高2

クラス		受験番号	
出席番号		氏　　名	

2014年度

第3回　全統高2模試問題

数　　学

2014年11月実施　　　　(100分)

試験開始の合図があるまで，この「問題」冊子を開かず，下記の注意事項をよく読むこと。

注　意　事　項

1.　この「問題」冊子は6ページである。
2.　解答用紙は別冊子になっている。(「受験届・解答用紙」冊子表紙の注意事項を熟読すること。)
3.　本冊子に脱落や印刷不鮮明の箇所及び解答用紙の汚れ等があれば試験監督者に申し出ること。
4.　**1 2 3 は必須問題，4 5 6 は選択問題**である。**4 5 6 の3題中，任意の1題を選択**して解答すること。(選択パターン以外で解答した場合は，解答のすべてを無効とする場合がある。)

解答用紙	イ		ロ			
問題番号	1	2	3	4	5	6
選択パターン	●	●	●	○		
	●	●	●		○	
	●	●	●			○

●…必須　○…選択

5.　試験開始の合図で「受験届・解答用紙」冊子の該当する解答用紙を切り離し，所定欄に**氏名**（**漢字及びフリガナ**)，**在学高校名**，**クラス名**，**出席番号**，**受験番号**（**受験票発行の場合のみ**)，**選択番号**（**数学ロの裏面のみ**)を明確に記入すること。
6.　指定の解答欄外へは記入しないこと。採点されない場合があります。
7.　試験終了の合図で上記5. の ■ の箇所を再度確認すること。
8.　**未解答の解答用紙は提出しないこと。**
9.　答案は，試験監督者の指示に従って提出すること。

河合塾

1464930322110010

1 【必須問題】（配点　30点）

解説

次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を求めよ．

(1) 2 次不等式

$$-x^2+4x-1<0$$

の解は，

$$\boxed{}$$

である．

(2) 三角形 ABC において，AB＝2，BC＝3，CA＝$\sqrt{15}$ のとき，

$$\cos B=\boxed{}$$

である．

(3) 白球 3 個，赤球 3 個，青球 4 個の計 10 個の球を一列に並べる順列は，全部で

$\boxed{}$ 通り

ある．

(4) i を虚数単位とする．

$$(2-i)^4=a+bi$$

が成り立つ実数 a，b の値は，

$$a=\boxed{\text{ア}},\quad b=\boxed{\text{イ}}$$

である．

(5) 2 次方程式 $2x^2+x-4=0$ の 2 解を α，β とすると，

$$\frac{\alpha^2}{\beta}+\frac{\beta^2}{\alpha}=\boxed{}$$

である．

(6) $(x-2)^7$ を展開したとき，x^4 の係数は，

$$\boxed{}$$

である．

2 **【必須問題】**（配点　70点）　　**解説**

［1］ a，b は実数の定数であり，3 次方程式

$$x^3 + ax^2 + bx - 12 = 0 \quad \cdots (*)$$

は $x = 3$ を解にもつ．

(1) b を a を用いて表せ．

(2) $a = -2$ のとき，$(*)$ を解け．

(3) $(*)$ が 2 重解をもつような a の値と，そのときの $(*)$ の解を求めよ．

［2］ 袋の中に，1 と書かれた球，2 と書かれた球，3 と書かれた球，4 と書かれた球が 1 個ずつ，計 4 個の球が入っている．この袋の中から 1 個の球を無作為に取り出し，球に書かれた数を記録して袋に戻すことを繰り返し 4 回行う．

(1) 4 回とも 1 が記録される確率を求めよ．

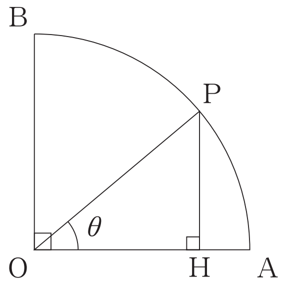
(2) 4 回とも異なる数が記録される確率を求めよ．

(3) 記録された 4 個の数の最大値が 3 である確率を求めよ．

3 【必須問題】（配点　50点）

解説

半径が1，中心角 $\angle\mathrm{AOB}$ が $\dfrac{\pi}{2}$ である扇形OABがある．弧AB上(両端を除く)に点Pがあり，$\angle\mathrm{AOP}=\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする．Pから線分OAに下ろした垂線と線分OAの交点をHとし，三角形OPHの面積を S_1 とする．



⑴　S_1 を θ を用いて表せ．

次に，$\angle\mathrm{POB}$ の二等分線と弧ABの交点をQとし，Qから線分OBに下ろした垂線と線分OBの交点をIとする．また，$\mathrm{OI}=\mathrm{OJ}$ かつ $\angle\mathrm{IOJ}=\dfrac{\pi}{2}$ となる点Jを扇形OABの外部にとる．

三角形OQIの面積を S_2，三角形OIJの面積を S_3 とする．

⑵　$\angle\mathrm{QOB}=\alpha$ とするとき，S_2，S_3 を α を用いて表せ．

⑶　$T=S_1+S_2-S_3$ とする．

(i)　T を $\sin\theta$，$\cos\theta$ を用いて表せ．

(ii)　$x=\sin\theta-\cos\theta$ とおく．$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ における x のとり得る値の範囲を求め，T を x を用いて表せ．

(iii)　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ における T の最大値を求めよ．

4 【選択問題(数学Ⅱ　図形と方程式)】（配点　50点）

解説

xy 平面上に，

$$円\ C: x^2+y^2+4x-6y-7=0,$$

$$直線\ l: y=x+3$$

がある．

(1) C の中心の座標と半径を求めよ．

(2) C と l の共有点の座標を求めよ．

(3) xy 平面上において，連立不等式

$$\begin{cases} x^2+y^2+4x-6y-7 \leqq 0, \\ y \geqq x+3 \end{cases}$$

で表される領域を E とする．

(i) 点 $(x,\ y)$ が E を動くとき，$-3x+y$ の最大値と最小値を求めよ．

(ii) a を正の定数とする．点 $(x,\ y)$ が E を動くとき，$ax+y$ の最大値を a を用いて表せ．

5 【選択問題(数学Ⅱ　微分法)】（配点　50点）

解説

2 つの関数 $f(x)=x^3-x^2-14x+19$，$g(x)=-x^2-2x+15$ があり，

$$h(x)=f(x)-g(x)$$

とする．

(1) $h(x)$ の増減を調べ，極大値と極小値を求めよ．

(2) $g(x)\geqq 0$ を満たす x の範囲において，$h(x)$ の最大値と最小値を求めよ．

(3) k を実数の定数とする．$y=f(x)-k$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの共有点のうち，y 座標が 0 以上であるものの個数を，k の値の範囲で分類して答えよ．

6 【選択問題(数学B　ベクトル)】（配点　50点）　**解説**

三角形OABがあり，

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|=3,\ \left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=2,\ \left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}-2\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\sqrt{13}$$

である．辺OAを4:1に内分する点をC，辺ABを2:3に内分する点をDとする．さらに，直線CD上に点Eを，OE⊥ABとなるようにとる．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ．

(2)　内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の値を求めよ．

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ．

(4)　直線OEと直線ABの交点をFとするとき，三角形DEFの面積を求めよ．