受験番号		氏　　名		クラス		出席番号	

試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2014年度　第１回　全統マーク模試問題

新・旧課程

数学②　〔数学Ⅱ　数学Ⅱ・数学Ｂ／旧数学Ⅱ・旧数学Ｂ〕　（100点　60分）

2014年５月実施

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙は，第１面(表面)及び第２面(裏面)の両面を使用しなさい。
　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点**となることがあります。

解答科目については，間違いのないよう十分に注意し，マークしなさい。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

〔新教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4～14	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学Ｂ	15～28	

〔旧教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4～14	左の３科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学Ｂ	15～28	
旧数学Ⅱ・旧数学Ｂ	29～45	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

河合塾

146061011215OO9O

数　学　Ⅱ

（全　問　必　答）

第１問　（配点　30）

解説

〔１〕　$0 \leqq \theta < 2\pi$ において，θ の関数 $f(\theta) = \cos 2\theta - \cos\theta$ を考える。

$\cos 2\theta = \boxed{\text{ア}}\cos^2\theta - \boxed{\text{イ}}$ であるから，$\cos\theta = t$ とすると，$f(\theta)$ は t を用いて

$$f(\theta) = \boxed{\text{ア}}\,t^2 - t - \boxed{\text{イ}}$$

と表される。

(1)　$$f(\theta) = \left(\boxed{\text{ウ}}\,t + \boxed{\text{エ}}\right)\left(t - \boxed{\text{オ}}\right)$$

と変形できるから，$0 \leqq \theta < 2\pi$ において θ の方程式 $f(\theta) = 0$ を解くと

$$\theta = \boxed{\text{カ}},\quad \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\pi,\quad \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$$

である。ただし，$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} < \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ とする。

(2)　θ が $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲を動くとき，$f(\theta)$ の最小値を与える θ のうち，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ であるものを α とすると

$$\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

（数学Ⅱ 第１問 は次ページに続く。）

(3) k を実数とする。$0 \leqq \theta < 2\pi$ において，θ の方程式 $f(\theta) = k$ が異なる 4 個の実数解をもつような k の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}} < k < \boxed{\text{チ}}$$

であり，この 4 個の実数解の和は $\boxed{\text{ツ}}\,\pi$ である。

（数学Ⅱ 第 1 問 は次ページに続く。）

〔２〕 x の不等式 **解説**

$$2\log_2(x-1) \leqq \log_2(2x^2-7x+7) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

について考える。

すべての実数 x に対して $2x^2-7x+7>0$ であるから，真数が正となるような x の値の範囲は $x>$ $\boxed{\text{テ}}$ である。この条件のもとで，(*) を変形すると

$$x^2-\boxed{\text{ト}}\,x+\boxed{\text{ナ}}\geqq 0$$

となるから，(*) を満たす x のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ニ}}<x\leqq\boxed{\text{ヌ}},\quad \boxed{\text{ネ}}\leqq x$$

である。

（数学Ⅱ 第１問 は次ページに続く。）

次に，x の不等式

$$\frac{1}{4} < 2^x < 16\sqrt{2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (**)$$

を解くと

$$\boxed{\text{ノハ}} < x < \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$$

である。

(*) かつ (**) を満たす x のうちで，$\log_{\sqrt{3}} x$ が整数となるような x の値は $\boxed{\text{ヘ}}$ 個ある。

第２問 （配点　30） 解説

x の関数 $f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-3$ があり，曲線 $y=f(x)$ を C_1 とする。

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2+\boxed{\text{イ}}x$$

であるから，$f(x)$ は

$x=\boxed{\text{ウ}}$ のとき　極小値 $\boxed{\text{エオ}}$

$x=\boxed{\text{カ}}$ のとき　極大値 $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$

をとる。

(1)　k を正の実数とする。

$0 \leqq x \leqq k$ における $f(x)$ の最小値が $\boxed{\text{エオ}}$ 未満となるような k の値の範囲は

$$k>\boxed{\text{コ}}$$

である。

（数学Ⅱ 第２問 は次ページに続く。）

(2) C_1 上の点 A(3, 6) における C_1 の接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{サ}}\,x - \boxed{\text{シ}}$$

である。点 A と異なる点 B を C_1 上にとる。点 B における C_1 の接線 m が ℓ と平行であるとき，B の座標は $\left(\boxed{\text{ス}},\ \dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)$ であり，m の方程式は

$$y = \boxed{\text{サ}}\,x - \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

