立方体では，1 個の炭素原子が 4 個の炭素原子に正四面体形に取り囲まれている。その断面 ABCD は右下図のようになり，C 原子間の距離を d〔cm〕とすると，



単位格子の一辺の長さ l〔cm〕と C 原子間距離 d〔cm〕の関係は，AB：AC＝1：$\sqrt{3}$ より，

$$2d=\sqrt{3}\times\frac{l}{2}\qquad\text{よって，}\ d=\frac{\sqrt{3}}{4}l$$

$\boxed{5}$ …①

問 5　固体の溶解度，溶液の濃度

a　水溶液 X を 20 ℃ に冷却したときに $CuSO_4\cdot5H_2O$ の結晶

が析出し，その結晶は水溶液Yと共存している。したがって，水溶液Yは飽和溶液となっている。

① 正しい。$CuSO_4$ の溶解する量は水(溶媒)の質量に比例するので，水を加えると，析出している $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ が溶解するため，結晶の質量は減少する。

② 正しい。飽和溶液に $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ の結晶を加えても，$CuSO_4 \cdot 5H_2O$ はそれ以上溶解しないので，水溶液Yの質量は変化しない。

③ 正しい。10℃に冷却すると，$CuSO_4$ の溶解度が小さくなるので，析出する $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ の質量は増加する。

④ 誤り。水溶液Yを一部取り出しても，残った水溶液Yの濃度は変化しないので，飽和溶液のままである。よって，$CuSO_4 \cdot 5H_2O$ の結晶の質量は変化しない。

⑤ 正しい。水溶液Xは $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ が析出していないときの水溶液であり，水溶液Yは析出した $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ と共存している水溶液である。したがって，析出した $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ に含まれる水和水の質量だけXよりYの方が水の質量は小さい。

$\boxed{6}$ …④

b 水溶液Yでは，硫酸銅(Ⅱ)五水和物の結晶が共存しているので，飽和溶液になっている。20℃の飽和溶液では，溶解度20より，水100 gあたり $CuSO_4$ が20 g溶解している。したがって，

$$\frac{20\ \mathrm{g}}{100\ \mathrm{g}+20\ \mathrm{g}}\times 100 \fallingdotseq 16.6 \fallingdotseq 17\ \%$$

〔別解〕

20℃に冷却した水溶液Yの質量は，200 gの水溶液Xから50 gの $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ が析出しているので，200 g−50 g＝150 gである。水溶液Yに含まれる $CuSO_4$ の質量を a〔g〕とすると，20℃における溶解度は20なので，

$$\frac{a\,[\mathrm{g}]}{150\ \mathrm{g}} = \frac{20}{100+20}$$

$$a = 25\ \mathrm{g}$$

よって，

$$\frac{25\ \mathrm{g}}{150\ \mathrm{g}}\times 100 \fallingdotseq 16.6 \fallingdotseq 17\ \%$$

$\boxed{7}$ …②

固体の溶解度

一定量の溶媒に溶ける溶質の最大量。固体の溶解度はふつう，「溶媒100 gに溶ける溶質(無水物)の質量〔g〕」で表される。

温度が一定のとき，飽和溶液について，次の式が成り立つ。

$$\frac{溶質の質量}{溶媒の質量} = \frac{溶解度}{100}$$

質量パーセント濃度〔%〕

$$\frac{溶質の質量[\mathrm{g}]}{溶液の質量[\mathrm{g}]}\times 100\ [\%]$$

第2問 電池，電気分解，反応速度，化学平衡，化学反応と熱

問1 電池 問題

一般に，2種類の異なる金属を電解質溶液に浸して導線でつなぐと，イオン化傾向が大きい方の金属が負極，イオン化傾向が小さい方の金属が正極となる電池ができる。正極と負極の電位差を電池の起電力といい，電極に用いる金属のイオン化傾向の差が大きいほど大きくなる。イオン化傾向の大きさは，Zn＞Fe＞Ni＞

電池

負極 外部回路へ電子が流れ出す電極。酸化反応が起こる。

正極 外部回路から電子が流れ込む電極。還元反応が起こる。

Cu なので，Zn と Cu を用いた①の起電力が最も大きくなる。①はダニエル電池であり，負極，正極での反応は次のように表される。

負極　$Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2e^-$

正極　$Cu^{2+} + 2e^- \longrightarrow Cu$

$\boxed{1}$…①

問2　電気分解

a

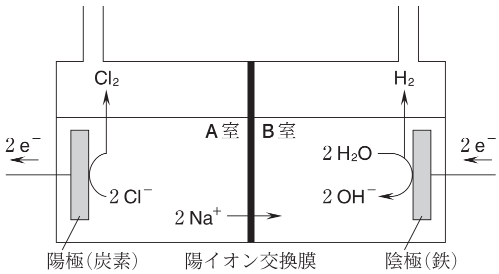


図2

①　正しい。B室の陰極では還元反応が起こる。なお，A室の陽極では酸化反応が起こる。

②　正しい。電気分解を行う際，正極と接続した電極を陽極という。なお，負極と接続した電極を陰極という。

③　正しい。陽極では塩化物イオンが酸化されて塩素が発生する。

陽極　$2Cl^- \longrightarrow Cl_2 + 2e^-$

④　正しい。陰極では水が還元されて，水素が発生する。

陰極　$2H_2O + 2e^- \longrightarrow H_2 + 2OH^-$　……(1)

⑤　誤り。陽イオン交換膜を通じて，ナトリウムイオンがA室からB室に移動するので，B室の水溶液中のナトリウムイオン濃度は大きくなる。

なお，電気分解全体の反応式は次のようになり，NaOH はB室に生成する。

$$2NaCl + 2H_2O \longrightarrow Cl_2 + H_2 + 2NaOH$$

$\boxed{2}$…⑤

b　(1)式より，1 mol の電子が流れると，陰極では 1 mol の水酸化物イオン OH^- が生成する。ここでは，流れた電気量は 9.65×10^3 C なので，生成する水酸化物イオンの物質量は，

$$\frac{9.65\times10^3\ \mathrm{C}}{9.65\times10^4\ \mathrm{C/mol}} = 0.100\ \mathrm{mol}$$

B室には 0.10 mol/L の水酸化ナトリウム水溶液 1.0 L が入っていたので，電気分解後のB室の電解液の水酸化物イオン濃度は，

$$[OH^-] = \frac{(0.10+0.10)\ \mathrm{mol}}{1.0\ \mathrm{L}} = 0.20\ \mathrm{mol/L}$$

よって，水素イオン濃度は，

電気分解

陽極…外部電源の正極とつないだ電極。酸化反応が起こる。

1．電極が Cu や Ag のとき
・Cu や Ag がイオンになり電極は溶解する。

2．電極が C や Pt のとき
・ハロゲン化物イオンがあれば，ハロゲン化物イオンが酸化され，ハロゲンの単体が生成する。
$2Cl^- \longrightarrow Cl_2 + 2e^-$
・ハロゲン化物イオンがないとき，H_2O（電解液が中性，酸性のとき）や OH^-（電解液が塩基性のとき）が酸化されて O_2 が発生する。

陰極…外部電源の負極とつないだ電極。還元反応が起こる。

1．電解液中の Ag^+ や Cu^{2+} が還元され，Ag や Cu が析出する。

2．H_2O（電解液が中性，塩基性のとき）や H^+（電解液が酸性のとき）が還元され，H_2 が発生する。

$$[\mathrm{H^+}] = \frac{K_\mathrm{W}}{[\mathrm{OH^-}]} = \frac{1.0\times10^{-14}\ (\mathrm{mol/L})^2}{0.20\ \mathrm{mol/L}}$$

$$= 2.0^{-1}\times10^{-13}\ \mathrm{mol/L}$$

pH は，

$$\mathrm{pH} = -\log_{10}(2.0^{-1}\times10^{-13})$$

$$= 13+\log_{10}2 = 13.3$$

$\boxed{3}$ …④

問 3　反応速度，化学平衡

a　温度を下げると，高いエネルギーをもつ分子の数が減少し，活性化状態に達する粒子の数が減少するため，反応速度は小さくなる。よって，正反応，逆反応ともに反応速度は小さくなる。

$\boxed{4}$ …⑤

b　①　誤り。温度が高くなると平衡は吸熱方向に移動する。四酸化二窒素 N_2O_4 の分解反応は吸熱反応なので，平衡は二酸化窒素 NO_2 が生成する方向に移動するため， NO_2 の物質量は増加する。

②　正しい。圧縮すると，気体の総物質量が減少する方向に平衡が移動する。よって，平衡は N_2O_4 が生成する方向に移動するため，NO_2 の物質量は減少する。

③　正しい。体積を一定に保ち N_2O_4 を加えると，N_2O_4 の濃度の増加をやわらげる方向に平衡が移動する。よって，N_2O_4 が減少する方向に平衡が移動するため，NO_2 の物質量は増加する。

④　正しい。温度，体積を一定に保ちアルゴン Ar を加えると，全圧は大きくなるが，N_2O_4，NO_2 の分圧は変化しないので，平衡は移動しない。したがって，NO_2 の物質量は変化しない。

なお，温度，圧力を一定に保って，アルゴンを加えると，気体の体積が大きくなり，N_2O_4，NO_2 の分圧は小さくなるので，平衡にかかわる気体の総物質量が大きくなる方向に平衡が移動する。よって，平衡は，NO_2 が生成する方向に移動するため，NO_2 の物質量は増加する。

$\boxed{5}$ …①

ルシャトリエの原理

一般に，平衡が成立しているときの条件を変えると，その条件変化による影響を緩和する方向に平衡が移動する。

- 温度を上げると，吸熱反応の方向に平衡は移動する。
- 圧縮することにより，圧力を大きくすると，気体の総分子数(総物質量)が減少する方向に平衡は移動する。
- 物質の濃度を大きくすると，その物質が反応して減少する方向に平衡は移動する。

問 4　電離平衡

濃度 C〔mol/L〕の酢酸水溶液における酢酸の電離度を α とすると，酢酸の電離平衡は次のように表すことができる。

	CH_3COOH	$\rightleftarrows$	CH_3COO^-	+	H^+
電離前	C		0		0
変化量	$-C\alpha$		$+C\alpha$		$+C\alpha$
平衡時	$C(1-\alpha)$		$C\alpha$		$C\alpha$〔mol/L〕

したがって，電離定数 K_a は次式で表される。

$$K_\mathrm{a} = \frac{[\mathrm{CH_3COO^-}][\mathrm{H^+}]}{[\mathrm{CH_3COOH}]} = \frac{C\alpha\times C\alpha}{C(1-\alpha)} = \frac{C\alpha^2}{1-\alpha}$$

電離度 α が 1 に比べて著しく小さいので，$1-\alpha\fallingdotseq1$ と見なすこ

弱酸の水素イオン濃度

濃度 C〔mol/L〕の弱酸 HA の水溶液において，電離度 α とすると，

	HA	$\rightleftarrows$	H^+	+	A^-	
平衡	$C(1-\alpha)$		$C\alpha$		$C\alpha$	〔mol/L〕

HA の電離度が小さく，$1\gg\alpha$ とみなせるときは，

$$K_\mathrm{a} = \frac{[\mathrm{A^-}][\mathrm{H^+}]}{[\mathrm{HA}]} = \frac{C\alpha^2}{1-\alpha} = C\alpha^2$$

$$[\mathrm{H^+}] = C\alpha = C\sqrt{\frac{K_\mathrm{a}}{C}}$$

$$= \sqrt{CK_\mathrm{a}}\ \text{〔mol/L〕}$$

とができる。

$$K_a = C\alpha^2,\ \alpha > 0\ より,\ \alpha = \sqrt{\frac{K_a}{C}}$$

ここでは,

$C = 0.20\ \mathrm{mol/L}$, $K_a = 2.0 \times 10^{-5}\ \mathrm{mol/L}$ より,

$$\alpha = \sqrt{\frac{2.0 \times 10^{-5}\ \mathrm{mol/L}}{0.20\ \mathrm{mol/L}}} = 0.010$$

$\boxed{6}$ …①

問 5　化学反応と熱

問題では,次の熱化学方程式が与えられている。

$$\mathrm{NaOH\ aq} + \mathrm{C_6H_5OH\ aq} = \mathrm{C_6H_5ONa\ aq} + \mathrm{H_2O}(液) + 33.1\ \mathrm{kJ} \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\mathrm{H^+\ aq} + \mathrm{OH^-\ aq} = \mathrm{H_2O}(液) + 56.5\ \mathrm{kJ} \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\mathrm{C_6H_5OH\ aq} = \mathrm{C_6H_5O^-\ aq} + \mathrm{H^+\ aq} + Q\,[\mathrm{kJ}] \quad \cdots\cdots(3)$$

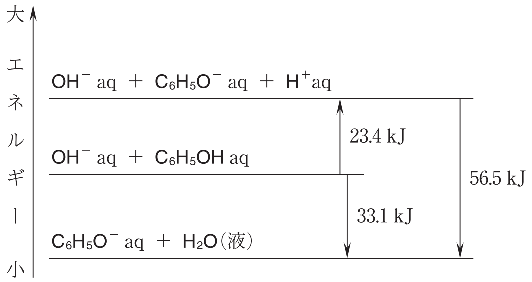
水酸化ナトリウム,ナトリウムフェノキシドは,水溶液中で完全に電離していると見なせるので,(1)式の反応は,次の(4)式で表すことができる。

$$\mathrm{OH^-\ aq} + \mathrm{C_6H_5OH\ aq} = \mathrm{C_6H_5O^-\ aq} + \mathrm{H_2O}(液) + 33.1\ \mathrm{kJ} \quad \cdots\cdots(4)$$

(3)式＝(4)式－(2)式なので,

$$Q = 33.1\ \mathrm{kJ} - 56.5\ \mathrm{kJ} = -23.4\ \mathrm{kJ}$$

なお,これらの関係は次のエネルギー図で表される。



$\boxed{7}$ …②

中和熱

水溶液中で酸と塩基から $\mathrm{H_2O}$ 1 mol が生成するとき発生する熱量を中和熱という。強酸と強塩基の中和熱の値は,酸,塩基の種類にかかわらず,ほぼ 56.5 kJ/mol である。

$$\mathrm{H^+\ aq} + \mathrm{OH^-\ aq} = \mathrm{H_2O}(液) + 56.5\ \mathrm{kJ}$$

第 3 問　無機物質　問題

問 1　物質の組成

①　水晶は二酸化ケイ素 $\mathrm{SiO_2}$ の結晶である。

②　過リン酸石灰は,リン酸二水素カルシウム $\mathrm{Ca(H_2PO_4)_2}$ と硫酸カルシウム $\mathrm{CaSO_4}$ の混合物であり,リン酸カルシウム $\mathrm{Ca_3(PO_4)_2}$ を硫酸で処理すると得られる。

$$\mathrm{Ca_3(PO_4)_2} + 2\,\mathrm{H_2SO_4} \longrightarrow \mathrm{Ca(H_2PO_4)_2} + 2\,\mathrm{CaSO_4}$$

③　ミョウバンは,組成式 $\mathrm{AlK(SO_4)_2 \cdot 12\,H_2O}$ で表され,硫酸アルミニウム $\mathrm{Al_2(SO_4)_3}$ と硫酸カリウム $\mathrm{K_2SO_4}$ の混合水溶液を濃縮すると得られる結晶である。

④　サファイアは，酸化アルミニウム Al_2O_3 を主成分とする結晶であり，微量の Fe や Ti も含まれる。

⑤トタンは，鉄 Fe に亜鉛 Zn をめっきしたものである。

以上より，金属元素を含まないものは，①水晶である。

$\boxed{1}$ …①

問 2　酸化還元反応

①　酸化マンガン(Ⅳ)に濃塩酸を加えて加熱すると，次の反応により黄緑色の塩素が発生する。

$$MnO_2 + 4HCl \longrightarrow MnCl_2 + 2H_2O + Cl_2$$

この反応では，Mn 原子の酸化数が +4 から +2 に変化しており，MnO_2 は還元されている。

②　一酸化窒素は空気に触れると，次の反応により赤褐色の二酸化窒素に変化する。

$$2NO + O_2 \longrightarrow 2NO_2$$

この反応では，N 原子の酸化数が +2 から +4 に変化しており，NO は酸化されている。

③　銅に濃硫酸を加えて加熱すると，次の反応により無色の二酸化硫黄が発生する。

$$Cu + 2H_2SO_4 \longrightarrow CuSO_4 + 2H_2O + SO_2$$

この反応では，S 原子の酸化数が +6 から +4 に変化しており，H_2SO_4 は還元されている。

④　過酸化水素水に二酸化硫黄を通じると，硫酸が生じて水溶液は強い酸性を示す。

$$H_2O_2 + SO_2 \longrightarrow H_2SO_4$$

この反応では，H_2O_2 の O 原子の酸化数が −1 から −2 に変化しており，H_2O_2 は還元されている。

⑤　硫化水素水に二酸化硫黄を通じると，硫黄の単体が生じて水溶液が白濁する。

$$2H_2S + SO_2 \longrightarrow 3S + 2H_2O$$

この反応では，SO_2 の S 原子の酸化数が +4 から 0 に変化しており，SO_2 は還元されている。

$\boxed{2}$ …②

問 3　炭素とケイ素

①　正しい。炭素の同素体には，ダイヤモンド，黒鉛，フラーレン C_{60} などがあり，フラーレン C_{60} は，次に示す球形の分子である。

酸化と還元

	酸　化	還　元
O 原子	結びつく	失う
H 原子	失う	結びつく
電　子	失う	得る
酸化数	増加する	減少する

酸化数の決め方

単体中の原子の酸化数は 0 とする。

化合物を構成している原子の酸化数の総和は 0 とし，次の原子の酸化数を基準にして決める。

H やアルカリ金属原子：+1

2 族の原子：+2

O 原子：通常 −2（H_2O_2 では −1）

同素体

同じ元素からなる単体で，性質の異なるものを互いに同素体という。

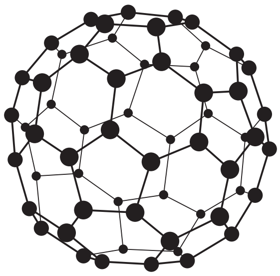
炭素の同素体

ダイヤモンド

黒鉛（グラファイト）

フラーレン；C_{60} など

無定形炭素；木炭，活性炭，コークス，炭素繊維など



② 正しい。ケイ素 Si の単体は，ダイヤモンドと同じ正四面体の繰り返し構造をもつ共有結合の結晶である。ケイ素は導体と絶縁体の中間の電気伝導性をもち，半導体としての性質を示す。

③ 正しい。地殻中に存在する元素は，多い順(質量パーセント)に，酸素 O＞ケイ素 Si＞アルミニウム Al＞鉄 Fe＞……である。

④ 誤り。炭素の酸化物には，二酸化炭素 CO_2 と一酸化炭素 CO があり，一酸化炭素は，水に溶けにくい無色・無臭の有毒な気体である。

なお，二酸化炭素は，無色・無臭の気体であり，水に少し溶ける。

⑤ 正しい。ケイ酸ナトリウム Na_2SiO_3 に水を加えて加熱すると，水ガラスとよばれる粘性の大きい液体が得られる。

$\boxed{3}$ …④

問 4　無機物質の工業的製法

① 正しい。硫酸は，工業的には接触法によって，次のようにつくられる。

酸化バナジウム(Ⅴ) V_2O_5 を触媒として，二酸化硫黄を酸素で酸化する。生じた三酸化硫黄を濃硫酸に吸収させて発煙硫酸とし，これを希硫酸で薄めて濃硫酸がつくられる。

$$2SO_2 + O_2 \longrightarrow 2SO_3$$

$$SO_3 + H_2O \longrightarrow H_2SO_4$$

② 正しい。炭酸ナトリウムは，工業的にはアンモニアソーダ法(ソルベー法)によって，次のようにつくられる。

塩化ナトリウムの飽和水溶液にアンモニアを吸収させた後，二酸化炭素を通じると，比較的溶解度の小さい炭酸水素ナトリウムが沈殿する。次に，炭酸水素ナトリウムを加熱すると，炭酸ナトリウムが得られる。

$$NaCl + NH_3 + CO_2 + H_2O \longrightarrow NaHCO_3 + NH_4Cl$$

$$2NaHCO_3 \longrightarrow Na_2CO_3 + H_2O + CO_2$$

③ 誤り。純度の高い銅の単体を得るには，電解精錬が利用される。

陽極に粗銅，陰極に純銅，電解液に硫酸銅(Ⅱ) $CuSO_4$ の希硫酸溶液を用いて電気分解すると，陽極の粗銅は溶け出し，陰極で

工業的製法

硫酸…接触法

アンモニア…ハーバー・ボッシュ法

硝酸…オストワルト法

炭酸ナトリウム…アンモニアソーダ法(ソルベー法)

銅…粗銅と純銅を電極とした硫酸銅(Ⅱ)水溶液の電気分解

アルミニウム…酸化アルミニウムの融解塩電解

鉄…鉄鉱石(鉄の酸化物)の還元

銅が析出する。

陽極(粗銅)　$Cu \longrightarrow Cu^{2+} + 2e^-$

陰極(純銅)　$Cu^{2+} + 2e^- \longrightarrow Cu$

粗銅に含まれる不純物のうち，銅よりイオン化傾向の大きい金属(亜鉛，ニッケルなどの金属)は銅とともにイオンになって溶け出し，銅よりイオン化傾向の小さい金属(金，銀などの金属)は単体のまま陽極の下に沈殿する(陽極泥)。

④　正しい。アルミニウムの単体は，ボーキサイトを精製して得られる酸化アルミニウム(アルミナ) Al_2O_3 を，炭素を電極として融解塩電解すると得られる。

陽極　$C + O^{2-} \longrightarrow CO + 2e^-$

または，

$C + 2O^{2-} \longrightarrow CO_2 + 4e^-$

陰極　$Al^{3+} + 3e^- \longrightarrow Al$

なお，アルミナは融点が約 2000 ℃ と高いので，融解した氷晶石 Na_3AlF_6 (融点約 1000 ℃)にアルミナを溶かして電気分解する。

⑤　正しい。鉄の単体は，鉄鉱石(鉄の酸化物 Fe_2O_3，Fe_3O_4 など)を，溶鉱炉(高炉)内でコークス(炭素) C や一酸化炭素 CO で還元して得られる。

$Fe_2O_3 + 3CO \longrightarrow 2Fe + 3CO_2$　など

溶鉱炉で得られる鉄は銑鉄といい，約 4 % の炭素などの不純物が含まれ，もろい。銑鉄を転炉に移し，酸素を吹き込み，炭素含有量を減らすと，硬くて強い鋼が得られる。

$\boxed{4}$ …③

問 5　沈殿の溶解

①　硝酸銀 $AgNO_3$ 水溶液にアンモニア水を加えると，酸化銀の褐色沈殿が生じる。

$2Ag^+ + 2OH^- \longrightarrow Ag_2O + H_2O$

さらに，アンモニア水を過剰に加えると，ジアンミン銀(Ⅰ)イオンとなって沈殿が溶ける。

$Ag_2O + H_2O + 4NH_3 \longrightarrow 2[Ag(NH_3)_2]^+ + 2OH^-$

②　塩化亜鉛 $ZnCl_2$ 水溶液に水酸化ナトリウム水溶液を加えると，水酸化亜鉛の白色沈殿が生じる。

$Zn^{2+} + 2OH^- \longrightarrow Zn(OH)_2$

さらに，水酸化ナトリウム水溶液を過剰に加えると，テトラヒドロキシド亜鉛(Ⅱ)酸イオンとなって沈殿が溶ける。

$Zn(OH)_2 + 2OH^- \longrightarrow [Zn(OH)_4]^{2-}$

③　硫酸銅(Ⅱ) $CuSO_4$ 水溶液に希塩酸を加えても，沈殿は生じない。

④　水酸化カルシウム $Ca(OH)_2$ 水溶液に炭酸アンモニウム $(NH_4)_2CO_3$ 水溶液を加えると，炭酸カルシウムの白色沈殿が生じ

OH^- で沈殿するイオン

アルカリ金属およびアルカリ土類金属以外の金属イオン。

$Zn(OH)_2$，$Cu(OH)_2$，Ag_2O は過剰の NH_3 水に溶ける。

両性元素の水酸化物 ($Al(OH)_3$，$Zn(OH)_2$ など)は，過剰の NaOH 水溶液に溶ける。

Cl^- で沈殿するイオン

Ag^+，Pb^{2+}

AgCl は過剰の NH_3 水に，$PbCl_2$ は熱湯に溶ける。

CO_3^{2-} で沈殿するイオン

Ca^{2+}，Ba^{2+} など

Al^{3+} を含む沈殿と沈殿の溶解

$$Al^{3+} \underset{H^+}{\overset{OH^-}{\rightleftarrows}} \underset{\text{白色沈殿}}{Al(OH)_3} \underset{H^+}{\overset{OH^-}{\rightleftarrows}} [Al(OH)_4]^-$$

る。

$$Ca^{2+} + CO_3^{2-} \longrightarrow CaCO_3$$

さらに，炭酸アンモニウム水溶液を過剰に加えても，沈殿は溶解しない。

⑤　テトラヒドロキシドアルミン酸ナトリウム $Na[Al(OH)_4]$ 水溶液に希塩酸を加えると，水酸化アルミニウムの白色沈殿が生じる。

$$[Al(OH)_4]^- + H^+ \longrightarrow Al(OH)_3 + H_2O$$

さらに，希塩酸を過剰に加えると，アルミニウムイオンとなって沈殿が溶ける。

$$Al(OH)_3 + 3\,H^+ \longrightarrow Al^{3+} + 3\,H_2O$$

以上より，A欄に示す水溶液に，B欄に示す水溶液を少量加えると沈殿が生じ，さらにB欄に示す水溶液を過剰に加えても，生じた沈殿が溶解しない組合せは，④である。

$\boxed{5}$ …④

問6　カルシウム

カルシウムを水に加えると，水素を発生しながら溶ける。

$$Ca + 2\,H_2O \longrightarrow Ca(OH)_2 + H_2 \qquad \cdots\cdots(1)$$

水に溶かしたカルシウム Ca (40 g/mol) を x [g] とすると，(1)式の反応により，$\dfrac{x}{40}$ [mol] の水酸化カルシウム $Ca(OH)_2$ が得られる。これを，0.10 mol/L の塩酸 15 mL で中和している。HCl は 1 価の酸，$Ca(OH)_2$ は 2 価の塩基なので，

$$1 \times 0.10\ \mathrm{mol/L} \times \frac{15}{1000}\ \mathrm{L} = 2 \times \frac{x}{40}\ [\mathrm{mol}]$$

$$x = 0.030\ \mathrm{g}$$

中和反応の量的関係
(酸の価数)×(酸の物質量)
　＝(塩基の価数)×(塩基の物質量)

$\boxed{6}$ …⑤

第4問　有機化合物，天然有機化合物

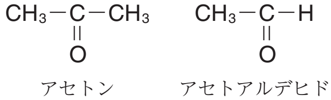
問題

問1　異性体

分子式が同じで構造が異なる化合物を，互いに異性体という。

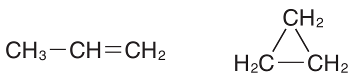
異性体　分子式が同じで構造が異なる化合物。
構造異性体　構造式の異なる異性体。
立体異性体　原子の結合順序と結合の種類は同じであるが，立体構造が異なる異性体。幾何異性体や光学異性体がある。

①　分子式はアセトンが C_3H_6O，アセトアルデヒドが C_2H_4O なので，異性体ではない。これが正解である。



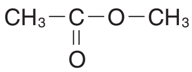
アセトン　　アセトアルデヒド

②　分子式はいずれも C_3H_6 である。炭素数が 3 以上のアルケンには，異性体としてシクロアルカンが存在する。

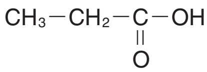


プロペン　　シクロプロパン

③　分子式はいずれも $C_3H_6O_2$ である。

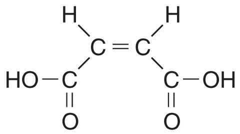


酢酸メチル

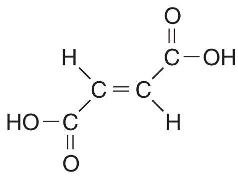


プロピオン酸

④　分子式はいずれも $C_4H_4O_4$ である。マレイン酸とフマル酸は幾何異性体(シス-トランス異性体)である。

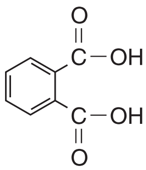


マレイン酸

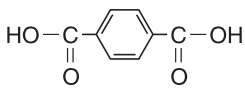


フマル酸

⑤　分子式はいずれも $C_8H_6O_4$ である。フタル酸とテレフタル酸は，芳香族ジカルボン酸で，カルボキシ基の位置が異なる。



フタル酸



テレフタル酸

$\boxed{1}$ …①

問 2　有機化合物の反応

①　誤り。酢酸カルシウムを空気を断って加熱(乾留)すると分解し，アセトンができる。

$$(CH_3COO)_2Ca \longrightarrow CaCO_3 + CH_3COCH_3$$

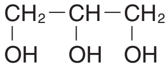
なお，メタンは，酢酸ナトリウムに水酸化ナトリウムを加えて加熱すると得られる。

$$CH_3COONa + NaOH \longrightarrow Na_2CO_3 + CH_4$$

②　正しい。アセチレンは，赤熱した鉄に触れると，3 分子が重合してベンゼンになる。

$$3\,CH\equiv CH \longrightarrow C_6H_6$$

③　正しい。グリセリンは 1,2,3-プロパントリオールともいい，分子式 $C_3H_8O_3$ で，分子中にヒドロキシ基を 3 個もつ 3 価アルコールである。油脂はグリセリンと高級脂肪酸のエステルであり，油脂を加水分解すると，グリセリンが得られる。



グリセリン

④　正しい。無水酢酸 $(CH_3CO)_2O$ は酢酸 2 分子から水 1 分子がとれて縮合した構造の化合物である。水には溶けにくいが，水と徐々に反応して酢酸になる。

価数によるアルコールの分類

分子中のヒドロキシ基の数によって 1 価アルコール，2 価アルコール，3 価アルコールなどに分類される。

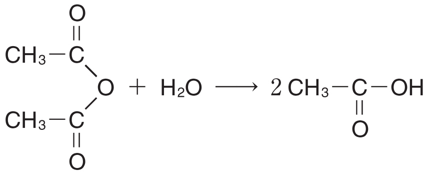
1 価アルコール　メタノール，エタノールなど

2 価アルコール　エチレングリコールなど

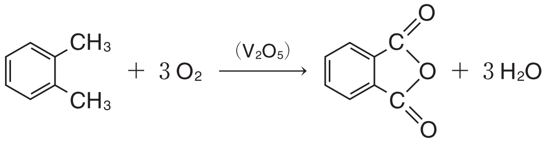
3 価アルコール　グリセリンなど

酸無水物

2 個のカルボキシ基から水 1 分子がとれた構造をもつ化合物。



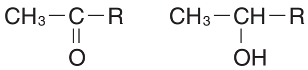
⑤　正しい。o-キシレンを酸化バナジウム(Ⅴ) V_2O_5 を触媒にして高温で空気酸化すると，無水フタル酸になる。



2 …①

問 3　ヨードホルム反応

次の構造をもつ化合物に，ヨウ素と水酸化ナトリウム水溶液を加えて温めると，ヨードホルム CHI_3 の黄色沈殿が生成する。この反応は，ヨードホルム反応とよばれる。



(R は炭化水素基または H)

①～⑤のうち，上記の構造をもつ化合物は③(2-ブタノール)である。

3 …③

問 4　芳香族化合物の構造

記述**ア**～**ウ**から，次のことがわかる。

ア　生じた CO_2 (44 g/mol) と H_2O (18 g/mol) の物質量の比(CO_2：H_2O)は，

$$\frac{30.8\times10^{-3}\ \mathrm{g}}{44\ \mathrm{g/mol}} : \frac{7.2\times10^{-3}\ \mathrm{g}}{18\ \mathrm{g/mol}} = 7 : 4$$

したがって，X を構成する C と H の個数の比は，7：8 である。これに合致するのは，①，③，④である。

イ　分子内にヒドロキシ基を一つもつ物質 1 mol が Na と反応すると，0.5 mol の H_2 が発生する。

$$2\,R{-}OH + 2\,Na \longrightarrow 2\,R{-}ONa + H_2$$

(R：炭化水素基)

1 mol の X から 1 mol の H_2 が発生していることから，X はヒドロキシ基を 2 つもつ。これに合致するのは，②，③，⑥である。したがって，X は③と決まる。

ウ　フェノール類に塩化鉄(Ⅲ)水溶液を加えると呈色する。フェノール類であるものは，①，②，③，④である。

なお，X はサリチルアルコールとよばれ，グルコースと縮合した化合物としてヤナギの樹皮などに含まれ，酸化するとサリチル酸になる。

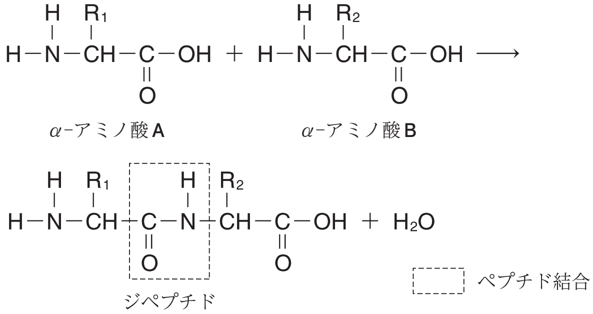
フェノール類

ベンゼン環の炭素原子にヒドロキシ基が直接結合した化合物。塩化鉄(Ⅲ)水溶液を加えると青紫～赤紫色に呈色する。

$\boxed{4}$ …③

問５　天然有機化合物

① 正しい。アミノ酸のカルボキシ基とアミノ基との間で脱水縮合してできた $-CO-NH-$ の結合をペプチド結合という。タンパク質は，α-アミノ酸がペプチド結合で多数縮合してできたポリペプチドを基本構造としている。なお，$-CO-NH-$ は一般にアミド結合といい，特にアミノ酸どうしのアミド結合をペプチド結合とよぶ。



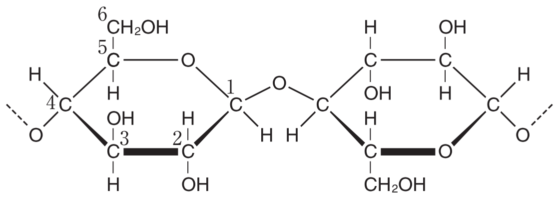
α-アミノ酸 A　　α-アミノ酸 B

ジペプチド　　ペプチド結合

② 正しい。アルブミンなど水溶性のタンパク質が水に溶けるとコロイド溶液になる。このコロイドは親水コロイドで，多量の電解質を加えると塩析により沈殿する。

③ 誤り。グルコースは，水溶液中で１種類の鎖状構造と２種類の環状構造が平衡状態で存在するが，このうちの鎖状構造にはアルデヒド基があるので還元性を示す。しかし，グルコースとフルクトースが還元性を示す部分で結合した構造のスクロースや，α-グルコースが還元性を示す部分で多数縮合した構造のデンプンは還元性を示さない。

④ 正しい。セルロースは，β-グルコースが１位の C のヒドロキシ基と別の β-グルコースの４位の C のヒドロキシ基との間で脱水縮合して次々と結びついた構造をとっている。



⑤ 正しい。アミラーゼ，マルターゼなどの酵素は生体内ではたらく触媒で，おもにタンパク質からできている。したがって，高温などのタンパク質が変性する条件では，そのはたらきを失う。

$\boxed{5}$ …③

問６　糖類とアルコール発酵

マルトース $C_{12}H_{22}O_{11}$ (342 g/mol) は α-グルコース２分子が縮合した二糖類であり，加水分解によって，マルトース１分子から

α-アミノ酸

分子中にカルボキシ基 $-COOH$ とアミノ基 $-NH_2$ をもつ化合物をアミノ酸といい，特にカルボキシ基とアミノ基が同じ炭素原子に結合しているアミノ酸を α-アミノ酸という。

タンパク質

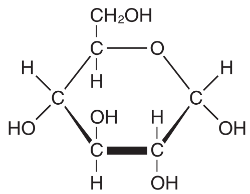
α-アミノ酸がペプチド結合で多数結合した化合物。

糖類

一般式 $C_m(H_2O)_n$ で表され，多数のヒドロキシ基をもつ化合物。

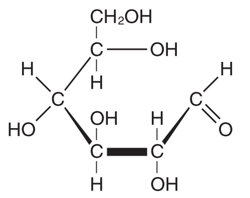
グルコースの３つの構造

グルコースは水溶液中で，次の３つの構造が平衡状態で存在する。３種類のうち，鎖状構造にはアルデヒド基があるので，グルコースは水溶液中で還元性を示す。

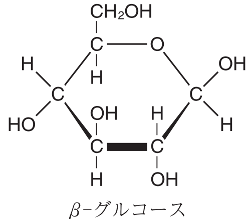


α-グルコース

⇅



⇅



β-グルコース

グルコース2分子が生じる。

$$C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \longrightarrow 2\,C_6H_{12}O_6$$

グルコースは，酵母菌がもつ酵素群チマーゼによってエタノール C_2H_5OH (46 g/mol) と二酸化炭素に分解される。これをアルコール発酵という。

$$C_6H_{12}O_6 \longrightarrow 2\,C_2H_5OH + 2\,CO_2$$

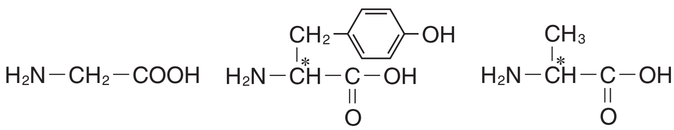
したがって，1 mol のマルトースから 4 mol のエタノールが得られる。マルトース 34.2 g から得られるエタノールの質量は，

$$46\ \text{g/mol} \times \frac{34.2\ \text{g}}{342\ \text{g/mol}} \times 4 = 18.4\ \text{g}$$

$\boxed{6}$ …④

問7　アミノ酸，ペプチド

① 正しい。グリシンを除く α-アミノ酸には不斉炭素原子があるので，光学異性体が存在する。



（C^*：不斉炭素原子）

グリシン　　チロシン　　アラニン

② 正しい。アミノ酸にニンヒドリン水溶液を加えて加温すると，紫色に呈色する。この反応はニンヒドリン反応とよばれる。この反応は，ペプチドやタンパク質の検出反応としても用いられる。

③ 誤り。硫黄が含まれると，この操作により硫化鉛(Ⅱ) PbS の黒色沈殿が生じる。グリシン，チロシン，アラニンは，いずれも構成元素として S を含まないので，トリペプチド **X** から，黒色の沈殿は生成しない。

④ 正しい。この反応はキサントプロテイン反応とよばれ，チロシンやフェニルアラニンのベンゼン環がニトロ化されて呈色する。トリペプチド **X** には，チロシンのベンゼン環が含まれるので，橙黄色に呈色する。

⑤ 正しい。この反応はビウレット反応とよばれ，アミノ酸3分子以上からなるペプチドやタンパク質が銅(Ⅱ)イオンとの間で錯イオンを形成して呈色する。

$\boxed{7}$ …③

問8　核酸

五炭糖(ペントース)であるリボースまたはデオキシリボースとアデニンなどの有機塩基(核酸塩基)が結合したものをヌクレオシドといい，ヌクレオシドに$_{ア}$<u>リン酸</u>が結合したものを$_{イ}$<u>ヌクレオチド</u>という。核酸は，ヌクレオチドどうしが糖の $-OH$ とリン酸の $-OH$ で脱水縮合した構造のポリヌクレオチドである。

タンパク質の検出反応

ビウレット反応

水酸化ナトリウム水溶液と硫酸銅(Ⅱ)水溶液を加えると赤紫色を呈する。アミノ酸3分子以上からなるペプチドで呈色する。

キサントプロテイン反応

濃硝酸を加えて加熱後，塩基を加えると橙黄色になる。フェニルアラニンやチロシンに含まれるベンゼン環のニトロ化によって呈色する。

硫黄の検出

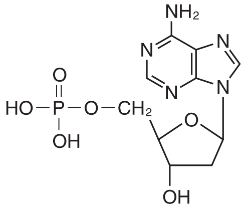
水酸化ナトリウム水溶液を加えて加熱後，中和し，酢酸鉛(Ⅱ)水溶液を加えると黒色沈殿 PbS を生じる。硫黄から硫化鉛(Ⅱ)が生成するためで，硫黄を含むアミノ酸にはシステインなどがある。

ニンヒドリン反応

ニンヒドリン水溶液を加えて加温すると，赤紫～青紫色を呈する。アミノ基による反応で，アミノ酸も呈色する。

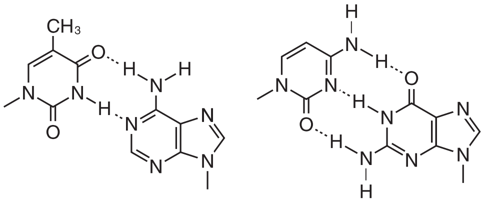
核酸

リン酸，五炭糖，核酸塩基からなるヌクレオチドが多数結合した化合物。DNA と RNA がある。



ヌクレオチドの例(塩基がアデニン，五炭糖がデオキシリボース)

核酸のうち，DNA は 2 本の分子間のアデニン(A)とチミン(T)，グアニン(G)とシトシン(C)との間で ウ水素結合をつくり，二重らせん構造をつくっている。



T　　A　　C　　G

二重らせんをつくっている水素結合(図中の…)

なお，ジスルフィド結合は硫黄原子間の S−S 結合で，タンパク質の分子間や分子内で，システインによって形成される。

$\boxed{8}$ …⑥

第 5 問　有機化合物，合成高分子化合物　問題

第 4 問 問 1 ～問 4　に同じである。

問 5　合成高分子化合物と重合反応

一般に，分子量が 1 万を超えるような物質を高分子化合物といい，多くの場合，分子量の小さい低分子量の化合物が多数結合した構造をとっている。この低分子量の化合物を単量体(モノマー)，重合してできた高分子化合物を重合体(ポリマー)という。①～⑤の高分子化合物のうち，単量体がアミド結合によって重合した化合物はナイロン 66 (6,6−ナイロン)である。ナイロン 66 は，ヘキサメチレンジアミンとアジピン酸がアミド結合によって縮合重合してできる。

$$n\,H_2N\text{-}(CH_2)_6\text{-}NH_2 + n\,HO\text{-}\underset{\underset{O}{\|}}{C}\text{-}(CH_2)_4\text{-}\underset{\underset{O}{\|}}{C}\text{-}OH$$

ヘキサメチレンジアミン　　アジピン酸

$$\longrightarrow \left[\text{-}HN\text{-}(CH_2)_6\text{-}NH\text{-}\underset{\underset{O}{\|}}{C}\text{-}(CH_2)_4\text{-}\underset{\underset{O}{\|}}{C}\text{-}\right]_n + 2n\,H_2O$$

ナイロン 66

①ポリプロピレン，②ポリスチレン，③ポリアクリロニトリル

高分子化合物

単量体　高分子化合物を形成する低分子量の化合物。

重合体　単量体が多数重合してできた高分子化合物。

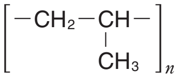
重合

単量体が多数結合して高分子化合物が生成する反応を重合という。

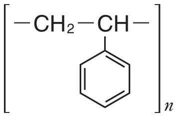
付加重合　C=C や C≡C をもつ分子の間で次々と付加反応が起こり，高分子化合物ができる反応。

縮合重合　水などの簡単な分子がとれる縮合によって，分子どうしが重合し，高分子化合物ができる反応。

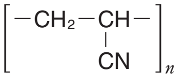
は，いずれも単量体の付加重合によってつくられる。⑤フェノール樹脂は，フェノールとホルムアルデヒドの付加縮合でつくられる高分子化合物である。



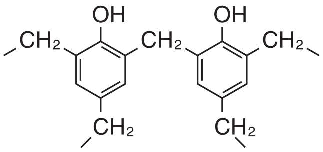
ポリプロピレン



ポリスチレン



ポリアクリロニトリル

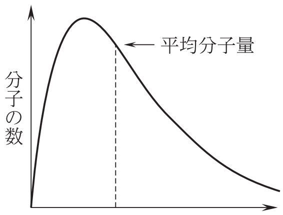


フェノール樹脂

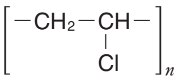
$\boxed{5}$ …④

問6　合成高分子化合物

①　正しい。単量体が繰り返し結合している数を重合度という。高分子化合物の重合度には一定の幅があり，重合度が異なる分子が含まれるので，分子量にもばらつきがある。したがって，高分子化合物の分子量は平均の値(平均分子量)で表される。



②　正しい。熱や圧力を加えることによって成形できる合成高分子化合物を合成樹脂またはプラスチックとよぶ。合成樹脂は，熱に対する性質から，熱可塑性樹脂と熱硬化性樹脂に分類される。熱可塑性樹脂は，加熱すると軟化し，冷却すると硬化する性質をもち，一般に，鎖状構造をもつ高分子化合物からなる。ポリ塩化ビニルをはじめとして付加重合からなる高分子化合物に多い。



ポリ塩化ビニル

③　正しい。加熱によって重合反応が進み，網目構造が発達して硬くなる合成樹脂を熱硬化性樹脂という。熱硬化性樹脂には尿素樹脂やフェノール樹脂などがある。

合成樹脂

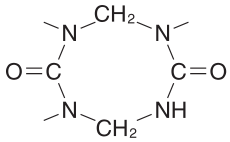
熱や圧力を加えることによって成形することができる高分子化合物。

熱可塑性樹脂

加熱すると軟化し，冷却すると硬化する性質をもつ合成樹脂。

熱硬化性樹脂

加熱によって重合反応が進み，網目構造が発達して硬くなる合成樹脂。

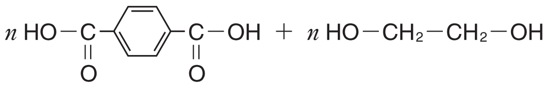


尿素樹脂（構造の一部）

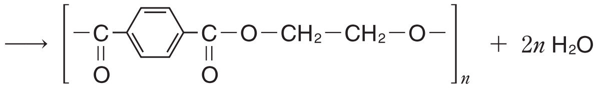
④　誤り。二重結合や三重結合をもつ単量体の付加反応による重合を付加重合という。ポリエチレンなどポリビニル化合物は付加重合による高分子化合物である。一方，エステル結合やアミド結合などを形成する縮合反応による重合を縮合重合という。ポリエチレンテレフタラートはテレフタル酸とエチレングリコールがエステル結合によって重合しており，縮合重合による高分子化合物である。

$$n\,\mathrm{CH_2{=}CH_2} \longrightarrow \left[-\mathrm{CH_2}-\mathrm{CH_2}-\right]_n$$

ポリエチレン

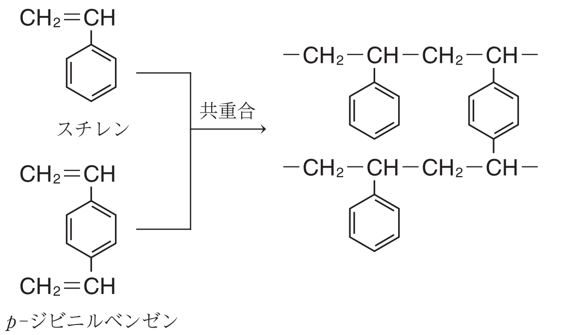


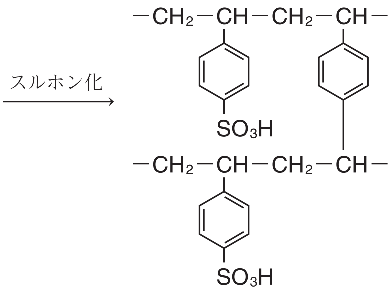
テレフタル酸　　　　　　エチレングリコール



ポリエチレンテレフタラート

⑤　正しい。2 種類以上の単量体を混合して行う重合を共重合という。スチレンに少量の p-ジビニルベンゼンを共重合させると立体網目構造の高分子化合物ができる。この高分子化合物を硫酸で処理すると，ベンゼン環の水素原子をスルホ基に置換した合成樹脂が得られる。





得られた合成樹脂のスルホ基の水素イオンは，水溶液中の Na^+ など陽イオンと交換できるので，この樹脂を陽イオン交換樹脂という。

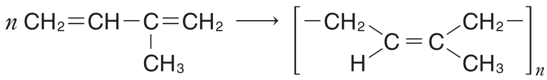
$$R-SO_3H + Na^+ \longrightarrow R-SO_3Na + H^+$$

（上記のベンゼン環を含む炭化水素基を R とする）

$\boxed{6}$ …④

問 7　ゴム

生ゴム（天然ゴム）を加熱分解（乾留）するとアイソプレンが得られる。生ゴム（天然ゴム）は，イソプレンがイ付加重合したポリイソプレンを主成分とし，分子内に多数のシス形の C=C をもつ。



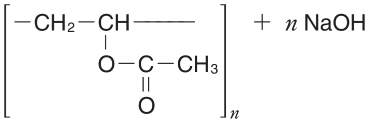
イソプレン　　　　ポリイソプレン

生ゴム（天然ゴム）に数 % のウ硫黄を加えて加熱すると，硫黄原子 S がポリイソプレン分子の所々を結びつけた架橋構造が形成される。この操作を加硫といい，加硫によって酸化されにくくなるなど化学的に安定し，また，網目構造ができるので機械的強度も増す。

$\boxed{7}$ …④

問 8　ポリ酢酸ビニルのけん化

ポリ酢酸ビニルにはエステル結合があり，水酸化ナトリウムでけん化するとポリビニルアルコールになる。



ゴム

大きな弾性（ゴム弾性）をもった高分子化合物。多くの場合，分子内に多数の C=C をもつ。

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{c} -CH_2-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}}- \end{array} \right]_n + n\,CH_3COONa$$

重合度 n のポリ酢酸ビニル 1 mol をけん化するためには，n〔mol〕の水酸化ナトリウムが必要である。また，1 mol のポリ酢酸ビニルから 1 mol のポリビニルアルコールが得られる。

129 g のポリ酢酸ビニル(分子量 $86n$)をけん化するのに必要な水酸化ナトリウムの物質量を x〔mol〕とすると，

$$\frac{129\ \text{g}}{86n\ [\text{g/mol}]} : x\ [\text{mol}] = 1 : n$$

$$x = \frac{129\ \text{g}}{86n\ [\text{g/mol}]} \times n = 1.5\ \text{mol}$$

得られるポリビニルアルコール(分子量 $44n$)の質量を y〔g〕とすると，

$$\frac{129\ \text{g}}{86n\ [\text{g/mol}]} = \frac{y\ [\text{g}]}{44n\ [\text{g/mol}]}$$

$$y = 44n\ [\text{g/mol}] \times \frac{129\ \text{g}}{86n\ [\text{g/mol}]} = 66\ \text{g}$$

$\boxed{8}$ …⑤

生　　物

【解答・採点基準】

（100点満点）

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	A	問1	1	④	3	
		問2	2	③	3	
		問3	3	②	3	
	B	問4	4	②	3	
		問5	5	③ ※	4	
			6	⑥ ※	4	
第1問　自己採点小計					(20)	
第2問	A	問1	1	③	3	
		問2	2	④	3	
		問3	3	④	3	
	B	問4	4	①	3	
		問5	5	① ※	4	
			6	⑤ ※	4	
第2問　自己採点小計					(20)	
第3問	A	問1	1	③	4	
		問2	2	④	3	
		問3	3	①	3	
	B	問4	4	⑤	3	
			5	③	3	
		問5	6	④	4	
第3問　自己採点小計					(20)	
第4問	A	問1	1	②	2	
		問2	2	③	3	
		問3	3	①	3	
		問4	4	③	3	
	B	問5	5	④	3	
		問6	6	⑤	3	
			7	④	3	
第4問　自己採点小計					(20)	

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第5問	A	問1	1	②	3	
		問2	2	②	3	
		問3	3	③	3	
	B	問4	4	③	3	
		問5	5	② ※	4	
			6	⑤ ※	4	
第5問　自己採点小計					(20)	
第6問	A	問1	1	①	3	
		問2	2	④	3	
	B	問3	3	④	3	
		問4	4	④	3	
		問5	5	②	4	
		問6	6	①	4	
第6問　自己採点小計					(20)	
自己採点合計					(100)	

※の正解は順序を問わない。

【解説】

第1問　光合成　問題

Aでは光合成の経路に関する知識問題と考察問題を，**B**では砂漠などの乾燥地域での生育に適応しているCAM植物の光合成に関する考察問題を出題した。

問1　葉緑体のチラコイドに存在する光化学系には，クロロフィルやカロテノイドといった光合成色素が含まれる。光化学系で吸収された光エネルギーは，水の分解やATPの合成，および，還元型補酵素NADPHの生成に利用される。また，ストロマでは，チラコイドで生成されたATPとNADPHを利用して，二酸化炭素を固定し有機物を合成するカルビン・ベンソン回路の反応が進行する。

物質が他の物質から電子を受け取ることを還元されるといい，物質が電子を放出して他の物質に受け渡すことを酸化されるという。NADPHは酸化型補酵素$NADP^+$が電子を受け取ることで生じるので，$NADP^+$は還元されてNADPHになる。なお，NADPHが生成される反応は，以下の反応式で表される。

$$NADP^+ + 2H^+ + 2e^- \longrightarrow NADPH + H^+$$

$\boxed{1}$…④

問2　チラコイドには，光化学系Ⅰ，光化学系Ⅱ，その他の複数の電子伝達物質が存在する。光化学系Ⅱでは，光を吸収して活性化されたクロロフィルから高エネルギーの電子が放出され，この電子は電子伝達物質からなるタンパク質複合体に受け渡される。これによってクロロフィルは電子が不足した状態となり，水から電子を引き抜く。その結果，水は水素イオンと酸素に分解される。したがって，酸素が発生する反応系は，光化学系Ⅱである。

光化学系Ⅰでは，光化学系Ⅱと同様に光を吸収して活性化されたクロロフィルから高エネルギーの電子が放出され，この電子は酸化型補酵素の$NADP^+$に受け渡されて，還元型補酵素のNADPHが生成される。これによってクロロフィルは電子が不足した状態となるが，光化学系Ⅱから放出された電子がクロロフィルに渡されて，クロロフィルはもとの状態に戻る。したがって，NADPHが生成される反応系は，光化学系Ⅰである。　$\boxed{2}$…③

問3　ストロマで行われるカルビン・ベンソン回路の反応は，次図のような回路反応である。カルビン・ベンソン回路では，PGAはATPとNADPHの作用を受けてC_3化合物のGAP(グリセルアルデヒドリン酸)となり，GAPの一部が酵素反応によって有機物となり，他はATPの作用を受けてRuBPとなる。この一連の反応で利用されるATPとNADPHはチラコイドから供給されるが，ATPとNADPHの生成には光エネルギーが必要である。このため，PGAからRuBPを合成する反応が進行するためには光

【ポイント】

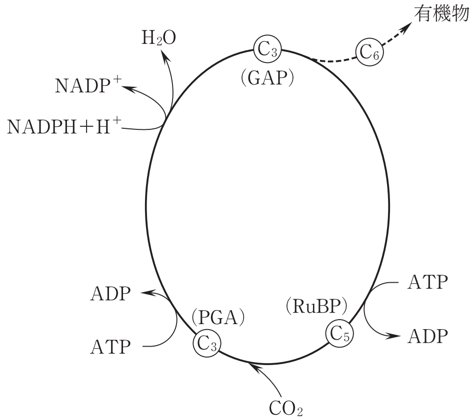
酸化される
物質が電子を放出する。
還元される
物質が電子を受け取る。

光化学系Ⅱ
水が分解され，酸素が発生する。

光化学系Ⅰ
電子が$NADP^+$に受け渡されて，NADPHが生成される。

カルビン・ベンソン回路
チラコイドで生成されたATPとNADPHを利用し，二酸化炭素を固定して有機物を合成する回路反応
葉緑体のストロマで行われる。

は必要であるが，二酸化炭素は必要ない。これに対して，RuBPが二酸化炭素と反応してPGAを生じる反応にはATPもNADPHも必要ないので光は必要ないが，二酸化炭素は必要である。したがって，十分な二酸化炭素を与えた条件で，光飽和点以上の強さの光をしばらく照射すると，PGA→RuBPの反応もRuBP→PGAの反応も進行してRuBP量もPGA量もそれぞれほぼ一定量となる。その後，光の照射を停止すると，PGA→RuBPの反応はすぐに停止するのに対して，RuBP→PGAの反応はすぐには停止しないので，PGA量は増加し，RuBP量は減少する。



$\boxed{3}$…②

問4　植物は一般に，気孔を開いて二酸化炭素を植物体内に取り込むので，図2に示された二酸化炭素吸収速度のグラフは，気孔の開度(開き具合)を反映すると考えられる。図2から，植物Eは夜間に二酸化炭素を吸収しているが，昼間はあまり二酸化炭素を吸収していないことが読み取れる。これは，植物Eが夜間に気孔を開き，昼間には気孔を閉じることを意味する。次に，図1をみると，植物Eでは体外から取り込まれた二酸化炭素をもとにリンゴ酸が合成され，リンゴ酸が分解されて生じる二酸化炭素を利用してカルビン・ベンソン回路で有機物が合成されることがわかる。すなわち，図3の夜間のように体内のリンゴ酸濃度が上昇しているときは，取り込んだ二酸化炭素からリンゴ酸を合成して蓄積しており，図3の昼間のように体内のリンゴ酸濃度が低下しているときは，液胞に蓄積したリンゴ酸を分解して得た二酸化炭素から有機物が合成されていると考えられる。したがって，植物Eでは，夜間に気孔を開いて二酸化炭素を取り込み，二酸化炭素からリンゴ酸を合成してこれを液胞に蓄積し，昼間は気孔を閉じて蒸散を抑制しつつリンゴ酸を分解し，得られる二酸化炭素を利用して有機物を合成すると考えられる。　$\boxed{4}$…②

問5　表1をみると，酵素**K**は，リンゴ酸非存在下よりもリンゴ酸存在下の方が昼間も夜間も活性が低い。さらに，リンゴ酸存在下では夜間よりも昼間の方が大きく活性が低下している。このこと

RuBP→PGAの反応
　二酸化炭素がないとすぐに停止する。
PGA→RuBPの反応
　光がないとすぐに停止する。

気孔
　二つの孔辺細胞の間のすき間
　光の照射などによって開き，乾燥などによって閉じる。

から，酵素Kの活性はリンゴ酸によって抑制され，その抑制効果は夜間より昼間の方が強く表れることがわかる。したがって，①～④では③が正しい。次に，この酵素Kの活性が，リンゴ酸が多く存在する昼間に抑制される意義を考える。植物Eでは，**問**4の解説でも述べたように，昼間にリンゴ酸を分解して生成した二酸化炭素を，カルビン・ベンソン回路で有機物の合成に利用する。ところが，植物Eの細胞には，二酸化炭素を基質とする酵素Kとルビスコという2種類の酵素が存在するため，昼間にリンゴ酸の分解で生じた二酸化炭素が酵素Kの基質として利用されると，二酸化炭素は有機物の合成に利用できず，再びリンゴ酸に戻ってしまう。すなわち，昼間にリンゴ酸が多く蓄積されているときには，酵素Kの活性がリンゴ酸によって強く抑制されることで，リンゴ酸の分解で生成する二酸化炭素が酵素Kの基質となりにくくなり，カルビン・ベンソン回路でより効率よく固定されると考えることができる。したがって，⑤は誤りであり，⑥が正しい。また，この経路では，PEP の分解によって二酸化炭素は生じないので，⑦・⑧はいずれも誤りである。なお，植物Eのような光合成を行う植物を CAM 植物という。CAM 植物にはサボテンやベンケイソウなどがあり，砂漠などの極度に乾燥する地域に生育するものが多い。これらの植物は，気温が比較的低く蒸散が起こりにくい夜間に気孔を開き，二酸化炭素を取り込んでリンゴ酸などにして液胞に蓄積する。そして，気温が高く乾燥する昼間には気孔を閉じて蒸散を抑制し，液胞に蓄えたリンゴ酸を分解して得られる二酸化炭素から有機物を合成するのである。このため，砂漠などの乾燥した環境下で蒸散を抑制しながら光合成を行うことができる。

$\boxed{5}$・$\boxed{6}$…③・⑥

第2問　遺伝子　問題

Aでは遺伝子と形質発現に関する知識問題と考察問題を，**B**では酵母菌の代謝経路に関する突然変異体を題材にした考察問題を出題した。

問1　①遺伝子には，転写開始部位の近くに RNA ポリメラーゼ（RNA 合成酵素）が結合する領域が存在し，この DNA の領域をプロモーターとよぶので，誤りである。②終止コドンは翻訳を終了する暗号であり，転写の終了には関与しないので，誤りである。③tRNA は特定のアミノ酸をリボソームへ運搬し，そのアンチコドンが mRNA のコドンと結合するので，正しい。④tRNA によってリボソームへ運ばれたアミノ酸は，ポリペプチドの末端のアミノ酸とペプチド結合によって結合するので，誤りである。

$\boxed{1}$…③

問2　①DNA に1塩基の置換が起こり，その部分に対応する mRNA のコドンが終止コドンになった場合，その部分で翻訳が

プロモーター
RNA ポリメラーゼが結合する DNA の領域

終止コドン
翻訳を終了する遺伝暗号

tRNA（転移 RNA，運搬 RNA）
mRNA のコドンが指定するアミノ酸をリボソームへ運ぶ。

tRNA によってリボソームへ運ばれたアミノ酸は，ペプチド結合によって結合する。

終了してしまう。そのため，本来のタンパク質よりもアミノ酸の数が少ないタンパク質がつくられる場合があるので，正しい。② タンパク質を構成するアミノ酸は 20 種類あるのに対し，コドンは 64 種類ある。そのため，複数のコドンが同じアミノ酸を指定していることが多い。したがって，1塩基の置換が起こっても，その部分に対応するコドンが置換する前と同じアミノ酸を指定する場合があるので，正しい。③欠失した塩基の数が 3 の倍数ではない場合，コドンの読み枠がずれてしまう(フレームシフトとよぶ)。そのため，本来の終止コドンの場所が終止コドンでなくなってしまい，本来のタンパク質よりもアミノ酸の数が多いタンパク質がつくられる場合があるので，正しい。④挿入された塩基の数が 3 の倍数ではない場合，コドンの読み枠がずれてしまう。そのため，挿入が起こった部位以後の部分に対応するアミノ酸配列は変化するが，挿入が起こった部位よりも前の部分に対応するアミノ酸配列は変化しないので，誤りである。 $\boxed{2}$ …④

問3　問題文に「これは転写の際に mRNA の鋳型となる鎖の相補鎖の塩基配列であり」とあるので，この DNA の塩基配列に対応する mRNA は次のようになる。

DNA
5′…TTTAAAGAAAGATGAGG…3′ （相補鎖）
3′…AAATTTCTTTCTACTCC…5′ （鋳型鎖）
mRNA　5′…UUUAAAGAAAGAUGAGG…3′

また，この mRNA の読み枠には次の 3 通りが考えられるが，問題文に「酵素 P のアミノ酸配列の中央部分に対応する」とあるので，この塩基配列には終止コドンは存在しないはずである。

読み枠 i　5′…UUU・AAA・GAA・AGA・$\underbrace{\boxed{\text{UGA}}}_{\text{終止}}$・GG…3′

読み枠 ii　5′…U・$\underbrace{\text{UUA}}_{\text{ロイシン}}$・$\underbrace{\text{AAG}}_{\text{リシン}}$・AAA・GAU・GAG・G…3′

読み枠 iii　5′…UU・$\underbrace{\boxed{\text{UAA}}}_{\text{終止}}$・AGA・AAG・AUG・AGG…3′

上記の読み枠 i と読み枠 iii には終止コドン($\boxed{}$ で示した部分)が現れるため，読み枠 ii が正しい読み枠である。したがって，図 1 から判明する最初の二つのアミノ酸は，ロイシン－リシンである。 $\boxed{3}$ …④

問4　M 1 では，次図のように，**ウ**の反応が進行しない。また，**B** の文章中に「これらの突然変異株は互いに異なる遺伝子に突然変異が起こって生じたもので，図 2 の**ウ**～**キ**の反応のいずれか一つの反応だけが進行しない」とあるので，M 1 では**エ**～**キ**の反応は正常に進行する。

タンパク質を構成するアミノ酸
20 種類
コドン
64 種類

M 1

$$\text{前駆物質} \xrightarrow[\textbf{ウ}]{\times} \mathrm{Q} \xrightarrow[\textbf{エ}]{} \mathrm{R} \xrightarrow[\textbf{オ}]{} \mathrm{S} \xrightarrow[\textbf{カ}]{} \mathrm{T} \xrightarrow[\textbf{キ}]{} \text{アミノ酸X}$$

したがって，M 1 はQ～Tのいずれの中間生成物からもアミノ酸 X を合成できるので，最少培地にQ～Sのいずれを添加した培地でも増殖すると考えられる。 $\boxed{4}$ …①

問 5　表 2 を物質が合成される順に並べ替えると，次表のようになる。

	最少培地に添加した物質					
	なし	Q	R	S	T	アミノ酸X
野生株	＋	＋	＋	＋	＋	＋
M 1	−	＋	＋	＋	＋	＋
M 2	−	−	−	−	＋	＋
M 3	−	−	−	−	−	＋
M 4	−	−	＋	＋	＋	＋
M 5	−	−	−	＋	＋	＋

M 2 では，次図のように，最少培地に S を添加しても増殖できないが，T を添加すると増殖できることから，**カ**の反応が進行しないと考えられる。したがって，①は正しい。

M 2

$$\text{前駆物質} \xrightarrow[\textbf{ウ}]{} \mathrm{Q} \xrightarrow[\textbf{エ}]{} \mathrm{R} \xrightarrow[\textbf{オ}]{} \mathrm{S} \xrightarrow[\textbf{カ}]{\times} \mathrm{T} \xrightarrow[\textbf{キ}]{} \text{アミノ酸X}$$

同様に考えると，M 3，M 4，M 5 では，次図のように，それぞれ，**キ**，**エ**，**オ**の反応が進行しないと考えられる。したがって，②・③・④はいずれも誤りである。

M 3

$$\text{前駆物質} \xrightarrow[\textbf{ウ}]{} \mathrm{Q} \xrightarrow[\textbf{エ}]{} \mathrm{R} \xrightarrow[\textbf{オ}]{} \mathrm{S} \xrightarrow[\textbf{カ}]{} \mathrm{T} \xrightarrow[\textbf{キ}]{\times} \text{アミノ酸X}$$

M 4

$$\text{前駆物質} \xrightarrow[\textbf{ウ}]{} \mathrm{Q} \xrightarrow[\textbf{エ}]{\times} \mathrm{R} \xrightarrow[\textbf{オ}]{} \mathrm{S} \xrightarrow[\textbf{カ}]{} \mathrm{T} \xrightarrow[\textbf{キ}]{} \text{アミノ酸X}$$

M 5

$$\text{前駆物質} \xrightarrow[\textbf{ウ}]{} \mathrm{Q} \xrightarrow[\textbf{エ}]{} \mathrm{R} \xrightarrow[\textbf{オ}]{\times} \mathrm{S} \xrightarrow[\textbf{カ}]{} \mathrm{T} \xrightarrow[\textbf{キ}]{} \text{アミノ酸X}$$

M 2 の変異とM 3 の変異の両方をもつ二重変異株(一倍体)では，次図のように，**カ**と**キ**の両方の反応が進行しないため，最少培地に T を添加した培地ではアミノ酸 X を合成できず，増殖できないと考えられる。したがって，⑤は正しい。

M２の変異とM３の変異の両方をもつ二重変異株

前駆物質 $\xrightarrow[\textbf{ウ}]{}$ Q $\xrightarrow[\textbf{エ}]{}$ R $\xrightarrow[\textbf{オ}]{}$ S $\underset{\textbf{カ}}{\nrightarrow}$ T $\underset{\textbf{キ}}{\nrightarrow}$ アミノ酸X

M４の変異とM５の変異の両方をもつ二重変異株(一倍体)では，次図のように，**エ**と**オ**の両方の反応が進行しないが，**キ**の反応は進行する。このため，最少培地にTを添加した培地ではアミノ酸Xを合成でき，増殖できると考えられる。したがって，⑥は誤りである。

M４の変異とM５の変異の両方をもつ二重変異株

前駆物質 $\xrightarrow[\textbf{ウ}]{}$ Q $\underset{\textbf{エ}}{\nrightarrow}$ R $\underset{\textbf{オ}}{\nrightarrow}$ S $\xrightarrow[\textbf{カ}]{}$ T $\xrightarrow[\textbf{キ}]{}$ アミノ酸X

Bの文章中に「これらの突然変異株は互いに異なる遺伝子に突然変異が起こって生じたもので，図２の**ウ**～**キ**の反応のいずれか一つの反応だけが進行しない」とあるので，これらの変異株は**ウ**～**キ**の反応のいずれか一つだけが進行しないが，それ以外の反応を進行するために必要な正常な酵素の遺伝子をもっていると考えられる。また，**問５**の設問文中に「それぞれの株の突然変異遺伝子は，野生株の遺伝子に対していずれも劣性である」とあるので，正常な酵素の遺伝子はいずれも優性である。したがって，M２とM３の接合によって得られた二倍体とM４とM５の接合によって得られた二倍体は，接合した相手がもっていなかった正常な酵素の遺伝子を互いに補い合うため，最少培地でも前駆物質からアミノ酸Xを合成できる。したがって，⑦・⑧はいずれも誤りである。

$\boxed{5}$・$\boxed{6}$…①・⑤

第３問　発生　問題

Aではウニの受精と発生の過程に関する知識問題を，**B**ではニワトリの指骨の分化に関する考察問題を出題した。

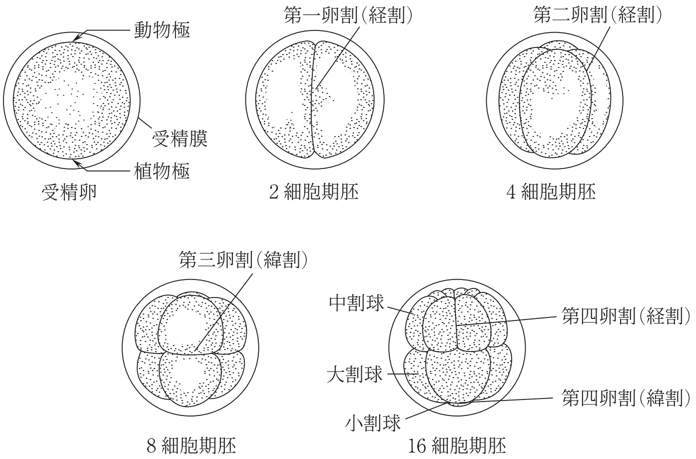
問１　①ウニの精子は頭部，中片部，尾部からなる。頭部には先体と核が含まれ，中片部にはミトコンドリアが含まれる。尾部はべん毛からなり，ミトコンドリアから供給されるエネルギーを用いてべん毛運動を行い，卵の表面にあるゼリー層に到達する。したがって，正しい。②精子がゼリー層に到達すると，先体反応が起こり，先体突起が形成される。したがって，正しい。③精子の先体突起が卵の細胞膜の外側にある卵膜(卵黄膜)を通過して卵の細胞膜に接すると，卵膜が細胞膜から離れて受精膜に変化し，他の精子の進入を防いだり(多精拒否)，胚を保護したりする。受精膜に変化するのは卵の細胞膜ではなく卵膜である。したがって，誤りである。④卵内に進入した精子の核(精核)は，卵の核(卵核)に向かって移動し，卵核と融合する。したがって，正しい。

$\boxed{1}$…③

精子
　頭部，中片部，尾部からなる。

受精膜
　卵膜(卵黄膜)から形成される。

問2　次図は，ウニの受精卵から第四卵割までを側面から観察した模式図である。



受精卵は，第一卵割後に 2 細胞期胚になり，第二卵割後に 4 細胞期胚になる。第一卵割と第二卵割は動物極と植物極を通る面で起こる経割である。4 細胞期胚は，第三卵割後に 8 細胞期胚になるが，第三卵割は赤道面を通る緯割である。8 細胞期胚は，第四卵割後に 16 細胞期胚になる。このとき，動物極側半球では，等割の経割が起こるので，中割球が 8 個形成される。また，植物極側半球では不等割の緯割が起こるので，大割球が 4 個と小割球が 4 個形成される。したがって，第四卵割後に植物極側から観察した模式図は④である。　$\boxed{2}$…④

問3　ウニでは，胞胚期に胚の表面に繊毛が生じて遊泳できるようになり，胚は受精膜を破ってふ化する。したがって，①が正しい。
$\boxed{3}$…①

問4　まず，前肢の指骨ⅲに分化する細胞について考えてみる。**実験1**に，「発生開始から 3 日目の胚（3 日胚）の前肢の肢芽の部位**X**を生体に無害な色素で染色（生体染色）すると，その後形成された指骨ⅲが色素で染まっており」とあるので，前肢の指骨ⅲに分化する細胞は，3 日胚では部位**X**に存在したことがわかる。さらに，**実験2**に，「発生開始から 3.5 日目の胚（3.5 日胚）の前肢の肢芽の部位**X**を生体染色すると，その後形成された指骨はまったく染まっていなかったが，前肢の肢芽の部位**Y**を生体染色すると，その後形成された指骨ⅲが色素で染まっていた」とあるので，前肢の指骨ⅲに分化する細胞は，3.5 日胚では部位**X**には存在せず，部位**Y**に存在していたことがわかる。したがって，前肢の指骨ⅲに分化する細胞は，発生開始後 3 日目から 3.5 日目までの間に部位**X**から部位**Y**に移動すると考えられるので，⑤が正しい。

次に，後肢の指骨Ⅳに分化する細胞について考えてみる。**実験1**に，「3 日胚の後肢の肢芽の部位**X**を生体染色すると，その後形

経割
　動物極と植物極を通る面で起こる。
緯割
　赤道面に平行な面で起こる。

ウニの 16 細胞期胚
　中割球が 8 個
　大割球が 4 個
　小割球が 4 個

ウニの胞胚
　内部に発達した胞胚腔がある。
　表面に繊毛が生じる。
　受精膜を破ってふ化する。

成された指骨Ⅳが色素で染まっており」とあるので，後肢の指骨Ⅳに分化する細胞は，３日胚では部位Xに存在したことがわかる。さらに，**実験**２に，「3.5日胚の後肢の肢芽の部位Xを生体染色すると，その後形成された指骨Ⅳが色素で染まっており」とあるので，後肢の指骨Ⅳに分化する細胞は3.5日胚でも部位Xに存在したことがわかる。したがって，後肢の指骨Ⅳに分化する細胞は，発生開始後３日目から3.5日目までの間，部位Xに存在すると考えられるので，③が正しい。 4 …⑤・ 5 …③

問５　**実験**３で，前肢の肢芽の部位Xを前肢の肢芽の部位Zに移植すると，「宿主の前肢は６本の指骨（前方からⅲ－ⅱ－ⅰ－ⅰ－ⅱ－ⅲ）をもつ翼になった」とあり，**B**の文章中に「これらの指骨の分化には，部位Xから分泌される物質が関与する」とあるので，宿主の本来の前肢の部位Xから分泌される物質と移植された部位Xから分泌される物質の濃度により，異なる指骨が形成されることがわかる。部位Xから分泌される物質の濃度は，拡散により部位Xから遠いほど低くなる。**B**の文章中と図１から，正常胚では，部位Xに最も遠い前方に指骨ⅰが，部位Xに最も近い後方に指骨ⅲが形成されることがわかるので，指骨ⅰは指骨ⅲが形成される部位よりも部位Xから分泌される物質の濃度が低い部位に形成されると考えられる。また，**実験**３では，前肢の肢芽の部位Xを移植片として，別の胚（宿主）の後肢の肢芽の部位Zに移植すると，そこには後肢の指骨ができる。したがって，部位Xから分泌される物質の作用によって形成される指骨が，翼の指骨に分化するか脚の指骨に分化するかは移植した部位Xが由来する肢芽ではなく，部位Xを移植された肢芽によって決定されることがわかる。 6 …④

第４問　神経　問題

Aではニューロンに関する知識問題を，**B**では興奮の伝導と伝達に関する考察問題を出題した。

問１　ニューロンは，与えられる刺激がある強さ以上でないと興奮しない。興奮を起こす最小の刺激の強さを閾値とよび，ニューロンでは閾値を超える強さの刺激を加えた場合，刺激の強さに関わらず一定の大きさの興奮が生じる。これを全か無かの法則という。 1 …②

問２　ニューロンの細胞外にはナトリウムイオンが多く，細胞内にはカリウムイオンが多い。静止状態では，細胞内のカリウムイオンが，開いた状態にある一部のカリウムチャネルを通って細胞外に流出する。この結果，細胞外に対して細胞内は負になっている。刺激を受けると，まず電位変化に依存して開くナトリウムチャネルが開き，細胞外のナトリウムイオンがこのナトリウムチャネルを通って細胞内に流入し，細胞内外の電位が逆転する。

全か無かの法則
ニューロンでは閾値を超える強さの刺激を加えた場合，刺激の強さに関わらず一定の大きさの興奮が生じる。

ナトリウムチャネルはすぐに閉じ，次に電位変化に依存して開くカリウムチャネルが開き，それを通って細胞内のカリウムイオンが細胞外に流出し，細胞内外の電位は元に戻る。したがって，③が正しい。 $\boxed{2}$ …③

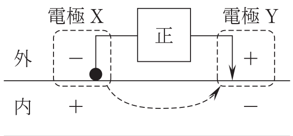
問3　①細胞外の電位は，興奮部では負に，静止状態にある隣接部では正になっている。活動電流は正から負，すなわち，細胞外では隣接部から興奮部に向かって流れるため，誤りである。②興奮部と隣接部の間に流れる活動電流が刺激となって，隣接部が興奮し，さらに次の隣接部が興奮するというようにして，興奮は軸索を伝わっていく。軸索の中央を刺激すると，刺激部から両方向に伝導が起こるので，正しい。③興奮が終わった直後の部位は，1～2ミリ秒の間，刺激が加えられても反応できない状態(不応期)となる。これにより，興奮が終了した直後の部位へ興奮が伝わることはないので，正しい。④有髄神経繊維では，髄鞘が電気的な絶縁体としてはたらき，興奮が髄鞘の切れ目であるランビエ絞輪ごとに生じて，とびとびに伝導する跳躍伝導が起こる。この結果，同じ太さの無髄神経繊維より興奮の伝導速度は大きくなるので，正しい。 $\boxed{3}$ …①

問4　神経伝達物質には，アセチルコリン，ノルアドレナリン，セロトニン，グルタミン酸，γ-アミノ酪酸(GABA)などがある。ロドプシンは，視細胞の桿体(かんたい)細胞に含まれる視物質であるため，③が誤りである。 $\boxed{4}$ …③

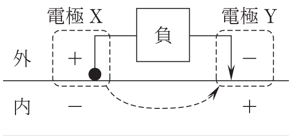
神経伝達物質
アセチルコリン，ノルアドレナリン，セロトニン，グルタミン酸，γ-アミノ酪酸(GABA)など

問5　図1の刺激電極Sで軸索に刺激を与えると，生じた興奮は両方向に伝導するため，最初に基準電極X(以下電極Xとする)を設置した部位(以下X′とする)が興奮し，後に記録電極Y(以下電極Yとする)を設置した部位(以下Y′とする)が興奮する。X′が興奮したとき，次図(i)に示すように，X′では細胞外が負，細胞内が正になる。またこのときには，Y′は静止状態であるため，細胞外が正，細胞内は負である。オシロスコープの電極はともに軸索の外側に設置しており，電極Xを基準にすると，電極Yは相対的に正となるため，オシロスコープで測定される電位は正の方向に変化する。一方，Y′が興奮したとき，次図(ii)に示すように，Y′では細胞外が負，細胞内が正になる。またこのときには，X′は静止状態であるため，細胞外が正，細胞内は負である。電極Xを基準にすると，電極Yは相対的に負となるため，オシロスコープで測定される電位は負の方向に変化する。

(i)　X′が興奮



(ii)　Y′が興奮



したがって，図２で12ミリ秒後にみられた正(＋)の方向の電位変化はX′が，15ミリ秒後にみられた負(－)の方向の電位変化はY′が，それぞれ興奮したときのものである。したがって，興奮は電極XとYの間(6 cm)を３ミリ秒(＝15ミリ秒－12ミリ秒)で伝導したことになり，伝導速度＝6 cm÷3ミリ秒＝0.06 m÷0.003秒＝20 m/秒となる。 $\boxed{5}$ …④

伝導速度＝伝導距離÷伝導時間

問６　図３の刺激電極 S_1 で軸索に刺激を与えると，生じた興奮は両方向に伝導するため，X′が興奮する。しかし，この興奮はシナプスにおいて細胞体から軸索末端方向へ伝達されないため，Y′では興奮は生じない。このため，図２における電位変化のうち，最初の電位変化は記録されるが，後の電位変化は記録されない。したがって，⑤が正しい。

図３の刺激電極 S_2 で軸索に刺激を与えると，生じた興奮は両方向に伝導するため，最初にY′が興奮し，伝達が起こった後にX′が興奮する。**問５**で説明したように，X′が興奮すると電位は正の方向へ変化し，Y′が興奮すると電位は負の方向へ変化することから，最初に負の方向への変化が記録され，遅れて正の方向への変化が記録される。この場合，電極XとYの間にシナプスがあり，シナプスにおける興奮の伝達速度は，軸索における興奮の伝導速度よりも遅いので，二つの電位変化の間隔は図２よりも長くなると考えられる。したがって，④が正しい。

$\boxed{6}$ …⑤・ $\boxed{7}$ …④

伝導
　興奮部と隣接部の間に活動電流が流れることで隣接部が興奮し，伝導が起こる。
　軸索の途中を刺激すると，刺激部から両方向へ興奮が伝わる。
伝達
　化学物質を介して一方向へ興奮が伝わる。
興奮の伝達速度は，伝導速度に比べて遅い。

第５問　個体群　問題

Aでは個体群および標識再捕法に関する知識問題と考察問題を，**B**では草本植生を題材に，種間関係に関する知識問題と考察問題を出題した。

問１　ある地域に生活する同種の生物の集団を個体群という。動物では，個体群内に行動を共にする小集団である群れが形成されることがある。横軸に時間をとり，縦軸に個体数あるいは個体群密度をとってその増加の過程を示したグラフは，成長曲線とよばれ，一般にS字状の曲線となる。なお，生存曲線は，横軸に相対年齢を，縦軸に生存個体数をとり，同時に生まれた多数の個体のうち，年齢とともに生き残る個体数がどのように減少するかを示したものである。したがって，②が正しい。 $\boxed{1}$ …②

個体群
　ある地域に生活する同種の生物の集団
群れ
　個体群内で行動を共にする小集団
成長曲線
　個体群における個体数や個体群密度の増加の過程を示したグラフ

問２　個体群を構成する個体数を推定する方法の一つに，標識再捕法がある。標識再捕法では，最初に捕獲して標識をつけた個体数をM，２回目に捕獲した個体数をnとし，nのうち標識がついていた個体数をm，総個体数をNで表すと，標識をつけた個体が個体群内で十分に分散したと仮定すれば，２回目に捕獲した個体のうちで標識個体が占める割合は，個体群全体のうちで標識個体が占める割合と等しいと考えられるので，$\frac{m}{n}=\frac{M}{N}$ の関係が成り

立つ。

したがって，$N=M\times\dfrac{n}{m}$となり，この式に測定値を代入すると，$N=40\times\dfrac{40}{8}=200$(匹)と推定できる。 2 …②

問3 標識再捕法を用いて個体数の推定を行う場合には，調査期間中に標識が脱落しないこと，調査期間中に個体の移入や移出が起こらないこと，標識をつけた個体と標識をつけていない個体の捕獲されやすさに差がないこと，標識をつけた個体が個体群内で十分に分散すること，などの前提条件を満たしていることが必要である。最初に捕獲する個体数 M と標識をつけて元に戻した後に再び捕獲する個体数 n は異なっていても，標識をつけた個体が占める割合を利用して計算するため，個体数の推定には支障がない。したがって，不必要な条件は③である。 3 …③

問4 ある地域に生息する異種個体群の間には，様々な種間関係が存在する。**オ**のアリとアブラムシは相利共生の関係にあり，アリはアブラムシを捕食者から守り，アブラムシはアリに植物から吸収した糖を与える。**カ**のハダニとカブリダニは被食者－捕食者相互関係にあり，植物食のハダニをカブリダニが捕食する。**キ**のゾウリムシとヒメゾウリムシは種間競争の関係にある。これら2種のゾウリムシは生態的地位(ニッチ)の重なりが大きいため，一つの容器内で混合飼育すると，競争の結果ゾウリムシが減少し，やがて絶滅する。したがって，**オ**～**キ**の種間関係の組合せとしては，③が正しい。 4 …③

問5 表1の各値は，調査種を競争種と混植したことによって，単植の場合(1.00)に対して生体量がどれだけの割合となったかを相対値で示したものである。シロツメクサとシバムギを混植すると，次表の①で示したように，シバムギの生体量は単植の場合の0.95倍に，シロツメクサの生体量は単植の場合の0.27倍になる。したがって，①は正しい。ブタクサとヘラオオバコを混植すると，次表の②で示したように，ブタクサの生体量は単植の場合の1.03倍になるが，ヘラオオバコの生体量は単植の場合の0.23倍に低下する。したがって，②は誤りである。

調査種	競争種 シバムギ	ヘラオオバコ	ブタクサ	シロツメクサ
シバムギ	−	0.86	0.37 ③	0.95 ①
ヘラオオバコ	0.36	−	0.23 ②	1.08
ブタクサ	⑥ 0.94	1.03 ②	−	1.02
シロツメクサ	0.27 ①	0.67 ④	0.22	− ⑤

シバムギをブタクサと混植すると，前表の③で示したように，シバムギの生体量は単植の場合の0.37倍になる。したがって，シバムギの生体量は$(1.00-0.37)\times100=63$％減少したことになるので，③は正しい。シロツメクサをヘラオオバコと混植する

と，前表の④で示したように，シロツメクサの生体量は単植の場合の 0.67 倍になる。したがって，シロツメクサの生体量は(1.00 − 0.67)×100 = 33 %減少したことになるので，④は正しい。シロツメクサが他種の生体量に与える影響は，前表の⑤で示したように，競争種としてのシロツメクサの値を縦にみていくことで検討できる。これらの値は 0.95〜1.08 の間となっており，シロツメクサは調査種の生体量にはほとんど影響を与えていないことがわかる。一方，これらの値が最も低いのはブタクサ(0.22〜0.37)で，ブタクサが他種の生体量に最も影響を与えやすいことが読みとれる。したがって，⑤は誤りである。ブタクサの生体量が他種から受ける影響は，前表の⑥で示したように，調査種としてのブタクサの値を横にみていくことで検討できる。これらの値は 0.94〜1.03 の間となっており，4 種のうちで最も高いので，ブタクサは競争種からの影響を最も受けにくいことがわかる。したがって，⑥は正しい。 5 ・ 6 …②・⑤

第 6 問　進化系統　問題

A では生物の分類に関する知識問題を，**B** では分子系統樹に関する考察問題を出題した。

問 1　種の名前は世界共通の学名によって表記される。学名は，属名と種小名を併記して表すので，この表記方法は二名法とよばれ，リンネによって確立された。学名には属名が含まれるので，同じ属に分類される近縁な種は，学名をみればわかるようになっている。 1 …①

二名法
　属名と種小名を並べて表す。リンネが確立した。

問 2　①形態や機能は互いに似ているが，発生上の起源が異なる器官を相似器官とよぶ。その例としては，鳥の翼(つばさ)と昆虫の翅(はね)，ブドウの巻きひげとエンドウの巻きひげなどがあげられる。したがって，正しい。②形態や機能は異なるが，発生上の起源が同じであるため基本構造が同じ器官を相同器官とよぶ。その例としては，コウモリの翼，クジラの胸びれ，ヒトの腕，ウマの前肢などがあげられ，いずれも原始的な四足動物の前肢が，それぞれの環境に適応して生じたものである。したがって，正しい。③軟体動物と環形動物は，ともにトロコフォア幼生の時期を経ることや，DNA の塩基配列にもとづく解析などから系統関係が近いと考えられており，両者は冠輪動物とよばれる分類群としてまとめられる。したがって，正しい。④ハ虫類，鳥類，哺乳類の胚はいずれも羊膜で包まれている。したがって，誤りである。 2 …④

相似器官
　形態や機能は似ているが，発生上の起源が異なる器官

相同器官
　形態や機能は異なるが，発生上の起源が同じであるため基本構造が同じ器官

トロコフォア幼生
　軟体動物と環形動物にみられる幼生で，両者の系統が近いことを示す。

問 3　表 1 をもとに，3 種の哺乳類とヒトの間で異なるアミノ酸の数を比較すればよい。すなわち，異なるアミノ酸の数が 37 で最も多い哺乳類 **b** が，ヒトと分岐してからの時間が最も長いので，**X** に当てはまる。同様に考えて，異なるアミノ酸の数が 27 で次に多い哺乳類 **c** が **Y** に当てはまり，異なるアミノ酸の数が 17 で

分子系統樹
　タンパク質のアミノ酸配列や DNA の塩基配列に基づく系統樹

最も少ない哺乳類 a が Z に当てはまる。 $\boxed{3}$ …④

問 4　理論上，２種間で異なるアミノ酸の数は，両種が分岐してからの時間に比例する。問 3 の結果から，哺乳類 b（X）と哺乳類 c（Y），哺乳類 b と哺乳類 a（Z），哺乳類 b とヒトのそれぞれについて，分岐してからの時間は同じであるので，異なるアミノ酸の数は等しくなる。表 1 から，哺乳類 b と哺乳類 c の間で異なるアミノ酸数は 49，哺乳類 b とヒトの間で異なるアミノ酸数は 37 であるので，哺乳類 b と哺乳類 a の間で異なるアミノ酸数 $\boxed{オ}$ は，49 や 37 に近い値である 43 が適当である。同様にして，コイと哺乳類 a の間で異なるアミノ酸数は 65，コイと哺乳類 b の間で異なるアミノ酸数は 75，コイとヒトの間で異なるアミノ酸数は 68 であるので，コイと哺乳類 c の間で異なるアミノ酸数 $\boxed{カ}$ は，65，75，68 に近い値である 69 が適当である。 $\boxed{4}$ …④

理論上，２種間で異なるアミノ酸の数は，分岐してからの時間に比例する。

問 5　問題文に，「２種間で異なるアミノ酸の数は，２種の共通祖先からそれぞれの種へ進化した際のアミノ酸の置換数の合計である」とある。これは，２種の共通祖先から２種が分岐して現在に至るまで，それぞれの種で独立にアミノ酸が変化したためである。したがって，共通祖先とそれから進化した種の間で異なるアミノ酸の数は，現存する２種の間で異なるアミノ酸数の $\frac{1}{2}$ である。哺乳類 a とヒトの間で異なるアミノ酸数は 17 個であり，両種は 6500 万年前に分岐したので，ヘモグロビン α 鎖のアミノ酸１個が変化するのにかかる時間は，6500 万年 $\div\frac{17}{2}\fallingdotseq 764.7$ 万年となる。 $\boxed{5}$ …②

共通祖先とそれから進化した種の間で異なるアミノ酸の数は，現存する２種の間で異なるアミノ酸数の $\frac{1}{2}$ である。

問 6　DNA の塩基配列が変化する突然変異は，一定の確率で起こる。その結果，タンパク質のアミノ酸配列が変化することがあるが，その中で生存に有利な変化は非常にまれであり，生存に不利なものや，有利でも不利でもないものが大半を占める。生存に不利な突然変異をもつ個体は自然選択によって集団から排除されやすい。このため，生物にとって重要な機能をもつタンパク質では，突然変異が一定の確率で起こっても，アミノ酸置換速度が遅くなると考えられる。地上で生活する３種のネズミでは，水晶体に含まれるクリスタリンは重要な機能をもつタンパク質であるので，アミノ酸置換速度は遅く，置換したアミノ酸数は少ない。一方，眼が退化したスパラックスでは，クリスタリンを構成するアミノ酸が変化しても生存には影響しないので，アミノ酸置換速度は速く，置換したアミノ酸数は多いことが推察される。

$\boxed{6}$ …①

地　　学

【解答・採点基準】

（100点満点）

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	A	問1	1	1	3	
		問2	2	7	4	
		問3	3	2	3	
	B	問4	4	1	3	
		問5	5	2	3	
		問6	6	1	4	
第1問　自己採点小計					(20)	
第2問	A	問1	1	4	3	
		問2	2	3	3	
		問3	3	1	3	
		問4	4	4	4	
	B	問5	5	4	4	
		問6	6	3	3	
第2問　自己採点小計					(20)	
第3問	A	問1	1	6	4	
		問2	2	1	3	
		問3	3	2	3	
		問4	4	4	3	
	B	問5	5	1	4	
		問6	6	2	3	
第3問　自己採点小計					(20)	
第4問	A	問1	1	3	3	
		問2	2	2	4	
		問3	3	2	3	
	B	問4	4	5	4	
		問5	5	3	3	
		問6	6	2	3	
第4問　自己採点小計					(20)	

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第5問	A	問1	1	4	4	
		問2	2	1	3	
		問3	3	4	3	
	B	問4	4	7	3	
		問5	5	3	4	
		問6	6	4	3	
第5問　自己採点小計					(20)	
第6問	A	問1	1	4	4	
		問2	2	1	3	
		問3	3	4	3	
	B	問4	4	1	3	
		問5	5	2	4	
		問6	6	4	3	
第6問　自己採点小計					(20)	
自己採点合計					(100)	

【解説】

第１問　固体地球

問題

A　地球の内部構造

地球内部の層構造について，地震波の性質の一つである屈折に注目して出題した。地球内部を伝わる地震波は，その速度変化によって屈折しながら地球内部を伝わる。地震波の屈折の仕方と地球内部を伝わる経路について正しく理解しておこう。

問１　地球内部を伝わる地震波の屈折角は，地震波速度が大きい層から小さい層に入射すると，入射角より小さくなる性質がある（図１－１）。これは，光が空気中から水中へ入射するときと同じ現象である。

一般に入射波の速度を v_1，入射角を θ_1，屈折波の速度を v_2，屈折角を θ_2 とすると，$\dfrac{v_1}{v_2}=\dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$ の関係がある。これを屈折の法則という。

地球内部の地震波は，図１－２のように一般には地球内部に進むにつれて速度が大きくなる。しかし，マントルから外核に入射するとき，P 波速度は不連続に小さく（ ア ）なる。このとき，屈折角が入射角より小さく（ イ ）なり，P 波が地球内部へ下向きに屈折するために P 波の影が形成される。　1 …①

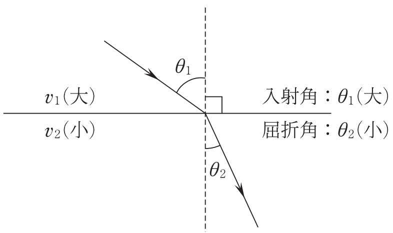


図１－１　屈折の法則

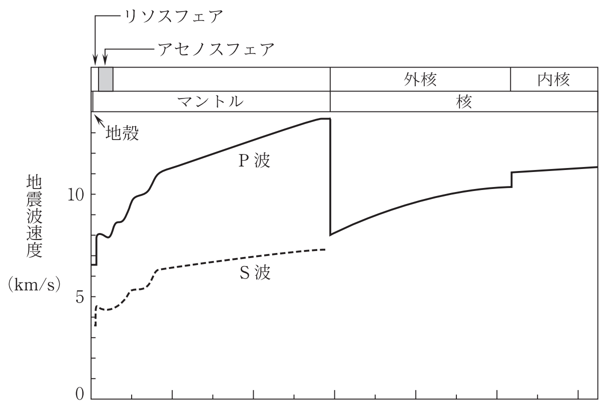


図１－２　地球内部を伝わる地震波速度の分布

【ポイント】

P 波の屈折

P 波がマントルから外核に入射すると，速度が急減するため，屈折角が入射角より小さくなる。

問2　P波は，波の伝播方向と媒質の振動方向が平行な縦波である。縦波は，固体・液体・気体のいずれも伝わる性質があり，液体である外核も伝わる。一方，S波は，波の伝播方向と媒質の振動方向が垂直な横波であり，固体のみを伝わるため，液体である外核を伝わらない。