次に，x の 2 次関数 $g(x)$ があり，放物線 $y = g(x)$ を C_2 とする。C_2 は点 A において直線 ℓ と接し，さらに点 B を通る。このとき

$$g(x) = \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}x^2 + \boxed{\text{ヌ}}\,x - \boxed{\text{ネ}}$$

である。

放物線 C_2，直線 ℓ および y 軸で囲まれた部分を D とすると，D の面積は $\boxed{\text{ノ}}$ であり，D は直線 m によって面積比が $\boxed{\text{ハヒ}} : \boxed{\text{フ}}$ である二つの部分に分けられる。

第3問 （配点 20）

解説

Oを原点とする座標平面上に，直線 $\ell_1 : y = \dfrac{1}{2}x + 5$ がある。

直線 ℓ_1 と x 軸の交点Aの座標は $\left(\boxed{\text{アイウ}}, 0\right)$ であり，点Aを通り直線 ℓ_1 に垂直な直線を ℓ_2 とすると，ℓ_2 の方程式は

$$y = \boxed{\text{エオ}}\,x - \boxed{\text{カキ}}$$

である。

点Oと直線 ℓ_1 の距離は $\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ であり，ℓ_1 に平行で点Oとの距離が $\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である直線のうち ℓ_1 でない方を ℓ_3 とすると，ℓ_3 の方程式は

$$y = \frac{1}{2}x - \boxed{\text{コ}}$$

である。

（数学Ⅱ 第3問 は次ページに続く。）

3 直線 ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 のすべてに接し，中心が不等式 $y > \boxed{\text{エオ}}x - \boxed{\text{カキ}}$ で表される領域にある円 C_1 の方程式は

$$\left(x + \boxed{\text{サ}}\right)^2 + \left(y + \boxed{\text{シ}}\right)^2 = \boxed{\text{スセ}}$$

である。

点 P が円 C_1 の周上を動くとき，点 B(8, 4) と点 P を結ぶ線分 BP の中点 Q の軌跡は

$$円\ C_2 : \left(x - \boxed{\text{ソ}}\right)^2 + \left(y - \boxed{\text{タ}}\right)^2 = \boxed{\text{チ}}$$

であり，点 O は円 C_2 の $\boxed{\text{ツ}}$ にある。$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ 内部　　① 周上　　② 外部

連立不等式

$$\begin{cases} \left(x - \boxed{\text{ソ}}\right)^2 + \left(y - \boxed{\text{タ}}\right)^2 \leqq \boxed{\text{チ}} \\ x \geqq 0 \\ y \geqq 0 \end{cases}$$

で表される領域の面積は $\boxed{\text{テ}} + \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\pi$ である。

第4問 （配点　20）

解説

a，b を実数とし，x の整式 $P(x)$ を

$$P(x)=x^3+(2a+1)x^2+(5a-1)x+b$$

とする。また，$P(-1)=0$ が成り立っている。

$$b=\boxed{\text{ア}}\,a-\boxed{\text{イ}}$$

であり，$P(x)$ は

$$P(x)=\left(x+\boxed{\text{ウ}}\right)\left(x^2+\boxed{\text{エ}}\,ax+\boxed{\text{オ}}\,a-\boxed{\text{カ}}\right)$$

と因数分解される。

x の3次方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもつような a のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{キ}}-\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}<a<\frac{\boxed{\text{キ}}+\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であり，このとき，二つの虚数解を α，β とする。

（数学Ⅱ 第4問 は次ページに続く。）

解と係数の関係により

$$\alpha+\beta=\boxed{\text{コサ}}a \quad かつ \quad \alpha\beta=\boxed{\text{シ}}a-\boxed{\text{ス}}$$

であるから，$\alpha^2+\beta^2=0$ を満たすような a の値は $\boxed{\text{セ}}$ と $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

以下，$a=\boxed{\text{セ}}$ とする。

(1) $\alpha^{50}+\beta^{50}=\boxed{\text{チ}}$ である。

(2) $\alpha^4=\beta^4=\boxed{\text{ツテ}}$ である。また，n を自然数とするとき

$$\alpha^{4n-1}+\beta^{4n-1}=\boxed{\text{ト}}\left(\boxed{\text{ナニ}}\right)^n$$

である。

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅱ・数学B

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	

第1問 （必答問題） （配点 30）

解説

〔1〕 $0 \leqq \theta < 2\pi$ において，θ の関数 $f(\theta) = \cos 2\theta - \cos\theta$ を考える。