このような地震波の性質によって，震央距離（角距離）103°～143°にはP波の影が，震央距離103°以遠にはS波の影が形成される（図1－3）。これらに注意して，地震波と震央距離との関係を理解しておこう。

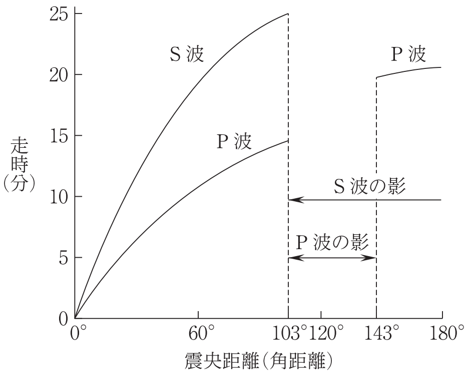


図1－3　地球内部を伝わる地震波の走時とその影

a　震央距離70°に伝わる地震波は，マントル内のみを通過した地震波である。マントルは固体であるため，P波もS波も伝わる。したがって，この文は誤りである。

b　震央距離150°に伝わる地震波は，液体の外核を通過するのでS波は伝わらず，P波のみが伝わる。したがって，この文は誤りである。

c　震央距離103°～143°をP波の影といい，一般にP波は伝わらない。内核の存在は，この影の部分の震央距離110°に弱いP波が観測されることから推定された。この弱いP波は，核の内部で地震波が急に大きくなる不連続面の存在を示している。また，地震波速度は，一般に液体よりも固体の方が大きいので，同じ化学組成で地震波速度が大きくなることは，内核が固体の状態であると考えることができる。したがって，この文は正しい。

以上から，「誤，誤，正」の組合せの⑦が正解である。

$\boxed{2}$ …⑦

問3　①　地殻を構成する元素は，質量%の大きい順に，O＞Si＞Al＞Fe＞Ca＞Mg＞Na＞Kである。したがって，この選択肢は正しい。

②　外核の元素組成で質量%が最も大きいのは酸素ではなく鉄であり，鉄は約90%を占める。これは，内核でもほぼ同じであり，外核が液体，内核が固体という状態が異なっているだけであ

P　波

波の伝播方向と媒質の振動方向が平行な縦波。

固体・液体・気体を伝わる。

S　波

波の伝播方向と媒質の振動方向が垂直な横波。

固体のみ伝わる。

核の状態と地震波速度

	状態	地震波速度
外核	液体	内核より小さい
内核	固体	外核より大きい

地球の構成元素（質量%）

地殻：O＞Si＞Al＞Fe＞Ca＞Mg＞Na＞K

マントル：O＞Mg＞Si＞Fe

核：Fe＞Ni

地球全体：Fe＞O

る。したがって，この選択肢は誤りである。

③　密度は，構成物質の状態，化学組成や結晶構造の違いによって変化するので，地震波の不連続面を境に密度も不連続に変化する。図１－４のように地球内部に向かって，境界面で不連続に密度は増加する。したがって，この選択肢は正しい。

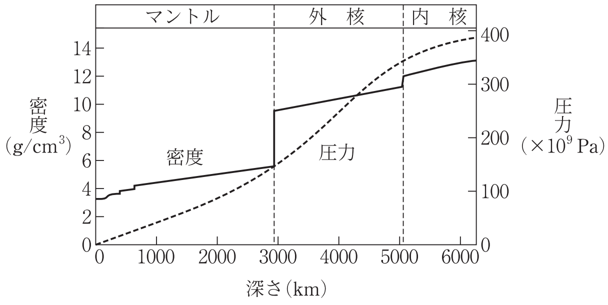


図１－４　地球内部の密度と圧力の分布

④　圧力は，地球内部ほど上に積み重なっている物質の量が多くなることで，図１－４のように地球内部に向かうにつれ，連続的に増加する。したがって，この選択肢は正しい。　$\boxed{3}$…②

B　地球の形状と重力

地球の形状と重力分布には，密接な関係がある。また，ジオイド面上の値に補正した重力と標準重力の差である重力異常からは，地球内部の構造を推定することができる。フリーエア異常とブーゲー異常の意味と重力補正の仕方をしっかりと理解しておこう。

問４　地球は，自転による遠心力によって赤道($\boxed{ウ}$)方向に膨らんだ回転楕円(だえん)体の形状をしており，地球の大きさと形状に最もよく合う回転楕円体を地球楕円体という。重力は，引力と遠心力の合力であり，引力の大きさは極で最大，赤道で最小であり，遠心力の大きさは赤道で最大，極では０である(図１－５)。したがって，重力の大きさは，極で最大，赤道へ向かうにつれて小さく($\boxed{エ}$)なる。この地球楕円体上の重力を標準重力という。

$\boxed{4}$…①

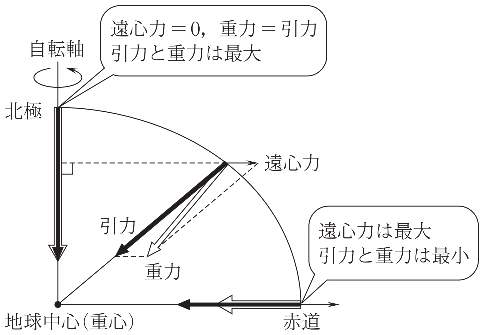


図１－５　重力

地球内部の圧力と密度の分布

圧力：地球内部に向かって，連続的に増加する。

密度：地球内部に向かって，境界面で不連続に増加する。

重力異常

測定値をジオイド面上の値に補正した値と標準重力の差。

重　力

引力と遠心力の合力。

赤道で最小。

極で最大(引力と同じ大きさ)。

問5　ブーゲー異常に関する問題である。ブーゲー異常は，重力の測定値にフリーエア補正・地形補正・ブーゲー補正を施した値と標準重力の値の差である。ブーゲー補正では，観測点とジオイド間の物質の密度を平均的な岩石の密度と仮定して補正するため，地下に密度の大きい物質があるとき，ブーゲー異常の値は正(＋)の値になる。このようなときは，地下に密度の大きい鉱床がある場合(①)，地下に密度の大きい堆積(たいせき)物が周囲に比べて厚く堆積している場合(②)，地下に密度の大きい物質が背斜構造をなして存在している場合(③)などが考えられる。一方，ブーゲー異常の値が負(−)になるときは，密度の小さい堆積物に覆われた陥没地形や谷地形が地下にある場合(④)，地下に密度の小さい鉱床がある場合などが考えられる。　$\boxed{5}$…②

問6　この地域では，図１－６のように，5000 年前まで地殻を覆っていた氷河が融(と)けたことによって，均衡が失われ，現在もなお，アイソスタシーを回復するように隆起している。この問題では，すでに 400 m 隆起している現在から，さらに何 m 隆起するとアイソスタシーが回復するのかを求める。

アイソスタシーの回復は，均衡面より上にある物質の単位面積あたりの重さがアイソスタシー成立時の値と等しくなると完了する。したがって，アイソスタシーが成立しているときの均衡面より上にある物質の「密度×高さ(厚さ)の総和」とアイソスタシー回復時の均衡面より上にある物質の「密度×高さ(厚さ)の総和」が等しくなるように式を立てる。

はじめに，5000 年前からアイソスタシーが回復するまでの隆起量 h(m)を求める。図１－６のように，地殻の厚さは変化しないので，氷河とマントルについて，氷河の密度と高さ(厚さ)の積が，アイソスタシーの回復によって隆起するマントルの密度と高さ(厚さ)の積に等しくなるように式を立てて h を求める。

$$0.9\times2200=3.3\times h$$

$$\therefore\quad h=600\ (\mathrm{m})$$

次に，現在からアイソスタシーの回復までの隆起量を求める。現在までに 400 m 隆起しているので，残りの隆起量は，

$$600-400=200\ (\mathrm{m})$$

になる。したがって，さらに 200 m 隆起する。　$\boxed{6}$…①

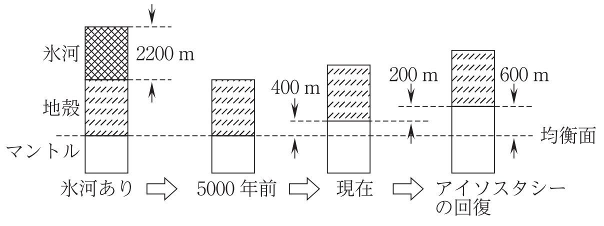


図１－６　アイソスタシーの回復の様子

重力補正

フリーエア補正：重力の測定値をジオイド面上の高度の値に補正すること。

地形補正：地表面の起伏をジオイド面と平行な地形にしたときの値に重力の測定値を補正すること。

ブーゲー補正：観測点とジオイド面の間の物質を平均的な密度の物質と仮定し，重力の測定値を補正すること。

アイソスタシーの計算

均衡面より上にある物質の「密度×高さ(厚さ)の総和」は，アイソスタシーが成立しているときとアイソスタシーが回復したときで等しい値になる。

第２問　岩石・鉱物・地表の変化　問題

A　マグマと火成岩

結晶分化作用などによって性質の異なるマグマが生じ，さまざまな種類の火成岩が形成される。今回は，深成岩をテーマとして火成岩の性質について出題した。

問１　①・②　地下の温度は深さとともに上昇するが，上部マントルを構成するかんらん岩の融点も深さとともに上昇するため，一般に地下の温度はかんらん岩の融点を上回らない。しかし，上部マントルの温度が上昇したり，圧力が低下したりしてかんらん岩の温度がその融点に達すると，かんらん岩が部分溶融し，マグマが発生する(図２－１)。

中央海嶺(かいれい)やホットスポットの地下では，高温のマントル物質が地下深部から上昇し，圧力が低下することで，マグマが発生しやすくなっている。したがって，これらの選択肢は正しい。

③　上部マントルを構成するかんらん岩が融(と)けるとき，均質に融け始めるのではなく，鉱物の境界などの融けやすい成分から融け始める。これを部分溶融という。上部マントルのかんらん岩が部分溶融して発生したマグマの化学組成は，もとのかんらん岩とは異なっており，玄武岩質である。したがって，この選択肢は正しい。

④　島弧のようなプレートの沈み込み帯では，沈み込んだ海洋プレートから上部マントルに水(H_2O)が供給される。それによって，かんらん岩の融点が低下し，マグマが発生しやすくなる(図２－１)。したがって，この選択肢は誤りである。　$\boxed{1}$…④

マグマの発生条件
- 温度上昇
- 圧力低下
- 水(H_2O)の添加による融点低下

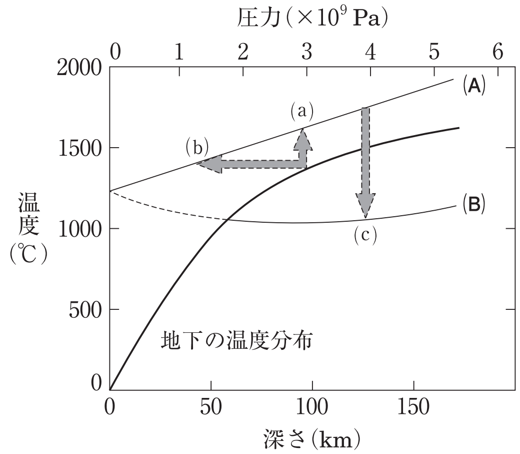


図２－１　かんらん岩の融解曲線と地温分布

(A)はかんらん岩が水を含まない場合，(B)は水を含む場合である。

矢印(a)，(b)，(c)は次の条件を示す。(a)岩石の温度が上昇する。(b)岩石の圧力が低下する。(c)水が添加されることによって岩石の融点が下がる。

問２　マグマの温度低下に伴って鉱物が順次晶出すると，残ったマグマの化学組成は変化する。これをマグマの結晶分化作用という。マグマの化学組成が異なることで，そのマグマが冷却・固結してできる火成岩の化学組成も異なるものとなる。

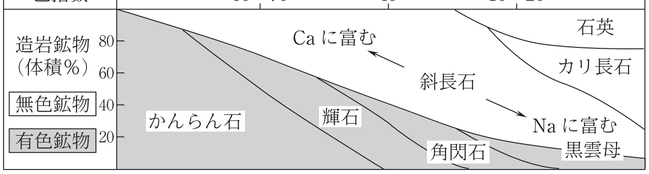
問題の表１は，マグマ**W**の結晶分化作用が進む段階で形成された深成岩**X**～**Z**の化学組成である。結晶分化作用が進むにつれて，晶出した鉱物が取り除かれた残りのマグマは，しだいに SiO_2 の割合が増加していく。したがって，SiO_2 質量％の少ない方から，**Z**→**Y**→**X**の順序で形成されたことがわかる。　$\boxed{2}$ …③

問３　火成岩は，SiO_2 質量％によって超塩基性岩，塩基性岩，中性岩，酸性岩に分類される。深成岩**X**は，SiO_2 質量％が 68.7％であることから，酸性岩の花こう岩である。花こう岩は，有色鉱物(苦鉄質鉱物)の割合が小さく，色指数は約 10～20 未満である(図２－２)。したがって，目測では有色鉱物の占める割合が小さく，10％程度の①が花こう岩に該当する。

各選択肢の図の色指数は，①が約 10，②・③が約 50，④が約 70 である。なお，色指数は，有色鉱物の割合(体積％)であり，鉱物の粒径の大小は関係しない。　$\boxed{3}$ …①

色指数
火成岩中に占める有色鉱物の割合(体積％)。

		深成岩**Z**	深成岩**Y**	深成岩**X**
火山岩		玄武岩	安山岩	流紋岩
深成岩	かんらん岩	斑れい岩	閃緑岩	花こう岩
分　類	(超塩基性岩)	(塩基性岩)	(中性岩)	(酸性岩)
SiO_2 質量％	45	52	66(63)	
色指数	60～70	40	10～20	



中性岩と酸性岩を区分する SiO_2 質量％は「63」とする場合もある。

図２－２　火成岩の分類

SiO_2 質量％による火成岩の分類

	SiO_2 質量％		
	45	52	66(63)
超塩基性	塩基性	中性	酸性

問４　マグマ溜りの温度が低下するにつれて，マグマの化学組成とは異なる化学組成の鉱物が順次晶出する。玄武岩質マグマから晶出する有色鉱物では，最初にかんらん石が晶出し，次いで輝石，角閃石，そして結晶分化の末期になると黒雲母が晶出する。

また，無色鉱物(ケイ長質鉱物)では，初期に Ca に富む斜長石が晶出し，結晶分化作用が進むと，Na に富む斜長石やカリ長石，石英が晶出する。

深成岩**Z**は，SiO_2 質量％が 46.8％の塩基性岩であることから，斑れい岩である。したがって，有色鉱物ではかんらん石，無色鉱物では Ca に富む斜長石が含まれる。　$\boxed{4}$ …④

有色鉱物の晶出順序
かんらん石→輝石→角閃石→黒雲母

無色鉱物の晶出順序
Ca に富む斜長石→Na に富む斜長石，カリ長石，石英

B　地表の変化

地表では，風化，侵食，運搬，堆積(たいせき)などの作用を受けて，さまざまな地形が形成される。用語と現象をきちんと結びつけて，地形が形成される過程を理解しておこう。

問5　ア：岩石をつくる鉱物は，温度変化による熱膨張率がそれぞれ異なる。そのため，気温の変化などによって粒子間にすき間ができて岩石にひび割れが生じ，しだいに破壊されていく。また，岩石のひび割れに水がしみ込んだ場合，気温の低下によって水が凍結して氷になると体積が膨張するため，ひび割れが押し広げられて，しだいに岩石が破壊されていく。このような風化を物理的風化(機械的風化)という。一般に，物理的風化は，気温の日較差が大きい乾燥地域や水の凍結が生じる寒冷な地域で進みやすい。

また，岩石に水がしみ込んだとき，水にとけている塩類が結晶となって成長すると，それによって岩石が破壊されることもある。このような風化を塩類風化という。

イ：雨水や地下水には，大気中の二酸化炭素や土壌(どじょう)などから溶け出した成分が含まれている。そのような雨水や地下水が長い時間をかけて岩石をつくる鉱物と反応し，しだいに鉱物が溶解していく場合がある。このような風化を化学的風化という。一般に，化学的風化は，温暖湿潤な地域で進みやすい。

ウ：化学的風化が進んだ場合，溶解しやすい成分がある一方で，残留する成分もある。低緯度地域の高温多雨の環境下において，二酸化炭素が溶け込んだ雨水との反応によってカリ長石($KAlSi_3O_8$)がカオリン($Al_2Si_2O_5(OH)_4$)という粘土鉱物に変化し，さらに，カオリンが水と反応して分解されると水酸化アルミニウム($Al(OH)_3$)になる。水酸化アルミニウムが残留・集積すると，ボーキサイト(アルミニウムの鉱石)となる。

また，石灰岩($CaCO_3$)が雨水や地下水による化学的風化を受けると，水溶性の炭酸水素カルシウム($Ca(HCO_3)_2$)となって溶け出し，地表に凹地が生じたり，地下に鍾乳洞(しょうにゅうどう)が形成されたりする。このような地形をカルスト地形という。石灰岩の化学的風化の過程は，次の式で表される。

$$CaCO_3 + H_2O + CO_2 \rightarrow Ca(HCO_3)_2$$

5 …④

問6　① 河川による侵食作用には，川底を深くするようにはたらく下方侵食と，川幅を広げるようにはたらく側方侵食がある。山地では，河川の流速が大きく，下方侵食が強くはたらいて谷底が深く削られ，断面がV字形の谷ができる。これをV字谷という。したがって，この選択肢は正しい。

② 氷河は，積雪が融(と)けずに万年雪となり，厚く積み重なって圧縮され，固い氷になってゆっくりと流れ出したものである。氷河の侵食は，その重量のために強くはたらき，下方侵食のみなら

物理的(機械的)風化
温度変化による鉱物の熱膨張率の違いや水の凍結によって，岩石が破壊されていく。

化学的風化
雨水や地下水と岩石を構成する鉱物が反応することによって，岩石が変化していく。
例　ボーキサイト，カルスト地形

河川上流の侵食地形
V字谷

ず側方侵食も大きい。そのため，断面がＵ字形の谷が形成される。これをＵ字谷という。したがって，この選択肢は正しい。

③　固体のまま流れ動く氷河の運搬作用は非常に大きく，大きな岩塊も運搬する。氷河の末端や両端には，氷河の移動に伴って運搬されてきたさまざまな大きさや形の砕屑物が堆積し，氷河が消失した後に小丘が残される。これをモレーン（氷堆石）という。カール（圏谷）は，氷河の侵食作用によって山頂付近がスプーンでえぐられたように削られた地形を指す。したがって，この選択肢は誤りである。

氷河の堆積地形
モレーン（氷堆石）

氷河の侵食地形
カール（圏谷），Ｕ字谷

④　河川の流速が比較的大きいときは侵食作用が卓越するが，河川が海や湖に流入すると，流速が衰えるために堆積作用が卓越する。そのため，陸から運搬されてきた砂や泥などの砕屑物が河口付近に堆積し，低地が形成される。これを三角州（デルタ）という。したがって，この選択肢は正しい。

また，河川が山地から平地へ出る山麓の谷口では，礫や砂などが堆積して扇状地が形成される。　$\boxed{6}$ …③

河川の堆積地形
山麓…扇状地
河口…三角州

第３問　地質と地史　問題

A　地質図

地質平面図の問題である。地質図の問題には，ある程度の慣れが必要である。多くの問題を解いて慣れておこう。

問１　走向と傾斜方向を求める問題である。地層境界線（露頭線）上の同一高度の二点を直線で結ぶと走向線が得られる。

走向線の引き方
地層境界線上の同一高度の二点を通る直線を引く。

Ａ層とＢ層の境界に注目して，等高線と地層境界線の交点に点（●）を打ち，同一高度の二点を通る直線を引くと，図３－１のようになる。よって，地点Ｐ付近では，走向は東西である。また，南に向かって走向線の高度が下がるので，傾斜方向は南である。したがって，⑥が正解である。

なお，Ａ層やＢ層は褶曲しているため，南北方向にも同一高度の点が存在するが，それらの点を結び，南北方向の直線を引くと，他の同一高度の点とも交わる。たとえば，図３－１中のＡ層とＢ層の地層境界線が 140 m の高度と交わる二点（ＰとＰ′）を結び，南北方向の直線を引くと，▲点でも 140 m の等高線と交わる。この地点にＡ層とＢ層の地層境界は現れていないので，走向が南北ではないと判断できる。　$\boxed{1}$ …⑥

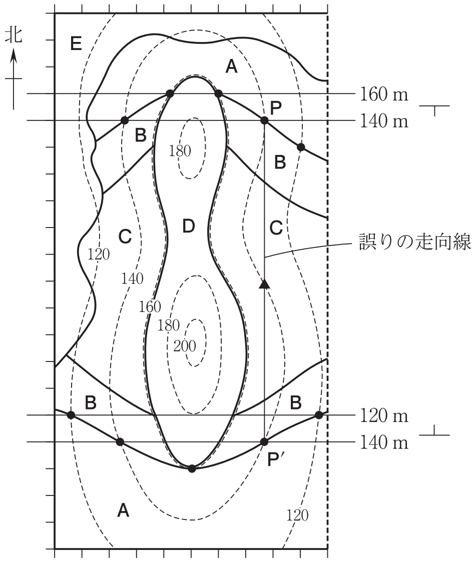


図３－１　A層とB層の境界面の走向線

問２　図３－１のように，A層とB層の境界面の走向線を引くと，走向はすべて東西であるが，北側では南に傾斜し，南側では北に傾斜している。したがって，東西方向に軸がのびる褶曲が存在しており，軸に向かって走向線の高度が低くなっているので，向斜構造であることがわかる。また，160 m の等高線に沿った地層境界線を示すD層は，水平な地層である。二つの山の山頂を通る南北方向の断面図を描くと，図３－２のようになる。　2 …①

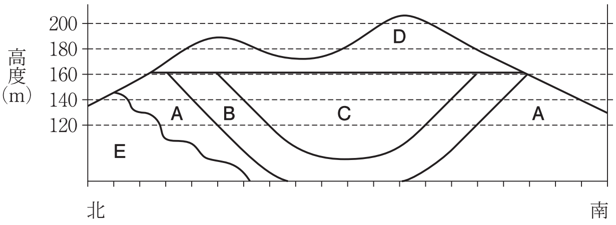


図３－２　南北方向の断面図

問３　E岩体は花こう岩であり，数百 km^2 という広範囲に分布することから，底盤(バソリス)である(図３－３)。底盤は，非常に広範囲に分布する深成岩体であり，花こう岩であることが多い。底盤は，地下深所に大量のマグマが貫入して形成され，その後，隆起・侵食されて地表に現れた岩体である。

なお，岩脈は地層を切るようにして貫入した火成岩体であり，岩床は層理面に沿って貫入した火成岩体である。溶岩台地は，大量の玄武岩質マグマが広範囲にわたって噴出してできた台地状の地形であり，玄武岩からなる。　3 …②

褶　曲
地層が波打つように曲がっている構造。波の山にあたる部分を背斜，谷にあたる部分を向斜という。

底盤(バソリス)
広範囲に分布する深成岩体。

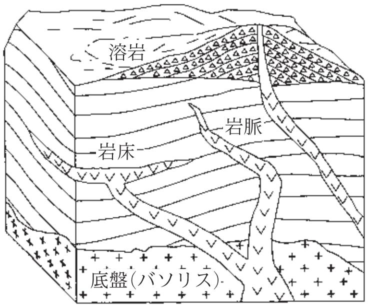


図 3 － 3　火成岩の産状

問 4　地点Q～Tが標高 140 m の等高線上にあるので，A層とB層の地層境界線の 140 m 走向線を引き，どの地点を通るかを見つければよい。この結果，図 3 － 4 中に示したように，140 m の走向線は地点Tを通るので，④が正解である。

なお，図 3 － 4 に未調査地のすべての地層境界線を描いた。B層とC層の地層境界線は，A層とB層の地層境界線と同様に引くことができる。D層は標高 160 m 以上に現れる水平層で，他の地層を不整合に覆っている。E岩体の地層境界線は任意である。

4 …④

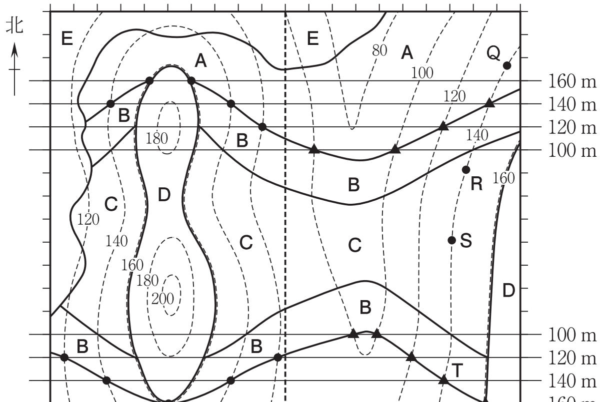


図 3 － 4　地層境界線の引き方

B　地　史

地球の歴史に関する問題である。生命の歴史と環境の変化を関連させる問題とした。

問 5　①　生物由来の炭素の存在から，生物は先カンブリア時代の約 38 億年前には誕生していたと考えられている。初期の生物は核がはっきりしない原核生物であったが，先カンブリア時代に長い年月をかけて徐々に進化し，核膜に包まれた核をもつ真核生物が出現し，さらには多細胞生物も誕生した。先カンブリア時代の

末期には数十 cm の大きさの生物も含むエディアカラ生物群も出現している。したがって，この選択肢は正しい。

② 古生代石炭紀にはシダ植物の大森林が形成された。このときの代表的なシダ植物であるロボク・リンボク・フウインボクは絶滅したが，シダ植物は種類を変えながら生き残り，現在でもワラビなど多くのシダ植物が生息している。したがって，この選択肢は誤りである。

③ 中生代はティラノサウルスなどの恐竜が繁栄していた。ユーステノプテロンは古生代デボン紀の魚類であり，デスモスチルスは新生代新第三紀の哺乳(ほにゅう)類である。したがって，この選択肢は誤りである。

④ 被子植物が出現したのは中生代である。被子植物は中生代白亜紀中期から現在まで繁栄している。したがって，この選択肢は誤りである。 $\boxed{5}$ …①

問6 生物と環境は互いに影響を及ぼし合いながら変化してきた。

① 原始大気中には酸素分子(O_2)は含まれておらず，生命が誕生した初期には大気中に酸素はなかった。初期の生物は硫化水素などを用いてエネルギーを得ており，酸素を使わなかったと考えられている。したがって，この選択肢は誤りである。

② 原始大気中に酸素分子は存在しなかったが，現在では 20 ％を占めるまでになっている。これは，光合成生物が酸素を放出し，大気中に徐々に増えていったものである。光合成を行うシアノバクテリアが約 27 億年前に現れ，さらに藻類(そうるい)が現れて，活発に光合成を行い，大気中に酸素分子が徐々に増加していった。したがって，この選択肢が正解である。

③ 生物の光合成によって大気中に酸素分子が増加し，先カンブリア時代末期～古生代初期にかけてオゾン層が形成された。オゾン層が形成されたことによって，地表に届く有害な紫外線が減少し，生物の上陸が可能となった。古生代中期に植物や両生類が上陸し，石炭紀にはシダ植物の大森林が形成されるまでになった。したがって，オゾン層の形成とシダ植物の大森林の形成順序が逆であり，この選択肢は誤りである。

④ 地球大気に関して，植物の光合成に比べて動物の呼吸の影響は小さいため，動物が繁栄しても，その呼吸の影響はほぼ無視できる。したがって，この選択肢は誤りである。 $\boxed{6}$ …②

第 4 問　大気と海洋　問題

A　雲の発生

雲の発生は，大気の状態と密接な関係がある。今回は，気温減率と断熱減率の大小関係から大気の状態を読み解く問題を出題した。

問1 上昇気流が発生する状況として，発達した低気圧の中心付近に空気が大規模に吹き込むことによって，空気塊が上昇する場合

エディアカラ生物群

先カンブリア時代末期に繁栄した大型の多細胞生物群。

石炭紀のシダ植物

ロボク，リンボク，フウインボクなどのシダ植物が大森林を形成していた。

酸素の増加

光合成を行うシアノバクテリアなどの生物が放出した酸素が大気中に徐々に増加していった。

オゾン層の形成

先カンブリア時代末期から古生代初期にかけて形成された。オゾン層の形成によって，生物の上陸が可能になった。

がある。③の地上の高気圧の中心付近では空気が吹き出すため，下降気流が生じやすい場所となる。したがって，この選択肢が誤りである。

上昇気流が生じる状況は，風が山の斜面に沿って上昇する場合(①)，温度の高い空気(暖気)は温度の低い空気(寒気)より密度が小さいため，性質の異なる二つの気団が接する前線面で，暖気が寒気の上にはい上がる場合(②)，上空に寒気が流入するなどして上空と地表の温度差が大きくなり，暖かい地表付近の空気が上昇する場合(④)などがある。 1 …③

問2 空気塊を上昇させた場合，周囲の気圧の低下とともに空気塊は膨張し，周囲の空気に対して仕事をする。そのため，エネルギーが減少し，空気塊の温度は低下する。断熱的に(周囲と熱のやり取りをしないように)空気塊を上昇させると，水蒸気の凝結が生じない場合，高さ 100 m ごとに約 1 ℃ の割合で温度が低下する。この温度低下の割合を乾燥断熱減率という。

断熱変化
周囲の大気と熱の出入りがない状態で生じる空気塊の変化。

問題の図 1 の **A** 点から **B** 点(凝結高度 h m)までは乾燥断熱減率に従って温度が低下する。よって，凝結高度 h(m)における温度 B_0 (℃)は，

$$B_0 = A_0 - \frac{1}{100}h$$

である。

B 点において空気塊は水蒸気で飽和する。このときの **B** 点の温度 B_0 (℃)を露点(露点温度)という。露点は 100 m につき 0.2 ℃ の割合で低下することから，

$$B_0 = A_1 - \frac{0.2}{100}h$$

と表すことができる。上記の二つの式から B_0 を消去すると，

$$h = 125(A_0 - A_1)$$

となる。

露点が下がる原因は，空気塊を上昇させると気圧低下によって空気塊が膨張するため，水蒸気圧が一定に保たれずに低下するからである。 2 …②

問3 ① **C** 点より上空の **D** 点までは，空気塊の温度がまわりの温度を上回っている。温度の高い空気は温度の低い空気より密度が小さいため，空気塊は自らの浮力で上昇することができる。したがって，この選択肢は誤りである。

② **C**－**D** 間の断熱減率は **A**－**B** 間の乾燥断熱減率よりも小さい(温度変化のグラフの傾きが急である)ことから，湿潤断熱減率と考えることができる。水蒸気で飽和している空気塊の湿潤断熱減率が乾燥断熱減率より小さくなる原因は，気温低下に伴う水蒸気の凝結によって潜熱が放出され，温度が下がりにくくなるからである。したがって，**C**－**D** 間では水蒸気の凝結が生じ続けてい

潜 熱
状態変化に伴って出入りする熱。
液体から気体になる場合は周囲の熱を吸収し，気体から液体になるときは周囲に熱を放出する。

ると考えられ，この選択肢は正しい。

③　図４－１のように，飽和水蒸気圧曲線は，温度が低くなるほどその傾きが緩やかである。したがって，低温の飽和空気塊から凝結する水蒸気量は，高温の場合よりも少ない。高度変化に伴う露点の変化は小さいため，それを無視して考えると，たとえば，20℃の飽和空気塊を15℃まで冷却した場合，23−17＝6 hPaに相当する凝結が生じるのに対して，10℃の飽和空気塊を5℃まで冷却した場合，12.3−8.7＝3.6 hPaに相当する凝結が生じる。このように潜熱の放出量は高度が高い低温領域ほど小さく，高度が増すほど湿潤断熱減率が大きくなってグラフの傾きは緩やかになる。したがって，この選択肢は誤りである。

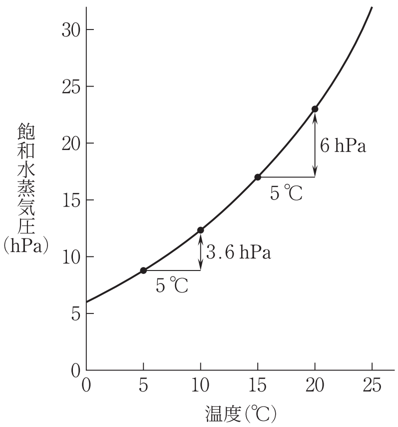


図４－１　飽和水蒸気圧

④　大気の状態には図４－２に示すように，周囲の空気の温度変化の大きさ(破線**P**～**R**)によって，三つの状態が存在する。

絶対不安定は，空気塊をわずかに上昇させた場合，周囲の大気より空気塊の温度が高くなり，空気塊が上昇し続ける状態をいう。図４－２では，**P**のように気温減率が**X**の乾燥断熱減率よりも大きい場合である。

絶対不安定
気温減率＞乾燥断熱減率

絶対安定は，空気塊をわずかに上昇させた場合，周囲の大気より空気塊の温度が低くなり，空気塊は上昇せずに元の位置に戻る状態をいう。図４－２では，**R**のように気温減率が**Y**の湿潤断熱減率よりも小さい場合である。

絶対安定
湿潤断熱減率＞気温減率

条件つき不安定は，水蒸気で飽和している空気塊は上昇して不安定であるのに対し，飽和していない空気塊は安定である状態をいう。図４－２の**Q**のように，気温減率が，**X**の乾燥断熱減率と**Y**の湿潤断熱減率の間の値である場合である。

条件つき不安定
乾燥断熱減率＞気温減率＞湿潤断熱減率

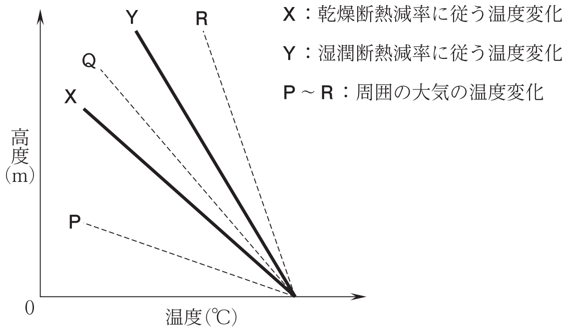


図４－２　空気の温度変化の分布

問題の図１の**D**点では，図４－３のように周囲の大気の温度変化(**S**)が湿潤断熱減率に従う空気塊の温度変化(**Z**)の傾きよりも急であり，周囲の大気の気温減率が空気塊の湿潤断熱減率よりも小さいことから，絶対安定である。したがって，この選択肢は誤りである。　$\boxed{3}$…②

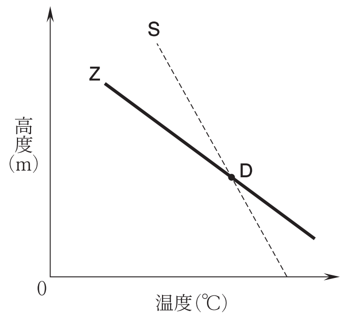


図４－３　D点における温度変化の分布

B　海　流

海流は海上を吹く風と密接な関係があるため，大気の大循環と結びつけて学習する必要がある。今回は，亜熱帯環流，日本付近を流れる黒潮，地衡流(ちこう)の特徴などを出題した。

問４　海面上を定常的に吹く風によって表層の海水が移動し，海流が生じる。図４－４の右図のように北半球では，熱帯収束帯(赤道収束帯)と亜熱帯高圧帯の間を吹く北東貿易風($\boxed{ア}$)，亜熱帯高圧帯と寒帯前線帯の間を吹く偏西風($\boxed{イ}$)によって海流が生じる。

海水は地球の自転による転向力(コリオリの力)の影響によって，風が吹いていく方向に対して北半球では右側にずれて流れていく。そのため，海水全体は，北太平洋の貿易風帯では北向きに，偏西風帯では南向きに移動し，北太平洋中央部に海水が集まって海面に高まりができる。海面に高低差ができると，図４－５のように水圧の差によって圧力傾度力が生じる。この力と転向力がつり合って，海面の等高線に平行に流れる地衡流が形成される。こ

海流の成因
海上を定常的に吹く風。
例　貿易風，偏西風

のような現象によって，図４－４の左図のように北太平洋では北赤道海流，黒潮，北太平洋海流，カリフォルニア海流が連なって時計回りの循環，南半球では反時計回りの循環が形成される。これを亜熱帯環流もしくは，亜熱帯循環系という。 4 …⑤

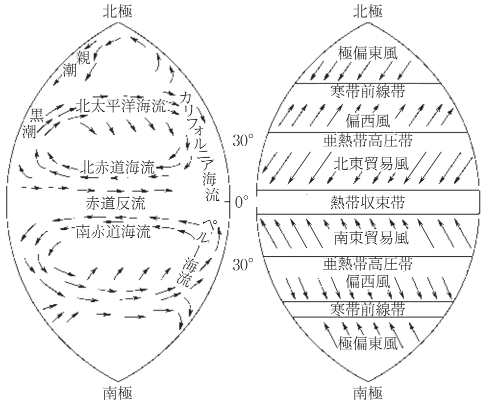


図４－４　風系と海流

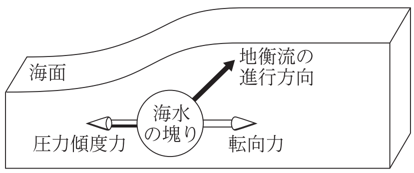


図４－５　北半球の地衡流

問５　黒潮やメキシコ湾流など，海洋の西側を流れる海流は強い流れとなっている。この現象を西岸強化という。選択肢中のペルー海流は，図４－４の左図のように，海洋の東側を流れる海流である。

図４－６のように海流にはたらく転向力は，高緯度地域の方が低緯度地域より大きいため，亜熱帯環流の中央部付近では破線で示すような南に向かう流れが生じ，東岸・西岸で北向きの流れができる。その結果，亜熱帯環流の東岸では南下流は弱められ，西岸の北上流は強められて西岸強化の現象が生じる。

エクマン輸送とは，風による海水の運動を説明するもので，海水全体としては風が吹いていく方向に対して北半球では直角右向き，南半球では直角左向きに海水が輸送される。 5 …③

亜熱帯環流（亜熱帯循環系）

北太平洋では，北赤道海流，黒潮，北太平洋海流，カリフォルニア海流が時計回りに流れる。

西岸強化

海洋の西側を流れる海流の流速が大きくなる現象。

（例）　黒潮，メキシコ湾流

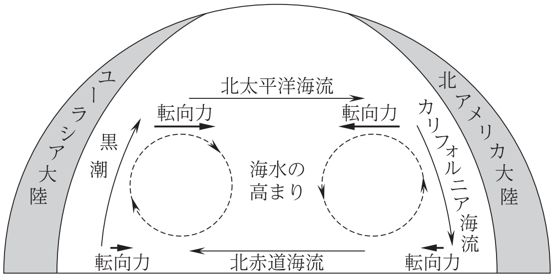


図４－６　西岸強化

問６　**a**　黒潮はしばしば蛇行(だこう)することが知られており，蛇行の北側には海の深いところから湧(わ)き上がった冷水によって渦が発生する。水温が低い海水は密度が大きいため，冷水の渦の中心部は，図４－７のように水位が低くなる。したがって，この文は誤りである。渦を形成する海水の流れは，図４－５のような地衡流となっている。

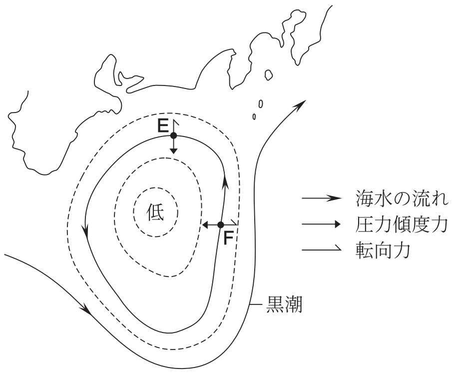


図４－７　黒潮の蛇行

b　E地点では，水位が低くなる方向に圧力傾度力がはたらく。その向きは南向きであるので，この文は正しい。

c　F地点では流れの方向が北向きであることから，転向力は流れに対して直角右向きの東向きである。したがって，この文は誤りである。

$\boxed{6}$…②

第５問　宇　宙　　問題

A　太　陽

太陽は地球のすぐ近くにあるため，太陽表面で生じる現象や内部構造について他の恒星では得られない詳細な情報を得ることができる。太陽は平均的な恒星なので，太陽で得られた詳細な情報は他の恒星にも当てはめることができ，恒星の一般的な姿を知るのに役立っている。本問ではそのような太陽の特徴について出題した。

問１　太陽は主系列星であり，中心から半径の約 40 %以内で起き

ている，水素原子核4個が融合してヘリウム原子核1個となる核融合反応によってエネルギーが発生している。発生したエネルギーは，X線よりさらに波長が短い電磁波であるγ線の形で外側に伝わっていく。そして，エネルギーが中心から半径の約70％のところに達すると，そこから上方で発生している対流によって表面まで運ばれていく。太陽の表面とは，太陽放射が出てくる厚さ約500 kmの層で，光球(ア)と呼ばれている。

太陽表面を上から見ると，高温のガスが対流によって湧(わ)き上がってくる部分は明るく見え，そこから放射状にガスが流れて温度が下がり，沈み込んでいく周辺部は暗く見える。このように，暗く縁取られた斑(まだら)状の模様として対流のパターンが太陽表面に見えており，粒状斑(はん)(イ)と呼ばれている(図5－1)。粒状斑は1000 km程度の大きさで，数分程度の時間で変化を続けている。

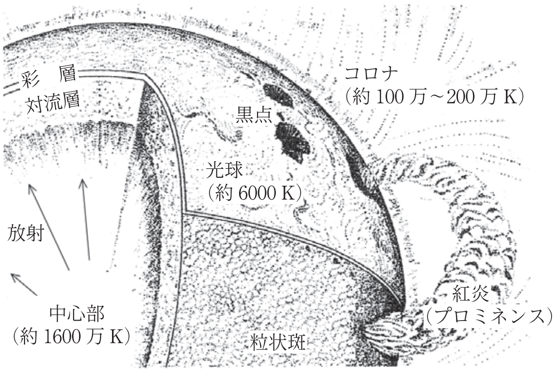


図5－1　太陽の構造

また，太陽表面下の対流によって磁場が発生しているが，磁場は電荷をもつ粒子に力を及ぼして自由な運動を阻害するため，対流自体も妨げられることになる。このように，何らかの原因で表面付近に磁場が集中してしまうと，熱を運んでくる対流が妨げられるため，温度が低下する。温度が周囲に比べて低いと，熱による放射が弱くなるため，黒い斑点状に見える。これが黒点(ウ)である。太陽表面の温度が約6000 Kであるのに対し，黒点の温度は約4000～4500 Kである。以上から，正解は④である。

なお，彩層は光球の上方の薄い層で，ほとんど透明なため通常は観測できないが，皆既日食のときや暗線の一つであるHα線のみを通すフィルターを使用すれば観測可能である。白斑は太陽表面で周囲より温度が高く明るく見える部分で，黒点の周囲に発生することが多い。暗線は連続スペクトル中に見られる，光が特定の波長で吸収されて弱くなっているところである。 $\boxed{1}$…④

問2　光球の温度は約6000 K，その上方の彩層は約4000～1万Kであるが，さらに上方のコロナは100万～200万Kもの高温になっている。熱による放射は温度が高いほど波長が短くなるた

主系列星

中心部で起きている，水素がヘリウムに変化する核融合反応でエネルギーを発生している恒星。

粒状斑

太陽表面を覆っている，1000 km程度の大きさの斑状の模様。太陽内部の対流の結果生じている。

黒　点

対流が磁場によって妨げられて，表面の温度が低下している領域。周囲より温度が低いため，黒く見える。

コロナ

彩層の上方で太陽を包み込んでいる，希薄で100万～200万Kに及ぶ高温の気体。太陽風の源となっている。

め，コロナ自体が放射しているのは紫外線より波長が短いX線である。X線は地球大気に吸収されるので，コロナからのX線は宇宙空間からでないと観測できない。ただし，高温のためコロナのガスは電離しており，自由電子が太陽光を散乱する。このため，皆既日食のときには肉眼でもコロナの散乱光を観察することができる。彩層の密度は光球より小さいが，コロナはさらに密度が小さくなっている。太陽風はコロナがその源であるが，コロナが薄くなっているコロナホールから特に強い太陽風が吹き出している。以上から，正解は①となる。 $\boxed{2}$ …①

問3　フレアは，おもに黒点上空の磁場に蓄えられたエネルギーが，爆発的に放出されて生じる現象である。フレアによって，高速の荷電粒子が放出されて太陽風が一時的に強まるほか，加熱された太陽表面付近のガスからX線や紫外線などが放射される。

フレア発生の約500秒後には，強いX線や紫外線が地球に到達して電離層を乱すため，電離層による電波の反射状況が変化して無線通信に障害が発生する。これがデリンジャー現象である。

一方，荷電粒子は数日後に地球に到達し，地球の磁場に捉えられる。一部の荷電粒子は磁力線に沿って極地方上空に飛び込み，大気と衝突してオーロラを発生させる。また，地球磁場に捉えられた荷電粒子が地磁気を乱すことによって磁気嵐(あらし)を引き起こす。

オゾンホールは，極地方上空でフロンに由来する塩素がオゾンを破壊することによって生じるので，フレアには無関係である。以上から，①～③は正しく，正解は④となる。 $\boxed{3}$ …④

B　恒　星

恒星について学習すべきことは多いが，その中でも最も基本的な事項である明るさと距離について出題した。等級については，対数計算や等級の種類についての知識を確認してほしい。

問4　恒星の距離を測定する基本的な方法は，年周視差($\boxed{エ}$)を使用する方法である。地球は太陽の周囲を公転しており，1年周期で位置を変えているため，恒星の見かけの位置も1年周期で変動する。そのとき，恒星の平均的な見かけの位置から，最も大きく離れた角度が年周視差である(図5－2)。地球－恒星間の距離で1天文単位を見込む角と解釈してもよい。年周視差をp''，恒星までの距離をrパーセクとすると，$r=\dfrac{1}{p}$が成り立つ。つまり，年周視差は恒星までの距離に反比例するため，年周視差の逆数をとれば距離を計算できる。その際，年周視差が$1''$となる距離を単位として定義し，パーセク($\boxed{オ}$)と呼んでいる。また，光が1年をかけて進む距離を1光年といい，1パーセクは約3.26光年である。

恒星の見かけの明るさは距離に依存するため，見かけの明るさをそのまま等級で表した見かけの等級は恒星本来の明るさを表すのには適さない。そこで，恒星本来の明るさを表すため，恒星を

コロナホール
コロナ中で周囲より希薄になっている部分。強い太陽風が吹き出している。

フレア
黒点上空のコロナ中で，磁場に蓄えられたエネルギーが爆発的に解放される現象。大量の荷電粒子の放出や，強いX線・紫外線の放射などが生じる。

デリンジャー現象
フレアで放射されたX線の影響で，無線通信に障害が発生する現象。

磁気嵐
フレアで放出された荷電粒子の影響で，地磁気に乱れが発生する現象。

年周視差
地球の公転運動に応じて，恒星の見かけの位置が変化して見える大きさ。恒星までの距離に反比例する。

パーセク
年周視差が$1''$となる距離。1パーセクの距離から見ると，1天文単位が$1''$に見える。

光　年
光が1年かけて進む距離。

10 パーセクの距離から見た場合の等級を計算して使用する。これを絶対等級($\boxed{\text{カ}}$)という。以上から，正解は⑦となる。

なお，年周光行差は，年周視差同様，地球の公転が原因で恒星の見かけの位置がずれる現象である(図５－３)。ずれの大きさは最大で 20.5″であり，年周視差よりもその値は大きいが，年周視差と異なって恒星の距離とは無関係なので距離測定には利用できない。また，地質年代には絶対年代と相対年代があるが，等級の場合，絶対等級はあるが，相対等級という用語は存在しない。

$\boxed{4}$ …⑦

絶対等級

天体を 10 パーセクの距離から見たときの等級。

年周光行差

恒星の見かけの位置が，地球の公転による進行方向にずれて見える角度。その大きさは恒星の見える方向に依存し，距離にはよらない。

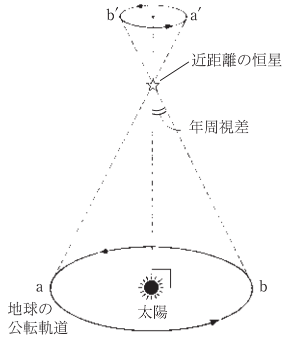


図５－２　年周視差

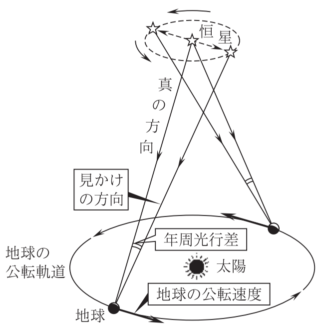


図５－３　年周光行差

問５　絶対等級でも見かけの等級でも，100 倍明るくなると５等級小さくなるように等級は定義されている。したがって，10 倍の明るさの違いは 2.5 等級の差に対応する。また，１等級の差は $\sqrt[5]{100} \fallingdotseq 2.5$ 倍の明るさの違いに対応する。

問題文にあるように，地球から見てこと座 γ 星がベガと同じ距離にあると仮定すると，こと座 γ 星は現在よりも約 630 倍明るく見える。選択肢のうち，７等級差の明るさの違いは $2.5\times2.5\times100=625$ 倍なので，630 倍の明るさの違いは７等級をわずかに超える等級差に対応する。したがって，③が正解となる。

$\boxed{5}$ …③

等級と明るさの関係

明るさが 100 倍になると，等級は５等級小さくなる。

問６　①　質量光度関係とは，主系列星の光度がその質量の約４乗に比例する，というものである。しかし，こと座 γ 星は問題文にあるように，すでに主系列を離れて巨星へ進化しようとしている恒星なので(図５－４)，質量光度関係は適用できない。したがって，この選択肢は誤りである。

質量光度関係

主系列星の光度は質量の約４乗に比例する。

②　こと座などの星座とは，天球上で互いに近くに見える恒星を集めたものである。したがって，同じ星座に属する恒星といっても，偶然同じ方向に見えているだけであり，星団の星々のように同時に生まれたといった関係はない。

こと座 γ 星がベガと同じ距離にあると仮定すると，現在よりも約 630 倍明るく見える。見かけの明るさは距離の２乗に反比例す

明るさと距離の関係

見かけの明るさは，距離の２乗に反比例する。

るので，こと座 γ 星までの距離はベガまでの距離に比べて，$\sqrt{630} \fallingdotseq \sqrt{625} = 25$(倍)遠方にある。つまり，地球とベガの距離よりもベガとこと座 γ 星の距離の方がはるかに大きい。このように，ベガとこと座 γ 星は同じ星座に属するからといって，同じ距離にあるのでもなく，同時に生まれたと結論できるわけでもない。したがって，この選択肢は誤りである。

③　ベガの方が太陽よりも質量が大きいということは，核融合反応の燃料もベガの方が多いことを意味する。しかし，主系列星では質量光度関係で示されるように，質量の約 4 乗に比例して光度，すなわち核融合反応の強さが増す。このため，燃料は多くても，消費速度がそれを上回って大きいので，使いつくすまでの時間，すなわち寿命は逆に短くなる。したがって，この選択肢は誤りである。

④　恒星の色は，放射する光の強さがどの波長で最大になるかによって定まる。ウィーンの変位則から，放射の強さが最大となる波長は表面温度に反比例するので，同一温度の恒星であれば放射の強さが最大となる波長も同じであり，同一の色を呈することになる。したがって，この選択肢が正しい。 $\boxed{6}$ …④

ウィーンの変位則

物体が熱エネルギーによって放射しているとき，放射エネルギーが最大となる波長は表面温度に反比例する。

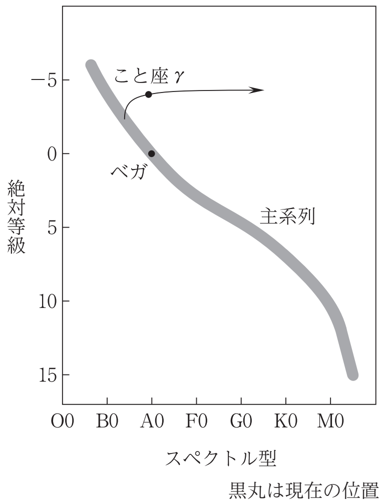


図５－４　HR 図上でのこと座 γ 星の進化経路

第６問　宇　宙　問題

A　太　陽

第５問**A** に同じである。

B　宇宙の膨張

宇宙全体に関連する事項としては，宇宙の膨張と宇宙の歴史，および銀河の分布が重要事項である。本問ではそれらについて，計算も含めた問題を出題した。

問4　宇宙は約140億年前にビッグバンで始まり，膨張を続けて現在に至っている。ビッグバン後，約3分までは，宇宙に存在していた物質はクォークなどの素粒子が主であった。約3分後になると，陽子と中性子が形成され，中性子2個と陽子2個が結合してヘリウム原子核を形成した。

さらに時間が経過して，ビッグバンからおよそ40万年後には，宇宙を満たしていた水素やヘリウムの原子核に，電子が結合して中性の原子がつくられた。この結果，自由電子が光を散乱することがなくなり，宇宙が透明化した。これを宇宙の晴れ上がりという。このとき，初めて散乱されなくなって直進するようになった光が，3K宇宙背景放射(エ)として現在観測されている。

3K宇宙背景放射はあらゆる方向からほとんど一様な強さで観測されるが，詳細に観測すると10万分の1ほどの揺らぎが存在している。この揺らぎのスペクトルを精密に観測することにより，宇宙の物質構成や膨張の状況を知ることが可能である。その結果，宇宙にはわれわれがよく知っている通常の物質がわずか5％しかなく，重力の観測からその存在は知られていたものの，電磁波で観測できないため正体不明のダークマター(オ)が23％，残りはさらに正体不明の未知のエネルギーが72％という構成であることがわかった。以上から，正解は①となる。

なお，波長21 cmの中性水素原子からの放射は，星間物質のうちの水素原子の観測に使用される電波である。また，暗黒星雲は星間物質のうち，おもに水素分子からなる星間雲であり，塵(ちり)を多く含み，光を吸収することからこのように呼ばれている。

4 …①

問5　宇宙が膨張しているため，銀河までの距離は時間とともに増大していき，そのスペクトル中の暗線などの線スペクトルの波長は赤方偏移を示す。赤方偏移は，線スペクトルの本来の波長をλ，赤方偏移して観測された波長を$\lambda+\Delta\lambda$とすると，$z=\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda}$で表される。このとき，銀河の後退速度$v$は，光速度を$c$として，$v=cz$で求められる。$v$はハッブルの法則$v=Hr$により，銀河の距離$r$およびハッブル定数$H$と関係している。

本問では，

$$z=\frac{0.77-0.66}{0.66}=\frac{1}{6}$$

であるので，

$$v=3.0\times10^5\times\frac{1}{6}=5.0\times10^4\ (\mathrm{km/s})$$

である。このvと，ハッブル定数の値(71 km/s/メガパーセク)をハッブルの法則に代入し，距離rを求めると次のようになる。

$$r=\frac{5.0\times10^4}{71}\fallingdotseq704\ (\text{メガパーセク})$$

したがって，正解は②となる。

5 …②

ビッグバン

宇宙の始まりである，高温・高密度状態からの爆発的な膨張。現在から137～138億年前に起きた。

宇宙の晴れ上がり

ビッグバンのおよそ40万年後に，宇宙を満たしていたガスが透明化したこと。それ以前は自由電子が光を散乱したため，宇宙は不透明であった。

ダークマター

重力源として存在はわかっているが，電磁波で観測できない物質。今のところ正体不明である。暗黒物質とも呼ばれる。

波長21 cmの電波

中性水素原子が放射する電波。星間物質の観測に使用される。

赤方偏移

天体から放射された光の波長が，長い方にずれる現象。大きさは，

$$z=\frac{\text{波長の伸び}}{\text{本来の波長}}$$

で表される。

ハッブルの法則

宇宙膨張による銀河の後退速度vが銀河の距離rに比例しているという法則。ハッブル定数をHとして，$v=Hr$で表される。

問6　①　銀河が数十個集まった集団を銀河群，数百から数千個集まった集団を銀河団という。したがって，この選択肢は正しい。われわれの銀河系は局部銀河群に属し，数千万光年の距離におとめ座銀河団が存在している。

②　銀河群や銀河団がいくつか集まってさらに規模の大きな超銀河団と呼ばれる集団を形成している。したがって，この選択肢は正しい。おとめ座銀河団が中心となり，局部銀河群も含んだ超銀河団を形成している。

③　数億光年にわたって銀河がほとんど存在しない領域をボイドあるいは超空洞と呼ぶ。したがって，この選択肢は正しい。宇宙はこのボイドが連なった状態で，ボイドどうしの境界面付近に銀河が分布している。このような構造を宇宙の大規模構造または泡構造と呼んでいる。

④　局部銀河群はわれわれの銀河系とアンドロメダ銀河，さんかく座のM33が中心となり，他の30〜40個の小型の銀河で構成された銀河群である。したがって，アンドロメダ銀河も局部銀河群のメンバーであるから，この選択肢が誤りであり，本問の正解となる。　$\boxed{6}$…④

銀河群・銀河団
銀河の集団。

超銀河団
銀河群や銀河団の集団。

ボイド(超空洞)
銀河がほとんど存在しない領域。大きさは数億光年ほど。

宇宙の大規模構造
銀河の分布が示す構造。宇宙はボイドが連なっており，ボイドどうしの境界に銀河が集中して分布している。泡構造とも呼ばれる。

物　理　I

【解答・採点基準】

（100点満点）

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問		問1	1	4	4	
		問2	2	5	4	
		問3	3	5	4	
		問4	4	5	4	
		問5	5	3	4	
		問6	6	3	4	
第1問　自己採点小計					(24)	
第2問	A	問1	1	3	5	
		問2	2	3	4	
		問3	3	2	4	
	B	問4	4	4	4	
		問5	5	5	4	
第2問　自己採点小計					(21)	
第3問	A	問1	1	4	4	
		問2	2	1	4	
		問3	3	2	4	
	B	問4	4	3	5	
		問5	5	1	4	
		問6	6	4	3	
第3問　自己採点小計					(24)	
第4問	A	問1	1	2	5	
		問2	2	2	5	
		問3	3	1	4	
	B	問4	4	4	4	
		問5	5	4	4	
	C	問6	6	2	5	
		問7	7	6	4	
第4問　自己採点小計					(31)	
自己採点合計					(100)	

【解説】

第１問　小問集合

問題

問１　CD 間で小物体は等速直線運動するので，点 C での小物体の速さを v_C，CD 間の距離を l とすると，CD 間を小物体が通過するのに要する時間 t は，

$$t=\frac{l}{v_C}$$

と表せる。

点 C より上方では小物体は等加速度直線運動する。その加速度の大きさを a，滑り出してから点 C に達するまでの距離を x とすると，**等加速度直線運動の公式**より，

$$v_C{}^2-0^2=2ax$$

が成り立つ。これより，

$$v_C=\sqrt{2ax}$$

である。

以上より，

$$t=\frac{l}{\sqrt{2ax}}$$

が得られる。

点 A および点 B から滑り出したときの x を x_1，x_2 と記せば，題意より，$x_1=2x_2$ なので，

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}}=\underline{\sqrt{2}}$$

となる。

$\boxed{1}$ の答　④

問２　接触させて十分に時間がたったときの物体 A と B の温度を T とすると，**熱量と温度変化の関係**より，A が放出した熱量は $C(T_1-T)$，B が吸収した熱量は $C(T-T_2)$ と表すことができる。題意より，熱は A と B の間でのみやりとりされるので，

$$C(T_1-T)=C(T-T_2)$$

となり，これより，

$$T=\frac{T_1+T_2}{2}$$

が得られる。したがって，A から B に移動した熱量は，

$$C(T_1-T)=C\left(T_1-\frac{T_1+T_2}{2}\right)=\underline{\frac{C(T_1-T_2)}{2}}$$

と求められる。

$\boxed{2}$ の答　⑤

【ポイント】

等加速度直線運動の公式

$$v=v_0+at$$

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

$$v^2-v_0{}^2=2ax$$

v ：時刻 t における速度

v_0：時刻 0 における速度

a ：加速度

t ：時刻

x ：時刻 0 から t までの変位

熱量と温度変化の関係

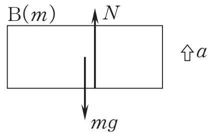
$$Q=C\Delta T$$

Q ：物体が吸収または放出した熱量

C ：熱容量

ΔT：温度変化の大きさ

問 3　直方体Bは，重力とAからの垂直抗力を受けて，鉛直上向きに大きさ a の等加速度直線運動をする。垂直抗力の大きさを N とすると，重力の大きさは mg なので，Bの運動方程式は，



$$ma=N-mg$$

となる。これより，

$$N=\underline{m(a+g)}$$

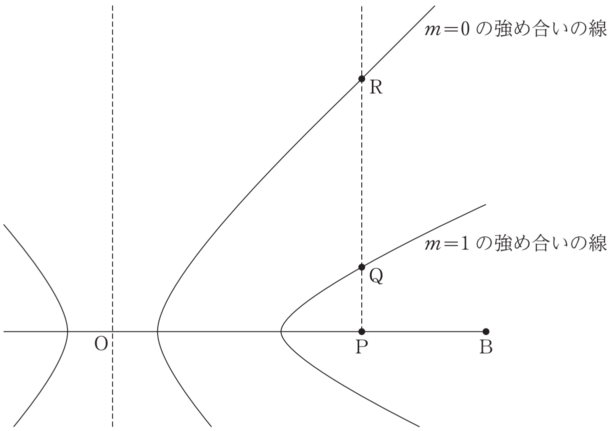
と分かる。

$\boxed{3}$ の答　⑤

問 4　波源AとBの振動が逆位相であることから，A，Bからの水面波が水面上の点Xで強め合うとき，**二波源からの波が強め合う条件**より，

$$AX-BX=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \qquad m：整数$$

が成り立つ。m の各値に対応する強め合いの線が水面上に何本か存在する。題意より，点Pを通る半直線上に強く振動する点が点Qと点Rの二点しか存在しなかったので，点Q，Rの近くの強め合いの線は次図のようになる。



波源A，Bからの経路差が小さい点Rの方が $m=0$ に対応し，点Qの方は $m=1$ に対応する。したがって，点Qは，

$$AQ-BQ=\left(1+\frac{1}{2}\right)\lambda=\underline{\frac{3}{2}\lambda}$$

を満たす。

$\boxed{4}$ の答　⑤

問 5　まず，Aに $+q$，Bに $-q$ の電荷を与えた場合には，AとBを接触させると，正負の電気が引き合い，合体してAB全体の帯電量は0になる。したがって，外側の表面の電気量は $\underline{0}_{ア}$ であり，内部の表面の電気量も0である。

次に，Aに $+Q$，Bに $-q$ の電荷を与えた場合には，AとBを接触させると，AB全体の帯電量は $+(Q-q)$ になる。これは，

二波源からの波が強め合う条件

波源の振動が同位相の場合

（波源からの経路差）$=m\lambda$

波源の振動が逆位相の場合

（波源からの経路差）$=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$

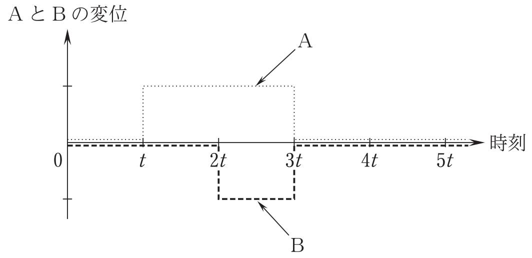
m：整数

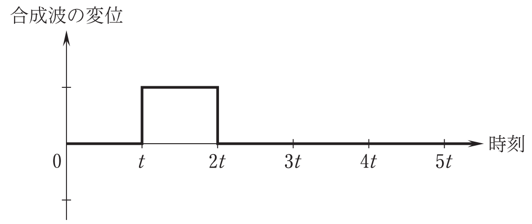
λ：波長

$Q>q$ の場合には正，$Q<q$ の場合には負である。正負いずれにしても，一つの導体に電荷を与えると，それらの電荷は互いに反発しあうので，導体の外側表面にのみ分布する。したがって，A と B からなる金属球の外側の表面の電気量は $\underline{+(Q-q)}_{\text{イ}}$ となり，内部の表面の電気量は $\underline{0}_{\text{ウ}}$ である。

$\boxed{5}$ の答　③

問 6　問題の図 5 より，パルス波 A と B は時間 t の間に x 軸上に記された一目盛り分の距離を移動することが分かる。このことから，原点 O におけるパルス波 A と B の変位の時間変化は次図上のようになる。合成波の変位は A と B の変位を足し合わせたものだから，次図下のようになる。





$\boxed{6}$ の答　③

第 2 問　生活と電気　問題

A

問 1　電圧 6.0 V がかけられたときの電流値から明らかなように，同じ電圧がかけられたときに，抵抗 B に流れる電流は抵抗 A に流れる電流の $\dfrac{3.0}{2.0}$ 倍である。よって，**オームの法則**より，B の抵抗値は A の抵抗値の $\dfrac{2.0}{3.0} \fallingdotseq \underline{0.67}_{\text{ア}}$ 倍と分かる。また，かけられた電圧が等しいとき，**抵抗での消費電力**は流れる電流に比例するから，B での消費電力は A での消費電力の $\dfrac{3.0}{2.0} = \underline{1.5}_{\text{イ}}$ 倍となる。

別解　問題の図 1 のグラフから A と B の抵抗値と消費電力を数値計算してもよい。オームの法則より，抵抗 A の抵抗値は

$$R_{\mathrm{A}} = \frac{6.0}{2.0} = 3.0\,\Omega$$

オームの法則

$$R = \frac{V}{I}$$

R：抵抗値
V：電圧
I ：電流

抵抗での消費電力

$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

P：消費電力
V：電圧
I ：電流
R：抵抗値

抵抗Bの抵抗値は

$$R_B = \frac{6.0}{3.0} = 2.0\ \Omega$$

だから，

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{2.0}{3.0} \fallingdotseq \underline{0.67}\ 倍$$

となる。

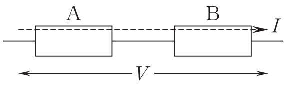
電圧6.0 Vがかけられているときのことを考えて，Bでの消費電力 P_B とAでの消費電力 P_A の比は，

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{6.0\times3.0}{6.0\times2.0} = \underline{1.5}\ 倍$$

となる。

$\boxed{1}$ の答　③

問2　抵抗A，B全体にかかる電圧が6.0 Vのとき，抵抗Aにかかる電圧は6.0 Vより小さいので，問題の図1のグラフより，Aに流れる電流(抵抗全体に流れる電流)は2.0 Aよりも小さくなる。したがって，①と②は明らかに正しくない。



抵抗AとBを直列に接続しているので，流れる電流が共通である。例えば，各抵抗に1.0 Aの電流が流れているとき，図1より，Aにかかる電圧は3.0 V，Bにかかる電圧は2.0 Vと分かるので，全体にかかる電圧は $3.0+2.0=5.0$ V である。したがって，④は正しくない。

以上のことから，正解は<u>③</u>となる。

別解　抵抗AとBを直列に接続したときの合成抵抗 R_0 は，

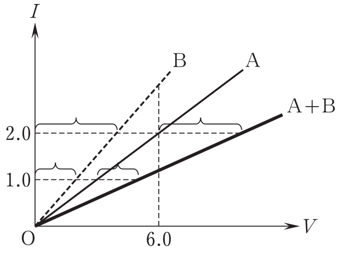
$$R_0 = R_A + R_B = 3.0 + 2.0 = 5.0\ \Omega$$

である。したがって，全体に6.0 Vの電圧がかかるときに流れる電流は，オームの法則より，

$$I = \frac{6.0}{5.0} = 1.2\ \mathrm{A}$$

と計算でき，これから正解は<u>③</u>と分かる。

補足　抵抗AとBを直列に接続しているので，流れる電流は共通であり，AB全体にかかる電圧はAにかかる電圧とBにかかる電圧の和になる。よって，全体にかかる電圧と流れる電流の関係を表すグラフは，縦軸の各電流の値におけるAとBの電圧を足し合わせる形で求められる。



$\boxed{2}$ の答　③

問 3　抵抗値が一定のとき，抵抗での消費電力はかかる電圧が大きいほど大きい。**問 2** の解説中で述べた通り，抵抗を直列に接続すると各抵抗にかかる電圧は全体にかけられる電圧よりも小さくなる。これらのことから，各抵抗にかかる電圧は②の場合が最も大きくなり，各抵抗での消費電力も最も大きくなる。したがって，抵抗全体での消費電力も②が最も大きくなる。

別解　合成抵抗 r の回路に電圧 V がかかるときの回路全体での消費電力 P は，

$$P=\frac{V^2}{r}$$

で与えられる。これより，本問のようにかかる電圧が一定のときには，合成抵抗が小さいほど消費電力が大きくなることになる。

抵抗一個の抵抗値を R として，各選択肢の回路の合成抵抗を計算してみると，以下のようになる。

①　$r=R+R+R=3R$

②　$r=\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R}}=\dfrac{1}{3}R$

③　$r=R+\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R}}=\dfrac{3}{2}R$

④　$r=\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{R+R}}=\dfrac{2}{3}R$

これらを比較することによって，正解は②であることが分かる。

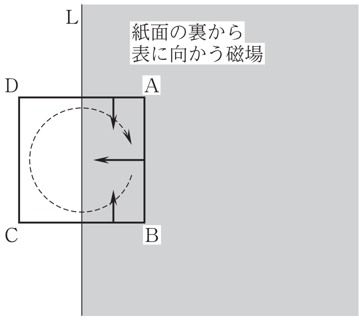
$\boxed{3}$ の答　②

B

問 4　磁場中でコイルを移動させるとき，コイルを貫く磁力線の数が変化する場合に，その変化を妨げる向きにコイルに誘導電流が流れる。コイルを移動させる速さを大きくすると，コイルを貫く磁力線の単位時間あたりの変化量が大きくなるので，誘導電流は大きくなる（①は正しい）。また，磁場の強さを強くしても，コイルを貫く磁力線の単位時間あたりの変化量が大きくなるので，誘導電流は大きくなる（②は正しい）。磁場の向きを逆転させると，磁力線の向きが逆転して，その変化を妨げるために逆向きの誘導電流が流れる（③は正しい）。しかし，抵抗値の大きなコイルを用いると，直流電源に抵抗をつないだときと同じで，流れる誘導電流は減少する（④は誤っている）。

$\boxed{4}$ の答　④

問5　**問4**の問題文中にあるように，辺 AB が磁場内に入ってから辺 CD が磁場に入るまでの間，コイルには問題の図2の点線の矢印の向きに誘導電流が流れる。この電流に磁場からはたらく力の向きは，右図に矢印で示したように，DA 部分には下向き，AB 部分には左向き，BC 部分には上向きとなる。このうち DA 部分の力と BC 部分の力は互いに打ち消し合うので，合力として残るのは AB 部分の力だけである。



よって，コイルは減速することになり，初速の大きさや磁場からはたらく力の大きさ，コイルの質量などの関係により，辺 CD が磁場内に入る前に静止する場合もある。すなわち，**ウ**は可能な運動である。

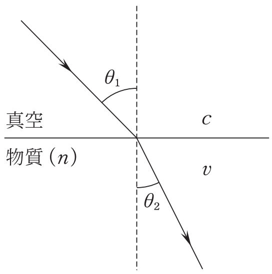
場合によっては，辺 CD が磁場内に入るまでにコイルが静止しないこともある。その場合，一様な磁場なのでコイル全体が磁場内で運動しても，コイルを貫く磁力線の数の変化はなく，コイルに誘導電流は流れない。電流が流れなければ，磁場からの力ははたらかない。したがって，コイルは磁場内を等速直線運動することになる。すなわち，**エ**は可能ではなく，**オ**は可能である。

$\boxed{5}$ の答　⑤

第3問　波動　問題

A

問1



真空中での光の速さを c とする。絶対屈折率 n の媒質中での光の速さ v は，**屈折の法則**より，$v=\underbrace{\dfrac{1}{n}}_{ア}\times c$ となる。また，真空と物質との境界面への入射角を θ_1，屈折角を θ_2 とすると，屈折の法則より，

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=n$$

となるので，入射角 θ_1 が同じでも，屈折率 n が大きいほど $\sin\theta_2$ が小さくなる。$0<\theta_2<90°$ なので，θ_2 も$\underbrace{\text{小さく}}_{イ}$なる。屈折光線

屈折の法則

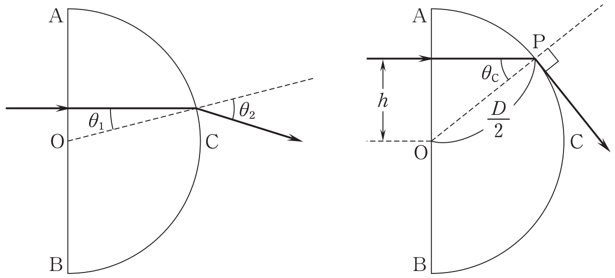
$$n=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{c}{v}$$

n：物質の絶対屈折率
θ_1：入射角
θ_2：屈折角
c：真空中の光の速さ
v：物質中の光の速さ

の入射方向からの角度の変化が $\theta_1-\theta_2$ なので，屈折率 n が大きい物質ほど角度の変化が大きい，すなわち，より曲げられるということになる。

$\boxed{1}$ の答　④

問 2



上図左のように，光を入射させる位置が点 O に近い場合には，円弧 ACB 側からの屈折光線が存在する。入射位置を点 O から遠ざけていくと，境界面への光の入射角 θ_1 が大きくなるので，屈折角 θ_2 も大きくなる。題意より，点 O からの距離が h の位置に光を入射させたときに，屈折角が 90° になったと考えられる(上図右)。このときの入射角を全反射の臨界角といい，θ_C と記せば，屈折の法則より，

$$\frac{\sin\theta_C}{\sin 90^\circ}=\frac{1}{n}$$

となるので，これより，

$$\sin\theta_C=\frac{1}{n}$$

を得る。一方，円弧 ACB への光の入射点を点 P とすれば，

$\mathrm{OP}=\mathrm{AO}=\dfrac{D}{2}$ である。したがって，上図右より，

$$\sin\theta_C=\frac{h}{D/2}=\frac{2h}{D}$$

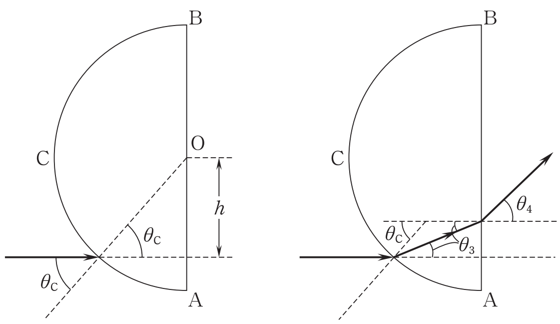
となる。以上 2 式より，

$$\frac{1}{n}=\frac{2h}{D} \qquad \therefore \quad n=\underline{\frac{D}{2h}}$$

となる。

$\boxed{2}$ の答　①

問 3



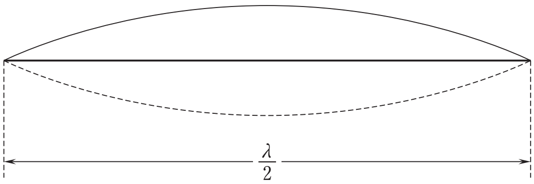
題意より，入射光線の円弧 ACB への入射角は，**問 2** の臨界角

θ_C に等しい(前ページの図左)。ガラス内への屈折角は，屈折の法則より，入射角 θ_C よりも小さくなる。ガラス内を進んだ光線の面 AB への入射角を θ_3 とすると，前ページの図右より，θ_3 は θ_C よりも小さいことになる。したがって，面 AB から真空中へ出る屈折光線は存在し，その屈折角 θ_4 は θ_3 よりも大きい。以上のことから，正解は②となる。

$\boxed{3}$ の答　②

B

問 4



　基本振動の波長 λ は，弦の振動部分の長さの 2 倍に等しいので，振動部分の長さが長いほど，長くなる。**波の速さの式**より，振動数 f は波長 λ に反比例するので，振動部分の長さが長いほど，小さく ウ なる。また，問題文中にあるように，弦を伝わる波の速さ v は，つるしたおもりの質量の平方根に比例するので，おもりの質量が大きいほど速くなる。波の速さの式より，振動数 f は波の速さ v に比例するので，おもりの質量が大きいほど大きく エ なる。

補足　弦を伝わる波の速さ v は，弦の線密度を ρ，張力を S とすると，

$$v=\sqrt{\frac{S}{\rho}}$$

で与えられる。本問のように，弦におもりを吊す場合，弦の張力 S は，おもりの質量を m，重力加速度の大きさを g として，

$$S=mg$$

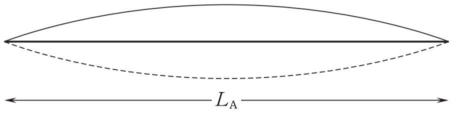
となる。以上のことから，問題文中の但し書きのように，弦を伝わる波の速さは

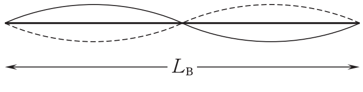
$$v=\sqrt{\frac{mg}{\rho}}$$

となり，おもりの質量の平方根に比例することになる。

$\boxed{4}$ の答　③

問 5





　共振したことから弦 B の振動数は弦 A の振動数と等しい。こ

波の速さの式

$v=f\lambda$

v：波の伝わる速さ

f：振動数

λ：波長

の共通の振動数を f とする。弦 A は基本振動であることから，波長は $2L_{\mathrm{A}}$ である。弦 B は 2 倍振動であることから，波長は L_{B} である。波の速さの式より，

$$v_{\mathrm{A}}=f(2L_{\mathrm{A}}),\qquad v_{\mathrm{B}}=fL_{\mathrm{B}}$$

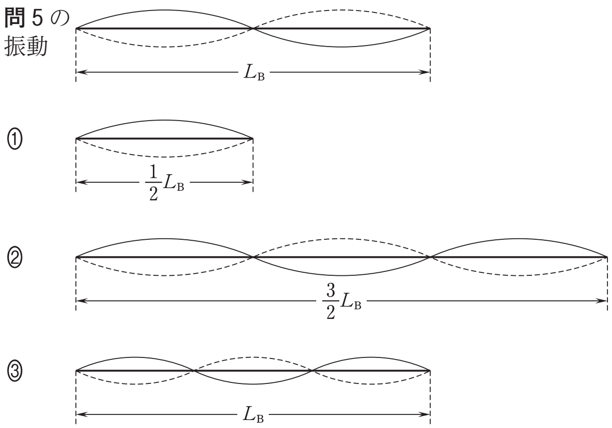
となる。したがって，

$$\frac{v_{\mathrm{B}}}{v_{\mathrm{A}}}=\frac{fL_{\mathrm{B}}}{f(2L_{\mathrm{A}})}=\underline{\frac{L_{\mathrm{B}}}{2L_{\mathrm{A}}}}$$

となる。

$\boxed{5}$ の答　①

問 6



選択肢を順に検討していこう。

① 振動部分の長さを $\frac{1}{2}$ 倍にしても，上図①のように，**問 5** の場合と同じ波長つまり同じ振動数で定常波ができるので，共振する。

② 振動部分の長さを $\frac{3}{2}$ 倍にしても，上図②のように，**問 5** の場合と同じ波長つまり同じ振動数で定常波ができるので，共振する。

③ おもりの質量を $\frac{4}{9}$ 倍にすると，弦を伝わる波の速さが $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$ 倍になる。**問 5** の場合と同じ振動数 $\left(f=\frac{v_{\mathrm{B}}}{L_{\mathrm{B}}}\right)$ で定常波ができるためには，波長が $\frac{2}{3}$ 倍の $\frac{2}{3}L_{\mathrm{B}}$ になればよい。振動部分の長さが L_{B} のままで波長が $\frac{2}{3}L_{\mathrm{B}}$ になっても，上図③のように定常波ができるので，共振する。

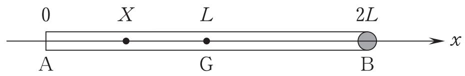
④ おもりの質量を 9 倍にすると，弦を伝わる波の速さが $\sqrt{9}=3$ 倍になる。**問 5** の場合と同じ振動数 $\left(f=\frac{v_{\mathrm{B}}}{L_{\mathrm{B}}}\right)$ で定常波ができるためには，波長が 3 倍 L_{B} の $3L_{\mathrm{B}}$ になればよい。しかし，振動部分の長さが L_{B} のままで波長が $3L_{\mathrm{B}}$ になると，定常波はできないので，共振しない。

$\boxed{6}$ の答　④

第 4 問　運動とエネルギー　問題

A

問 1



A 端を原点として，パイプに沿って x 軸をとる。求める重心の位置座標を X とする。この場合，$x=X$ にある質量 $2m$ の物体と $x=2L$ にある質量 m の物体からなる物体系の重心の位置が $x=L$ になる。**重心の位置の公式**より，

$$L=\frac{(2m)X+m(2L)}{2m+m}$$

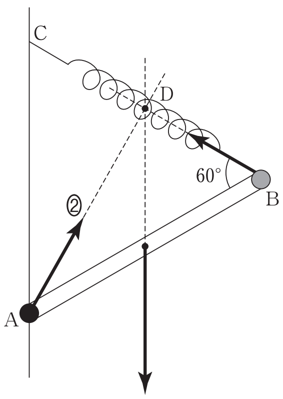
となるので，これより，

$$\underline{X=\frac{1}{2}L}$$

が得られる。

$\boxed{1}$ の答　②

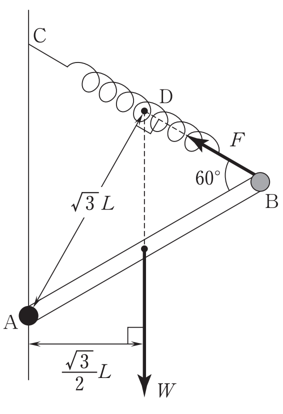
問 2　パイプ AB には，重力とばねの弾性力，蝶番(ちょうつがい)からの力の 3 力がはたらき，力がベクトルとしてつり合っているだけでなく，**力のモーメント**もつり合っている。ばねは伸びているので，ばねの弾性力は，B 端においてばねが縮む向きにはたらき，重力は重心 G において鉛直下向きにはたらく。これら 2 力の作用線はばね上の点(右図の点 D)で交わる。点 D のまわりの力のモーメントを考えると，ばねの弾性力と重力のモーメントはともに 0 である。したがって，力のモーメントがつり合うためには蝶番からの力のモーメントも 0，つまり力の作用線が点 D を通らなければならない。このことから，正解は<u>②</u>となる。



$\boxed{2}$ の答　②

問 3　A 端のまわりの力のモーメントのつり合いを考える。

右図のように，A 端からばねの弾性力の作用線に降ろした垂線の長さは $\sqrt{3}\,L$ なので，弾性力によるモーメントは反時計回りに大きさ $F\times\sqrt{3}\,L$ である。A 端から重力の作用線に降ろした垂線の長さは $\dfrac{\sqrt{3}}{2}L$ なので，重力によるモーメントは時計回りに大きさ



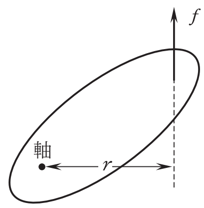
重心の位置の公式

$$x_{\mathrm{G}}=\frac{MX+mx}{M+m}$$

x_{G}：重心の位置座標
X：質量 M の物体の位置座標
x ：質量 m の物体の位置座標

力のモーメント

力が，ある軸のまわりに物体を回転させようとする作用の強さを表す量。



$N=fr$

N：力のモーメントの大きさ
f：力の大きさ
r：軸から力の作用線までの距離

$W\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}L$ である。蝶番からの力は A 端ではたらくので，そのモーメントは 0 である。したがって，力のモーメントのつり合いを表す式は，

$$F\times\sqrt{3}\,L-W\times\frac{\sqrt{3}}{2}L=0$$

となる。これより，

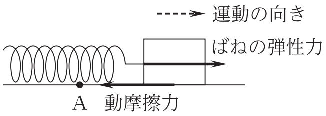
$$\frac{F}{W}=\underline{\frac{1}{2}}$$

が得られる。

$\boxed{3}$ の答　①

B

問 4　点 A から点 B に向かって図の右向きに運動している物体には，運動の向きと逆向きの左向きに一定の動摩擦力がはたらいている。合力が 0 になるためには，弾性力は図の右向きでなければばならない。したがって，その位置は，ばねが自然長から縮んでいる位置$_{ア}$である。



　また，物体が点 A から点 B まで移動する間に動摩擦力は負の仕事をするので，物体とばねからなる物体系の力学的エネルギーは減少し，その減少量は動摩擦力がした仕事の大きさに等しい。ところで，物体が点 B で静止したときにはばねは自然長から伸びているので，ばねの弾性エネルギーは 0 ではない。したがって，動摩擦力がした仕事の大きさは，最初にばねが蓄えていた弾性エネルギーよりも小さい$_{イ}$。

別解　動摩擦力の大きさ f は一定であり，その向きは物体の運動の向きと逆向き（図の左向き）である。ばね定数を k，ばねの自然長からの縮みを z とすると，ばねの弾性力は，z が増加する左向きを正として，$-kz$ と表せる。ばねが自然長から伸びている場合には $z<0$ となり，$-kz>0$ である。したがって，物体にはたらく合力 F は，

$$F=-kz+f$$

となる。この式から，合力 F が 0 になるのは，

$$z=\frac{f}{k}>0$$

の位置であることが分かり，それはばねが自然長から縮んでいる位置$_{ア}$である。

　また，動摩擦力が物体の運動と逆向きにはたらくことから，動摩擦力がした仕事は負である。物体が点 A から点 B まで移動する間に動摩擦力がした仕事を W（$W<0$）とすると，**力学的エネルギー変化と仕事の関係**より，

力学的エネルギー変化と仕事の関係

$$E_{後}=E_{前}+W$$

$E_{後}$：変化後の力学的エネルギー
$E_{前}$：変化前の力学的エネルギー
W：非保存力がした仕事

$$\frac{1}{2}kb^2=\frac{1}{2}ka^2+W \qquad \therefore \quad W=\frac{1}{2}kb^2-\frac{1}{2}ka^2$$

となる。$W<0$ なので，

$$|W|=-W=\frac{1}{2}ka^2-\frac{1}{2}kb^2$$

となる。ここで，$\frac{1}{2}kb^2>0$ なので，$|W|<\frac{1}{2}ka^2$ である。つまり，動摩擦力がした仕事の大きさは，最初にばねが蓄えていた弾性エネルギーよりも$\underline{\text{小さい}}_{\text{イ}}$。

$\boxed{4}$ の答　④

問 5　まず，物体に一定の力がはたらく場合について考える。物体の質量を m，はたらく力を F とすると，物体の加速度 α は，運動方程式 $m\alpha=F$ より，一定となる。つまり，物体は等加速度運動する。初め静止していた物体が，加速度 $\alpha\,(>0)$ で等加速度直線運動して距離 x だけ進んだときの速さ v は，等加速度直線運動の公式より，$v^2-0^2=2\alpha x$ を満たす。このときの運動エネルギー K は，

$$K=\frac{1}{2}mv^2=m\alpha x$$

と x に比例することが分かる。したがって，一定の力がはたらく場合について，動き始めてからの移動距離 x と物体の運動エネルギー K の関係を表すグラフを描くと，原点を通る直線になる。

本問の場合には，ばねの弾性力がばねの長さによって変化するので，物体にはたらく合力は一定ではない。点 A から動き出した直後には弾性力は大きいので合力も大きく，物体の加速度は大きい。しかし，**問 4** で求めた合力 0 の位置に近づくにつれて合力は小さくなり，加速度も小さくなる。合力 0 の位置を通過した後は，合力の向きが逆転して，物体は減速することになる。したがって，x と K の関係を表すグラフは，上に凸の曲線である。また，物体の運動エネルギーが最大になるのは，合力が 0 になる位置であるが，その位置はばねが自然長から縮んでいる位置なので，動き始めてからの移動距離が a，つまりばねが自然長になる位置よりも前である。以上のことから，正解は<u>④</u>となる。

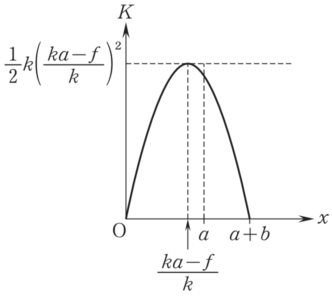
別解　物体が動き始めてからの移動距離が x の位置にあるとき，ばねの縮みは $a-x$ と表される。$x>a$ の場合には $-(a-x)$ だけ伸びている。ばねが縮んでいる場合，伸びている場合，いずれの場合でも，移動距離 x と運動エネルギー K の間には，力学的エネルギー変化と仕事の関係より，動摩擦力の大きさを f として，

$$K+\frac{1}{2}k(a-x)^2=\frac{1}{2}m\cdot 0^2+\frac{1}{2}ka^2+(-fx)$$

の関係が成り立っている。これより，

$$K=-\frac{1}{2}kx^2+(ka-f)x=-\frac{1}{2}k\left(x-\frac{ka-f}{k}\right)^2+\frac{1}{2}k\left(\frac{ka-f}{k}\right)^2$$

が得られる。物体にはたらく最大摩擦力の大きさを f_M とすると，物体が点 A から動き出したことから $ka>f_M$ であり，一般に摩擦力の性質より $f_M>f$ であるから，$ka>f$ つまり $\dfrac{ka-f}{k}>0$ である。また，



$\dfrac{ka-f}{k}=a-\dfrac{f}{k}<a$ である。以上のことから，正解は④となる。

$\boxed{5}$ の答　④

C

問 6　**ボイルの法則**より，

$$P_1V_1=P_0V_0$$

が成り立つ。題意より，

$$P_1=kP_0$$

なので，

$$\frac{V_1}{V_0}=\frac{P_0}{P_1}=\frac{1}{k}$$

となる。

$\boxed{6}$ の答　②

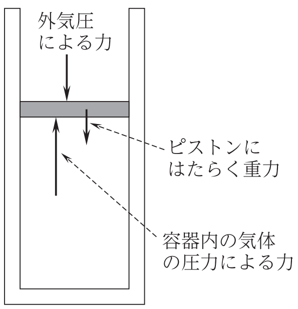
ボイルの法則

一定量の気体が温度一定で変化するとき，気体の圧力 P と体積 V との間には，

$PV=$一定

の関係が成り立っている。

問 7　容器を鉛直に立てたときにピストンにはたらく力はつり合っている。外気圧による力と重力は，容器内の気体の状態によらず一定である。したがって，容器内の気体の圧力による力も，断熱材で容器を包まずに鉛直に立てた場合と変わらず，圧力は P_1 に等しく$_{ウ}$なっている。



容器を鉛直に立てるまでに，気体は外部から正の仕事をされている。断熱材で包まずに容器を立てたときは，容器内の気体の温度は外気温と等しく，気体の内部エネルギーは変化していないので，**熱力学の第 1 法則**より，された仕事の分だけ気体から外部に熱が移動したことになる。しかし，断熱材で包んで容器を立てると，気体と外部との間での熱の移動ができない。したがって，外部からされた仕事の分だけ気体の内部エネルギーは増加し，温度は上昇する。よって，温度は T_0 より高い$_{エ}$。

$\boxed{7}$ の答　⑥

熱力学の第 1 法則

$\Delta U=Q+W$

ΔU：気体の内部エネルギー変化量

Q　：気体が吸収した熱量

W　：気体が外部からされた仕事量

化　学　I

【解答・採点基準】　(100点満点)

問題番号	設問	解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	問1	1	3	3	
		2	4	3	
	問2	3	1	4	
	問3	4	3	4	
	問4	5	4	4	
	問5	6	4	4	
	問6	7	3	3	
第1問　自己採点小計				(25)	
第2問	問1	1	4	4	
	問2	2	1	4	
	問3	3	4	3	
		4	2	4	
	問4	5	5	3	
	問5	6	4	3	
	問6	7	3	4	
第2問　自己採点小計				(25)	
第3問	問1	1	2	3	
	問2	2	1	4	
	問3	3	2	3	
	問4	4	3	3	
	問5	5	4	4	
	問6	6	3	4	
	問7	7	2	4	
第3問　自己採点小計				(25)	
第4問	問1	1	4	3	
	問2	2	4	4	
	問3	3	5	4	
	問4	4	3	3	
	問5	5	2	4	
	問6	6	5	3	
	問7	7	5	4	
第4問　自己採点小計				(25)	
自己採点合計				(100)	

【解説】

第1問　物質の構成　問題

問1　価電子，イオン

a　価電子の数は，18族以外の典型元素では，族番号の一の位に等しい。また，18族の原子は0とする。したがって，17族の③ F の価電子の数が7で最大である。なお，①～⑥の価電子の数は次のようになる。

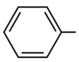
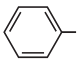
①　H：1　　②　C：4　　③　F：7
④　Ne：0　　⑤　Na：1　　⑥　S：6

$\boxed{1}$…③

b　2個以上の原子が結合した原子団が，陽イオンまたは陰イオンになっているものを，多原子イオンという。

①～⑥の化合物の化学式および化合物を構成するイオンのイオン式は，次のようになる。

①　Na_2CO_3（Na^+，CO_3^{2-}）

②　ONa（O^-，Na^+）

③　$Ca_3(PO_4)_2$（Ca^{2+}，PO_4^{3-}）

④　Ag_2S（Ag^+，S^{2-}）

⑤　$Cu(OH)_2$（Cu^{2+}，OH^-）

⑥　$KMnO_4$（K^+，MnO_4^-）

よって，多原子イオンを含まない化合物は④ Ag_2S である。

$\boxed{2}$…④

問2　元素の検出

実験ア　二酸化炭素 CO_2 を石灰水に通じると，水溶液が白濁する。

$$Ca(OH)_2 + CO_2 \longrightarrow \underset{\text{白色沈殿}}{CaCO_3} + H_2O$$

化合物Xの加熱により CO_2 が発生したので，Xには炭素Cが含まれていると確認できる。

実験イ　白色の硫酸銅(Ⅱ)無水物は，水 H_2O を吸収すると青色に変化する。

$$\underset{\text{白色}}{CuSO_4} + 5\,H_2O \longrightarrow \underset{\text{青色}}{CuSO_4\cdot 5\,H_2O}$$

化合物Xの加熱により H_2O が生じたので，Xには水素Hが含まれていると確認できる。

実験ウ　黄色の炎色反応が見られたことから，Xにはナトリウム Na が含まれていると確認できる。

以上より，Xに含まれていると考えられる元素は① H，C，Na である。

なお，Xとしては炭酸水素ナトリウムが考えられ，加熱すると

【ポイント】

価電子

原子がイオンになったり，結合したりするときに重要な役割を果たす電子を価電子という。一般に最外殻電子が価電子としてはたらくが，希ガスの原子は，イオンになりにくく，化学結合も形成しにくいので，価電子の数は0とする。

元素の検出反応

石灰水を白濁… CO_2（Cの確認）
$CuSO_4$ を青変… H_2O（Hの確認）
炎色反応
Li：赤，Na：黄，K：赤紫，
Ba：黄緑，Ca：橙赤，
Sr：深赤，Cu：青緑

化学Ⅰ

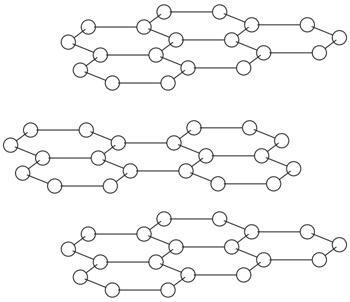
次の反応が起こる。

$$2\,NaHCO_3 \longrightarrow Na_2CO_3 + H_2O + CO_2$$

$\boxed{3}$ … ①

問 3　結晶

① 正しい。黒鉛 C の結晶は，1 個の炭素 C 原子が 3 個の C 原子と共有結合によりくり返し結びついてできた平面構造をつくり，その平面構造が層状に積み重なった構造をしている。