$\cos 2\theta = \boxed{\text{ア}}\cos^2\theta - \boxed{\text{イ}}$ であるから，$\cos\theta = t$ とすると，$f(\theta)$ は t を用いて

$$f(\theta) = \boxed{\text{ア}}\,t^2 - t - \boxed{\text{イ}}$$

と表される。

(1)
$$f(\theta) = \left(\boxed{\text{ウ}}\,t + \boxed{\text{エ}}\right)\left(t - \boxed{\text{オ}}\right)$$

と変形できるから，$0 \leqq \theta < 2\pi$ において θ の方程式 $f(\theta) = 0$ を解くと

$$\theta = \boxed{\text{カ}},\quad \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\pi,\quad \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$$

である。ただし，$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} < \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ とする。

(2) θ が $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲を動くとき，$f(\theta)$ の最小値を与える θ のうち，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ であるものを α とすると

$$\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。）

(3) k を実数とする。$0 \leqq \theta < 2\pi$ において，θ の方程式 $f(\theta) = k$ が異なる4個の実数解をもつような k の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}} < k < \boxed{\text{チ}}$$

であり，この4個の実数解の和は $\boxed{\text{ツ}}\,\pi$ である。

（数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。）

〔2〕 x の不等式 解説

$$2\log_2(x-1) \leqq \log_2(2x^2-7x+7) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

について考える。

すべての実数 x に対して $2x^2-7x+7>0$ であるから，真数が正となるような x の値の範囲は $x>$ $\boxed{\text{テ}}$ である。この条件のもとで，(*) を変形すると

$$x^2-\boxed{\text{ト}}\,x+\boxed{\text{ナ}} \geqq 0$$

となるから，(*) を満たす x のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ニ}} < x \leqq \boxed{\text{ヌ}}, \quad \boxed{\text{ネ}} \leqq x$$

である。

(数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。)

次に，x の不等式

$$\frac{1}{4} < 2^x < 16\sqrt{2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (**)$$

を解くと

$$\boxed{\text{ノハ}} < x < \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$$

である。

(*) かつ (**) を満たす x のうちで，$\log_{\sqrt{3}} x$ が整数となるような x の値は $\boxed{\text{ヘ}}$ 個ある。

第２問　(必答問題)　(配点　30)

解説

x の関数 $f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-3$ があり，曲線 $y=f(x)$ を C_1 とする。

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2+\boxed{\text{イ}}x$$

であるから，$f(x)$ は

$$x=\boxed{\text{ウ}}\ \text{のとき　極小値}\ \boxed{\text{エオ}}$$

$$x=\boxed{\text{カ}}\ \text{のとき　極大値}\ \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

をとる。

(1)　k を正の実数とする。

$0\leqq x\leqq k$ における $f(x)$ の最小値が $\boxed{\text{エオ}}$ 未満となるような k の値の範囲は

$$k>\boxed{\text{コ}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B 第２問 は次ページに続く。)

⑵ C_1 上の点 A(3, 6) における C_1 の接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{サ}}\,x - \boxed{\text{シ}}$$

である。点Aと異なる点Bを C_1 上にとる。点Bにおける C_1 の接線 m が ℓ と平行であるとき，Bの座標は $\left(\boxed{\text{ス}},\ \dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)$ であり，m の方程式は

$$y = \boxed{\text{サ}}\,x - \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

次に，x の2次関数 $g(x)$ があり，放物線 $y = g(x)$ を C_2 とする。C_2 は点Aにおいて直線 ℓ と接し，さらに点Bを通る。このとき

$$g(x) = \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}x^2 + \boxed{\text{ヌ}}\,x - \boxed{\text{ネ}}$$

である。

放物線 C_2，直線 ℓ および y 軸で囲まれた部分を D とすると，D の面積は $\boxed{\text{ノ}}$ であり，D は直線 m によって面積比が $\boxed{\text{ハヒ}} : \boxed{\text{フ}}$ である二つの部分に分けられる。

第3問 （選択問題）（配点　20）

解説

数列 $\{a_n\}$ は $a_2=6$，$a_3=12$ である等比数列である。数列 $\{a_n\}$ の公比は $\boxed{\text{ア}}$ であり，$a_1=\boxed{\text{イ}}$ である。$a_n<500$ を満たす最大の自然数 n は $\boxed{\text{ウ}}$ である。また，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると

$$S_n=\boxed{\text{エ}}\left(\boxed{\text{オ}}^{\,n}-\boxed{\text{カ}}\right)\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