② 正しい。水 H_2O 分子は，2 個の水素 H 原子と 1 個の酸素 O 原子が共有結合により結びついてできる。氷の結晶は，多数の H_2O 分子が集合してできている。

③ 誤り。たたいて薄く広げることができる性質を展性，引っ張って伸ばすことができる性質を延性という。展性，延性を示すのは金属の結晶である。塩化ナトリウム NaCl はイオン結晶に分類され，展性や延性を示さない。なお，イオン結晶は，力を加えると，特定の面に沿って割れやすい。

④ 正しい。塩化アンモニウム NH_4Cl は，アンモニウムイオン NH_4^+ と塩化物イオン Cl^- からなるイオン結晶であり，陽イオンと陰イオンは静電気力(クーロン力)により結びついている。

⑤ 正しい。アルミニウム Al は金属結晶に分類される。金属結晶では，各原子の価電子は結晶中のすべての原子に共有され，自由に動き回ることができる。

$\boxed{4}$ … ③

問 4　同位体，原子量

銅には 2 種類の安定な同位体が存在する。相対質量が 63.0 の同位体 $^{63}_{29}Cu$ を A，もう一方の同位体を B とし，その相対質量を x とする。

A　相対質量　63.0　　　存在比　75 %

B　相対質量　x　　　存在比　100－75＝25〔%〕

元素を構成する各同位体の相対質量に存在比をかけて求めた相対質量の平均値をその元素の原子量という。銅の原子量について，次式が成立する。

$$63.5 = 63.0\times\frac{75}{100}+x\times\frac{25}{100}$$

$$x = 65.0$$

結晶の分類

・イオン結晶
　NaCl，NH_4Cl など
・金属結晶
　Fe，Cu，Al など
・共有結合の結晶
　ダイヤモンド，黒鉛，Si，SiO_2 など
・分子からなる物質(分子結晶)
　H_2O，CO_2，I_2 など

原子番号，質量数

$$\overset{\text{質量数}}{\underset{\text{原子番号}}{^{35}_{17}Cl}}$$

(原子番号)＝(陽子の数)＝(電子の数)
(質量数)＝(陽子の数)＋(中性子の数)

同位体

原子番号が同じで質量数が異なる原子。したがって，同位体どうしでは陽子の数が等しく，中性子の数が異なる。

原子量

原子量
＝(各同位体の相対質量)×(存在比)の和
(ただし，存在比として用いる数値の和が 1 になるようにする。)

^{63}Cu の相対質量が 63.0 であることから類推できるように，原子の相対質量と質量数はほぼ一致するので，同位体Bの質量数は 65 と決まる。したがって，中性子の数は，

$$65-29=36$$

$\boxed{5}$ …④

問5　化学反応と量的関係，濃度

過酸化水素水に酸化マンガン(Ⅳ) MnO_2 を加えると，過酸化水素が分解して水と酸素になる。この反応で酸化マンガン(Ⅳ)は触媒としてはたらいている。触媒は，反応の前後で変化せず，反応を促進させるはたらきをもつ物質で，化学反応の量的関係には関係しない。

$$2H_2O_2 \longrightarrow 2H_2O + O_2$$

発生した酸素 O_2 (32 g/mol)の物質量および質量は，

物質量　$\dfrac{6.72}{22.4}=0.300$〔mol〕

質量　$32\times0.300=9.60$〔g〕

反応した過酸化水素 H_2O_2 (34 g/mol) の物質量および質量は，

物質量　$0.300\times2=0.600$〔mol〕

質量　$34\times0.600=20.4$〔g〕

反応により，9.60 g の酸素が水溶液から放出されたので，溶液の質量は 9.60 g 減少している。また，溶質の過酸化水素は 20.4 g 減少している。

反応前の過酸化水素の質量は，

$$200\times\frac{17.0}{100}=34.0〔g〕$$

したがって，一定時間経過した後の過酸化水素水の質量パーセント濃度は，

$$\frac{34.0-20.4}{200-9.60}\times100=7.14\fallingdotseq7.1〔\%〕$$

$\boxed{6}$ …④

化学反応式と量的関係

化学反応式の係数の比＝物質量の比

問6　身のまわりの事柄

① 正しい。次亜塩素酸ナトリウムは，その酸化作用により漂白作用や殺菌作用を示す。よって，次亜塩素酸ナトリウムを含む漂白剤で衣類を漂白するとき，酸化還元反応が起こる。

② 正しい。挽(ひ)いたコーヒー豆にお湯を注いでコーヒーをいれるとき，コーヒー豆中の成分のうち，お湯に溶ける成分だけを分離している。このように，溶媒に対する溶けやすさが異なることを利用し，混合物から特定の物質を取り出す操作を抽出という。

③ 誤り。地面に水をまくと，その水が蒸発する。水が蒸発するとき熱を吸収するので，空気中の熱が奪われ，少し涼しくなる。

④ 正しい。ナフタレンは昇華性をもつ物質であり，放置すると固体が気体に変化し，しだいに小さくなる。

⑤ 正しい。融解したある金属に他の元素の単体を混ぜあわせ

状態変化

液体→気体：蒸発
気体→液体：凝縮
固体⇄気体：昇華
液体→固体：凝固
固体→液体：融解

て凝固させたものを合金という。合金にすることによって，もとの金属にはない優れた性質を示すことが多い。ステンレス鋼は鉄にクロムやニッケルを混ぜて得られる合金で錆びにくく，家庭の流し台や建築材料として広く活用されている。

$\boxed{7}$ …③

第２問　化学反応と熱，酸と塩基，酸化還元　問題

問１　化学反応と熱

問題で与えられた熱化学方程式を(1)〜(4)とする。

$NaOH$(固) ＋ aq ＝ $NaOH$ aq ＋ 45 kJ　……(1)

$NaOH$ aq ＋ HCl aq
＝ $NaCl$ aq ＋ H_2O(液) ＋ 57 kJ　……(2)

CaO(固) ＋ H_2O(液)
＝ $Ca(OH)_2$(固) ＋ 65 kJ　……(3)

$Ca(OH)_2$(固) ＋ 2 HCl aq
＝ $CaCl_2$ aq ＋ 2 H_2O(液) ＋ 129 kJ　……(4)

①　正しい。(1)式は水酸化ナトリウムの溶解熱を表している。反応熱が正の値であることから，水酸化ナトリウムの水への溶解では熱が発生すると判断できる。

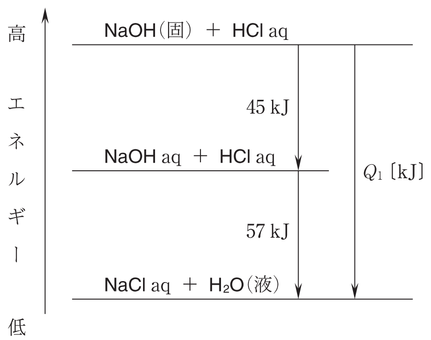
②　正しい。固体の水酸化ナトリウムを希塩酸に溶かしたときの変化は，次の熱化学方程式で表される。

$NaOH$(固) ＋ HCl aq
＝ $NaCl$ aq ＋ H_2O(液) ＋ Q_1〔kJ〕　……(5)

(1)式＋(2)式から，

$Q_1 = 45 + 57 = 102$〔kJ〕

なお，(1)，(2)および(5)式に関係する物質のエネルギーの関係は，次の図で表される。



③　正しい。強酸の水溶液と強塩基の水溶液の中和熱はほぼ一定であり，その値は(2)式から 57 kJ/mol である。

H^+ aq ＋ OH^- aq ＝ H_2O(液) ＋ 57 kJ　……(6)

水酸化バリウム水溶液と希塩酸の中和反応は次の化学反応式で表される。

$Ba(OH)_2 + 2\,HCl \longrightarrow BaCl_2 + 2\,H_2O$

熱化学方程式

化学反応式の右辺に反応熱を記し，左辺と右辺を等号で結んだ式。発熱反応の反応熱には＋の，吸熱反応の反応熱には－の符号を付ける。

熱化学方程式の化学式は，それぞれの係数で示された物質量の物質がもつエネルギーを表している。

溶解熱

溶質 1 mol を多量の溶媒に溶かしたとき発生または吸収する熱量。

ヘスの法則

物質が変化するときの反応熱の総和は，変化の前後の物質の種類と状態だけで決まり，変化の経路には関係しない。

中和熱

酸と塩基が反応して水 1 mol ができるときの反応熱。薄い強酸と薄い強塩基の水溶液の中和熱は一定の値（57 kJ/mol）になる。

反応前の $Ba(OH)_2$，HCl の物質量は，いずれも

$0.10 \times 1 = 0.10$〔mol〕

したがって，$Ba(OH)_2$ 0.050 mol と HCl 0.10 mol が反応し，0.10 mol の H_2O が生じる。水酸化バリウム，塩酸はそれぞれ強塩基，強酸であることから，発生する熱量は，

$57 \times 0.10 = 5.7$〔kJ〕

④　誤り。固体の酸化カルシウムを希塩酸と反応させたときの変化は，次の熱化学方程式で表される。

$$CaO(固) + 2\,HCl\,aq = CaCl_2\,aq + H_2O(液) + Q_2\,〔kJ〕 \quad \cdots\cdots(7)$$

(3)式＋(4)式から，

$Q_2 = 65 + 129 = 194$〔kJ〕

したがって，発生する熱量は 194 kJ である。

⑤　正しい。水酸化カルシウムの水への溶解熱を Q_3〔kJ/mol〕とする。

$$Ca(OH)_2(固) + aq = Ca(OH)_2\,aq + Q_3\,〔kJ〕 \quad \cdots\cdots(8)$$

水酸化カルシウム水溶液と希塩酸の中和を表す熱化学方程式は，(6)式から，

$$Ca(OH)_2\,aq + 2\,HCl\,aq = CaCl_2\,aq + 2\,H_2O(液) + 57 \times 2\,kJ \quad \cdots\cdots(9)$$

(4)式－(9)式から，

$Q_3 = 129 - 57 \times 2 = 15$〔kJ〕

$\boxed{1}$ …④

問 2　化学反応と熱

熱化学方程式に表記されている化合物の生成熱が与えられているので，

反応熱＝(生成物の生成熱の総和)－(反応物の生成熱の総和)

から，反応熱が求まる。

$Q = (-90) \times 4 + 242 \times 6 - 46 \times 4 = 908$〔kJ〕

〔別解〕

問題文の熱化学方程式を(1)，アンモニア(気体)，一酸化窒素(気体)および水(気体)の生成熱を表す熱化学方程式を(2)～(4)とする。

$$4\,NH_3(気) + 5\,O_2(気) = 4\,NO(気) + 6\,H_2O(気) + Q\,〔kJ〕 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\frac{1}{2}N_2(気) + \frac{3}{2}H_2(気) = NH_3(気) + 46\,kJ \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\frac{1}{2}N_2(気) + \frac{1}{2}O_2(気) = NO(気) - 90\,kJ \quad \cdots\cdots(3)$$

$$H_2(気) + \frac{1}{2}O_2(気) = H_2O(気) + 242\,kJ \quad \cdots\cdots(4)$$

(3)式×4＋(4)式×6－(2)式×4 で，(1)式が得られる。したがって，求める反応熱は，

$Q = (-90) \times 4 + 242 \times 6 - 46 \times 4 = 908$〔kJ〕

生成熱

化合物 1 mol が成分元素の単体から生成するときの反応熱。

生成熱と反応熱

ある熱化学方程式について，

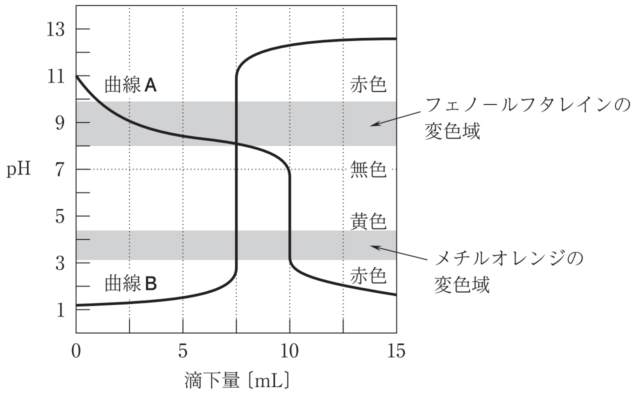
反応熱

＝(生成物の生成熱の総和)－(反応物の生成熱の総和)

$\boxed{2}$ … ①

問 3　中和滴定

a　① 正しい。**実験ア**は，弱塩基(NH_3)と強酸(H_2SO_4)の滴定であるから，中和点の pH が酸性側に偏る。よって，酸性側に変色域をもつ指示薬を用いることで中和点を知ることができる。メチルオレンジは酸性側に変色域をもち，この実験の場合，次の図に示すように，水溶液が黄色から赤色に変化することで中和点を知ることができる。



② 正しい。上述のように，**実験ア**では中和点の pH は酸性側に偏るため，塩基性側に変色域をもつフェノールフタレインを用いることは不適切である。

③ 正しい。曲線**B**は，中和点付近で pH が 3 から 11 に急激に変化している。メチルオレンジ，フェノールフタレインともに変色域がこの範囲内にあるため，どちらも**実験イ**の指示薬として用いることができる。

④ 誤り。曲線**B**より，中和点は中性であるから，**実験イ**では強酸(HCl)に強塩基(**Y**)を滴下していると判断できる。

⑤ 正しい。曲線**B**より，塩基**Y**の水溶液 7.5 mL を滴下したときに中和点に達している。塩基**Y**の価数を n とすると，中和反応の量的関係より，

$$1\times0.075\times\frac{10.0}{1000}=n\times0.10\times\frac{7.5}{1000}\qquad n=1$$

よって，**実験イ**で用いた塩基**Y**の価数は 1 価である。

$\boxed{3}$ … ④

b　**実験ア**で用いたアンモニア水**X**のモル濃度を x〔mol/L〕とする。曲線**A**から希硫酸 10.0 mL を滴下したときに，中和点に達している。よって，中和反応の量的関係より，

$$2\times0.050\times\frac{10.0}{1000}=1\times x\times\frac{20.0}{1000}$$

$$x=0.050\ \text{〔mol/L〕}$$

このアンモニア水**X**の水酸化物イオン濃度が 1.0×10^{-3} mol/L であるから，アンモニアの電離度を α とすると，

滴定曲線

中和滴定において，加えた酸あるいは塩基の水溶液の体積と混合水溶液中の pH の変化の関係を示した曲線。中和点の前後では pH が大きく変化する。

中和点の水溶液の性質

強酸と強塩基：中性
強酸と弱塩基：酸性
弱酸と強塩基：塩基性

指示薬

フェノールフタレイン
変色域：(無色) $8.0<\mathrm{pH}<9.8$ (赤色)
メチルオレンジ
変色域：(赤色) $3.1<\mathrm{pH}<4.4$ (黄色)

中和反応の量的関係

(酸の価数)×(酸の物質量)
　＝(塩基の価数)×(塩基の物質量)

電離度

$$=\frac{\text{電離した電解質の物質量}}{\text{溶解した電解質の物質量}}$$

アンモニア水の場合，次の式が成り立つ。

(アンモニア水のモル濃度)
　×(アンモニアの電離度)
＝(水酸化物イオンのモル濃度)

$$0.050\times\alpha = 1.0\times10^{-3}$$

$$\alpha = \frac{1.0\times10^{-3}}{0.050} = 0.020$$

$\boxed{4}$ …②

問4　酸化数

① 窒素原子の酸化数は，NH_4Cl では -3，NH_3 でも -3 であり，変化していない。

② 銅原子の酸化数は，Cu では 0，$Cu(NO_3)_2$ では $+2$ であり，変化は $+2$ である。

③ クロム原子の酸化数は，K_2CrO_4 では $+6$，$K_2Cr_2O_7$ でも $+6$ であり，変化していない。

④ 炭素原子の酸化数は，CO では $+2$，CO_2 では $+4$ であり，変化は $+2$ である。

⑤ アルミニウム原子の酸化数は，Al では 0，Al_2O_3 では $+3$ であり，変化は $+3$ である。これが正解である。

$\boxed{5}$ …⑤

問5　電池

① 正しい。電池では，一般的にイオン化傾向の大きい金属が負極となり，イオン化傾向の小さい金属が正極となる。銅と亜鉛では，亜鉛の方がイオン化傾向が大きい。よって，亜鉛板が負極，銅板が正極となる。

② 正しい。亜鉛はイオン化傾向が大きく，酸化されて溶解し，その質量は減少する。

$$Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2\,e^-$$

③ 正しい。銅板では水素が発生しており，レモン果汁に含まれる水素イオンが還元されていると考えられる。

$$2\,H^+ + 2\,e^- \longrightarrow H_2$$

④ 誤り。負極では亜鉛が電子を放出し，その電子を正極で水素イオンが受け取る。よって，電子は導線を亜鉛板から銅板に向かって流れるので，電流は導線を銅板から亜鉛板に流れる。

⑤ 正しい。イオン化傾向の大きいマグネシウムが負極，銅が正極となった電池が形成されるので，電流が流れ，ブザーの音が鳴る。

$\boxed{6}$ …④

問6　水溶液の電気分解

スイッチを接点 **a** に接続すると，炭素電極**ア**が陽極，炭素電極**イ**が陰極となり，次の反応が起こる。

炭素電極**ア**：$2\,H_2O \longrightarrow O_2 + 4\,H^+ + 4\,e^-$

炭素電極**イ**：$Cu^{2+} + 2\,e^- \longrightarrow Cu$

よって，炭素電極**ア**では酸素が発生し，その量は時間に比例する。965 秒後までに発生する酸素の標準状態における体積は，

$$22.4\times10^3\times\frac{2.0\times965}{9.65\times10^4}\times\frac{1}{4} = 112\ \text{〔mL〕}$$

酸化数の決め方

1．単体中の原子：0
2．化合物中の
　H 原子：$+1$
　O 原子：-2
　（ただし，H_2O_2 では -1）
3．化合物では，構成原子の酸化数の総和は 0 とする。
4．単原子イオンの酸化数は，イオンの価数に等しい。
5．多原子イオンでは，構成原子の酸化数の総和はそのイオンの価数に等しい。

電池の正極，負極

正極　外部回路から電子が流れ込む電極。還元反応が起こる。
負極　外部回路へ電子が流れ出す電極。酸化反応が起こる。

水溶液の電気分解

陽極…外部電源の正極とつないだ電極。酸化反応が起こる。
・電極が Cu や Ag のとき
1．Cu や Ag が酸化され，イオンになり溶解する。
・電極が C や Pt のとき
2．ハロゲン化物イオンが酸化され，ハロゲンの単体が生成する。
3．電解液が塩基性のときには OH^- が，中性，酸性のときには H_2O が酸化され，O_2 が発生する。

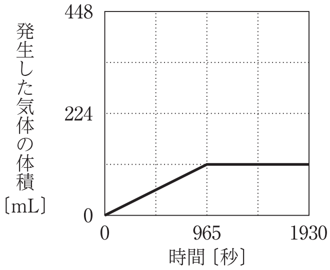
陰極…外部電源の負極とつないだ電極。還元反応が起こる。
1．電解液中の Ag^+ や Cu^{2+} が還元され，Ag や Cu が析出する。
2．電解液が酸性のときには H^+ が，中性，塩基性のときには H_2O が還元され，H_2 が発生する。

続けてスイッチを接点 **b** に切り替えると，炭素電極**ア**が陰極，析出した銅で覆われている炭素電極**イ**が陽極となり，次の反応が起こる。

炭素電極**ア**：$Cu^{2+} + 2e^- \longrightarrow Cu$

炭素電極**イ**：$Cu \longrightarrow Cu^{2+} + 2e^-$

よって，炭素電極**ア**では銅が析出し，気体は発生しない。以上より，正しいグラフは③である。



$\boxed{7}$ …③

第 3 問　無機物質

問題

問 1　硫黄の化合物

① 正しい。二酸化硫黄 SO_2 は，水に比較的よく溶け，水中で亜硫酸 H_2SO_3 を生じ，弱い酸性を示す。

$SO_2 + H_2O \rightleftarrows H^+ + HSO_3^-$

② 誤り。SO_2 は H_2S と反応し，単体の硫黄を生成して水溶液は白濁する。

$2H_2S + SO_2 \longrightarrow 3S + 2H_2O$

③ 正しい。亜硫酸ナトリウム Na_2SO_3 に希硫酸を加えると，SO_2 が発生する。

$Na_2SO_3 + H_2SO_4 \longrightarrow Na_2SO_4 + H_2O + SO_2$

④ 正しい。銅に濃硫酸を加えて加熱すると，H_2SO_4 が酸化剤としてはたらき，SO_2 が発生する。

$Cu + 2H_2SO_4 \longrightarrow CuSO_4 + 2H_2O + SO_2$

⑤ 正しい。濃硫酸には，有機化合物中の H 原子と O 原子を H_2O として奪う脱水作用がある。グルコースに濃硫酸を加えると炭素が遊離して黒くなる。

$C_6H_{12}O_6 \longrightarrow 6C + 6H_2O$

$\boxed{1}$ …②

問 2　気体の製法と性質

ア～**ウ**のそれぞれの操作で起こる変化は次の化学反応式で示される。

ア　$HCOOH \longrightarrow H_2O + CO$　（濃硫酸は脱水剤）

イ　$MnO_2 + 4HCl \longrightarrow MnCl_2 + 2H_2O + Cl_2$

ウ　$Zn + 2HCl \longrightarrow ZnCl_2 + H_2$

二酸化硫黄の性質

・無色，刺激臭で有毒な気体。
・水に溶けて弱い酸性を示す。
・通常，還元剤としてはたらく。
　（H_2S に対しては酸化剤としてはたらく）

硫化水素の性質

・無色，腐卵臭で有毒な気体。
・水に溶けて弱酸性を示す。
・還元剤としてはたらく。
・多くの金属イオンと反応して硫化物の沈殿をつくる。

有毒な気体AはCO，黄緑色の気体BはCl_2，気体CはH_2である。

①　誤り。COは刺激臭ではなく，無色・無臭の有毒な気体である。

②　正しい。COは，高温で強い還元作用をもち，酸化鉄(Ⅲ)などの金属の酸化物を還元する。

$$Fe_2O_3 + 3CO \longrightarrow 2Fe + 3CO_2$$

③　正しい。Cl_2は酸化力が強く，加熱した銅と激しく反応して塩化銅(Ⅱ)になる。

$$Cu + Cl_2 \longrightarrow CuCl_2$$

④　正しい。Cl_2は酸性の気体で，また濃硫酸によって酸化されないので，濃硫酸を乾燥剤に用いることができる。

⑤　正しい。H_2は空気中で淡青色の炎を上げて燃焼し，水になる。

$$2H_2 + O_2 \longrightarrow 2H_2O$$

⑥　正しい。H_2は水に難溶であるため，捕集には水上置換が適している。

$\boxed{2}$…①

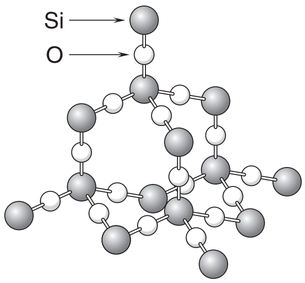
問3　ケイ素とその化合物

①　正しい。ケイ素は，天然には岩石や鉱物の構成元素として，地殻中に酸素に次いで多量に存在する。しかし，単体は天然には存在せず，酸化物を電気炉中でコークスを用いて還元してつくる。

$$SiO_2 + 2C \longrightarrow Si + 2CO$$

②　誤り。二酸化ケイ素SiO_2は石英や水晶として産出し，電気伝導性を示さない。なお，ケイ素の単体は半導体の性質を示す。

③　正しい。SiO_2は，Si原子とO原子が交互に共有結合によりくり返し結びついた構造をもつ結晶である。



④　正しい。SiO_2に$NaOH$を加えて融解すると，ケイ酸ナトリウムNa_2SiO_3が生成する。

$$SiO_2 + 2NaOH \longrightarrow Na_2SiO_3 + H_2O$$

ケイ酸ナトリウムに水を加えて煮沸すると，水ガラスとよばれる無色で粘性の大きな液体になる。水ガラスに希塩酸を加える

気体の乾燥剤
酸性の乾燥剤
　濃硫酸，十酸化四リン
中性の乾燥剤
　塩化カルシウム
塩基性の乾燥剤
　酸化カルシウム，ソーダ石灰

気体の捕集法
水に難溶性の気体　H_2，O_2，NO，COなど　…水上置換
水に溶ける気体
　空気より軽い　NH_3　…上方置換
　空気より重い　Cl_2，CO_2，NO_2など　…下方置換

と，半透明ゼリー状のケイ酸が析出する。

$$Na_2SiO_3 + 2HCl \longrightarrow 2NaCl + H_2SiO_3$$

⑤　正しい。ケイ酸を加熱して乾燥すると，乾燥剤や吸着剤として使われるシリカゲルになる。

$\boxed{3}$…②

問4　2族元素の化合物

①　正しい。硫酸カルシウム二水和物 $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ をセッコウという。セッコウを130℃程度に加熱すると，硫酸カルシウム半水和物 $CaSO_4 \cdot \frac{1}{2}H_2O$ が得られ，これを焼きセッコウという。焼きセッコウは，水と混合して放置すると，セッコウになって硬化するので，建築材料や医療用ギプスに用いられる。

$$CaSO_4 \cdot 2H_2O \underset{\text{硬化}}{\overset{\text{加熱}}{\rightleftarrows}} CaSO_4 \cdot \frac{1}{2}H_2O + \frac{3}{2}H_2O$$

②　正しい。石灰石の主成分は炭酸カルシウムである。炭酸カルシウムは水には溶けにくいが，二酸化炭素を含んだ水には炭酸水素カルシウムとなって溶ける。

$$CaCO_3 + H_2O + CO_2 \longrightarrow Ca(HCO_3)_2$$

なお，この水溶液を加熱すると，二酸化炭素が発生し，再び炭酸カルシウムが沈殿する。

$$Ca(HCO_3)_2 \longrightarrow CaCO_3 + H_2O + CO_2$$

③　誤り。炭化カルシウム（カーバイド）に水を加えると，アセチレンが発生し，水酸化カルシウムになる。

$$CaC_2 + 2H_2O \longrightarrow Ca(OH)_2 + CH\equiv CH$$

④　正しい。硫酸バリウム $BaSO_4$ は，水にも酸の水溶液にも溶けず，X線をよく吸収するので，消化管のX線撮影の造影剤に用いられる。

⑤　正しい。硫酸バリウム，硫酸カルシウム $CaSO_4$ などのアルカリ土類金属の硫酸塩は水に難溶であるが，硫酸マグネシウム $MgSO_4$ は水に可溶である。

SO_4^{2-} で沈殿する陽イオン
アルカリ土類金属イオン，Pb^{2+}

$\boxed{4}$…③

問5　無機化合物の決定

実験1　クロム酸カリウム K_2CrO_4 水溶液と硝酸銀 $AgNO_3$ 水溶液を混合すると，暗赤色（赤褐色）のクロム酸銀の沈殿が生じる。

CrO_4^{2-} で沈殿する陽イオン
Ba^{2+}，Pb^{2+}，Ag^+

$$2Ag^+ + CrO_4^{2-} \longrightarrow Ag_2CrO_4$$

実験2　クロム酸カリウム水溶液と塩化バリウム $BaCl_2$ 水溶液を混合すると，黄色のクロム酸バリウムの沈殿が生じる。

$$Ba^{2+} + CrO_4^{2-} \longrightarrow BaCrO_4$$

実験3　硝酸銀水溶液と塩化バリウム水溶液を混合すると，白色の塩化銀の沈殿が生じる。

Cl^- で沈殿する陽イオン
Ag^+，Pb^{2+}

$$Ag^+ + Cl^- \longrightarrow AgCl$$

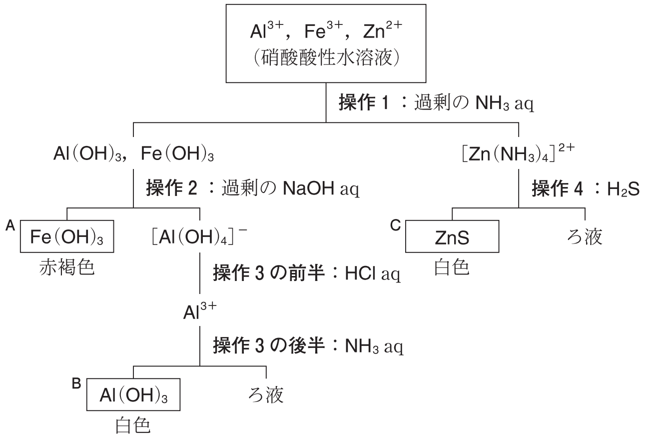
以上より，Aがクロム酸カリウム，Bが硝酸銀，Cが塩化バリ

ウムである。

[5]…④

問6　金属イオンの分離

操作1～4によって，Al^{3+}，Fe^{3+}，Zn^{2+} は次のように沈殿A～Cとして分離される。



操作1　Al^{3+}，Fe^{3+}，Zn^{2+} を含む水溶液に過剰のアンモニア水を加えると，$Al(OH)_3$ と $Fe(OH)_3$ が沈殿する。

操作2　$Al(OH)_3$ と $Fe(OH)_3$ に過剰の水酸化ナトリウム水溶液を加えると，両性水酸化物である $Al(OH)_3$ だけがテトラヒドロキソアルミン酸イオンになって溶ける。

$$Al(OH)_3 + OH^- \longrightarrow [Al(OH)_4]^-$$

操作3　$[Al(OH)_4]^-$ を含む水溶液に塩酸を加えて酸性にすると，Al^{3+} が生じる。

$$[Al(OH)_4]^- + 4\,H^+ \longrightarrow Al^{3+} + 4\,H_2O$$

さらにアンモニア水を加えて塩基性にすると，$Al(OH)_3$ が沈殿する。

操作4　**操作1**の後のろ液にはテトラアンミン亜鉛(Ⅱ)イオン $[Zn(NH_3)_4]^{2+}$ が含まれ，これに硫化水素を通じると，ZnS が沈殿する。

[6]…③

問7　アルミニウムの製造

アルミニウムは，アルミニウムの鉱石であるボーキサイトから得られた酸化アルミニウム Al_2O_3 の電気分解によって得られる。このとき，酸化アルミニウムは融点が高い（約2000℃）ため，融解した氷晶石 Na_3AlF_6（融点約1000℃）に溶かし，これを電気分解してアルミニウムが得られる。この電気分解では，電極に炭素が用いられ，各電極では次の反応が起こっている。

陰極：$Al^{3+} + 3\,e^- \longrightarrow Al$

陽極：$C + O^{2-} \longrightarrow CO + 2\,e^-$

アルミニウム Al (27 g/mol) が 9.0 kg 生成したとき，流れた電

OH^- で沈殿する陽イオン

アルカリ金属・アルカリ土類金属以外の金属イオンは水酸化物または酸化物の沈殿を生じる。

- $Zn(OH)_2$，$Cu(OH)_2$，Ag_2O は過剰のアンモニア水に溶ける。
- 両性元素の水酸化物 $Al(OH)_3$，$Zn(OH)_2$ は過剰の水酸化ナトリウム水溶液に溶ける。

S^{2-} で沈殿する陽イオン

- 水溶液の pH によらず沈殿
  Sn^{2+}，Pb^{2+}，Cu^{2+}，Ag^+
- 中性～塩基性でのみ沈殿
  Zn^{2+}，Fe^{2+}，Ni^{2+}

子の物質量は，

$$\frac{9.0\times10^3}{27}\times3=1.0\times10^3\ \text{[mol]}$$

したがって，陽極で減少した炭素C（12g/mol）の質量は，

$$12\times1.0\times10^3\times\frac{1}{2}\times10^{-3}=6.0\ \text{[kg]}$$

なお，実際の電気分解では，陽極で一酸化炭素とともに，次の反応によって二酸化炭素も発生している。

$$C + 2O^{2-} \longrightarrow CO_2 + 4e^-$$

$\boxed{7}$ …②

第4問　有機化合物　問題

問1　脂肪族化合物の水溶性

a　ヘキサンなどのアルカンは水には溶けにくく，ジエチルエーテルなどの有機溶媒によく溶ける。

b　アルコールのヒドロキシ基は親水基であり，エタノールは水と任意の割合で混じり合う。なお，炭素数が多いアルコールでは疎水基である炭化水素基の影響が大きくなるため，水に溶けにくくなる。

c　アセトンは水，エタノール，エーテルなどと任意の割合で混じり合う。また，多くの有機化合物をよく溶かすので，塗料などの溶剤に用いられる。

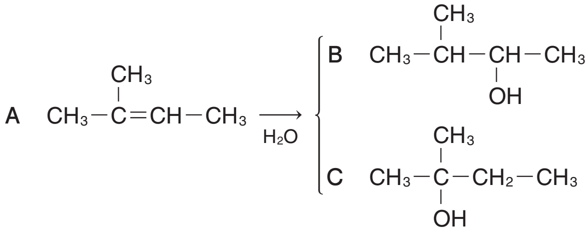
d　ジエチルエーテルは水には溶けにくく，多くの有機化合物をよく溶かすので，油脂などの有機化合物を抽出するための有機溶媒として用いられる。

以上より，水と同体積ずつ混合したとき，均一な溶液となるのは**b**と**c**である。

$\boxed{1}$ …④

問2　脂肪族化合物の構造決定

アルコールBを酸化するとケトンが生じることから，Bは第二級アルコールである。また，アルコールCは酸化されなかったことから，Cは第三級アルコールである。水を付加すると第二級アルコールと第三級アルコールを生じるのは④である。したがって，アルケンAは④である。



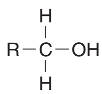
なお，①，⑤に水を付加すると第一級アルコールと第二級アルコールが，②に水を付加すると2種類の第二級アルコールが，③

付加反応

分子中の不飽和結合をしている原子に新たに原子や原子団が結合する反応。

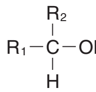
アルコールの分類

・第一級アルコール


（R：炭化水素基またはH）

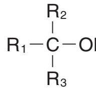
酸化されるとアルデヒドを生じ，アルデヒドがさらに酸化されるとカルボン酸を生じる。

・第二級アルコール


（R_1，R_2：炭化水素基）

酸化されるとケトンを生じる。

・第三級アルコール


（R_1 ～ R_3：炭化水素基）

酸化されにくい。

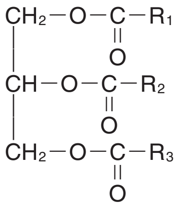
に水を付加すると第一級アルコールと第三級アルコールが得られる。

$\boxed{2}$ …④

問 3　油脂

① 正しい。牛脂などのように常温で固体の油脂を脂肪といい，構成脂肪酸として高級飽和脂肪酸が多く含まれる。なお，オリーブ油のように常温で液体の油脂を脂肪油といい，不飽和脂肪酸が多く含まれる。

② 正しい。油脂は，高級脂肪酸とグリセリン(1，2，3-プロパントリオール)のエステルであり，次の構造式に示されるように，1 分子中にエステル結合を 3 つもつ。

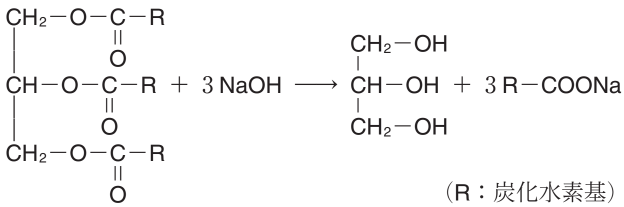


(R_1～R_3：炭化水素基)

③ 正しい。脂肪油は，ニッケルを触媒として油脂分子中の炭素間二重結合に水素を付加すると固化する。こうして得られた油脂を硬化油といい，植物性油脂から得られる硬化油はマーガリンの原料となる。

④ 正しい。油脂に水酸化ナトリウム水溶液を加えて加熱すると，油脂はけん化されて，グリセリンと高級脂肪酸のナトリウム塩を生じる。この高級脂肪酸のナトリウム塩のことをセッケンという。

けん化
エステルに水酸化ナトリウム水溶液を加えて加熱すると，カルボン酸のナトリウム塩とアルコールが得られる。エステルの塩基による加水分解をけん化という。



(R：炭化水素基)

⑤ 誤り。分子量 M の油脂 w_1〔g〕を水酸化ナトリウム(40 g/mol)でけん化するとき，必要な水酸化ナトリウムの質量を w_2〔g〕とすると，次式が成り立つ。

$$\frac{w_1}{M} : \frac{w_2}{40} = 1 : 3$$

$$M = \frac{120\,w_1}{w_2}$$

したがって，必要な水酸化ナトリウムの質量が大きいほど油脂の分子量は小さくなる。

$\boxed{3}$ …⑤

問 4　芳香族化合物の元素組成

①～⑤の化合物中の炭素の質量パーセントは，

① ベンゼン C_6H_6 (78 g/mol)

$$\frac{12\times6}{78}\times100=92.3\fallingdotseq92\ [\%]$$

② ニトロベンゼン $C_6H_5NO_2$ (123 g/mol)

$$\frac{12\times6}{123}\times100=58.5\fallingdotseq59\ [\%]$$

③ ナフタレン $C_{10}H_8$ (128 g/mol)

$$\frac{12\times10}{128}\times100=93.7\fallingdotseq94\ [\%]$$

④ フタル酸 $C_6H_4(COOH)_2$ (166 g/mol)

$$\frac{12\times8}{166}\times100=57.8\fallingdotseq58\ [\%]$$

⑤ ベンゼンスルホン酸 $C_6H_5SO_3H$ (158 g/mol)

$$\frac{12\times6}{158}\times100=45.5\fallingdotseq46\ [\%]$$

以上より，分子中に占める炭素の質量パーセントが最も大きい化合物は③である。

$\boxed{4}$ …③

問5　芳香族化合物の性質

① 正しい。**a** はエーテルであり，Na と反応しない。なお，分子中にヒドロキシ基をもつ化合物を R−OH とすると，Na とは H_2 を発生しながら次式のように反応する。

$$2\,R{-}OH\ +\ 2\,Na\ \longrightarrow\ 2\,R{-}ONa\ +\ H_2$$

② 誤り。**b**（ベンジルアルコール）はヒドロキシ基をもつが，このヒドロキシ基はベンゼン環に直接結合していないので，フェノール類ではなく，アルコールに分類される。アルコールのヒドロキシ基は，水溶液中で酸としてはたらかず，NaOH と反応しない。

フェノール類とアルコール

フェノール類：酸性物質

NaOH と反応し，塩になる。

アルコール：中性物質

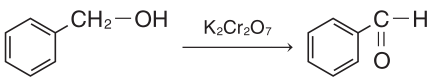
NaOH と反応しない。

塩化鉄(Ⅲ)水溶液に対し，

フェノール類：呈色する

アルコール：呈色しない

③ 正しい。**b** は，第一級アルコールなので，$K_2Cr_2O_7$ でおだやかに酸化すると，アルデヒド(ベンズアルデヒド)になる。



ベンジルアルコール　　ベンズアルデヒド

④ 正しい。**c**（*o*-クレゾール）は，ベンゼン環に直接ヒドロキシ基が結合したフェノール類なので，$FeCl_3$ 水溶液を加えると呈色する。

⑤ 正しい。ベンゼン環の 6 個の炭素原子およびこれと結合している原子は，常に同一平面上に位置する。したがって，**c** では，分子中のすべての炭素原子と酸素原子が常に同一平面上に存在している。

$\boxed{5}$ …②

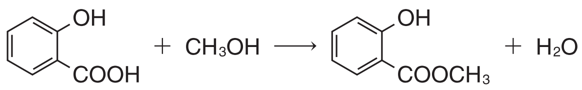
問6　サリチル酸メチルの合成実験

サリチル酸，メタノールおよび濃硫酸を混合して加熱するとエ

サリチル酸

白色の針状結晶。−COOH と−OH をもち，カルボン酸とフェノール類の両方の性質をもつ。

ステル化が起こり，サリチル酸メチルが生成する。



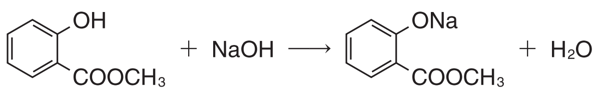
① 正しい。サリチル酸は，常温で白色の針状結晶である。

② 正しい。サリチル酸メチルは，芳香をもつ液体であり，消炎塗布薬に用いられる。

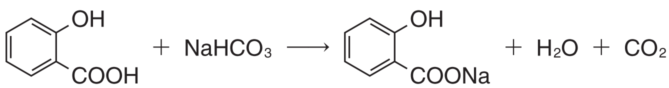
③ 正しい。メタノールは蒸発しやすい液体であり，加熱すると気体になる。蒸発したメタノールはガラス管内で冷却されて凝縮し，再びフラスコ内に戻る。このように，ガラス管はメタノールが蒸発によって失われるのを防いでいる。

④ 正しい。急激な沸騰（突沸）を防ぐために，沸騰石を入れている。

⑤ 誤り。サリチル酸メチルを水酸化ナトリウム水溶液に加えると，中和反応が起こり，塩になって溶けてしまうので，サリチル酸メチルを遊離させることはできない。



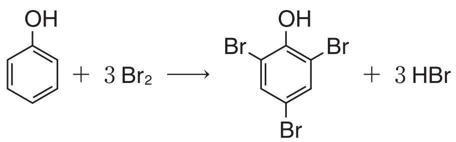
なお，反応後のサリチル酸とサリチル酸メチルの混合物からサリチル酸メチルを遊離させるためには，炭酸水素ナトリウム水溶液を用いる。このとき，サリチル酸は炭酸水素ナトリウムと反応して塩になり，水に溶けるが，サリチル酸メチルは反応しないので，油状物質となり，水溶液と分離される。



$\boxed{6}$ …⑤

問７　フェノールの置換反応

フェノールに臭素 Br_2 を作用させると，置換反応が起こり，2，4，6-トリブロモフェノール（分子式 $C_6H_3OBr_3$）の白色沈殿が生じる。



0.010 mol のフェノールと反応した Br_2 (160 g/mol)の質量〔g〕は，

$160 \times 0.010 \times 3 = 4.8$〔g〕

$\boxed{7}$ …⑤

サリチル酸メチル

芳香のある無色の液体。消炎鎮痛剤として外用塗布薬に用いられる。フェノール類としての性質をもつ。

生　物　Ⅰ

【解答・採点基準】

(100点満点)

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	A	問1	1	2	3	
		問2	2	4	3	
	B	問3	3	3	3	
		問4	4	4	3	
		問5	5	1	4	
	C	問6	6	5	4	
第1問 自己採点小計					(20)	
第2問	A	問1	1	3	4	
		問2	2	4	3	
		問3	3	1	3	
	B	問4	4	5	3	
			5	3	3	
		問5	6	4	4	
第2問 自己採点小計					(20)	
第3問	A	問1	1	6	3	
		問2	2	4	3	
	B	問3	3	1	3	
		問4	4	3	3	
		問5	5	2	4	
		問6	6	5	4	
第3問 自己採点小計					(20)	
第4問	A	問1	1	6	3	
			2	4	3	
		問2	3	2	3	
	B	問3	4	1	3	
		問4	5	2	4	
		問5	6	5	4	
第4問 自己採点小計					(20)	

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第5問	A	問1	1	2	3	
		問2	2	1	3	
		問3	3	4	3	
		問4	4	6	3	
	B	問5	5	1	4	
		問6	6	2	4	
第5問 自己採点小計					(20)	
自己採点合計					(100)	

【解説】

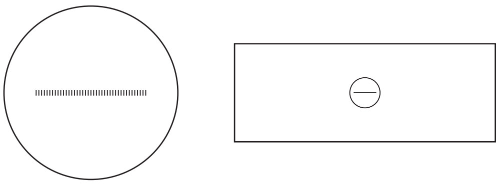
第 1 問　細胞・顕微鏡観察　問題

A では細胞に関する知識問題を，**B** では顕微鏡の操作に関する知識問題および考察問題を，**C** では光と原形質流動に関する考察問題を出題した。

問 1　①クラミドモナス，③ミドリムシ，④ゾウリムシは単細胞生物である。②ヒドラは刺細胞，神経細胞，腺細胞，筋細胞などの分化した細胞からなる多細胞生物である。　$\boxed{1}$ …②

問 2　19 世紀に入ると，顕微鏡の改良によって細胞内部の構造が観察できるようになり，ブラウンはランの葉の表皮を観察して核を発見した。なお，シュライデンは植物についての細胞説を提唱した。　$\boxed{2}$ …④

問 3　①対物レンズを先に取り付けると，接眼レンズを取り付けるまでの間に鏡筒内にほこりなどが入るおそれがあるので，先に接眼レンズを取り付け，次に対物レンズを取り付ける。したがって，誤りである。②次図のように，接眼ミクロメーターは，円形のガラス板に目盛りがついたもので，接眼レンズの中に入れる。対物ミクロメーターは，スライドガラスのような長方形のガラス板に目盛りがついたもので，ステージに置く。したがって，誤りである。



接眼ミクロメーター　　　対物ミクロメーター

③観察したい試料が視野の中央から離れた位置にあると，倍率を上げたときに視野の外に出て観察できなくなる可能性がある。このため，プレパラートを動かして，観察したい試料を視野の中央に移動させてから，対物レンズを高倍率のものに変える必要があるので，正しい。④対物レンズを低倍率のものから高倍率のものに変えると，視野は暗くなる。したがって，誤りである。なお，視野を明るくするためにはしぼりを開く。　$\boxed{3}$ …③

問 4　対物ミクロメーターの 1 目盛りの長さは，1 mm(1000 μm) を 100 等分したものなので，1000 μm÷100＝10 μm である。図 1 では，接眼ミクロメーターの 5 目盛りと対物ミクロメーターの 6 目盛りが一致している。接眼ミクロメーター 1 目盛りが示す長さを x μm とすると，x μm×5 目盛り＝10 μm×6 目盛りとなり，x＝10×6÷5＝12 μm である。細胞内の構造物 P が，20 秒間に接眼

【ポイント】

単細胞生物
　クラミドモナス，ミドリムシ，ゾウリムシ

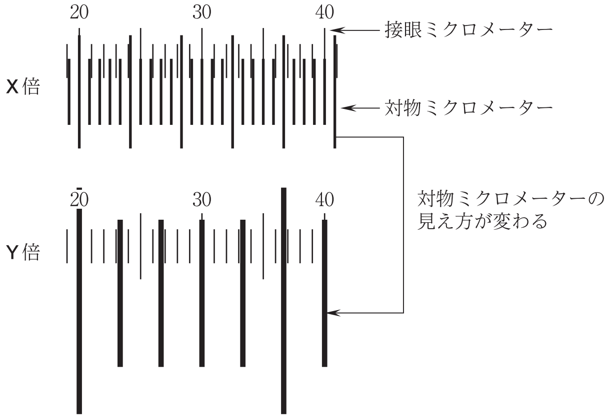
ブラウン
　核の発見
シュライデン
　植物についての細胞説を提唱

接眼ミクロメーター
　目盛りがついた円形のガラス板であり，接眼レンズの中に入れる。
対物ミクロメーター
　目盛りがついたスライドガラスのような長方形のガラス板であり，ステージに置く。

光学顕微鏡の視野は，低倍率では明るく，高倍率では暗い。
しぼりをしぼると視野が暗くなり，しぼりを開くと視野が明るくなる。

ミクロメーターの 33 目盛り分の距離を移動したので，構造物P が移動する速度は，12 μm×33 目盛り÷20 秒＝19.8 μm/秒となる。 $\boxed{4}$ …④

問5　対物レンズの倍率をＸ倍からＹ倍に変えた場合の見え方の変化は，次図のようになる。このとき，対物ミクロメーターの 1 目盛りの幅は，$\frac{Y}{X}$ 倍に変化して見えるが，接眼ミクロメーターの見え方は変わらない。