次に，数列 $\{b_n\}$ は等差数列であり，$T_n=\sum_{k=1}^{n}b_k$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とすると

$$b_5=21,\quad T_5=55$$

を満たしている。

$$b_n=\boxed{\text{キ}}\,n-\boxed{\text{ク}}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

$$T_n=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}n^2-\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}n\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第3問 は次ページに続く。）

数列 $\{a_n\}$ か数列 $\{b_n\}$ の少なくとも一方に現れる数を，小さいものから順に並べてできる数列を $\{c_n\}$ とする。ただし，数列 $\{a_n\}$ にも数列 $\{b_n\}$ にも現れる数は，数列 $\{c_n\}$ には一度だけ現れるものとする。$c_n < 500$ を満たす最大の自然数 n は $\boxed{\text{スセソ}}$ であり

$$\sum_{k=1}^{\boxed{\text{スセソ}}} c_k = \boxed{\text{タチツテト}}$$

である。

第4問 （選択問題）（配点　20）

解説

平行四辺形OABCにおいて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とする。

線分BCの中点をMとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{a} + \vec{c}$$

である。また，三角形ABCの重心をGとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}(\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}})$$

$$= \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\vec{a} + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\vec{c}$$

である。

(1)　点Dを $\overrightarrow{\mathrm{OD}} = 2\vec{c}$ となるようにとり，直線OMと直線BDの交点をEとする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{c}$ を用いて表そう。

点Eが直線OM上にあることから，実数 s を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OE}} = s\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ と表されるので

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}s\vec{a} + s\vec{c}$$

となる。さらに，点Eが直線BD上にあることから，実数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{BE}} = t\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ と表されるので

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}} = \left(\boxed{\text{ケ}} - t\right)\vec{a} + \left(\boxed{\text{コ}} + t\right)\vec{c}$$

となる。これらから

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\vec{a} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\vec{c}$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第4問 は次ページに続く。）

また，三角形DMEの面積は平行四辺形OABCの面積の $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ 倍である。

(2) $\left|\vec{a}\right| = 2$，$\left|\vec{c}\right| = \sqrt{3}$，$\cos\angle\mathrm{AOC} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ とする。このとき

$$\vec{a}\cdot\vec{c} = \boxed{\text{チ}}$$

である。

また，点Gを通り直線ACに垂直な直線と，直線ACとの交点をHとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\vec{a} + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\vec{c}$$

であり

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{GH}}\right| = \frac{\boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。

第5問　（選択問題）　（配点　20）

解説

袋の中に1と記されたカードが2枚，2と記されたカードが1枚，4と記されたカードが1枚ある。

この袋からカードを1枚取り出し，そのカードに記されている数字を記録し，このカードを袋に戻す。この操作をTとする。

(1)　操作Tを1回行ったときに記録される数字をXとし，操作Tを2回行ったときに記録される数字のうち小さくない方をYとする。

確率変数Xの期待値(平均)は $\boxed{\text{ア}}$ であり，分散は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

確率変数Yの期待値(平均)は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であり，分散は $\dfrac{\boxed{\text{キクケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

$Z = 2X + Y$ により確率変数Zを定める。確率変数Zの期待値(平均)は

$\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B 第5問 は次ページに続く。）

(2)　操作 T を 10 回行う。このとき，数字 1 が記録される回数を W とする。

$P(W=1)=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチツ}}}$ である。また，確率変数 W の期待値(平均)は $\boxed{\text{テ}}$

であり，標準偏差は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

（下 書 き 用 紙）

「旧教育課程履修者」だけが選択できる科目です。
「新教育課程履修者」は，選択してはいけません。

旧数学Ⅱ・旧数学B

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	
第６問	

 （注）この科目には，選択問題があります。（29ページ参照。）

第1問 （必答問題）（配点　30）

解説

〔1〕 $0 \leqq \theta < 2\pi$ において，θ の関数 $f(\theta) = \cos 2\theta - \cos\theta$ を考える。