　対物ミクロメーター 6 目盛りは，対物レンズがＸ倍であるとき接眼ミクロメーター 5 目盛りと一致していたが，対物レンズの倍率をＹ倍に変えると，接眼ミクロメーター 20 目盛りと一致した。つまり，対物レンズの倍率をＸ倍からＹ倍に変えると，対物ミクロメーターの 1 目盛りの幅は $\frac{20}{5}$ ＝4 倍大きく見えることがわかる。したがって，Ｙ倍の方がＸ倍よりも 4 倍大きい倍率であり，選択肢のうちＹがＸの 4 倍になるのは①だけである。 $\boxed{5}$ …①

問6　表 1 の結果から，赤色光を 1000 秒間照射すると原形質流動が再び起こったことから，「第一反応も第二反応も赤色光によって引き起こされる」ことがわかる。また，青色光を 1000 秒間照射しても原形質流動が起こらなかったことから，「第一反応と第二反応の少なくとも一方は青色光によっては引き起こされない」ことがわかる。さらに，赤色光を 60 秒間照射しただけでは原形質流動が起こらなかったが，赤色光を 60 秒間照射した直後に青色光を 1000 秒間照射すると原形質流動が再び起こった。これは，赤色光を 60 秒間照射した場合，「第一反応は引き起こされるが第二反応は引き起こされない」，そして，「第二反応は青色光によっても引き起こされる」と考えると説明できる。また，青色光を 1000 秒間照射した後に赤色光を 60 秒間照射しても原形質流動は起こらなかった。これは，「青色光では第一反応が引き起こされない」，そして，赤色光の 60 秒間照射で「第一反応のみが引き起こされ，第二反応は引き起こされない」と考えると説明できる。したがって，**キ**と**ケ**が正しい。 $\boxed{6}$ …⑤

対物レンズの倍率をＸ倍からＹ倍に変えると，対物ミクロメーター 1 目盛りの幅は，$\frac{Y}{X}$ 倍に変化して見える。

第２問　発生

問題

Aではウニの受精と発生の過程に関する知識問題を，**B**ではニワトリの指骨の分化に関する考察問題を出題した。

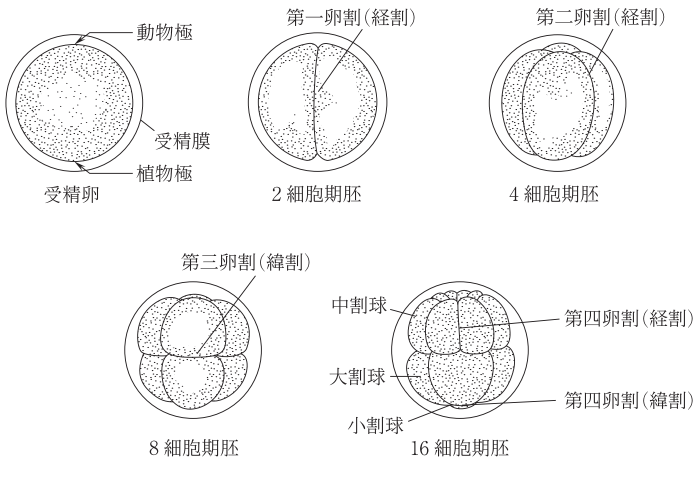
問１　①ウニの精子は頭部，中片部，尾部からなる。頭部には先体と核が含まれ，中片部にはミトコンドリアが含まれる。尾部はべん毛からなり，ミトコンドリアから供給されるエネルギーを用いてべん毛運動を行い，卵の表面にあるゼリー層に到達する。したがって，正しい。②精子がゼリー層に到達すると，先体反応が起こり，先体突起が形成される。したがって，正しい。③精子の先体突起が卵の細胞膜の外側にある卵膜(卵黄膜)を通過して卵の細胞膜に接すると，卵膜が細胞膜から離れて受精膜に変化し，他の精子の進入を防いだり(多精拒否)，胚を保護したりする。受精膜に変化するのは卵の細胞膜ではなく卵膜である。したがって，誤りである。④卵内に進入した精子の核(精核)は，卵の核(卵核)に向かって移動し，卵核と融合する。したがって，正しい。

$\boxed{1}$…③

精子
　頭部，中片部，尾部からなる。

受精膜
　卵膜(卵黄膜)から形成される。

問２　次図は，ウニの受精卵から第四卵割までを側面から観察した模式図である。



受精卵は，第一卵割後に２細胞期胚になり，第二卵割後に４細胞期胚になる。第一卵割と第二卵割は動物極と植物極を通る面で起こる経割である。４細胞期胚は，第三卵割後に８細胞期胚になるが，第三卵割は赤道面を通る緯割である。８細胞期胚は，第四卵割後に16細胞期胚になる。このとき，動物極側半球では，等割の経割が起こるので，中割球が８個形成される。また，植物極側半球では不等割の緯割が起こるので，大割球が４個と小割球が４個形成される。したがって，第四卵割後に植物極側から観察した模式図は④である。

$\boxed{2}$…④

経割
　動物極と植物極を通る面で起こる。

緯割
　赤道面に平行な面で起こる。

ウニの16細胞期胚
　中割球が８個
　大割球が４個
　小割球が４個

問３　ウニでは，胞胚期に胚の表面に繊毛が生じて遊泳できるようになり，胚は受精膜を破ってふ化する。したがって，①が正しい。

ウニの胞胚
　内部に発達した胞胚腔がある。
　表面に繊毛が生じる。
　受精膜を破ってふ化する。

3 …①

問4　まず，前肢の指骨ⅲに分化する細胞について考えてみる。**実験1**に，「発生開始から3日目の胚（3日胚）の前肢の肢芽の部位**X**を生体に無害な色素で染色（生体染色）すると，その後形成された指骨ⅲが色素で染まっており」とあるので，前肢の指骨ⅲに分化する細胞は，3日胚では部位**X**に存在したことがわかる。さらに，**実験2**に，「発生開始から3.5日目の胚（3.5日胚）の前肢の肢芽の部位**X**を生体染色すると，その後形成された指骨はまったく染まっていなかったが，前肢の肢芽の部位**Y**を生体染色すると，その後形成された指骨ⅲが色素で染まっていた」とあるので，前肢の指骨ⅲに分化する細胞は，3.5日胚では部位**X**には存在せず，部位**Y**に存在していたことがわかる。したがって，前肢の指骨ⅲに分化する細胞は，発生開始後3日目から3.5日目までの間に部位**X**から部位**Y**に移動すると考えられるので，⑤が正しい。

次に，後肢の指骨Ⅳに分化する細胞について考えてみる。**実験1**に，「3日胚の後肢の肢芽の部位**X**を生体染色すると，その後形成された指骨Ⅳが色素で染まっており」とあるので，後肢の指骨Ⅳに分化する細胞は，3日胚では部位**X**に存在したことがわかる。さらに，**実験2**に，「3.5日胚の後肢の肢芽の部位**X**を生体染色すると，その後形成された指骨Ⅳが色素で染まっており」とあるので，後肢の指骨Ⅳに分化する細胞は3.5日胚でも部位**X**に存在したことがわかる。したがって，後肢の指骨Ⅳに分化する細胞は，発生開始後3日目から3.5日目までの間，部位**X**に存在すると考えられるので，③が正しい。　4 …⑤・ 5 …③

問5　**実験3**で，前肢の肢芽の部位**X**を前肢の肢芽の部位**Z**に移植すると，「宿主の前肢は6本の指骨（前方からⅲ－ⅱ－ⅰ－ⅰ－ⅱ－ⅲ）をもつ翼になった」とあり，**B**の文章中に「これらの指骨の分化には，部位**X**から分泌される物質が関与する」とあるので，宿主の本来の前肢の部位**X**から分泌される物質と移植された部位**X**から分泌される物質の濃度により，異なる指骨が形成されることがわかる。部位**X**から分泌される物質の濃度は，拡散により部位**X**から遠いほど低くなる。**B**の文章中と図1から，正常胚では，部位**X**に最も遠い前方に指骨ⅰが，部位**X**に最も近い後方に指骨ⅲが形成されることがわかるので，指骨ⅰは指骨ⅲが形成される部位よりも部位**X**から分泌される物質の濃度が低い部位に形成されると考えられる。また，**実験3**では，前肢の肢芽の部位**X**を移植片として，別の胚（宿主）の後肢の肢芽の部位**Z**に移植すると，そこには後肢の指骨ができる。したがって，部位**X**から分泌される物質の作用によって形成される指骨が，翼の指骨に分化するか脚の指骨に分化するかは移植した部位**X**が由来する肢芽ではなく，部位**X**を移植された肢芽によって決定されることがわかる。

6 …④

第３問　遺伝

問題

Aでは独立の関係にある２組の対立遺伝子に関する問題を，**B**では連鎖する２組の対立遺伝子に関する問題を出題した。

問１　**A**の文章中に，「種子が丸形で子葉が緑色の純系個体と，種子がしわ形で子葉が黄色の純系個体を交配したところ，雑種第一代(F_1)はすべて種子が丸形で子葉が黄色であった」とある。対立形質をもつ純系どうしを交配した場合，F_1 に現れる形質が優性であるので，種子の形は丸形が，子葉の色は黄色が優性形質である。種子の形を支配する遺伝子では，R が丸形，r がしわ形，子葉の色を支配する遺伝子では，Y が黄色，y が緑色となるので，この交配は次のようになる。

純系どうしを交配した場合，F_1 に現れる形質が優性である。

P　　(丸・緑)RRyy　×　rrYY(しわ・黄)

↓

F_1　　RrYy(丸・黄)

Aの文章中に，「これらの２組の対立遺伝子は，異なる相同染色体上に存在する」とあるので，独立の法則が成り立つ。このため，F_1 個体がつくる配偶子の遺伝子型とその分離比は，RY：Ry：rY：ry＝1：1：1：1となり，F_1 個体の自家受精により得られる F_2 は次表のようになる。

２組の対立遺伝子が異なる相同染色体上に存在する場合，F_1 個体(RrYy)がつくる配偶子の遺伝子型とその分離比は，RY：Ry：rY：ry＝1：1：1：1となる。

	RY	Ry	rY	ry
RY	RRYY (丸・黄)	RRYy (丸・黄)	RrYY (丸・黄)	RrYy (丸・黄)
Ry	RRYy (丸・黄)	RRyy (丸・緑)	RrYy (丸・黄)	Rryy (丸・緑)
rY	RrYY (丸・黄)	RrYy (丸・黄)	rrYY (しわ・黄)	rrYy (しわ・黄)
ry	RrYy (丸・黄)	Rryy (丸・緑)	rrYy (しわ・黄)	rryy (しわ・緑)

したがって，F_2 の表現型とその分離比は，丸・黄：丸・緑：しわ・黄：しわ・緑＝9：3：3：1となる。　$\boxed{1}$…⑥

問２　親の遺伝子型を推定する場合，それぞれの形質ごとに分けて考えるのがポイントである。設問文の「得られた次世代の表現型とその分離比は，丸・黄：丸・緑：しわ・黄：しわ・緑＝3：1：3：1となった」という交配結果を，形質ごとにまとめてみると，種子の形に関しては，丸：しわ＝(3+1)：(3+1)＝4：4＝1：1，子葉の色に関しては，黄：緑＝(3+3)：(1+1)＝6：2＝3：1となる。子における優性形質と劣性形質の分離比が1：1になる場合，親はヘテロ接合体と劣性ホモ接合体の組合せの交配のときである。また，子における優性形質と劣性形質の分離比が3：1になる場合，親はヘテロ接合体とヘテロ接合体の組合せの交配のとき

親の遺伝子型を推定する場合，形質ごとに分けて考える。

子の優性形質と劣性形質の分離比が1：1である場合，親はヘテロ接合体と劣性ホモ接合体。

子の優性形質と劣性形質の分離比が3：1である場合，親はヘテロ接合体とヘテロ接合体。

である。したがって，この交配を形質ごとに分けて考えると次のようになる。

Rr×rr
1Rr ： 1rr
（丸） （しわ）
1 ： 1

Yy×Yy
$\underbrace{\text{1YY ： 2Yy}}$ ： 1yy
（黄） （緑）
3 ： 1

これより，交配に用いた親の遺伝子型の組合せは，RrYy と rrYy である。

$\boxed{2}$…④

問３　**実験１**で，「F_1 はすべてＫ培地では発芽しなかった」こと，また，**実験２**で，「F_1 はすべて無毛葉であった」ことから，Ｋ培地では発芽しない形質と無毛葉の形質が優性であることがわかる。したがって，Ｋ培地での発芽を支配する遺伝子を A（発芽しない），a（発芽する），葉の形態を支配する遺伝子を B（無毛葉），b（有毛葉）と決めることができる。また，３種類の株はいずれも純系であるので，それぞれの株の遺伝子型は，野生株が AABB，株Ⅰが aaBB，株Ⅱが AAbb となり，**実験１**と**実験２**の結果は次のようになる。

実験１　（野生株）AABB × aaBB（株Ⅰ）
↓
F_1　AaBB（発芽しない・無毛葉）
F_2　$\underbrace{\text{1AABB 2AaBB}}$ 1aaBB
（発芽しない・無毛葉）（発芽する・無毛葉）
3 ： 1

実験２　（野生株）AABB × AAbb（株Ⅱ）
↓
F_1　AABb（発芽しない・無毛葉）
F_2　$\underbrace{\text{1AABB 2AABb}}$ 1AAbb
（発芽しない・無毛葉）（発芽しない・有毛葉）
3 ： 1

$\boxed{3}$…①

問４　検定交雑とは劣性ホモ接合体（遺伝子型は aabb）と交配することである。劣性ホモ接合体の形質はＫ培地で発芽し，有毛葉となる。

$\boxed{4}$…③

問５　**実験３**の交配のうち，F_1 が得られるところまでは，次のようになる。

実験３　（株Ⅰ）aaBB×AAbb（株Ⅱ）

↓

F_1　AaBb（発芽しない・無毛葉）

次に，F_1 個体と劣性ホモ接合体を交配した検定交雑について考える。F_1 個体がつくることができる配偶子の遺伝子型は，AB，Ab，aB，ab の４種類，劣性ホモ接合体のつくる配偶子の遺伝子型は ab のみである。これを交配表にすると，次のようになる。

	AB	Ab	aB	ab
ab	AaBb（発芽しない・無毛葉）	Aabb（発芽しない・有毛葉）	aaBb（発芽する・無毛葉）	aabb（発芽する・有毛葉）

上の交配表で得られた個体のうち，Ｋ培地で発芽するのは，遺伝子型が aaBb と aabb の個体である。**実験３**に「Ｋ培地で発芽した個体では，無毛葉の個体と有毛葉の個体の分離比は７：１であり」とあるので，aaBb：aabb＝７：１となることがわかる。仮に，２組の対立遺伝子が異なる相同染色体上に存在していれば，独立の法則が成り立ち，F_1 個体がつくる４種類の配偶子の分離比は同じになるので，aaBb：aabb＝１：１となるはずである。したがって，④・⑤は誤りである。また，２組の対立遺伝子が同一の相同染色体上に存在しており，組換えが起こらない完全連鎖の関係にあれば，F_1 個体は株Ⅰから a と B，株Ⅱから A と b がそれぞれ連鎖した相同染色体を受け継いでいるので，F_1 個体がつくる配偶子の遺伝子型とその分離比は Ab：aB＝１：１となり，Ｋ培地で発芽した個体（aaBb）はすべて無毛葉となるはずである。したがって，①は誤りである。２組の対立遺伝子が同一の相同染色体上に存在しており，組換え価 12.5 ％で不完全連鎖の関係にあれば，組換えによってできる AB と ab の遺伝子型の配偶子が全体の 12.5 ％生じるので，F_1 個体がつくる配偶子の遺伝子型とその分離比は，AB：Ab：aB：ab＝１：７：７：１となり，実験結果を説明できる。また，通常培地で発芽させた場合，すべての個体が発芽するので，無毛葉の個体（AaBb，aaBb）と有毛葉の個体（Aabb，aabb）の割合は，（1＋7）：（7＋1）＝８：８＝１：１となるので，これも実験結果と一致する。したがって，②が正しい。なお，組換え価 25 ％で不完全連鎖の関係にある場合には，F_1 個体がつくる配偶子の遺伝子型とその分離比は，AB：Ab：aB：ab＝１：３：３：１となり，Ｋ培地で発芽した個体のうち，無毛葉の個体と有毛葉の個体の割合は３：１となるので，③は誤りである。　$\boxed{5}$…②

遺伝子型が AaBb で，A と b，a と B がそれぞれ連鎖している個体がつくる配偶子の遺伝子型とその分離比

完全連鎖の場合

Ab：aB＝１：１

不完全連鎖の場合

AB：Ab：aB：ab
＝x：y：y：x（y＞x）

問６　**問５**の解説より，F_1 個体がつくる配偶子の遺伝子型とその分離比は，AB：Ab：aB：ab＝１：７：７：１であるので，F_1 個体どうしの交配によって得られる F_2 は次のようになる。

	1AB	7Ab	7aB	1ab
1AB	1AABB （発芽しない ・無毛葉）	7AABb （発芽しない ・無毛葉）	7AaBB （発芽しない ・無毛葉）	1AaBb （発芽しない ・無毛葉）
7Ab	7AABb （発芽しない ・無毛葉）	49AAbb （発芽しない ・有毛葉）	49AaBb （発芽しない ・無毛葉）	7Aabb （発芽しない ・有毛葉）
7aB	7AaBB （発芽しない ・無毛葉）	49AaBb （発芽しない ・無毛葉）	49aaBB （発芽する ・無毛葉）	7aaBb （発芽する ・無毛葉）
1ab	1AaBb （発芽しない ・無毛葉）	7Aabb （発芽しない ・有毛葉）	7aaBb （発芽する ・無毛葉）	1aabb （発芽する ・有毛葉）

得られたF_2のうち，K培地で発芽するのは，上の表の枠内が灰色で示された部分，つまり，遺伝子型がaaBB，aaBb，aabbの個体である。このうち，有毛葉をもつのはaabbの個体のみなので，K培地で発芽した個体のうち有毛葉の個体の割合は，

$\frac{1}{49+7+7+1}=\frac{1}{64}$ となる。　　6 …⑤

第4問　恒常性　問題

Aでは内分泌系と自律神経系に関する知識問題を，**B**では血液と心臓のはたらきに関する知識問題と考察問題を出題した。

問1　脳下垂体の前葉からは，成長ホルモン，甲状腺刺激ホルモン，副腎皮質刺激ホルモンなどが分泌され，後葉からはバソプレシンなどが分泌される。なお，チロキシンは甲状腺から，セクレチンは十二指腸から，鉱質コルチコイドは副腎皮質から，パラトルモンは副甲状腺から，それぞれ分泌される。　1 …⑥・ 2 …④

脳下垂体から分泌されるホルモン
前葉　成長ホルモン
　　　甲状腺刺激ホルモン
　　　副腎皮質刺激ホルモン
後葉　バソプレシン

問2　①グルカゴンは，グリコーゲンの分解を促進して血糖量を増加させるので，誤りである。②糖質コルチコイドはタンパク質からグルコースを合成する反応を促進して血糖量を増加させるので，正しい。③インスリンは血糖量を減少させるホルモンであり，すい臓のランゲルハンス島B(β)細胞から分泌されるので，誤りである。④アドレナリンは，血糖量を増加させるホルモンであり，交感神経の興奮により分泌が促進されるので，誤りである。

3 …②

問3　①赤血球に含まれるヘモグロビンは，二酸化炭素濃度が高くなると，酸素と結合しにくくなる。したがって，肺から運ばれた鮮紅色の酸素ヘモグロビンは，二酸化炭素濃度の高い組織では酸素を解離し，暗赤色のヘモグロビンに変化しやすくなるので，誤りである。②白血球には，体内をアメーバのように移動して，体内に侵入してきた細菌類やその他の異物を取り込んで処理するも

のがあるので，正しい。なお，このようなはたらきを食作用とよぶ。③血小板が血管の破れたところに集まると，様々な凝固因子のはたらきによりフィブリンとよばれる繊維状のタンパク質が生じ，血ぺいが形成されるので，正しい。④リンパ球には，体内に侵入した抗原に対して抗体とよばれるタンパク質を分泌するものがあるので，正しい。⑤血しょうは血液の重さの約 55 ％を占めており，血球だけでなく，グルコースやアミノ酸，無機塩類，タンパク質などを運搬するので，正しい。 $\boxed{4}$…①

問4　次図はヒトの心臓の模式図である。

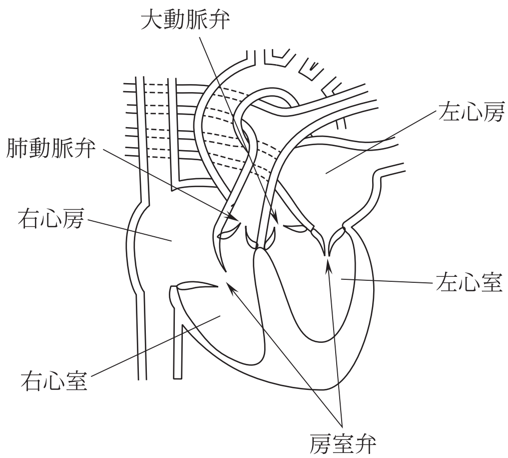


図１の左心室の圧－容積曲線において，左心室の心筋が弛緩し始めると，左心室の内圧が大動脈の血圧を下回り，大動脈弁が閉じる。このとき，心筋の弛緩にともなって内圧が低下する（a→b）。さらに弛緩が続くと，左心室の内圧が左心房の内圧を下回り，房室弁が開き，血液が左心房から左心室に流入するので，血液の流入にともなって容積が増加する（b→c）。左心室の心筋が収縮し始めると，左心室の内圧が左心房の内圧を上回り，房室弁が閉じる。このとき心筋の収縮にともなって内圧が上昇する（c→d）。さらに収縮が続くと，左心室の内圧が大動脈の血圧を上回り，大動脈弁が開き，血液が左心室から大動脈に流出するので，血液の流出にともなって容積が減少する（d→a）。したがって，房室弁が開いてから閉じるまでの過程を示しているのは，b→c である。 $\boxed{5}$…②

問5　**B**の文章中に，「１分間あたりの拍動数と１回の拍動で拍出される血液量は，左心室と右心室で同じである」と書かれている。１回の拍動で拍出される血液量は，圧－容積曲線の容積の最大値と最小値の差で示されるので，心室の容積の最大値と最小値の差は左心室と右心室で同じである。したがって，①・②・④・⑥は誤りである。また，「左心室壁の心筋の厚さと右心室壁の心筋の厚さには大きな違いがみられる」とも書かれている。右心室から

拍出される血液は心臓から近い肺だけに送られる(肺循環)が，左心室から拍出される血液は全身に送られる(体循環)。このため，右心室壁の心筋の厚さは左心室壁より薄く，右心室の内圧の最大値は左心室の内圧の最大値よりも小さい。したがって，③は誤りであり，⑤が正しい。 $\boxed{6}$ …⑤

肺循環
　心臓から出た血液が肺を経て心臓に戻る。
体循環
　心臓から出た血液がからだの各部を経て心臓に戻る。

第５問　環境と植物の反応　問題

Aでは環境と植物の反応に関する知識問題と考察問題を，**B**では植物ホルモンによる側芽の成長の調節を題材にした考察問題を出題した。

問１　植物の運動には，植物体の部分的な成長速度の違いによって起こる成長運動と，膨圧の変化によって起こる膨圧運動があり，膨圧運動には気孔の開閉やオジギソウの接触傾性などがある。したがって，②が正しい。なお，①・③・④はいずれも成長運動である。植物の運動は，刺激の方向とは無関係に一定方向に屈曲する傾性と，植物体または植物の器官が刺激の方向に対して決まった方向に屈曲する屈性に分けることができる。この分け方では，①は光傾性，②は接触傾性，③は正の光屈性，④は正の接触屈性である。 $\boxed{1}$ …②

膨圧運動
　気孔の開閉
　オジギソウの接触傾性

問２　気孔は２個の孔辺細胞に囲まれたすき間で，環境の変化などに対応して開閉する。孔辺細胞の気孔側の細胞壁は厚くて伸びにくい。このため，孔辺細胞の浸透圧が上昇し，孔辺細胞が吸水して膨圧が上昇すると，孔辺細胞は気孔とは反対側に膨らみ湾曲するので気孔が開く。したがって，①が正しい。 $\boxed{2}$ …①

孔辺細胞が吸水して膨圧が上昇すると，気孔が開く。

問３　茎頂が成長しているときには側芽の成長は抑制される。この現象を頂芽優勢という。①・②**実験１**において，側芽の一つにＸを与えると，Ｘを与えた側芽は成長していることから，Ｘは側芽の成長を促進すると考えられる。また，茎頂部分を切除すると側芽の成長は促進されるが，茎頂部分を切除し，その切断面にＹを与えると側芽はほとんど成長しなかったことから，Ｙは茎頂で合成され，茎頂部分から側芽まで移動して側芽の成長を抑制すると考えられる。また，この実験だけではＸが合成される場所はわからない。したがって，いずれも誤りである。③前述のように，Ｘは側芽の成長を促進し，Ｙは側芽の成長を抑制すると考えられる。仮にＸがＹの合成を促進すると仮定すると，Ｘを与えるとＹの合成が促進されて側芽の成長が抑制されるはずであり，**実験１**の結果と矛盾する。したがって，誤りである。④茎頂が存在するときには，茎頂で合成されたＹが側芽に移動し，側芽でのＸの合成を抑制することで側芽の成長を抑えているが，茎頂部分を切除するとＹによる抑制が解除されるため，Ｘが合成されて側芽の成長が促進されると考えると，実験結果を矛盾なく説明することができる。したがって，正しい。 $\boxed{3}$ …④

頂芽優勢
　茎頂が成長しているときに側芽の成長が抑制される。

問4　細胞分裂を促進したり，細胞の老化を抑制したりするはたらきをもつ植物ホルモンはサイトカイニンであり，茎や根の屈性に関与するのはオーキシンである。なお，アブシシン酸は気孔の閉鎖を促進したりするはたらきをもち，ジベレリンは茎などの伸長成長を促進したり，種子の発芽を促進したりするはたらきをもつ。また，エチレンは果実の成熟を促進したりするはたらきをもつ。

$\boxed{4}$ …⑥

問5　**B**の文章から，野生型は**Z**を合成することと受容することができるが，系統Rと系統Sは**Z**を合成すること，あるいは受容することができないために植物体内で**Z**がはたらいていない。野生型では側芽の成長が抑制され，系統Rと系統Sでは側芽の成長が抑制されないことから，**Z**には側芽の成長を抑制するはたらきがあると考えられる。野生型の根を台木とし，系統Rの地上部を接ぎ穂とした場合(表1の一番上の段の中央)，側芽の成長は抑制される。このことから，系統Rは野生型が合成した**Z**を受容することができることがわかる。また，**B**の文章中に，「系統Rと系統Sのうち，一方は**Z**を合成することはできないが受容することはでき，他方は**Z**を合成することはできるが受容することはできない」とあるので，**Z**を合成することはできないが受容することはできるのが系統R，**Z**を合成することはできるが受容することはできないのが系統Sと考えられる。**Z**を合成することができない系統Rと野生型の組合せで接ぎ木を行うと，野生型を台木に用いても接ぎ穂に用いても側芽の成長は抑制されるので，**Z**は野生型の地上部と根の両方で合成されると考えられる。したがって，①が正しく，②は誤りである。前述のように，野生型の根を台木とし，系統Rの地上部を接ぎ穂とした場合，側芽の成長が抑制されることから，根で合成された**Z**が地上部に移動してはたらき，側芽の成長を抑制したと考えられるので，③は誤りである。この実験では，地上部にある側芽の成長，つまり**Z**の地上部でのはたらきを観察しており，**Z**が根に移動するかどうかは判断できない。したがって，④は誤りである。

$\boxed{5}$ …①

問6　**問5**の解説で述べたように，系統Sは**Z**を合成することはできるが受容することはできないので，どのような台木と接ぎ木しても，側芽の成長は抑制されないと考えられる。したがって，**ウ**は＋である。また，系統Rは**Z**を合成することはできないが受容することはできるので，台木で**Z**が合成される場合は側芽の成長は抑制されると考えられる。系統Sの台木では**Z**が合成されるので，**エ**は－である。

$\boxed{6}$ …②

サイトカイニン
　細胞分裂を促進する
　細胞の老化を抑制する
オーキシン
　茎や根の屈性に関与する

地　学　I

【解答・採点基準】　（100点満点）

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	A	問1	1	6	4	
		問2	2	4	3	
	B	問3	3	4	3	
		問4	4	3	3	
	C	問5	5	3	3	
		問6	6	2	4	
第1問　自己採点小計					(20)	
第2問	A	問1	1	2	3	
		問2	2	4	3	
		問3	3	3	4	
	B	問4	4	6	3	
		問5	5	1	3	
		問6	6	2	4	
第2問　自己採点小計					(20)	
第3問	A	問1	1	2	3	
		問2	2	1	3	
		問3	3	6	4	
		問4	4	3	4	
	B	問5	5	1	3	
		問6	6	2	3	
第3問　自己採点小計					(20)	
第4問	A	問1	1	2	3	
		問2	2	4	3	
		問3	3	3	3	
		問4	4	2	4	
	B	問5	5	3	4	
		問6	6	3	3	
第4問　自己採点小計					(20)	

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第5問	A	問1	1	4	3	
		問2	2	4	3	
		問3	3	4	4	
	B	問4	4	1	3	
		問5	5	4	3	
		問6	6	2	4	
第5問　自己採点小計					(20)	
自己採点合計					(100)	

【解説】

第１問　固体地球　問題

A　地球の形と重力

引力(万有引力)と地球の自転による遠心力の合力が重力である。地球上で緯度の異なる地点において，それぞれの力の向きや大きさの相違について理解しておこう。

問１　地球上の物体には，重力が作用する。われわれは重力と引力が同一のものであると考えがちであるが，重力は引力と地球の自転による遠心力の合力である。地球楕円体では，引力は地球上のどの地点でも地球の中心へ向く。遠心力は，地球の自転という回転運動による力であるため，地球の自転軸(地軸)に対して直角外向きに作用する。この二つの力を合成した向きが重力の向きである(図１－１)。

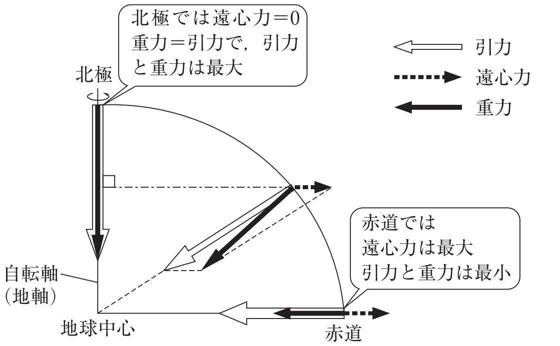


図１－１　地球楕円体上の引力・遠心力・重力

球形の地球の場合，図１－２のように，高緯度と低緯度の力の向きを比べると，引力はどの地点でも地球中心へ向くため，球に接する平面と引力がなす角度は 90° であり，等しい。一方，球に接する平面と遠心力がなす角度は，赤道では 90° であり，高緯度ほど小さくなる。

1 …⑥

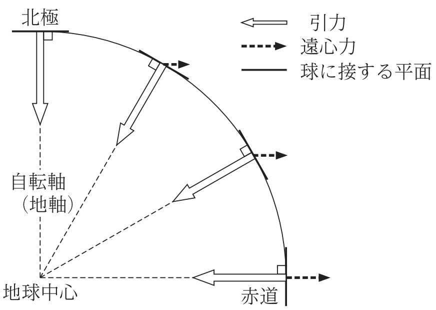


図１－２　球形の地球上の引力・遠心力

【ポイント】

重　力

引力(万有引力)と地球の自転による遠心力の合力。

引力(万有引力)

地球中心に向かう方向に作用し，地球中心から遠ざかるほど小さくなる。

遠心力

自転軸(地軸)に直角外向きに作用し，自転軸から遠ざかるほど大きくなる。

引力・遠心力・重力の大きさ

引力	赤道：最小	極：最大
遠心力	赤道：最大	極：最小(ゼロ)
重力	赤道：最小	極：最大

地学Ⅰ

問2　遠心力は，回転軸(自転軸)からの距離に比例する。つまり，地球の場合，自転軸からの距離がゼロである極では遠心力がゼロに，自転軸からの距離が最大である赤道では遠心力が最大になる。このため，地球は完全な球ではなく，赤道方向に膨らんだ回転楕円体の形をしている。

これを証明するために，高緯度地域と低緯度地域の緯度差 1° あたりの子午線(経線)弧の長さを測定・比較する試みがなされた。18 世紀の調査で，高緯度地域の子午線の方が長いという測定結果が得られ，地球は赤道方向に膨らんだ回転楕円体であると裏づけられた(図 1 − 3)。

地球楕円体において，赤道付近で緯度差 1° あたりの子午線を弧とする扇形を考えると，緯度差 1° あたりの子午線が短い赤道では，扇形の半径が他の緯度で描いた扇形の半径よりも短い。また，緯度とは，その地点における水平面に対する垂線と赤道面とがなす角度である。これらのことから，赤道付近で緯度差 1° あたりの子午線弧長がつくる扇形の中心が地球楕円体の中心と一致する **a** は，誤りである。よって，本問は緯度差 1° あたりの子午線が長い方は極付近，赤道付近における緯度差 1° あたりの子午線の長さを示した正しい図は **b** であり，④が正解である。 $\boxed{2}$ …④

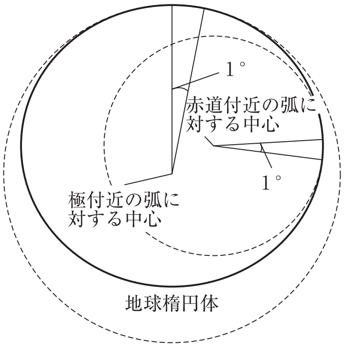


図 1 − 3　地球楕円体

地球楕円体の半径
赤道半径＞極半径

緯度差 1° あたりの子午線(経線)の長さ
高緯度の方が低緯度よりも長い。

B　地球の内部

地球の内部については，最大で深さ 12 km 程度しかボーリング調査はなされておらず，直接観察できる部分は限られている。しかし，地球内部の様子は地震波の伝わり方などにより推定することができる。例えば，地震波の伝わり方により地球内部をいくつかの層に区分することができる。

問3　地震波の走時曲線を解析すると，その伝わり方から，地球表面から深部に向かって，地球内部は地殻－マントル－外核－内核に区分されることがわかった(図 1 − 4)。そのうち，S 波の影の地帯(シャドーゾーン)が震央角距離 103° 以遠であることから，S 波が伝わらない領域が深さ 2900 km 以深にあり，核には液体の部

地球の内部構造の調べ方
地震波を用いる。

地球の内部構造
地殻－マントル－外核－内核

S 波の特徴
固体中のみ伝わる。

分があることが推定された。また，シャドーゾーン中の震央角距離 110° 付近に微弱な P 波が到達する(図 1 − 4 の破線)ことから，5100 km 以深に固体の内核が存在することがわかった。

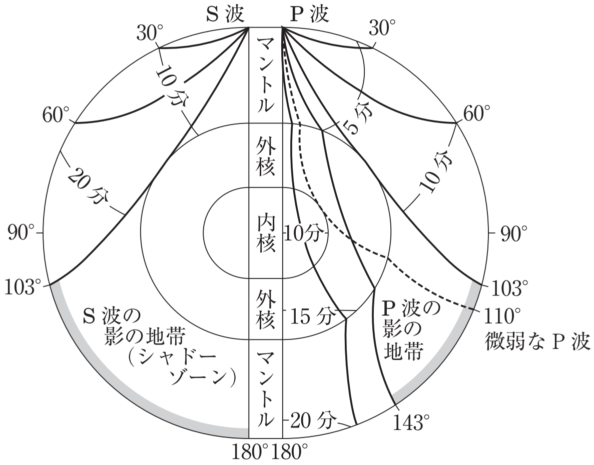


図 1 − 4　地球内部の地震波の伝わり方

問題の図 2 に示した走時曲線の横軸は震央角距離 100° までであるため，マントル中を伝播(でんぱ)した地震波について考えればよい。また，走時曲線では速度が大きくなるほど傾きが小さくなることから，問題の図 2 の走時曲線は，地震波が遠方に伝わるほど，その速度が大きくなっていることを表す。震央角距離が大きな地域に到達する地震波ほど，地震波速度が大きいマントル深部を伝わっているのである(図 1 − 4，図 1 − 5)。したがって，④が正解である。

震央角距離とマントル中の地震波の経路

角距離が大きいほど深部を伝わった地震波が届く。

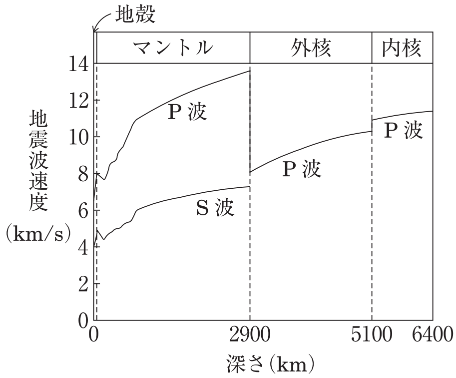


図 1 − 5　地球内部の地震波速度

①　地震波の伝わる経路が地表面に沿って曲がると述べてあるが，最短時間で伝わる実際の地震波は，図 1 − 4 のように，地球中心に向かって凸の経路を通るから，この選択肢は誤りである。

②　地震波の速度が小さくなる外核を通過した P 波は震央角距離 143° 以遠に現れるので，震央角距離 100° までの問題の図 2

に現れない。したがって，この選択肢は誤りである。

③　地震波速度と関係するのは，地球内部の物質の状態や組成であり，地球の自転とは関係がない。したがって，この選択肢は誤りである。 $\boxed{3}$ …④

問 4　地球は内部ほど高温であるが，その温度を直接測定することはできない。そのため，実験から推定される地球内部の構成物質の融解曲線や地震波の伝播速度から，地球内部の温度を見積もっている。

地殻では地下増温率は 2 ～ 3 ℃/100 m 程度である。その割合で計算すると地球中心は 20 万℃もの高温になるが，内核は固体である。したがって，マントル以深では地下増温率は緩やかになると考えられる。なお，地球中心の温度は 5000～6000 ℃程度と推定されている。

地殻の地下増温率
2 ～ 3 ℃/100 m

マントルは全体としては固体であるため，マントルの温度は構成物質の融点より低い。また，上部マントルでは構成物質の部分溶融が発生しているので，地下の温度は構成物質の融点に近いと考えられている。したがって，①と④は適当ではない。また，外核は液体であるため，外核の温度は構成物質の融点以上である。内核は固体であるため，内核の温度は構成物質の融点より低いと考えられる。したがって，②と④は適当ではない。

これらのことから，地球内部の温度分布を表すグラフは，上部マントルで構成物質の融点に近づき，マントル－核境界ではマントル構成物質の融点よりも低く，外核構成物質の融点よりも高いところを通る。さらに外核－内核境界では構成物質の融点と交わり，内核では構成物質の融点より低いところを通る。したがって，正解は③である。 $\boxed{4}$ …③

地球内部の温度と融点
外核－内核境界では，物質の融点と温度は等しい。

C　アイソスタシー

密度の小さい地殻が，密度の大きいマントルの上に浮かんでつりあいを保っている。この考え方をアイソスタシーという。

アイソスタシー
密度の大きいマントルの上に，密度の小さい地殻が均衡を保って浮かんでいるという考え。

問 5　地殻の厚さが増せば，地殻は沈降し，逆の場合は隆起する。

①　堆積物(たいせき)が堆積すると，その分だけその地域の地殻が厚くなり，アイソスタシーを保つために地殻がマントルに沈み込む。したがって，この選択肢は誤りである。

②　海水面が上昇すると，上昇した海面の高さの分だけ海水の質量が増すため，アイソスタシーを保つために海洋地殻はマントルに沈み込み，沈降する。したがって，この選択肢は誤りである。

③　山脈が侵食されると，その分だけ地殻が薄くなり，アイソスタシーを保つために地殻は隆起する。それに伴って地殻とマントルの境界面であるモホロビチッチ不連続面（モホ不連続面）の深さも浅くなる。したがって，この選択肢が正しい。

モホロビチッチ不連続面
地殻とマントルの境界面。モホ不連続面，モホ面ともいう。

④　地殻が厚くなると，アイソスタシーを保つため，地殻はマントル中へ沈む。そのため，モホロビチッチ不連続面の深さは深

アイソスタシー成立時の地殻の厚さ
標高の高い地域の地殻は厚い。

くなる。したがって，この選択肢は誤りである。 $\boxed{5}$ …③

問 6 第四紀は，大陸に氷床（大陸氷河）が発達した氷期と現在のような暖かい間氷期が繰り返された時代である。氷床が形成された時期には，アイソスタシーを保つために，地殻は氷床の重さによってマントルに沈み込む。図１－６のように，沈み込んだ地殻の底面を均衡面とすると，間氷期と氷期それぞれの均衡面にかかる圧力は等しい。つまり，均衡面より上の部分の質量の総和が等しいと考えればよい。

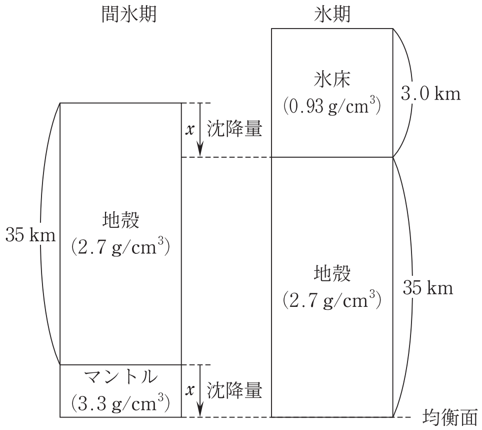


図１－６ アイソスタシーの考え方

地殻の質量については，間氷期と氷期で厚さが変わっていないため，式に含めなくてよい。

求める沈降量を x（km）とすると，次の式が成り立つ。

$$x \times 3.3 = 3.0 \times 0.93$$

$$\therefore \quad x \fallingdotseq 0.85 \text{ (km)}$$

したがって，氷床が発達すると，地殻は約 0.85 km 沈降する。

$\boxed{6}$ …②

第 2 問 岩石・鉱物 問題

A 火 山

マグマの性質によって，火山噴火の様子や火山地形，および火山を形成する岩石の種類が異なる。SiO_2 重量％や粘性などのマグマの性質と火山活動を関連づけて理解しておこう。

問 1 $\boxed{ア}$・$\boxed{イ}$ 火山噴火の様子は，マグマの粘性によって異なる（図２－１）。粘性が小さい玄武岩質マグマの火山活動は，穏やかであり，大量の溶岩流を流出する。粘性の小さい溶岩によって，傾斜が緩やかな裾野（すその）の広がった盾（たて）状火山や溶岩台地が形成される（図２－２）。一方，粘性が大きい安山岩質～流紋岩質マグマの火山活動は，爆発的な噴火になりやすい。流紋岩質マグマの火山活動では，粘性の大きい溶岩によって，火口付近に溶岩円頂丘（溶岩ドーム）が形成されることがある（図２－２）。

アイソスタシーの計算

地下の均衡面にかかる圧力，つまり（厚さ×密度）の総和は等しい。

マグマの性質

	玄武岩質	安山岩質	流紋岩質
温度	高温	⟷	低温
粘性	小	⟷	大

マグマの性質と火山地形・噴火

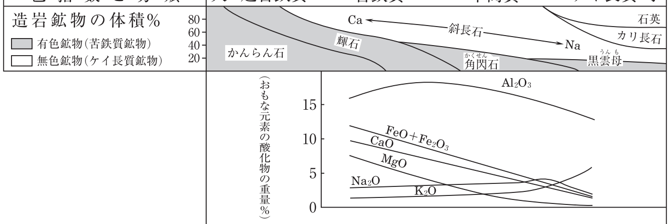
玄武岩質	安山岩質	流紋岩質
盾状火山	成層火山	溶岩円頂丘
穏やか	⟷	爆発的

$\boxed{ウ}$　マグマは，SiO_2 重量％によって塩基性マグマ，中性マグマ，酸性マグマに分類される(図２－１)。塩基性マグマである玄武岩質マグマは，SiO_2 重量％が 45～52 ％の範囲の化学組成である。

$\boxed{1}$…②

分類				かんらん岩	玄武岩	安山岩	流紋岩（デイサイト／流紋岩）
分類	火山岩	組織	斑(はん)状	結晶とガラス		玄武岩	安山岩
	深成岩		等粒状	すべて結晶	かんらん岩	斑れい岩	閃(せん)緑(りょく)岩

SiO_2 重量％と分類	超塩基性（～45%）	塩基性（45%～52%）	中性（52%～66%）	酸性（66%～）
密度 (g/cm^3)	大 3.3			2.7 小
色指数と分類	大 超苦鉄質	苦鉄質	中間質	ケイ長質 小



温度	1200℃	1000℃	900℃
粘性	小		大
噴火形式	溶岩流を大量に流出。穏やかな活動。	溶岩流出。火山灰降下。爆発的。	溶岩が盛り上がる。火山灰降下。爆発的。
火山地形	溶岩台地 盾状火山	成層火山	溶岩円頂丘（溶岩ドーム）
火山の例	アイスランド ハワイ島	桜島	昭和新山 有珠山 平成新山(雲仙普賢岳)

図２－１　火成岩と火山

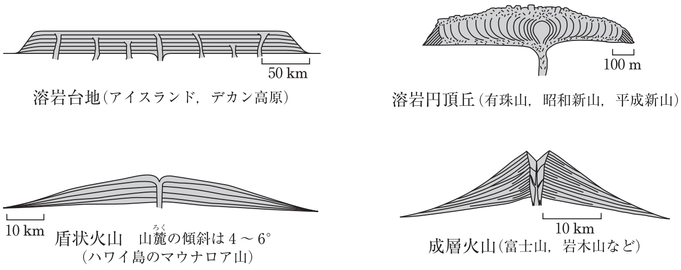


図２－２　火山地形

問２　マグマが冷却・固結して形成される火成岩は，冷却過程の相違により火山岩と深成岩に分けられる。問題とした玄武岩は火山岩である。火山岩は，マグマが地表付近の地下に貫入したり，地表に噴出したりして急冷されて固結した火成岩であり，斑晶と石(せっ)基(き)からなる斑状組織を示す。斑晶は，地下深部でマグマがゆっくり冷却される過程で成長した大きな結晶である。石基は，斑晶のまわりを取り囲む部分であり，マグマが地表付近で急冷されてできた細かな結晶やガラスからなる。したがって，火山岩の斑状組織を示す図は **Y**，該当する文は **a** である。なお，玄武岩の斑晶には，かんらん石，輝石，斜長石などが含まれることが多い。

問題の図２の **X** は，鉱物の結晶が大きく成長した等粒状組織を示す深成岩である。深成岩は，マグマが地下深部でゆっくり冷却

SiO_2 重量％によるマグマと火成岩の分類

SiO_2 重量％	45	52	66
超塩基性	塩基性	中　性	酸　性

火山岩

斑晶と石基からなる斑状組織を示す。マグマが地表付近で急冷されて固結した火成岩。

深成岩

等粒状組織を示す。マグマが地下深部でゆっくり冷却されて固結した火成岩。

されて固結した火成岩であることから，文 b が該当する。なお，文 c は，高温低圧型の広域変成岩である片麻岩の特徴である。

$\boxed{2}$ …④

問 3　火山の分布は，中央海嶺のようなプレートの拡大境界，ハワイのようなホットスポット，日本列島のような収束境界であるプレートの沈み込み帯などに偏っている。中央海嶺やホットスポットでは玄武岩質マグマによる火山活動が一般的である。一方，沈み込み帯では安山岩質マグマを中心とした多様な火山活動が特徴的である。

①　A は，スマトラ島にある火山である。スマトラ島の南西側に分布するジャワ海溝(スンダ海溝)では，インド・オーストラリアプレートがユーラシアプレートの下に沈み込んでいる。海溝よりも大陸側に位置するスマトラ島には，日本列島と同様にプレートの沈み込み帯に形成された火山が見られる。したがって，この選択肢は誤りである。

②　B は，ハワイ島である。ハワイ島は，地下深部から高温のマントル物質が上昇してマグマが発生するホットスポット上の火山島であり，マウナロア山のような盾状火山が形成されている。したがって，この選択肢は誤りである。

③　C は，アンデス山脈の火山を示している。南アメリカ大陸の太平洋側にはペルー海溝があり，海洋プレートであるナスカプレートが南アメリカプレートの下に沈み込んでいる。アンデス山脈では，日本列島と同様，沈み込み帯の火山活動が見られ，成層火山などが形成されている。したがって，この選択肢が正しく，正解である。

④　D は，アイスランド島である。アイスランド島は，プレートの拡大境界である大西洋中央海嶺上に位置するとともに，その地下にはホットスポットが存在する。したがって，この選択肢は誤りである。

$\boxed{3}$ …③

B　鉱　物

火山灰の観察をテーマに，造岩鉱物の特徴や鉱物の性質について出題した。基本的な用語の意味を正しく理解しておこう。

問 4　本問では，観察のために火山灰層の中から 2.5〜5 mm の比較的粗粒の鉱物粒子をふるい分けて取り出した。石英は，無色鉱物であり，へき開は見られず，割れ口は貝殻状の不規則な形状を示す。したがって，文 c が石英に該当する。輝石は，柱状で 2 方向に交差するへき開をもつ有色鉱物である。したがって，文 b が該当する。文 a の，無色透明〜白色の柱状の形状で，1 〜 2 方向のへき開が見られる鉱物は斜長石である。

$\boxed{4}$ …⑥

問 5　①　火山灰には，鉱物の結晶，ガラス，岩石の破片などが含まれている。マグマが地下から上昇して圧力が低下すると，マグマ中に含まれていたガス成分が発泡する。その発泡によって噴火

火山のおもな分布地域
中央海嶺，ホットスポット，沈み込み帯。

ハワイ島
ホットスポット上の火山島であり，玄武岩質の火山活動が特徴的である。

アイスランド島
大西洋中央海嶺上の島で，玄武岩質の火山活動が特徴的である。

へき開
鉱物が特定の面に沿って割れやすい性質。

が始まる。マグマが飛散し，急冷・固結して火山ガラスとなったり，細粒の鉱物結晶となったりして噴出される。このような細粒の破片粒子を火山灰という。したがって，この選択肢が正解である。また，爆発的な噴火の際に，火口をふさいでいた岩石なども破壊されて噴出するため，火山灰には岩石の破片も含まれる。

② 火山灰は，おもに粒径 2 mm 以下の細粒の火山砕屑(さいせつ)物であるため，火山噴火によって上空に噴き上げられると，風に乗って遠方まで運搬される。その範囲は，火口から 50 km 以上離れた地域にも達する。したがって，この選択肢は誤りである。日本では，火山灰は偏西風によって火口よりも東側に広がり，堆積(たいせき)する場合が多い。

③ 火砕流は，高温の火山ガスと火山砕屑物が山腹を高速で流れ下る現象である。したがって，この選択肢は誤りである。火山噴火によって火山灰などの火山砕屑物が堆積した山腹斜面などに雨が降ったり，高温の火砕流などが山間に積もっていた雪を融(と)かしたり，噴火によって火口湖が決壊したりすると，大量の水と火山砕屑物が山腹や谷を流れ下る。このように水とともに火山砕屑物が流下する現象を火山泥流という。

④ 地表から放射された赤外線を吸収し，温室効果をもたらす性質は火山灰にはない。したがって，この選択肢は誤りである。なお，大量の火山灰や火山ガスが，成層圏まで噴き上げられて長期間滞留すると，日射を遮り，地表付近の気温低下の一因となることがある。

$\boxed{5}$ …①

問6 ① ほとんどの鉱物は，原子やイオンが規則正しく配列した結晶である。したがって，この選択肢は誤りである。

② ケイ酸塩鉱物は，SiO_4 四面体を基本の骨格としている。図２－１中の主要な造岩鉱物はケイ酸塩鉱物である。鉱物によって，SiO_4 四面体の結合様式が異なる（図２－３）。したがって，この選択肢が正解である。

③ 化学組成が同一で，結晶構造が異なる鉱物どうしの関係を多形の関係という。したがって，この選択肢は誤りである。

④ 結晶構造は同じだが，イオンが置き換(か)わることで化学組成が任意の割合で変化する物質を固溶体という。ダイヤモンドと石墨(せきぼく)はともに炭素(C)のみからなり，置き換わる成分がないため固溶体ではない。両者は，化学組成が同じであり，結晶構造が異なる多形の関係にある鉱物である。したがって，この選択肢は誤りである。

$\boxed{6}$ …②

火砕流

高温の火山ガスと火山砕屑物が高速で山腹を流れ下る現象。

火山泥流

水と火山砕屑物が混じって山腹を流れ下る現象。

ケイ酸塩鉱物

SiO_4 四面体を基本骨格とする。

多形の関係（同質異像）

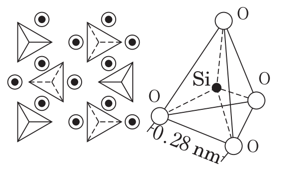
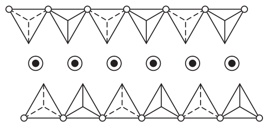
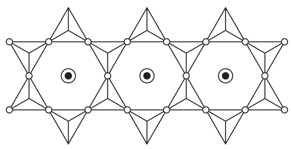
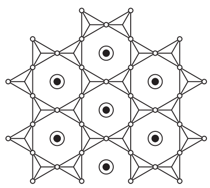
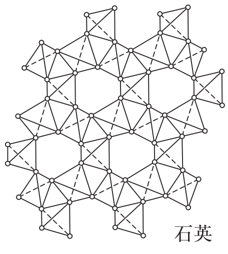
化学組成が同一で，結晶構造が異なる鉱物どうしの関係。

（例） C…ダイヤモンド，石墨
Al_2SiO_5 …藍晶(らんしょう)石，紅柱石，珪線(けいせん)石

固溶体

結晶構造は同じだが，イオンが置き換わることで化学組成が任意の割合で変化する鉱物。

（例） かんらん石…Fe^{2+} と Mg^{2+} が置換。
斜長石…Ca^{2+} と Na^{+} が置換。

		SiO_4 四面体の配列の特徴	SiO_4 四面体の配列状態	へき開
有色鉱物	かんらん石	【独立構造】各四面体は互いに独立している		不明瞭
有色鉱物	輝石	【単鎖構造】各四面体は2個の酸素原子を共有している		あり
有色鉱物	角閃石	【複鎖構造】各四面体は2個または3個の酸素原子を共有している		あり
有色鉱物	黒雲母	【平面網目状構造】各四面体は3個の酸素原子を共有している		あり
無色鉱物	カリ長石・斜長石	【立体構造】各四面体はすべての酸素原子を共有している		あり
無色鉱物	石英	【立体構造】各四面体はすべての酸素原子を共有している		なし

○共有している酸素原子　⦿入れ替わるイオン

図2－3　SiO_4 四面体の結合様式によるケイ酸塩鉱物の分類とへき開

第3問　地　質　問題

A　地質図

地質図を読み取る問題には，ある程度の経験が必要である。走向・傾斜を読み取る問題や地層の形成順序を考える問題を練習しておこう。

問1　図3－1は，A層とB層の境界面の走向線を引いたものである。走向線は，図3－1のように，A層とB層の地層境界線と同一高度の等高線が交わる点どうしを直線で結べばよい。400 m，500 m，600 m の走向線を引くと，等間隔に平行な直線となる。走

走向線の引き方

同一高度の等高線と地層境界線との交点どうしを直線で結ぶ。

向線は東西方向にのび，南に向かって高度が低くなっていることから，走向は東西であり，傾斜方向は南であることがわかる。したがって，②が正解である。なお，問題の図１中のＢ層の地層境界線は大きく波打っているように見えるが，これは地形が尾根や谷になっているためであって，地層が褶曲しているわけではない。 $\boxed{1}$ …②

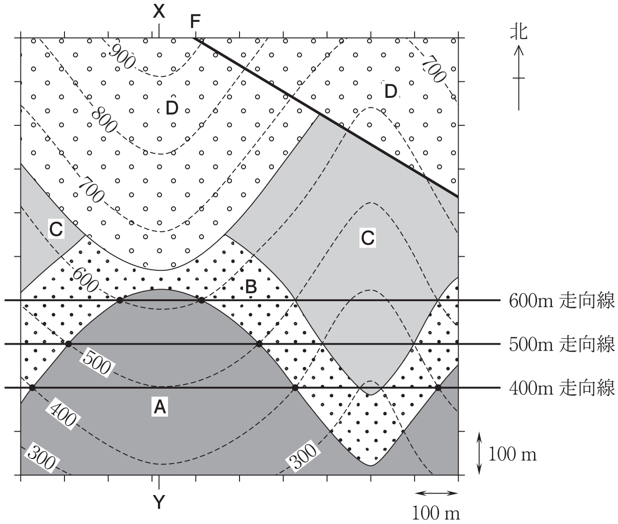


図３－１　Ａ層とＢ層の境界面の走向線

問２　Ａ層から産出するアンモナイトとＣ層から産出する三角貝(トリゴニア)は，いずれも中生代の代表的な示準化石である。よって，Ａ層とＣ層に挟まれたＢ層も中生代に形成されたと考えられるので，中生代の示準化石を選べばよい。

①のイノセラムスは中生代中期～後期，②のクサリサンゴは古生代シルル紀，③のカヘイ石(ヌンムリテス)は新生代古第三紀，④のデスモスチルスは新生代新第三紀の示準化石である。したがって，①が正解である。 $\boxed{2}$ …①

おもな示準化石

新生代
- 第四紀　ナウマンゾウ・マンモス
- 新第三紀　デスモスチルス
  ビカリア(ビカリヤ)
- 古第三紀　カヘイ石(ヌンムリテス)

中生代
- アンモナイト・三角貝(トリゴニア)
- イノセラムス・恐竜

古生代
- 三葉虫・フデイシ・ウミユリ
- 古生代後期　フズリナ(紡錘虫)
- シルル紀　クサリサンゴ
  クックソニア
- カンブリア紀　バージェス動物群
  (アノマロカリスなど)

問３　問題の図１より，断層Ｆは等高線に関係なく直線状に現れていることから，断層面は垂直であることがわかる。また，擦痕(断層運動による擦り痕)が断層面の走向に直交する方向についていることから，横ずれ断層ではないことがわかる。横ずれ断層であるならば，断層面の走向方向に擦痕が認められるからである。

垂直な地層や断層の地層境界線

等高線に関係なく，直線状に現れる。

断層の南西側では，Ｄ層の地層境界線が標高 650 m に沿って現れていることから，Ｄ層は底面が標高 650 m の水平な地層であることがわかる。しかし，断層の北東側では，Ｄ層は標高 580 m 程度のところにも分布していることから，断層の北東側のＤ層の底面は標高 580 m より低所に存在する。よって，断層Ｆは，北東側の地盤が下がった垂直断層である。したがって，⑥が正解である。 $\boxed{3}$ …⑥

水平な地層の地層境界線

等高線に沿って現れる。

問4　地層や断層などの形成順序を考えるときの基本に，切られている方が古く，切っている方が新しいという交差関係の法則がある。切られている方は，もともと存在していた地層や岩体などが侵食されたり，断層によってずらされたりしているので，古いと判断できる。切っている方は，侵食後に堆積した地層や，古い地層を切るように動いた断層であるので，新しいと判断できる。

本問では，問題文より，A～C層は整合に堆積しているが，問題の図1では，それらがD層によって切られていることから，D層は，A～C層が侵食された後に不整合の関係で覆ったものである。また，断層Fは，D層やC層を切っているので，D層の堆積後に活動した。また，この地域に地層の逆転はないことから，A～C層の形成順序は，図3－1のX－Y方向の尾根に沿った南北方向の断面図を描くと図3－2のようになることから，下位であるC層が古く，上位であるA層が新しいことがわかる。したがって，形成順序はC層→B層→A層→D層→断層Fとなる。

$\boxed{4}$ …③

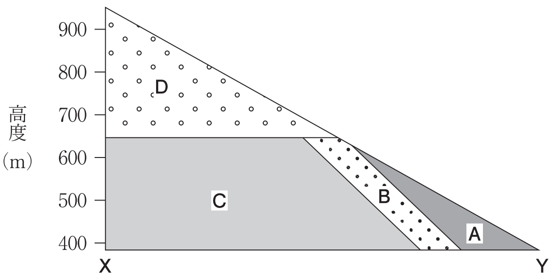


図3－2　尾根に沿った南北方向の断面図

地層や断層などの形成順序

切られている方が古く，切っている方が新しい。

B　地質調査

地層の対比と化石の産出に関する問題である。地層を対比するのに役立つ鍵(かぎ)層や示準化石について出題した。

問5　離れた地点の地層を調査し，鍵層や示準化石を用いて，どの地層が同時に形成されたものかを調べることを地層の対比という。鍵層とは，地層の対比に有効な地層のことであり，短期間に広範囲に堆積することと，他の地層と区別しやすいことが鍵層の条件である。凝灰岩層や火山灰層は，これらの条件にあてはまるため，鍵層として重要である。したがって，①が正解である。なお，選択肢にある「層序」とは地層の形成順序であり，「現地性」とは生物が生息していた場所で化石になることである。$\boxed{5}$ …①

地層の対比

離れた地点の地層の同時性を調査すること。鍵層や示準化石を用いる。

問6　示準化石とは，相対年代がわかる化石である。示準化石となる条件は，限られた時代にのみ生息していた(または進化速度が速い)ことと，広範囲の地層から多数の化石が見つかることである。本問では，地域MのX点は凝灰岩層bと凝灰岩層aの間にあるので，これらの地層が形成された期間に生息していた生物の化

示準化石

相対年代がわかる化石。限られた時代にのみ生息しており，広範囲の地層から多数産出する化石。

石を考えればよい。したがって，地域Lの凝灰岩層bと凝灰岩層aの間の期間に生息していたPとRの組合せの②が正解である。

6 …②

第4問　大気と海洋　問題

A　天気図

今回は冬の天気図から読み取れる気象，地上と上空の風について出題した。空気塊は，気圧傾度力やコリオリの力(転向力)，摩擦力などの影響を受けてさまざまな運動をする。この問題を通して，これらの力と風の関係を把握し，天気図から気象現象を読み取れるようにしてほしい。

問1　地上風は，摩擦力とコリオリの力(転向力)の合力と気圧傾度力がつりあって，等圧線と斜交するように吹く。

図4－1のように，同一緯度上にある陸上と海上の気圧傾度力が等しい場合，陸上の方が海上よりも摩擦力が大きいため，風速が小さい。したがって，陸上(X地点)を吹く地上風に作用するコリオリの力は，海上(Y地点)を吹く地上風の場合よりも小さい。

北半球では，コリオリの力は風に対して直角右向きにはたらくため，X地点(陸上)の地上風は，Y地点(海上)の地上風よりも等圧線と斜交する角度が大きくなる。

1 …②

地上風

気圧傾度力と，コリオリの力と摩擦力の合力がつりあい，等圧線に斜交して吹く風。

コリオリの力(転向力)

風の吹いていく向きに対して北半球では直角右向き，南半球では直角左向きに作用する。

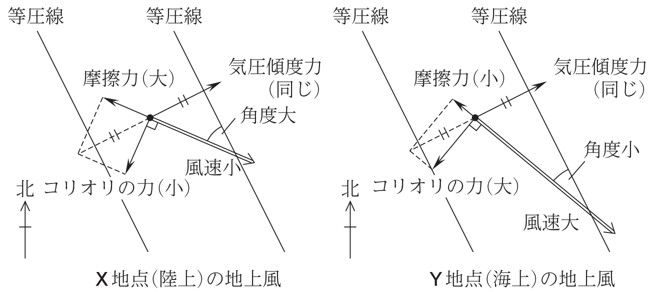


図4－1　地上風

問2　問題の図1は，2007年1月7日15時の地上天気図である。

①　この季節には，放射冷却によってユーラシア大陸内部の気温は低下し，寒冷で乾燥したシベリア高気圧が形成されている。一方，北海道付近に温帯低気圧が発達しており，日本列島の西に高気圧，東に低気圧が位置する西高東低型の気圧配置となっている。したがって，この選択肢は正しい。

②・③　シベリア高気圧から吹き出す北西の季節風は低温で乾燥した性質であるため，大陸内部や大陸沿岸部では水蒸気が少なく雲が発生しにくい。しかし，乾燥した季節風が日本海を通過するときに，日本海を流れる対馬海流(暖流)から水蒸気と熱の供給を受けて変質し，図4－2のように日本海上に筋(すじ)状の雲を発達させる。それが日本の脊梁(せきりょう)山脈にぶつかって雲はさらに発達し，

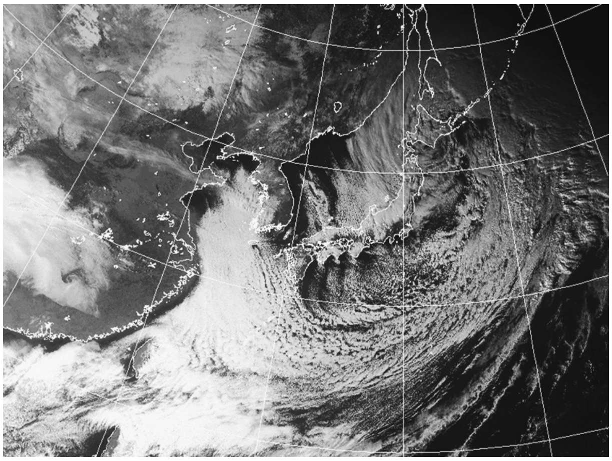
シベリア高気圧

冬季に発達する高気圧。寒冷で乾燥した気団。

冬の日本の天気

一般に日本海側で雨や雪，太平洋側で晴天。

日本海側に雨や雪を降らせる。脊梁山脈を越えた風は，山脈を吹き降りる過程で昇温するとともに太平洋側に乾燥した晴天をもたらす。太平洋に出ると，黒潮(暖流)から水蒸気と熱の供給を受け，再び筋状の雲が発達する。したがって，これらの選択肢は正しい。



（気象庁 HP より）

図 4 － 2　2007 年 1 月 7 日 15 時の可視画像

④　問題の図 1 の天気図の等圧線の間隔を見ると，東北地方の方が九州南部と比較して明らかに狭くなっている。等圧線の間隔が狭い場合，気圧傾度力が大きく，強い風が吹く。したがって，この選択肢が誤りであり，正解である。

なお，2007 年 1 月 7 日 15 時の秋田市の天気は北西の風 11.6 m/s でみぞれ，宮崎市の天気は西の風 7.2 m/s で晴れであった。

風の強さ
等圧線の間隔が狭いほど，強い風になる。

$\boxed{2}$ …④

問 3　暖気と寒気が接するとき，その境界面の両側で気温・風向・風速などが異なる。この境界面と地表の交線を前線という。問題の図 1 のように温帯低気圧の南東側に温暖前線(前線**Q**)，南西側に寒冷前線(前線**P**)を伴う場合が多い。

①　前線**P**は寒冷前線である。寒冷前線は，寒気が暖気の下へ潜り込むところにできる前線であり，発生する雲は垂直方向に広がる積乱雲，積雲などである。したがって，この選択肢は誤りである。

寒冷前線
寒気が暖気の下に潜り込むところにできる。

②　前線**Q**は温暖前線である。温暖前線は，暖気が寒気の上へすべり上がるところにできる前線であり，発生する雲は，水平方向に広がる乱層雲，高層雲，巻雲などである。したがって，この選択肢は誤りである。

温暖前線
暖気が寒気の上にすべり上がるところにできる。

③　前線**R**は寒冷前線**P**が温暖前線**Q**に追いついて形成された閉塞(へいそく)前線である。したがって，この選択肢は正しい。

温帯低気圧の発生から発達の過程を図 4 － 3 に示す。

⑴　暖気と寒気がぶつかる境界に前線が形成される。

⑵　渦を巻くようになると温帯低気圧が発達し，移動速度が小さい温暖前線と移動速度が大きい寒冷前線の間の領域が狭くなる。

⑶　寒冷前線が温暖前線に追いつき，温帯低気圧の中心付近に閉塞前線が形成される。閉塞前線が形成され始めるころに温帯低気圧は最盛期となり，その後，衰弱していく。

閉塞前線

寒冷前線が温暖前線に追いついて形成される。この前線が形成されるころ，低気圧は最盛期となる。

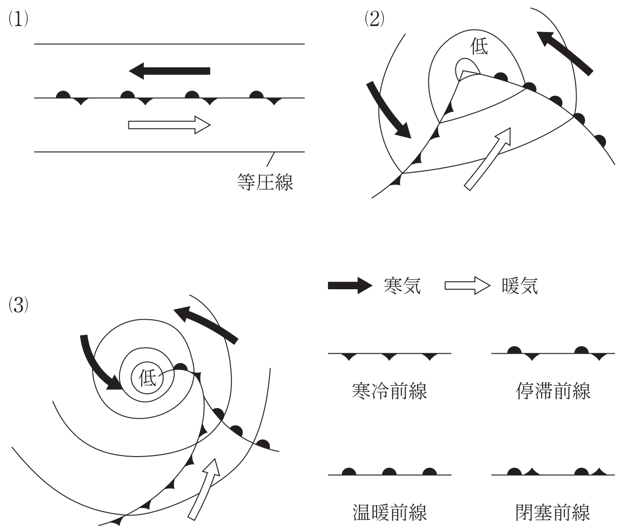


図4－3　温帯低気圧の一生

④　温帯低気圧は中緯度で発生し，前線を伴う。特に南北の温度差が大きい冬から春にかけて発達し，おもなエネルギー源は暖気と寒気が入れかわるときに放出される位置エネルギーである。一方，台風は，北太平洋の西部で発生する熱帯低気圧のうち，最大風速が約 17 m/s 以上になったものをいう。熱帯低気圧や台風のエネルギー源は，高温の海水から供給された水蒸気が上昇気流の中で凝結する際に放出される潜熱(凝結熱)である。

問題の図1中の964 hPaの温帯低気圧がある高緯度の海域には多量の水蒸気を供給するような高温の海水は存在しないため，温帯低気圧が熱帯低気圧や台風に変化することはない。一般に，台風や熱帯低気圧が中緯度に至ると温帯低気圧に変わることはあるが，その逆は起こらない。したがって，この選択肢は誤りである。

$\boxed{3}$ …③

温帯低気圧のエネルギー源

暖気と寒気が入れかわるときに放出される位置エネルギー。

熱帯低気圧・台風のエネルギー源

高温の海水から供給される水蒸気が凝結する際に放出される潜熱。

問4　上空約1000 mより高い高度では，地表と大気の間の摩擦力の影響がほとんどなくなり，気圧傾度力とコリオリの力がつりあって等圧線に平行に地衡風が吹く。風を背に受けたとき，北半球の地衡風は低圧部を左手に見るように吹く。

気圧傾度力は，水平方向の気圧差によって生じ，等圧線に直角に高圧部から低圧部に向かって水平方向に作用する。問題の図2

地衡風

気圧傾度力とコリオリの力がつりあい，等圧線に平行に吹く風。

風を背に受けたとき，北半球では低圧部を左手に見るように吹く。

気圧傾度力

等圧線に直角に高圧部から低圧部に向かって作用する。

では，X地点上空の高度 1000 m の気圧は 908 hPa，その西のY地点上空の高度 1000 m の気圧は 920 hPa と読み取れる。したがって，問題の図3では，Z地点の南西側が高圧部，北東側が低圧部である。これらのことからZ地点では，気圧傾度力は図4－4のように北東向きに作用する。

地衡風の場合，コリオリの力は気圧傾度力とつりあうため，図4－4のようにコリオリの力は南西方向に作用する。コリオリの力は，北半球では風の吹いていく向きに対して直角右向きに作用するため，図4－4のように地衡風が吹いていく向きは南東となる。

なお，風向については風が吹いてくる方位を表すことから，この風の風向は北西である。 $\boxed{4}$ …②

風　向
風が吹いてくる方位。

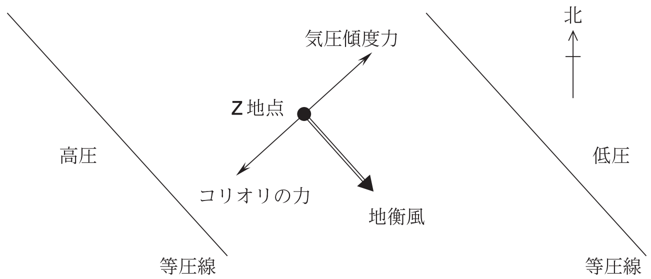


図4－4　Z地点における力と風

B　海　流

今回は北大西洋の亜熱帯循環(環流)について出題した。亜熱帯循環の問題は北太平洋に関する出題が多いが，貿易風と偏西風の影響を受けることから，北半球・南半球の大洋に共通して見られる現象であることを確認しよう。

問5　海水の水平移動(海流)のおもな原因は，一定方向に吹き続ける風である。海水が風に引きずられることによって海流は発生する。亜熱帯循環は，低緯度を吹く貿易風と中緯度を吹く偏西風をおもな要因として生じる(図4－5)。

海流の成因
海上を定常的に吹く貿易風や偏西風によって生じる。

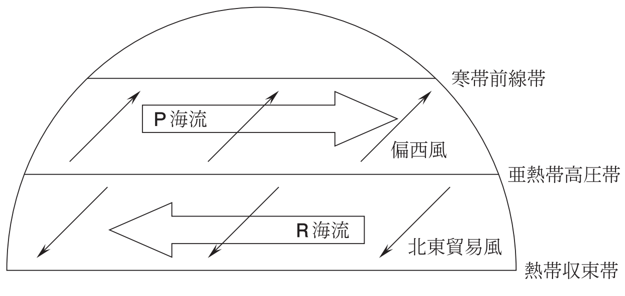


図4－5　北大西洋の海流と風系の模式図

北半球では，表層を流れる海流はコリオリの力の影響によって風が吹いていく向きに対してやや右向きに流れるため，P海流は南西の風である偏西風(エ)によって東向きに流れる。また，R海流は北東貿易風によって西向きに流れる。

海洋の西を流れる海流の流速は大きくなる。これを西岸強化の現象といい，高緯度ほどコリオリの力が大きくなることが原因である。問題の図4ではS海流(オ)がこれに当てはまる。なお，S海流の名称はメキシコ湾流(湾流)である。

亜熱帯循環の流れを南北両半球で比較した場合，コリオリの力の方向が逆になるため，北半球では時計回り，南半球では反時計回り(カ)になる(図4－6)。ただし，西岸強化は南北両半球に共通して見られる現象である。 5 …③

西岸強化

海洋の西を流れる海流の流速は大きい。

亜熱帯循環

北半球では時計回り，南半球では反時計回りに流れる。

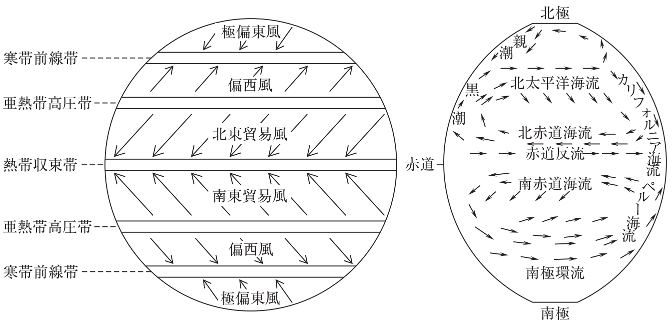


図4－6　太平洋の風系と海流の関係

問6　① 風を成因として流れる海流は，1時間に数百 m～数 km 流れるのに対して，海水の密度差を原因として流れる深層の海水の流れは，1日に数 cm～数 m の移動であり，桁(けた)違いに小さい。したがって，この選択肢は誤りである。

② 北半球では北側が低温の海域，南側が高温の海域であることから，北から南に流れる海流の多くは寒流になるが，南半球では南側ほど海水温が低温になることから，北から南に流れる海流の多くは暖流になる。したがって，この選択肢は誤りである。

③ 図4－6のように，北太平洋では亜熱帯循環を構成する北赤道海流・黒潮・北太平洋海流・カリフォルニア海流が時計回りに流れている。また，黒潮は亜熱帯高圧帯から日本列島の南岸に向かって流れる暖流であり，西岸強化によって上記の四つの海流のうち最も流速が大きい。したがって，この選択肢が正解である。

北太平洋の亜熱帯循環

北赤道海流→黒潮→北太平洋海流→カリフォルニア海流

④ **問5**で解説したように亜熱帯循環のおもな成因は，貿易風と偏西風である。図4－6のように，これらの風は南太平洋上にも吹いているため，これらの海域にも亜熱帯循環は形成される。したがって，この選択肢は誤りである。 6 …③

第5問　宇　宙

問題

A　太陽系の天体の運動

太陽系について，惑星現象，視運動，ケプラーの第三法則，年周視差，年周光行差など天体の運動に関する事柄を出題した。知識というより理解力が必要な問題である。

問1　日の出の直前なので太陽は東，天体**X**は西にあり，両者は地球を挟んでほぼ反対方向にある。地球から観測すると，この日の天体**X**は衝の位置付近にある(図5－1)。また，天体**X**から観測すると，地球は太陽と同じ方向に見え，内合の位置付近にある。

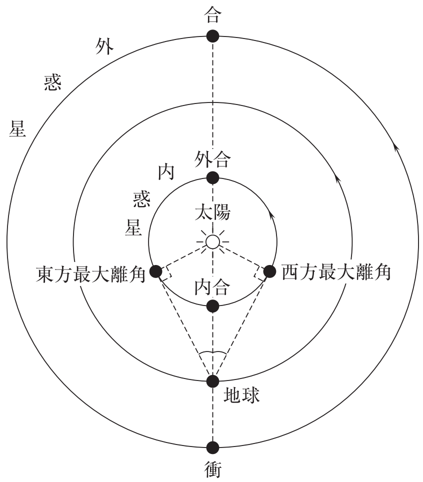


図5－1　惑星現象

逆行が起こるのは，内合または衝の前後である。したがって，地球から観測した天体**X**の視運動も，天体**X**から観測した地球の視運動も逆行である(図5－2)。　$\boxed{1}$ …④

逆　行

天球上を東から西に移動する。

内合，衝の前後に生じる。

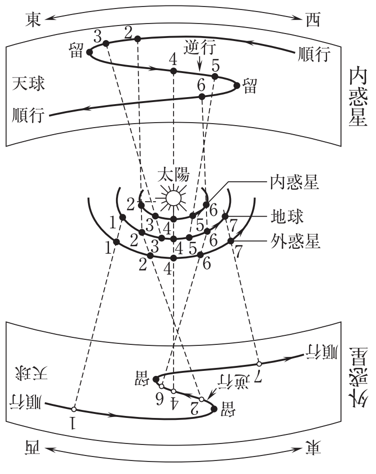


図5－2　惑星の視運動

問2　ケプラーの法則は，第一法則が楕円軌道の法則，第二法則が面積速度一定の法則，第三法則が調和の法則とも呼ばれる。このうち，本問では第三法則を用いる。公転周期を P 年，平均距離を a 天文単位とすると，第三法則は，

$$P^2 = a^3$$

と表されるので，

$$P^2 = 9^3 = 3^6 = (3^3)^2 = 27^2$$

$$\therefore \quad P = 27(\text{年})$$

である。　$\boxed{2}$ …④

問3　地球から観測した恒星の年周視差は，恒星から1天文単位の距離を見込む角度である。同様に，天体**X**における年周視差は，9天文単位を見込む角度である。年周視差の値は小さいので，図5－3の二つの三角形をそれぞれ半径の等しい扇形で近似すると，天体**X**で測定した恒星**Y**の年周視差は地球で観測した年周視差の9倍となる。したがって，①と②は誤りである。

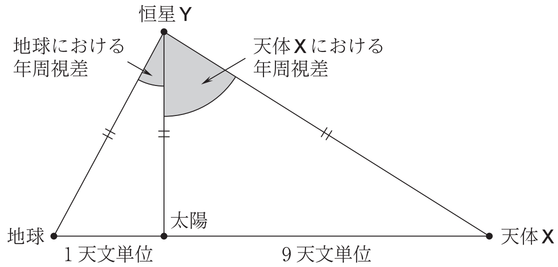


図5－3　年周視差

公転速度を v，公転半径(平均距離)を a，公転周期を P とすると，円軌道を描いて公転する天体の場合，

$$P = \frac{2\pi a}{v}$$

である。また，ケプラーの第三法則から，

$$P^2 = a^3$$

$$\left(\frac{2\pi a}{v}\right)^2 = a^3$$

$$\therefore \quad v = \frac{2\pi}{\sqrt{a}}$$

となり，公転速度は公転半径の平方根に反比例する。つまり，太陽からの平均距離が大きい惑星ほど，公転速度は小さい。

図5－4のように，年周光行差は，天球上の恒星の見かけの位置が，観察する天体の公転方向前方にずれて観察される現象である。そのため，観察する天体の公転速度が大きくなれば，年周光行差も大きくなる。よって，地球よりも公転速度が小さい天体**X**で観測した年周光行差は，地球で観測した場合よりも小さい。したがって，④が正解である。　$\boxed{3}$ …④

ケプラーの第三法則

公転周期を P 年，平均距離を a 天文単位とすれば，$P^2 = a^3$。

年周視差

恒星までの距離に反比例する。

恒星から見た惑星の公転半径を見込む角度。

公転速度

太陽からの平均距離が大きい惑星ほど，公転速度は小さい。

年周光行差

公転速度に比例する。

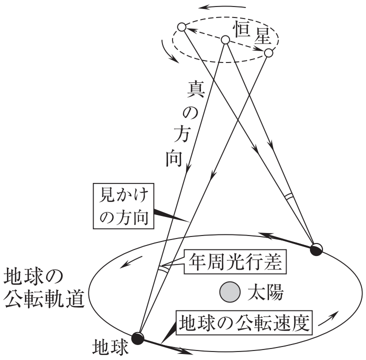


図５－４　年周光行差

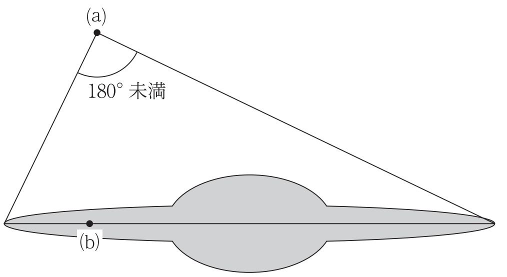
B　銀河系

銀河系について，その構造と観測手法などについて出題した。

問４　天の川が天球を二分しているというのは，天球の大円に沿って天の川が分布しているという意味である。天の川は銀河系の円盤部を地球から見たものであり，図５－５の(a)のように，地球が円盤部から離れたところに位置していれば，天の川は180°未満の角度でしか見えない。天の川が天球の大円に沿って360°の方向に見えるのは天の川の両端のなす角度が180°であり，地球が図５－５(b)のような銀河面に近い円盤部，つまり天の川の内部に位置しているからである。　$\boxed{4}$…①

天の川

銀河系の円盤部を地球から見たもので，天の川が太くなっている部分はバルジである。



(a)ならば180°未満，(b)ならば180°

図５－５　天の川の見え方

問５　表５－１の球状星団と散開星団の違いはしっかりと押さえておきたい項目である。

星　団

散開星団と球状星団。

表５－１　星団の特徴

	球状星団	散開星団
形状	球状	不定形
恒星数	多い(10^4～10^6個)	少ない(100～1000個)
種族	種族Ⅱ	種族Ⅰ
年齢	老齢(100～130億年)	若い(～50億年)
重元素量	少ない	多い
分布	ハロー	円盤部
例	M13	プレアデス星団(すばる)

①・④　球状星団は年齢が古く，新しい恒星の誕生もほとんどなく，超新星爆発などで重元素の供給を十分に受けた星間物質から誕生した天体でもないので，重元素量が少ない種族Ⅱの恒星で形成されている。したがって，①は正しく，④は誤りである。

②　球状星団を構成する恒星のうち，主系列星として残っているのはHR図の右下に位置する小質量星だけであり，明るい星の多くは巨星(赤色巨星)である。したがって，この選択肢は正しい。球状星団と散開星団のHR図の相違点を確認しておこう(図5－6)。

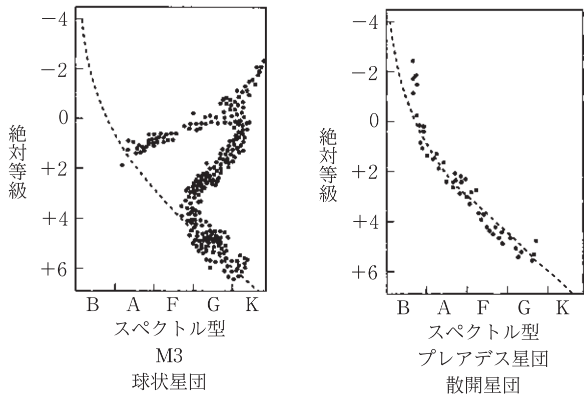


図5－6　星団のHR図

③　ハローは，銀河系のバルジと円盤部を包み込む直径が約5万パーセクの球状の領域であり，球状星団が分布する。この領域は星間物質による吸収があまりないので遠くまで見通せ，地球から3万パーセク離れた距離に存在する球状星団も確認されている。したがって，この選択肢は正しい。 5 …④

問6　**a**　可視光線は星間物質による吸収を受けやすいため，星間物質が多い円盤部を可視光線によって数千パーセク以上見通すことはできない。したがって，この文は正しい。

b　銀河系は回転運動をしている。散開星団は円盤部に分布し，ほぼ円運動をしている。球状星団はハローに分布するが，これらは楕円状の軌道を描いている。かつては球状であった銀河系が回転運動に伴って扁平になり，円盤部を形成したが，球状星団は取り残された天体であり，それを反映して楕円状の軌道であると考えられている。したがって，この文は正しい。

c　銀河系には約2000億個の恒星が含まれていると考えられている。したがって，この文は誤りである。

以上から，「正，正，誤」の組合せの②が正解である。

6 …②

恒星の種族

種族Ⅰ　重元素量が多い
　　　　若い
種族Ⅱ　重元素量が少ない
　　　　老齢

円盤部の観測

星間吸収のため可視光線では遠くまで見通せない。そのため，観測には波長の長い電波などを用いる。

銀河回転

恒星だけでなく星間物質も銀河中心のまわりを回転運動している。

銀河系の恒星数

約2000億個。

理科総合A

【解答・採点基準】

(100点満点)

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	A	問1	1	3	3	
		問2	2	2	3	
		問3	3	1	3	
			4	4	3	
			5	3	3	
		問4	6	2	2	
		問5	7	5	3	
	B	問6	8	2	3	
			9	4	3	
		問7	10	3	3	
第1問　自己採点小計					(29)	
第2問	問1		1	3	3	
	問2		2	4	3	
	問3		3	4	4	
	問4		4	3	4	
	問5		5	3	4	
	問6		6	4	4	
	問7		7	2	4	
第2問　自己採点小計					(26)	
第3問	A	問1	1	3	3	
		問2	2	4	3	
		問3	3	2	3	
		問4	4	1	3	
		問5	5	3	3	
	B	問6	6	4	3	
		問7	7	2	3	
第3問　自己採点小計					(21)	

問題番号	設問	解答番号	正解	配点	自己採点
第4問	問1	1	2	4	
	問2	2	3	4	
	問3	3	2	4	
	問4	4	1	4	
	問5	5	1	4	
	問6	6	3	4	
第4問　自己採点小計				(24)	
自己採点合計				(100)	

【解説】

第 1 問　仕事と力学的エネルギー・電気　問題

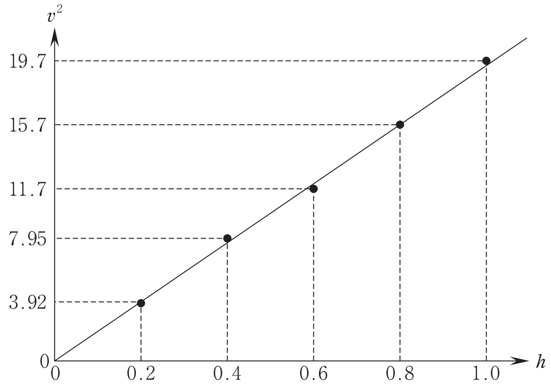
A

問 1　台車が斜面上の点 A から運動を開始し，水平面上の点 D で静止するまでの台車のもつエネルギーの移り変わりについては，次のように説明できる。台車が斜面 AB 上を運動するときには重力が**仕事**をするため，点 A で台車がもつ**重力による位置エネルギー**が水平面 BC を運動している間はすべて台車の**運動エネルギー**に変わっており，CD 間を運動中にその運動エネルギーがすべて摩擦による熱エネルギーとして失われたため，台車は点 D で静止した。

$\boxed{1}$ …③

問 2　実験 1 で得られた図 2 の表を用いて，速さの 2 乗 v^2 と水平面からの高さ h との関係をグラフで表してみる。

h〔m〕	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
v^2〔m²/s²〕	3.92	7.95	11.7	15.7	19.7



$\boxed{2}$ …②

式を立てて確認することもできる。

台車の質量を m，重力加速度の大きさを g(≒9.8 m/s²) とし，点 A の水平面からの高さを h，水平面 BC での台車の速さを v とすると，**力学的エネルギー保存の法則**より，水平面を位置エネルギーの基準にとり，

$$0+mgh=\frac{1}{2}mv^2+0$$

（点 A）（水平面 BC）

よって，$v^2=2gh$ となり，$2g≒19.6$＝一定なので v^2 は h に比例することがわかる。

上のグラフの傾きを計算すると，約 19.6 であることも確認できる。

問 3　台車は点 A から運動を開始し，水平面 BC までは重力以外の力(垂直抗力)がする仕事は 0 なので，その間は力学的エネル

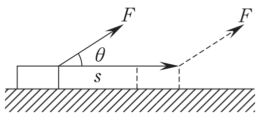
【ポイント】

仕事

物体に力 F を加え続けて，その間に s だけ力の向きに変位したとき，力のした仕事 W は，$W=Fs$

力 F と変位 s が角 θ をなすときは，

$$W=Fs\cos\theta$$



重力による位置エネルギー

質量 m〔kg〕の物体が基準位置より高さ h〔m〕の位置にあるときの，重力 mg〔N〕による位置エネルギーは，

$$mgh\text{〔J〕}$$

運動エネルギー

質量 m〔kg〕の物体が速さ v〔m/s〕で動いているときの運動エネルギーは，

$$\frac{1}{2}mv^2\text{〔J〕}$$

力学的エネルギー

(運動エネルギー)＋(位置エネルギー)
＝(力学的エネルギー)

力学的エネルギー保存の法則

重力以外の力が仕事をしないときは，

$$\frac{1}{2}mv^2+mgh=\text{一定}$$

位置エネルギーには，重力による位置エネルギーのほかに，ばねの力(弾性力)による位置エネルギー(弾性エネルギーという)などいろいろなものがある。そこで，一般には力学的エネルギー保存の法則は，

$$\frac{1}{2}mv^2+(\text{位置エネルギー})=\text{一定}$$

ギーは保存される。摩擦面 CD 間では，運動方向と逆向きに大きさ μmg の**動摩擦力**（μ は動摩擦係数）を受けるため，次第に減速され最終的に静止する。この一連の運動をエネルギーの観点から考察すると，AB 間では台車が点 A でもっていた位置エネルギーを減少させ，その減少分だけ台車の運動エネルギーを増加させている。点 B を通過するときには，位置エネルギーがすべて運動エネルギーに変換され，BC 間ではその運動エネルギーのみをもつ等速運動を続ける。摩擦面 CD 間では，台車がもっていた運動エネルギーが動摩擦力に逆らう仕事に使われるため，運動エネルギーは次第に減少し，最終的に 0 となり，台車は静止してしまう。このとき，動摩擦力に逆らってした仕事は，熱エネルギーとなって放出されていることになり，運動エネルギーが熱エネルギーに変換されたことがわかる。以上のことをふまえて，運動エネルギーを表すグラフは①，位置エネルギーを表すグラフは④，力学的エネルギーを表すグラフは③となる。

動摩擦力

粗い面上をすべりながら運動している物体にはたらいている動摩擦力の大きさ f は，垂直抗力の大きさを N（この問題の場合には，$N=mg$）とすると，次のように表され，速度によらず一定である。

$f=\mu N$ （μ：動摩擦係数）

$\boxed{3}$ …①
$\boxed{4}$ …④
$\boxed{5}$ …③

問 4　台車が CD 間を運動しているときについて，台車の点 C から D までの変位（移動距離）を x，台車と摩擦面の間の動摩擦係数を μ とすると，**仕事と運動エネルギーの関係**から，動摩擦力がした仕事が運動エネルギーの変化に等しいことを用いて，点 C での台車の速さを v とすると，

仕事と運動エネルギーの関係

（仕事の総和）
＝（運動エネルギーの変化）

$$\underbrace{-\mu mgx}_{\text{(動摩擦力がした仕事)}}=\underbrace{0-\frac{1}{2}mv^2}_{\text{(運動エネルギーの変化)}}$$

また，点 A と点 B における力学的エネルギー保存の法則より，

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2$$

これらの 2 式から，

$$x=\frac{h}{\mu} \qquad \cdots(※)$$

したがって，図 3 のグラフの傾きが $\dfrac{1}{\mu}$ に等しいことがわかる。

図 3 のグラフの直線の傾きを求めると，

$$\frac{6.0-0}{1.2-0}=\frac{1}{\mu}$$

$$\therefore \quad \mu=\underline{0.2}$$

$\boxed{6}$ …②

問 5　台車の質量を m とすると，点 A で台車がもつ重力による位置エネルギーは mgh と表せるから，質量が大きくなると位置エネルギーは増加する。点 B での台車の速さを v とし，点 A と点 B における力学的エネルギー保存の法則をたてると，

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2$$

よって，水平面 BC 上での台車の運動エネルギーは点 A での位置エネルギーと等しいことから，台車の質量を大きくすると，台車の点 C での運動エネルギーは増加する。摩擦面 CD で台車が面から受ける動摩擦力の大きさは動摩擦係数を μ，垂直抗力の大きさを N とすると，μN で表せる。ここで，$N=mg$（鉛直方向の力のつり合い）より，台車の質量が大きくなると，CD 間で台車にはたらく動摩擦力も大きくなる。一方，CD 間における動摩擦力のする仕事と運動エネルギーとの関係から，**問 4** の（※）の式が得られ，この式からわかるように台車が摩擦面を動く距離 CD は水平面からの高さと動摩擦係数で決まり，台車の質量によらないことがわかる。よって，台車が点 C を通過してから静止するまでに動いた距離 CD は変わらない。

$\boxed{7}$ …⑤

B

問 6　一般に，実験をする際，その結果に影響を及ぼすものとして，いくつかの要因が考えられる。その要因の影響を**実験的に検証**しようとするとき，その他の要因は変化させずに，調べたい要因だけを変化させて，その結果を検討する必要がある。二つ以上の要因を同時に変化させてしまうと，どの要因の影響で結果が変化したのかがわからない。したがって，「蛇口から流出する水の量」の影響を検証しようとするならば，その他の「水が落下する高さ（蛇口から羽根車までの距離）」や「羽根車の羽根の数」は一定にしたままで，「蛇口から流出する水の量」だけを変えて，その結果を見なければならない。したがって，A 君の主張を確かめるための実験として最も適当なものは②である。同様に，B 君の主張を確かめるための実験として最も適当なものは④である。

$\boxed{8}$ …②

$\boxed{9}$ …④

問 7　問題文に「他の条件は変えないで」とあるので，モーターの端子間に発生する電圧は変化しないと考えてよい。このとき，2 個の豆電球をモーターに直列に接続した場合，ひとつ一つの電球にかかる電圧はモーターの端子間に発生する電圧の半分ずつになるので，それぞれの豆電球の明るさは，豆電球が 1 個の場合と比べて，減少する。

$\boxed{10}$ …③

問題

第 2 問　物質の構成，性質

問 1　ろ過や蒸留などにより，2 種類以上の純物質に分離することができる物質を混合物という。一方，これらの方法では，ほかの物質に分離することができない単一の物質を，純物質という。