$\cos 2\theta = \boxed{\text{ア}}\cos^2\theta - \boxed{\text{イ}}$ であるから，$\cos\theta = t$ とすると，$f(\theta)$ は t を用いて

$$f(\theta) = \boxed{\text{ア}}\,t^2 - t - \boxed{\text{イ}}$$

と表される。

(1) $$f(\theta) = \left(\boxed{\text{ウ}}\,t + \boxed{\text{エ}}\right)\left(t - \boxed{\text{オ}}\right)$$

と変形できるから，$0 \leqq \theta < 2\pi$ において θ の方程式 $f(\theta) = 0$ を解くと

$$\theta = \boxed{\text{カ}},\quad \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\pi,\quad \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$$

である。ただし，$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} < \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ とする。

(2) θ が $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲を動くとき，$f(\theta)$ の最小値を与える θ のうち，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ であるものを α とすると

$$\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第1問 は次ページに続く。）

(3) k を実数とする。$0 \leqq \theta < 2\pi$ において，θ の方程式 $f(\theta) = k$ が異なる 4 個の実数解をもつような k の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}} < k < \boxed{\text{チ}}$$

であり，この 4 個の実数解の和は $\boxed{\text{ツ}}\,\pi$ である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第 1 問 は次ページに続く。）

〔2〕 x の不等式 **解説**

$$2\log_2(x-1) \leqq \log_2(2x^2-7x+7) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

について考える。

すべての実数 x に対して $2x^2-7x+7>0$ であるから，真数が正となるような x の値の範囲は $x>\boxed{\text{テ}}$ である。この条件のもとで，(*) を変形すると

$$x^2-\boxed{\text{ト}}\,x+\boxed{\text{ナ}}\geqq 0$$

となるから，(*) を満たす x のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ニ}}<x\leqq\boxed{\text{ヌ}},\quad \boxed{\text{ネ}}\leqq x$$

である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第1問 は次ページに続く。）

次に，x の不等式

$$\frac{1}{4} < 2^x < 16\sqrt{2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (**)$$

を解くと

$$\boxed{\text{ノハ}} < x < \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$$

である。

(*) かつ (**) を満たす x のうちで，$\log_{\sqrt{3}} x$ が整数となるような x の値は $\boxed{\text{ヘ}}$ 個ある。

第 2 問 （必答問題） （配点　30） 解説

x の関数 $f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-3$ があり，曲線 $y=f(x)$ を C_1 とする。

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2+\boxed{\text{イ}}x$$

であるから，$f(x)$ は

$x=\boxed{\text{ウ}}$ のとき　極小値 $\boxed{\text{エオ}}$

$x=\boxed{\text{カ}}$ のとき　極大値 $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$

をとる。

(1) k を正の実数とする。

$0 \leqq x \leqq k$ における $f(x)$ の最小値が $\boxed{\text{エオ}}$ 未満となるような k の値の範囲は

$$k>\boxed{\text{コ}}$$

である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第 2 問 は次ページに続く。）

⑵　C_1 上の点 A(3, 6) における C_1 の接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{サ}\,x - \boxed{シ}$$

である。点 A と異なる点 B を C_1 上にとる。点 B における C_1 の接線 m が ℓ と平行であるとき，B の座標は $\left(\boxed{ス},\ \dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}\right)$ であり，m の方程式は

$$y = \boxed{サ}\,x - \frac{\boxed{チツ}}{\boxed{テ}}$$

である。

次に，x の 2 次関数 $g(x)$ があり，放物線 $y = g(x)$ を C_2 とする。C_2 は点 A において直線 ℓ と接し，さらに点 B を通る。このとき

$$g(x) = \frac{\boxed{トナ}}{\boxed{ニ}}x^2 + \boxed{ヌ}\,x - \boxed{ネ}$$

である。

放物線 C_2，直線 ℓ および y 軸で囲まれた部分を D とすると，D の面積は $\boxed{ノ}$ であり，D は直線 m によって面積比が $\boxed{ハヒ} : \boxed{フ}$ である二つの部分に分けられる。

第3問 （選択問題） （配点　20）

解説

数列 $\{a_n\}$ は $a_2=6$，$a_3=12$ である等比数列である。数列 $\{a_n\}$ の公比は $\boxed{\text{ア}}$ であり，$a_1=\boxed{\text{イ}}$ である。$a_n<500$ を満たす最大の自然数 n は $\boxed{\text{ウ}}$ である。また，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると

$$S_n=\boxed{\text{エ}}\left(\boxed{\text{オ}}^{\,n}-\boxed{\text{カ}}\right)\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