実験による検証

調べたい要因である物理量のみを変化させて，その結果を検討する。

純物質

1 種類の単体または化合物。

混合物

2 種類以上の純物質が混ざったもの。

オゾン，酸素，硫黄，硫化水素およびヘリウムは純物質である。空気は，窒素と酸素がほぼ体積比 4：1 で混じり合った混合物である。塩酸は塩化水素と水の混合物，食塩水は食塩と水との混合物である。よって，純物質と混合物の組合せは，③の空気(混合物)とヘリウム(純物質)となる。

$\boxed{1}$ …③

問 2　蒸留は，混合物中の成分物質の沸点の差を利用した分離法である。

①　正しい。沸騰石は突沸を防ぐために入れ，枝つきフラスコ内の液量は 3 分の 1 程度にする。

②　正しい。温度計の位置は，取り出したい物質の沸点がわかるように球部をフラスコの枝の付け根あたりにする。

③　正しい。冷却水は冷却器の下方の口から流し込む。

④　誤り。受器をゴム栓で密栓してしまうと，発生する蒸気のため，フラスコ内の圧力が上昇し，温度計などが飛んでしまうなど危険である。

$\boxed{2}$ …④

問 3　①　誤り。砂はろ紙の目を通過できず，海水はろ紙を通過できるので，砂の混じった海水から海水を取り出すにはろ過を使う。

②　誤り。ヨウ素を加熱すると固体から直接気体に変わる。(この現象を昇華という。)したがって，砂の混じったヨウ素を温めると，ヨウ素だけが昇華し，砂と分離することができる。この方法は昇華法という。

③　誤り。硝酸銀水溶液から銀を取り出す方法は電気分解である。硝酸銀水溶液に電極として白金板を入れ，直流電流を流すことにより陰極に銀が析出する。

④　正しい。食塩水は水に塩化ナトリウムが溶け込んでいる。塩化ナトリウムは蒸気にならないので，蒸留によって水を分離することができる。

$\boxed{3}$ …④

問 4　メタン，二酸化炭素およびアンモニアはいずれも分子からなる物質である。塩化ナトリウムはイオンからなる物質であるが，塩化水素は分子からなる物質である。鉄およびアルミニウムは金属原子からなる物質であるが，黒鉛は炭素原子のみからなる物質で，金属原子からなる物質ではない。

$\boxed{4}$ …③

問 5　**a**　正しい。分子は一般に原子が共有結合してできたものである。

b　誤り。分子は窒素，酸素およびメタンなど水に溶けにくいものが多い。また，エタノールやグルコースなど水に溶けてもイオンにならないものが多い。

空気の組成(体積%)

窒素	：78 %
酸素	：21 %
アルゴン	：1 %
二酸化炭素	：0.03 %

ろ過

液体と固体の混合物から，固体成分だけを取り除き，液体と固体を分離する方法。

昇華

固体混合物から昇華しやすい物質だけを分離する方法。

蒸留

液体を含む混合物から，液体を蒸発させて分離する方法。

c　誤り。金属は電気をよく通すが，分子からなる物質は電気を通さないものが多い。

$\boxed{5}$…③

問 6　酸化銅(Ⅱ)と炭素は次式のように反応して銅と二酸化炭素を生成する。

$$2\,CuO + C \longrightarrow 2\,Cu + CO_2$$

発生した二酸化炭素は，水酸化カルシウム水溶液と反応し水に溶けにくい炭酸カルシウムを生じて白濁する。しかし，水酸化カルシウムがすべて反応した後，さらに二酸化炭素を通じると，炭酸カルシウムは水に溶けやすい炭酸水素カルシウムに変化し，水溶液は$_{ア}$透明になる。また，質量保存の法則より，反応の前後で質量の総和は変化しないので，酸化銅(Ⅱ)と炭素粉末との反応で発生した二酸化炭素の質量を x g とすると，$16.0+1.2=12.8+x$ より，$x=_{イ}4.4$ g となる。

$\boxed{6}$…④

問 7　多くの原子が次々と共有結合してできる結晶を共有結合の結晶といい，結合力が極めて強く，融点や沸点が高い。共有結合の結晶には，ダイヤモンド C や二酸化ケイ素 SiO_2 および炭化ケイ素 SiC などがある。

$\boxed{7}$…②

第 3 問　エネルギー・資源と人間生活　問題

A

問 1　**太陽電池**は太陽からのエネルギー(光エネルギー)を直接電気エネルギーに変換する装置である。太陽電池で発生した電気エネルギーはヒーターで熱エネルギーになり，その熱エネルギーが水の温度上昇を引き起こしている。

$\boxed{1}$…③

問 2　端子電圧が 5〔V〕で，流れる電流が 0.2〔A〕だから，太陽**電池の供給電力**(1 秒あたりのエネルギー)は，$5\times0.2=1$〔W〕(＝〔J/s〕)である。これが 30 分(＝$60\times30=1800$ 秒)続くから，求める**熱量**は，

$$1\times1800=\underline{1800}\text{〔J〕}$$

$\boxed{2}$…④

問 3　受光面積 0.01〔m^2〕の太陽電池が受ける 1〔s〕あたりの日光の光エネルギーは，$1000\times0.01=10$〔W〕である。この太陽電池の供給電力は**問 2** で求めた 1〔W〕なので，求める発電効率は，

$$1\div10=0.1\ \text{つまり}\ \underline{10}\ \%$$

$\boxed{3}$…②

問 4　物質の比熱を c〔J/g·K〕，質量を m〔g〕とすると，**物質が吸収する熱量** Q〔J〕と上昇温度 ΔT〔K〕のあいだには，

$$Q=mc\Delta T$$

太陽電池
光エネルギーを電気エネルギーに変換する。

電池の供給電力
$P=VI$
P〔W〕：供給電力
V〔V〕：端子電圧
I〔A〕：流れる電流

熱量
$Q=Pt$
Q〔J〕：熱量
P〔W〕：電力
t〔s〕：時間

物質が吸収する熱量
$Q=mc\Delta T$
Q〔J〕：吸収する熱量
m〔g〕：質量
c〔J/g·K〕：比熱
ΔT〔K〕：上昇温度

の関係がある。よって，

$$\Delta T = Q/mc$$

である。この問題では，同じ30分なので吸収する熱量 Q が等しく，また，質量 m も等しい。したがって，温度上昇 ΔT は比熱 c に反比例することになる。つまり，水よりも比熱の小さな液体の温度は，水の温度よりも高くなる。

4 …①

問5　電気エネルギーを加えて，酸化還元反応を起こさせる操作を**電気分解**という。このとき，直流電源の負極に接続した極を陰極，正極に接続した極を陽極という。負極では，電子を受け取る還元反応が起こり，次式の反応により銅が析出する。

$$Cu^{2+} + 2e^- \longrightarrow Cu$$

①，②は正しい。

一方，陽極では，電子を放出する酸化反応が起こり次式の反応により塩素が発生する。

$$2Cl^- \longrightarrow Cl_2 + 2e^-$$

③は誤りで④は正しい。

また，陰極で銅が析出するため溶液中の Cu^{2+} の濃度は減少する。⑤は正しい。

5 …③

B

問6　①　正しい。太陽光発電は，半導体によって光のエネルギーを電気エネルギーに変換する方法である。風力発電や波力発電は，太陽エネルギーによって暖められた大気や海水の対流によって生じた風や波を利用した発電方法である。

②　正しい。ごみの焼却熱や発電の際に発生する排熱を，環境に放出せず，電気エネルギーに変換するなどして，エネルギーのむだを省き効率よく利用するシステムを**コ(ー)ジェネレーションシステム**といい，これにより燃料の消費を抑えることができる。

③　正しい。電力の消費を抑えることは，当然，省エネルギーにつながる。

④　誤り。**燃料電池**から排出される物質はおもに水であり，環境を汚染することはほとんどない。また，エネルギーの変換効率も，火力発電が約30～40％であるのに対して，燃料電池は約40～60％であり，エネルギーの損失は少ない。

6 …④

問7　①　正しい。**リサイクル**による資源の有効利用は，廃棄されるごみの減量化にもつながり，環境美化のプラスの面ももつ。

②　誤り。原料からつくる場合に比べて，再利用した場合の方がエネルギーが少なくてすむ。しかし，再利用すればまったくエネルギーを消費しないわけではなく，再利用した場合に必要なエネルギーは，原料からつくる場合に比べて，紙やスチール缶では

電気分解

電気エネルギーを加えて，酸化還元反応を起こさせる操作。

陰極　直流電源の負極に接続した極で還元反応が起こる。

陽極　直流電源の正極に接続した極で酸化反応が起こる。

コ(ー)ジェネレーションシステム

排熱を利用して生活用の温水を得るなど，燃料の消費を抑え，エネルギーの変換効率を高めるシステム。

燃料電池

環境に優しく，また，火力発電に比べて，エネルギーの変換効率がよい。

リサイクル

分別回収により資源の有効利用が可能となり，結果として，消費エネルギーの節約につながる。また，ゴミの減量化にもなり，環境美化にもつながる。

約 30 %，アルミ缶では約 3 %といわれている。

③　正しい。プラスチックを原料に戻したり，燃料にするなどリサイクルの促進が望まれているが，プラスチックの種類が多いため，回収・リサイクルに手間がかかっているのが現状である。また，プラスチックの種類によっては，焼却処分すると有毒なガスが発生するなど，使用済みプラスチックの処理は慎重に行わなければならない。

④　正しい。リサイクルは資源の有効利用の観点から非常に重要であるが，リサイクルの仕方は，スチール缶・アルミ缶・ペットボトルなど種類によって異なる。したがって，ごみの分別はリサイクル工程の第一段階であり，最も身近な省エネルギー対策の一つといえる。

[7]…②

第 4 問　物質と人間生活　問題

問 1　緑色植物の細胞内の葉緑体では，太陽エネルギー(光エネルギー)を利用して二酸化炭素と水から，炭水化物(有機物)と酸素がつくられる。この反応を光合成という。また，植物は，光合成でつくった有機物と根から吸い上げた無機物をもとにして，タンパク質などの物質も合成している。

[1]…②

問 2

(1)　正しい。デンプンもセルロースもどちらも，グルコースが重合してできたものである。

(2)　誤り。デンプンを酵素アミラーゼで加水分解すると，二糖類のマルトースが得られる。

(3)　誤り。サトウキビなどの植物に多く含まれる二糖類は，スクロースである。

(4)　正しい。マルトースを加水分解するとグルコースになる。

よって，正しいものの組合せは③の(1)，(4)となる。

[2]…③

問 3　40 % が 1000 kJ に相当するエネルギーは，

$$1000\times\frac{100}{40}=2500\ \mathrm{kJ}$$

である。

また，180 g のブドウ糖から 2870 kJ のエネルギーが発生するので，2500 kJ のエネルギーを発生させるために必要なブドウ糖は，

$$180\times\frac{2500}{2870}\fallingdotseq156.8\fallingdotseq157\ \mathrm{g}$$

である。

さらに，90 g のデンプンから 100 g のブドウ糖が得られるので

157 g のブドウ糖を得るために必要なデンプンは，

$$157\times\frac{90}{100}\fallingdotseq141.3\fallingdotseq\underline{141}\text{ g}$$

である。

$\boxed{3}$ …②

問 4　タンパク質はアミノ酸(正)が重合した構造をもつ。また，生物体内の反応を進めるアミラーゼのような酵素の主成分もタンパク質(正)である。

$\boxed{4}$ …①

問 5　細菌類など，肉眼ではほとんど見えず，顕微鏡などで初めてその存在がわかるものを微生物とよんでいる。微生物には有機物を分解するはたらきがあり，人にとって役立つ分解生成物ができる場合を発酵という。発酵食品には，酵母菌の作用によるビール，ワイン，パンなどや，カビの作用によるかつおぶし，甘酒などや，細菌類の作用によるチーズ，納豆などがある。

$\boxed{5}$ …①

問 6　衣料の多くは，繊維からできている。繊維には，天然物から得られる天然繊維と，石油などから合成したり原料を化学変化させて得られる化学繊維がある。天然繊維は，木綿や ア麻などの植物繊維と，羊毛，イ絹などの動物繊維に分けられる。化学繊維は，石油から得られる低分子を原料とする合成繊維と，セルロースを原料とする再生繊維や半合成繊維に分けられる。ウナイロンは代表的な合成繊維の一つである。

$\boxed{6}$ …③

発酵食品

酵母菌やカビや細菌類などの作用によってつくられる。

繊維

- 天然繊維
  - 植物繊維
  - 動物繊維
- 化学繊維
  - 合成繊維
  - 再生繊維
  - 半合成繊維

理科総合B

【解答・採点基準】

(100点満点)

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	問1		1	2	3	
			2	4	4	
	問2		3	4	4	
			4	3	4	
			5	2	4	
	問3		6	4	3	
			7	4	3	
第1問 自己採点小計					(25)	
第2問	A	問1	1	2	3	
		問2	2	4	3	
		問3	3	3	3	
		問4	4	1	4	
	B	問5	5	1	4	
		問6	6	2	4	
		問7	7	3	4	
第2問 自己採点小計					(25)	
第3問	A	問1	1	2	3	
		問2	2	2	3	
			3	3	3	
			4	3	3	
	B	問3	5	2	3	
		問4	6	5	3	
		問5	7	2	3	
		問6	8	3	4	
第3問 自己採点小計					(25)	
第4問	A	問1	1	3	4	
		問2	2	2	3	
		問3	3	1	3	
		問4	4	2	3	
	B	問5	5	1	4	
		問6	6	3	4	
		問7	7	2	4	
第4問 自己採点小計					(25)	
自己採点合計					(100)	

【解説】

第1問　自然の探究

問題

理科総合Bでは「自然の探究」という項目があり，地学および生物に関連する観察・実験を通して，自然界の理解を深めるという目標が掲げられている。今回は，学校周辺の土や岩石，動植物の調査を取り上げた。

問1　a　硬さの指標は問題文では示していないが，土を親指で押したとき，指がもぐってしまうならば「とても柔らかい土」，抵抗があるがへこむならば「柔らかい土」，指の跡がつく程度ならば「硬い土」と考えてもらえばよい。問題表1に示した土の硬さは，硬い順にグラウンド＞草原＞花壇（かだん）＝マツ林である。

①　固体成分はグラウンド＞草原＞花壇＞マツ林の順である。したがって，固体成分が多いほど土が硬いという傾向がある。

②　水の割合は草原＞マツ林＞花壇＞グラウンドの順である。しかし，これは土の硬さの順にはならないので誤りである。

③　空気成分の割合はマツ林＞花壇＞草原＞グラウンドの順である。したがって，空気成分が多いほど土が柔らかい傾向がある。

④　土のpH（ピーエイチ）はグラウンド＞花壇＞草原＞マツ林の順であり，土の硬さとの関係はみられない。　$\boxed{1}$ …②

b　pHは酸性，アルカリ性の指標であり，この値が小さいほど酸性が強く，大きいほどアルカリ性が強い。pHが5.6よりも小さい雨を一般に酸性雨と呼んでいるので，この問題の実験ではかなり酸性度の強い硫酸を用いたことになる。

①　グラウンドでは，土の中に白線を引くために用いる石灰(水酸化カルシウム)が残っており，それが水に溶け，弱いアルカリ性となっている。グラウンドの土に硫酸を加えると，土に含まれていたカルシウムなどが溶けだすことによって硫酸が中和されてpHに変化が出なかったと考えられる。

酸性雨が降り続くと，はじめは土に含まれるアルカリ性の物質によって中和されるが，これらがすべて失われてしまうと土は酸性雨を中和できなくなる。酸性雨の影響を受けた土に石灰を撒いて，中和させることがある。

②　マツ林の土では，実験の前後のpHは変わらない。マツ林では落ち葉が分解される過程で酸性の物質ができ，それが土壌（どじょう）中にたまりやすいのでpHが最初から小さい。この実験ではマツ林のpHよりもさらに酸性度の強い硫酸を加えたにもかかわらず，pHは変化しなかったのであるから，酸性度を弱めるはたらきをする物質も土壌中に存在することがわかる。

③　花壇の土ではpHが7.1から6.4に変化し，酸性度が強くなっている。硫酸の影響が強く現れたことがわかる。これは，人の手が加えられたことによってマツ林や草原のような自然界の土

【ポイント】

pH

pH＜7　酸性
pH＝7　中性
pH＞7　アルカリ性

酸性雨

pHが5.6よりも小さい雨

がもつ中和する能力が失われたと考えられる。

④　花壇以外の土では実験の前後の pH は変化していない。水によって硫酸が薄められたとも考えられるが，その差がでるほど水の量は各調査地点で極端な差はない。また，水の影響で花壇の pH だけが変化し，他の調査地点で差がないというのも説明しにくい。したがって，水の影響よりも土の影響が強く現れていると考えた方がよい。

この実験では，土に含まれる水の影響で酸が薄められる可能性を確かめるために，水にも硫酸を加えて pH を確かめている。このような実験を対照実験という。その結果は，pH が 3.0 であった硫酸を水に加えると 3.1 になった程度なので，水の影響はほとんどないことがわかる。　$\boxed{2}$…④

問2　**a**　グラウンドの土は，塀(へい)から離れている部分ほど踏み固められる傾向にある。踏み固められるほど土の含水率は低下するので②は正しい。また，人が土を踏む圧力が低いほどいろいろな植物が生育しやすく，動物も生活しやすいので，グラウンドの中央に向かうほど生育する植物種は減少し，動物の個体数も減少する。したがって，①と③は正しい。鉄の棒を押し込んだ場合，土が柔らかいほど棒は土の中に入りやすいので，塀に近いところでは弱い力で 5 cm 押し込むことができるが，グラウンドの中央に近づくほど押し込むのに強い力が必要になる。したがって，④は誤っている。　$\boxed{3}$…④

b　ヒメジョオンのように草丈の高い植物は人の踏みつけに弱く，土が柔らかい部分に生える。逆に，オオバコのように土から葉を直接展開する植物は人の踏みつけには強いが，草丈が低いので，ヒメジョオンのような草丈の高い植物が生育する場所では地面が日陰となり，十分な光合成を行うことができない。シロツメクサのように茎や葉が地面から束になって斜めに展開する植物は，オオバコほど人の踏みつけには強くはなく，ヒメジョオンが生育する場所では光合成を十分行うことができない。したがって，三種類の植物では，塀に近いところではヒメジョオンが多く，塀から離れるにしたがってシロツメクサが多くなり，次いでオオバコが多くなる。したがって，被度の高い植物もこの順序で推移する。　$\boxed{4}$…③

c　太陽は東方から昇って西方に沈む。太陽が真南に位置するときの高度を南中高度といい，1日のうちで太陽の高度が最も大きくなる。南中高度は6月の夏至に最大になるため，5月初旬の南中高度はそれほど高くないが，南にグラウンドが広がる地点**X**では，午前の早い時刻から日没近くまで太陽の光が当たる。しかし，枠番号 2 は高さ 2 m の塀から 1 m しか離れていないので，地点**Y**では正午近くにならないと太陽の光が当たるようにならず，地点**Z**では一日中塀の陰になってほとんど太陽の光が当たらな

太陽の南中高度
夏至が最大
冬至が最小

い。地上部の乾燥重量は光合成量が多いほど増加する傾向があり，光合成量は直射日光が当たっている時間に比例するため，地点**X**の乾燥重量が最も大きく，次に地点**Y**の乾燥重量が大きく，地点**Z**の乾燥重量が最も小さくなる。 $\boxed{5}$ …②

問3　a　空気中で測定したれきの重さを V，水中で測定したれきの重さを W とすると，$V-W$ が軽くなった分であり，れきと同じ体積の水の重さである。水の密度は 1 g/cm^3 であり，重さ＝質量と考えてよいので，$V-W$ の値がれきの体積である。したがって密度は，

$$\frac{V}{V-W}=\frac{21.6}{21.6-13.6}=\frac{21.6}{8.0}=2.7$$

となる。 $\boxed{6}$ …④

b　①　アルコールの密度は 1 g/cm^3 ではないので，れきの体積分の重さはアルコールと水とでは異なる。したがって，アルコールに沈めたれきの重さは，水の場合と異なる。

②　バネばかりを用いて数値の変化を読み取るのであるから，ビーカーの大きさを変えても測定結果に変化はない。

③　ビーカーの底に付けてしまうと，バネばかりにれきの重さがかからなくなるので，重さの変化を測定できなくなる。

④　れきの体積を測定するのであるから，れき全体が水中に浸るようにしないと，正確な体積を求めることができない。

$\boxed{7}$ …④

密度

密度＝$\frac{質量}{体積}$

単位は g/cm^3 もしくは kg/m^3

水の密度

1 g/cm^3

第2問　地球と生命の移り変わり　問題

A　太陽系の惑星

各惑星の特徴をつかみとることによって，地球が他の惑星と大きく異なる点，特に生命の存在理由を理解しておこう。

問1　①　惑星の自転軸はすべて，公転軌道面に垂直な方向から傾いており，各々傾きは異なる。なお，地球の自転軸は公転面に対して約 66.6° の傾きをもっている(図２－１)。

②　地球には光合成を行う植物の存在により，大気の主成分に酸素がある。

③　われわれは昼間と夜間の温度差を肌で感じるが，地球には大気があるので，昼夜の温度差はかなり和らげられている。例えば，大気の無い水星などでは昼夜の温度差が激しく，600 ℃ 程度もある。

④　クレーターは，隕(いん)石などの衝突でできる。地球にも他の惑星や月同様に隕石の衝突はあった。しかし，地球表面では風化侵食作用がはたらくので，クレーターが消されることが多い。現存する地球上のクレーターではアメリカ・アリゾナ州のバリンジャー隕石孔が有名である。 $\boxed{1}$ …②

惑星の自転

自転の方向，自転軸の傾きは各惑星で異なる。

地球型惑星

・大気の主成分に酸素を含むのは地球だけ。
・昼夜の気温差
　大気がなければ温度差が大きい。
・クレーターの分布密度
　風化侵食作用がはたらくと小さい。

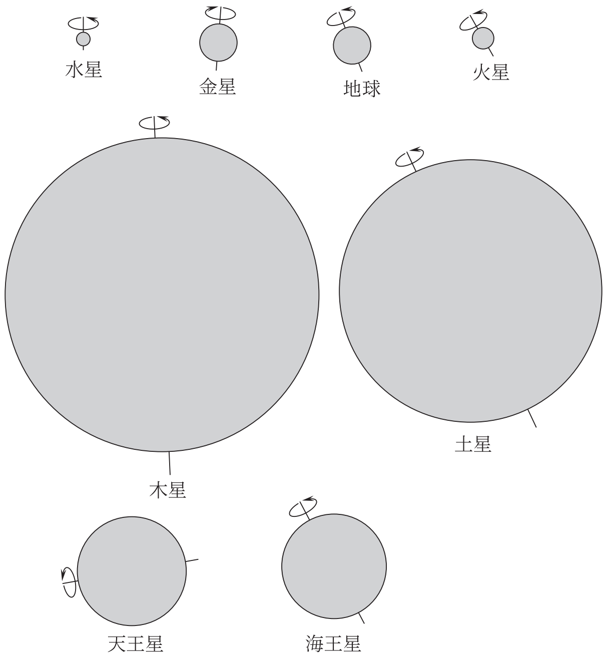


図２－１　太陽系の惑星の自転軸の傾き

問２　Ⅰ　すべての地球型惑星の表面は岩石で覆われているので，Ⅰは地球にだけ多量の水が存在する理由とはいえない。

Ⅱ・Ⅲ　地球表面には液体の水が存在する。このことは微妙なバランスの上で成り立っている。まず，太陽からの距離である。太陽に近い水星や金星では太陽からの熱で水は蒸発してしまい，水蒸気になってしまう。また逆に太陽から遠い火星以遠では，太陽から来る熱量が少なすぎて水は氷になってしまう。では，水が液体で存在するためには，太陽からどれくらいの距離がちょうどよいのか。水が液体として存在する領域をハビタブル・ゾーンと呼び，太陽系では金星のやや外側から火星の手前までであり，このハビタブル・ゾーンに存在する惑星は地球だけである。

また，地球と同じようにハビタブル・ゾーンにありながら液体の水が存在しないのが月である。月には液体の水はおろか，大気さえも存在しない。これは月の質量が小さすぎて大気を宇宙空間に逃がさないだけの十分な重力を生み出せないからである。地表に存在する水は，大気と地表面との間で，水蒸気と水もしくは氷への状態変化を起こしながら循環している。そのとき天体に大気を十分つかまえておくだけの重力がなければ，大気とともに水蒸気は宇宙空間に逃げてしまうことになる。

太陽からの適度な距離と十分な重力。どちらか一方でも欠ければ，地球に液体の水は存在しない。　$\boxed{2}$…④

地球に液体の水が存在
太陽からの距離
十分な重力

問３　表２－１のように太陽系の惑星は，地球型惑星と木星型惑星に分類することができる。また図２－２のように，太陽系内の小

惑星帯より内側に地球型惑星があり，外側に木星型惑星がある。小惑星帯は太陽から２～４天文単位の位置にあり，木星はおよそ5.2天文単位である。

また，木星型惑星は多量の水素，ヘリウムからなる惑星であるので，大気は分厚く，密度は小さい。なお，密度が1.0 g/cm³より小さな惑星は土星(約0.7 g/cm³)だけである。 $\boxed{3}$ …③

表２－１　地球型惑星と木星型惑星

	地球型惑星	木星型惑星
惑星名	水星，金星 地球，火星	木星，土星 天王星，海王星
質量	小	大
半径	小	大
平均密度	大(5 g/cm³ 前後)	小(1 g/cm³ 前後)
偏平率	小	大
自転周期	長(１日以上)	短(１日未満)
惑星全体の組成	鉄，酸素，珪(けい)素	水素，ヘリウム
大気組成	二酸化炭素……金星，火星 窒素・酸素……地球	水素，ヘリウム
衛星	地球１，火星２ 金星・水星０	多い
環（リング）	なし	あり

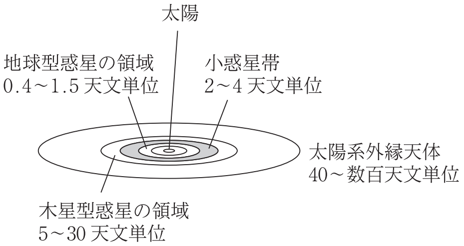


図２－２　太陽系

問4　①　地球の公転軌道より内側を公転する水星と金星を内惑星という。内惑星は真夜中には観察できない。ただし，朝方や夕方では金星は明るく輝く星としてわれわれに馴染み深い。明けの明星，宵(よい)の明星がそれである。

②　地球型惑星がもつ衛星は地球の月と火星のフォボスとダイモスである。

③　木星も土星も自転周期が10時間前後と短い。木星には表面に縞(しま)模様や大赤斑(はん)が見られ，土星は赤道方向に膨らんだ偏平率の大きな回転楕(だ)円体となっている。

地球型惑星
水星・金星・地球・火星

木星型惑星
木星・土星・天王星・海王星

内惑星
水星・金星

外惑星
火星・木星・土星・天王星・海王星

④　天王星は1781年，海王星は1846年にそれぞれ発見された。当初は惑星本体の発見であったが，20世紀後半になって環(リング)の存在も確認された。 $\boxed{4}$ …①

B　生物の変遷

地球は今から約46億年前に誕生したと考えられている。最古の岩石が形成されてから現在までを地質時代といい，地質時代は生物界，特に動物界の変遷に基づき，先カンブリア時代，古生代，中生代，新生代に区分される。この46億年の長い歴史を1年に換算した生物進化のカレンダーをもとに出題した。

初期の生物の変遷

原始生命(細菌類)の誕生
↓
光合成生物(ラン藻類)の出現
↓
好気性生物の出現
↓
真核生物の出現
↓
多細胞生物の出現

問5 $\boxed{ウ}$ 　最初に地球上に出現した生物は核膜に包まれた核をもたない原核生物であった。また，この頃，大気中にはほとんど酸素は存在しなかったため，生物は海洋中に含まれていた有機物を嫌気呼吸によって分解し，生命活動に必要なエネルギーを得ていたと考えられている。これらの生物の増加に伴い海洋中の有機物量が減少すると，光合成により二酸化炭素から有機物を合成する生物が出現した。光合成により発生した酸素は，水中に溶存していた多量の鉄の酸化に用いられ，酸化鉄は海底に沈殿して縞状鉄鉱層を形成した。やがて，酸素は大気中に蓄積し始めた。そして，有機物を好気呼吸によって分解し，生命活動に必要なエネルギーを得る生物が出現した。これら好気呼吸を行う細菌や光合成を行うラン藻(シアノバクテリア)が原始細胞に共生することで真核生物が誕生した。その後，単細胞生物から，機能や形態が異なる多くの細胞から構成される多細胞生物へと変遷した。

恐竜の絶滅

中生代末期

$\boxed{エ}$ 　恐竜の絶滅は今から約6500万年前の中生代末とされている。恐竜の絶滅にはさまざまな原因が考えられているが，巨大隕石の衝突によって起こった気候の激変の影響が大きいと考えられている。なお，原核生物(細菌類やラン藻類)は現在も地球上に広くみられる生物である。

$\boxed{オ}$ 　は虫類の出現は今から3億年前のことであり，これは地球の誕生からすると43億年後に起こったことである。これを365日に換算すると，

46億年：43億年＝365日：x日

x＝341.195…(日)となる。341日目の24時00分は12月31日24時00分の365−341＝24日前なので，12月7日24時00分である。したがって，341.195日目は12月8日となる。次に0.195日が何時何分にあたるかを考える。1日は24時間なので，24(時間)×0.195＝4.68(時間)となり，4時～5時の間であるとわかる。

したがって，①が適当である。 $\boxed{5}$ …①

問6　大気中の酸素濃度が高まり，紫外線の作用で酸素がオゾンに変えられると，オゾン層が形成され，地球表面に到達する有害な紫外線量が減少した。その結果，植物の一部が陸上へ進出し，活

発な光合成を行うことで大型化し，生育場所を拡大していった。これにより，大気中の酸素濃度はさらに高くなり，脊椎(せきつい)動物が陸上へと進出できるようになった。脊椎動物では，一部の魚類が発達したひれを用いて浅瀬を移動したり，消化管の一部が変形することでできた肺で呼吸を行うようになった。しかし，魚類に存在するうろこは両生類には存在せず，うろこが陸上進出において必ずしも必要であるとはいえない。したがって，②が適当である。

$\boxed{6}$ …②

問7　ある特定の時代にだけ繁栄し，広い範囲に分布していた生物の化石を示準化石といい，地層が堆積した年代を推定することができる。なお，三葉虫と紡錘虫(ぼうすいちゅう)(フズリナ)は古生代の，アンモナイトは中生代の示準化石である。一方，特定の環境下で生育していた生物の化石を示相化石といい，その地層が堆積した当時の環境を推定することができる。したがって，③が適当である。

$\boxed{7}$ …③

示準化石

三葉虫	古生代
紡錘虫(フズリナ)	古生代
アンモナイト	中生代

第3問　多様な生物と自然のつり合い　問題

A　プレート境界付近での活動

プレート境界に集中している火山活動と地震について出題した。

問1　日本列島では図3－1のように，海洋プレートが大陸プレートの下に沈み込むことによって，大陸プレート下のアセノスフェアに海洋プレートから水が供給され，マグマが発生する。そのマグマが上昇して噴火し，火山が形成される。海溝は海洋プレートが大陸プレートに沈み込む境界である。マグマはこの海溝の直下ではなく，海洋プレートが沈み込むことによって，大陸プレート下のアセノスフェアで発生する。したがって，火山分布の海溝側の限界である火山前線は，海溝から100 km～300 km離れたところに分布する(図3－2)。

火山前線

火山分布の海溝側の境界線

海溝から100 km～300 km離れ，海溝と平行に分布する。

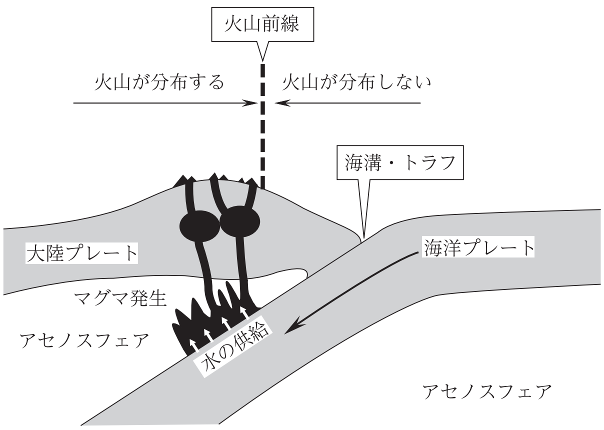


図3－1　火山前線の断面図

また，海嶺（かいれい）はプレートが生産されているところで，大量の溶岩が噴出しているが，火山前線はないので誤りである。 $\boxed{1}$ …②

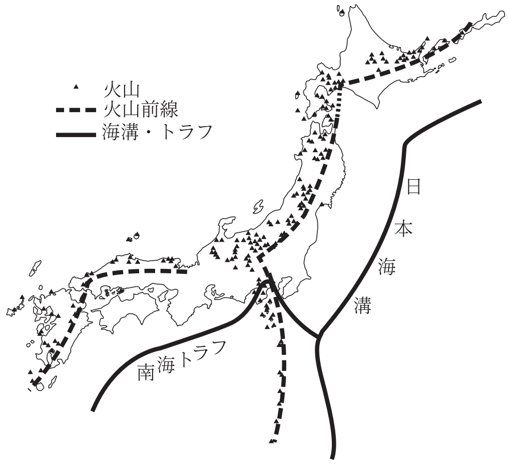


図３－２　火山前線

問２　**a**　問題図３の震源分布がＰからＱに向かって深くなっていることからも推定できるように，チリで発生した地震は，ナスカプレート（海洋プレート）が南米プレート（大陸プレート）の下に沈み込むことによって発生している。この地域では，日本付近と同様に海溝型地震が多く発生している。2010 年のチリ地震は，沈み込む海洋プレートに引きずり込まれていた大陸プレートが，ひずみの限界に達して隆起したために，エネルギーが解放されて生じた巨大地震である。また，問題図３に示される震源分布は，海溝型の巨大地震に加え，ナスカプレートが南米プレート下へ沈み込む際に，海洋プレートに沿って，もしくは海洋プレート内で発生する深発地震の分布を示していると推定される（図３－３）。

$\boxed{2}$ …②

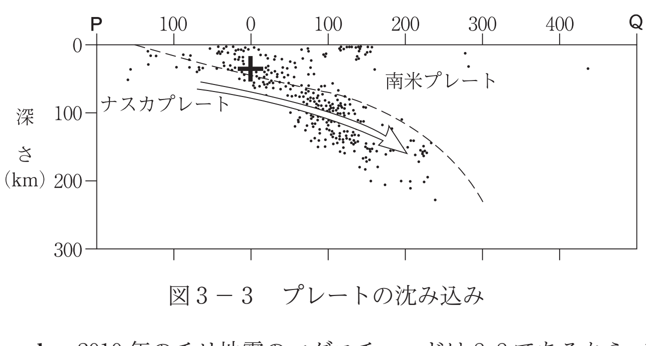


図３－３　プレートの沈み込み

b　2010 年のチリ地震のマグニチュードは 8.8 であるから，新潟県中越沖地震のマグニチュード 6.6 よりも 2.2 大きい。２大きいと 1000 倍，さらに 0.2 大きいのでさらに約２倍となり，

1000×2＝2000 倍となる。 $\boxed{3}$ …③

マグニチュードとエネルギー

マグニチュードが２大きくなるとエネルギーは 1000 倍，１大きくなると約 32 倍となる。

c　震央から，ハワイまでは 11000 km，日本までは 17000 km であるから日本まではハワイまでの 17000/11000 倍の時間がかかる。したがって，

$$15.5\times\frac{17000}{11000}=23.9\cdots\fallingdotseq 24(\text{時間})$$

となり，約 1 日かかることがわかる。この地震の津波警報が，地震発生の翌日にかけて各メディアで流されていたこととも一致する。ただし，この到達予想時間は，あくまで第 1 波が届く時間を求めたもので，津波は，繰り返し押し寄せてくるので，到達予想時間からその後も引き続き注意しなくてはならない。　4 …③

津波
巨大地震などによって発生する海底の変動が，大きな波となって押し寄せる現象。

B　海洋生態系

海洋生態系における知識問題と，光の強さ・水温と海水の鉛直方向の対流による栄養塩類の供給量の季節変動から，植物プランクトンの増殖時期を考察する問題を出題した。

問 3　生態系を構成する生物集団は，生産者，消費者，分解者の三つに分けられる。生産者は，光合成で無機物から有機物を合成している。消費者は，生産者の合成した有機物を利用している。分解者は，生産者と消費者の遺体や排出物を無機物に分解している。したがって，②が正解である。　5 …②

生産者
無機物から有機物を合成する。

消費者
生産者の合成した有機物を利用する。

分解者
生産者と消費者の遺体や排出物を無機物に分解する。

問 4　海洋生態系を構成している生物群は，沿岸域と遠洋域で異なっている。亜寒帯の沿岸域には大陸棚があり，それほど海は深くはない。そのため海底に光が届くので，岩などに付着する海藻が主要な生産者となる。それに対し，遠洋域では海が深く，海底まで光は届かない。そのため，海水面近くの海水中で浮遊生活をする植物プランクトンが生産者となる。遠洋域の消費者は，植物プランクトンを捕食する動物プランクトンである。したがって，⑤が正解である。　6 …⑤

問 5　温帯域には四季が存在するので，光の強さと水温に関しては，春季から秋季が生産者の生活に適切な時期となる。一方，栄養塩類の量も季節によって異なる。夏季は海面近くの海水の温度が高く，海水の鉛直方向の対流が起こりにくいため栄養塩類が少なく，生産者の生育に不適である。秋季から春季にかけては海面近くの海水の温度が夏季よりも低くなり，そのため生じる海水の鉛直方向の対流により海底付近から栄養塩類が海面近くに供給されるため，生産者の生育に適切な時期となる。したがって，光の強さと水温，および栄養塩類の適切な条件がそろう春季と秋季に生産者は大増殖する（表 3 － 1）ので，②が正解である。

7 …②

表3－1　生産者の増殖条件と季節

	春季	夏季	秋季	冬季
光の強さ・水温	適切	適切	適切	不適
栄養塩類	適切	不適	適切	適切

問6　北半球の寒帯域は，海面近くの海水の温度は低く，鉛直方向の対流がみられるので，1年中海底から栄養塩類が海面近くに供給されている。一方，光の強さは夏季だけ強い。生産者は栄養塩類が存在し，光の強さの強い夏季のみに増殖するので，地域**T**が北半球の寒帯域である。

赤道域は1年中光の強さが強く，海面付近の海水の温度が高いので海水の鉛直方向の対流は起こりにくく，海底からの栄養塩類の供給はほとんどない。そのため，生産者は1年を通して増殖しにくい。よって，地域**S**が赤道域である。したがって，③が正解である。

なお，南半球の7月・8月ごろは冬であり，1月・2月ごろが夏であるため，南半球の寒帯域の生産者は，光が強い1月・2月ごろに増殖する。

$\boxed{8}$…③

第4問　地球環境の変化と人間活動　問題

A　地球温暖化

この分野では，地球温暖化，オゾン層の破壊，酸性雨といった地球環境問題に加えて，水質汚濁，大気汚染，生物多様性の減少など，人間の活動によって生じるさまざまな問題をテーマとして出題される。これらの問題に対処するには，総合的な科学の知識が必要であるとともに，与えられたデータを解析し，考察する能力も求められる。今回は，地球温暖化に関する問題を取り上げた。

問1　問題表1の三種類の気体は，産業革命以前(表では1750年の数値)と比較して2005年には増加しているが，1750年に対する2005年のそれぞれの気体の濃度比は異なり，

二酸化炭素　$\dfrac{380}{280} \fallingdotseq 1.36$

メタン　$\dfrac{1780}{700} \fallingdotseq 2.54$

一酸化二窒素（亜酸化窒素）　$\dfrac{320}{270} \fallingdotseq 1.19$

である。したがって，濃度比が最も大きい気体は，メタンである。

$\boxed{1}$…③

問2　工業化時代以前の約1万年の間，大気中の二酸化炭素濃度はおよそ280 ppmで，ほぼ一定であった。

1800年代半ば以来，大気中の二酸化炭素は35.4 % 増加した。これは，おもに化石燃料の燃焼による放出量の増加と森林伐採に

二酸化炭素濃度の変化

工業化以前　約280 ppm

近年　急激に増加し，現在約380 ppm

よる吸収量の減少が原因である。したがって，1800 年代半ばまでほぼ一定で，それ以降に急激に増加しているグラフを選べば正解となる。

大気中の二酸化炭素の高精度な観測によれば，大気中の二酸化炭素の平均的な増加量は，図４－１のようになっている。化石燃料の燃焼によって放出された二酸化炭素の全てが大気中にとどまるのではなく，海洋や陸上生物によって半分程度は吸収されて大気中から除去され，残りが大気中の二酸化炭素量の増加を招いていると見積もられている。

同様に，メタン，一酸化二窒素の濃度変化を図４－２と図４－３に示す。 $\boxed{2}$ …②

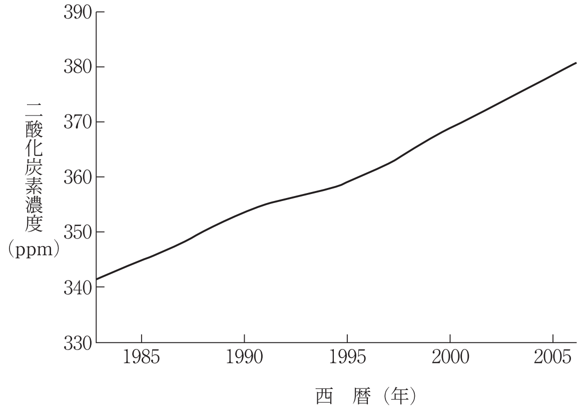


図４－１　二酸化炭素濃度の変化

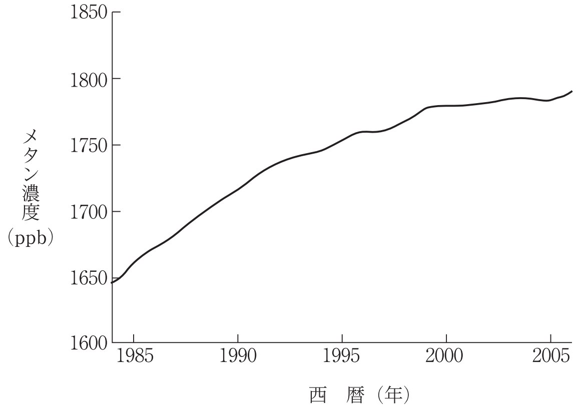


図４－２　メタン濃度の変化

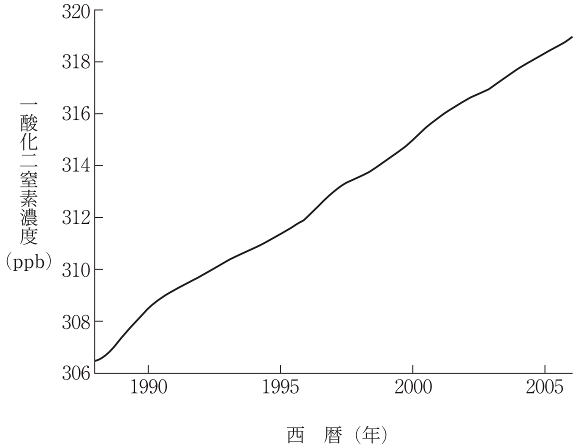


図4－3　一酸化二窒素濃度の変化

問3　二酸化炭素（CO_2）の増加は，化石燃料（石油・石炭・天然ガス）の燃焼と森林伐採が主要因である。

メタンは，湿地やシロアリの巣から排出されたり，水田耕作，放牧されている牛などの反芻（はんすう）動物，化石燃料採掘，埋め立てによるゴミ処理などの人為的排出源から大気中に放出される。

一酸化二窒素（N_2O）は，海洋や土壌（どじょう）中の微生物の活動，化石燃料の燃焼，バイオマス燃焼，施肥，およびさまざまな工業過程といった自然や人為的な排出源から放出される。

メタンは化学式が CH_4 であり，燃焼（つまり，酸素と化合すること）によって生じる物質ではないので，①が誤りである。

$\boxed{3}$…①

二酸化炭素の増加要因
化石燃料の燃焼
森林伐採

問4　①　地球温暖化により大陸氷河が融解し，その水が海洋に流れ込むことによって海面上昇が起こる。海面が上昇すると，波によって海岸が侵食され，海岸低地の多い国や標高の低い島国では，国土の消滅さえ懸念される。海面上昇に関しては，このような大陸氷河の融解を原因とするものをよく耳にすると思うが，もう一つ，海水の膨張も海面上昇をもたらす。温度が上昇すると，海水の体積は増加する。そのために海面上昇が生じるのである。

②　地表が吸収した太陽放射は，赤外線として大気中に放射されるが，その大部分を大気中の温室効果ガスが吸収する。吸収された赤外線は，地表に向かって放射される。このため，地表付近の気温が高温に保たれる。これが温室効果である。この温室効果は地球が誕生した頃からはたらいており，産業革命の時代以降に始まったものではない。したがってこれが誤りである。

温室効果がはたらかないと，地球の平均気温は－20℃程度になると考えられるが，現在の平均気温は約15℃であり，これは，おもに水蒸気と二酸化炭素の温室効果によるものである。人類の経済活動が活発になり，温室効果ガスが大気中に増加すると，温

地球温暖化
温室効果が強くなり，地球の平均気温が上昇する現象。

地球温暖化による海面上昇の原因
大陸氷河の融解
海水の膨張

室効果が強まる。それが地球温暖化をもたらすのである。

③　地球温暖化によって気温が上昇すると，熱帯や温帯に生育する植物の生育限界が高緯度へ移動する。北半球では北限が北へ，南半球では南限が南へ移動するのである。

④　標高が高くなるにつれて気温は低下する傾向がある。そのため，地球温暖化によって気温が上昇すると，標高の低い地域に分布する植物の生育域が標高の高い方へ広がり，標高の高い地域に分布する植物の生育域が狭まっていく。　$\boxed{4}$…②

地球温暖化による生物の生育域の変化

低緯度の生物が高緯度へ。

低地の生物が高地へ。

B　帰化生物

帰化生物を題材に，知識問題と資料を用いた考察問題を出題した。

問5　ツキノワグマとヒキガエルは在来動物である。アライグマはペットとして，ウシガエルは食用として，それぞれ日本国内にもち込まれた動物である。ハハコグサとレンゲソウは在来植物である。セイタカアワダチソウは明治時代に観賞用として日本国内にもち込まれた植物なので，外来種である。ハルジオンは北アメリカから大正時代に渡来した外来種である。　$\boxed{5}$…①

問6　図1中の25区画すべてにタンポポがみられるので，1980年の25区画のうち，外来種が分布していたのは「在来種のみ」の11区画を除く14区画であり，その割合は$(14 \div 25) \times 100 = 56$％である。また，その14区画のうち「外来種のみ」は3区画であるので，その割合は$(3 \div 14) \times 100 \fallingdotseq 21.4$％である。したがって，①と②は誤りである。

25区画のうち，在来種が生育していたのは「外来種のみ」の3区画を除く22区画であるので，その割合は$(22 \div 25) \times 100 = 88$％である。また，その22区画のうち「在来種のみ」は11区画であるので，その割合は$(11 \div 22) \times 100 = 50$％である。したがって，③は正しく，④は誤りである。　$\boxed{6}$…③

問7　1980年に在来種が分布していたのは「外来種のみ」の3区画を除く22区画である。一方，2005年に在来種が分布しているのは「外来種のみ」の4区画を除く21区画である。1980年に「外来種のみ」であった3区画は，2005年においても「外来種のみ」のままであるので，この25年間で新たに「外来種のみ」となった1区画が在来種が姿を消した区画となる。したがって，$\boxed{ア}$に入る数値は1である。

1980年に外来種が分布していたのは「在来種のみ」の11区画を除く14区画である。一方，2005年に外来種が分布しているのは「在来種のみ」の1区画を除く24区画である。2005年の「在来種のみ」の1区画は1980年も「在来種のみ」であるので，この25年間で減少した「在来種のみ」の区画数が，この25年間で新たに外来種がみられるようになった区画数となる。したがって，$\boxed{イ}$に入る数値は10である。　$\boxed{7}$…②

MEMO

MEMO

MEMO

MEMO

MEMO