次に，数列 $\{b_n\}$ は等差数列であり，$T_n=\sum_{k=1}^{n}b_k$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とすると

$$b_5=21,\quad T_5=55$$

を満たしている。

$$b_n=\boxed{\text{キ}}\,n-\boxed{\text{ク}}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

$$T_n=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}n^2-\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}n\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

（**旧数学Ⅱ・旧数学B 第3問 は次ページに続く。**）

数列 $\{a_n\}$ か数列 $\{b_n\}$ の少なくとも一方に現れる数を，小さいものから順に並べてできる数列を $\{c_n\}$ とする。ただし，数列 $\{a_n\}$ にも数列 $\{b_n\}$ にも現れる数は，数列 $\{c_n\}$ には一度だけ現れるものとする。$c_n < 500$ を満たす最大の自然数 n は $\boxed{\text{スセソ}}$ であり

$$\sum_{k=1}^{\boxed{\text{スセソ}}} c_k = \boxed{\text{タチツテト}}$$

である。

第４問　（選択問題）　（配点　20）

解説

平行四辺形 OABC において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする。

線分 BC の中点を M とすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{a}+\vec{c}$$

である。また，三角形 ABC の重心を G とすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}})$$

$$=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\vec{a}+\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\vec{c}$$

である。

(1)　点 D を $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=2\vec{c}$ となるようにとり，直線 OM と直線 BD の交点を E とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{c}$ を用いて表そう。

点 E が直線 OM 上にあることから，実数 s を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OE}}=s\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ と表されるので

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}s\vec{a}+s\vec{c}$$

となる。さらに，点 E が直線 BD 上にあることから，実数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{BE}}=t\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ と表されるので

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\left(\boxed{\text{ケ}}-t\right)\vec{a}+\left(\boxed{\text{コ}}+t\right)\vec{c}$$

となる。これらから

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\vec{a}+\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\vec{c}$$

である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第４問 は次ページに続く。）

また，三角形DMEの面積は平行四辺形OABCの面積の $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ 倍である。

(2) $\left|\vec{a}\right| = 2$，$\left|\vec{c}\right| = \sqrt{3}$，$\cos\angle\mathrm{AOC} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ とする。このとき

$$\vec{a}\cdot\vec{c} = \boxed{\text{チ}}$$

である。

また，点Gを通り直線ACに垂直な直線と，直線ACとの交点をHとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\vec{a} + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\vec{c}$$

であり

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{GH}}\right| = \frac{\boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。

第5問　（選択問題）（配点　20）　解説

10人の生徒A，B，……，Jの二つのテストに関する得点をそれぞれ変量x，yとし，それを記録したものが［資料Ⅰ］である。変量yの平均値は7点である。また，変量xの度数分布表が［資料Ⅱ］である。

ただし，テストの得点は0以上10以下の整数とする。

［資料Ⅰ］

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
x(点)	a	a	4	a	b	3	b	a	b	8
y(点)	8	6	8	8	6	c	6	5	6	8

［資料Ⅱ］

x（点）	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
度数(人)	0	0	0	1	d	e	4	3	1	0	0

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁数（けた）の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。なお，必要なら，$\sqrt{5}=2.24$ として計算せよ。

(1)　a，b，c，d，eの値を求めると

$a=$ $\boxed{\text{ア}}$，　$b=$ $\boxed{\text{イ}}$，　$c=$ $\boxed{\text{ウ}}$，　$d=$ $\boxed{\text{エ}}$，　$e=$ $\boxed{\text{オ}}$

となる。

また，変量xの平均値は $\boxed{\text{カ}}$ 点である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第5問 は次ページに続く。）

⑵　変量 x の最頻値(モード)は $\boxed{\text{キ}}$ 点，変量 y の中央値(メジアン)は $\boxed{\text{ク}}$ 点である。

また，変量 x の分散 ${s_x}^2$ は $\boxed{\text{ケ}}.\boxed{\text{コ}}$ であり，変量 y の分散 ${s_y}^2$ は $\boxed{\text{サ}}.\boxed{\text{シ}}$ である。

⑶　変量 x と変量 y の共分散は $\boxed{\text{スセ}}.\boxed{\text{ソ}}$ であり，相関係数に最も近い値は $\boxed{\text{タ}}$ である。$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑥のうちから一つ選べ。

⓪　-1.5　　①　-0.9　　②　-0.5　　③　0.0
④　0.5　　⑤　0.9　　⑥　1.5

第6問　（選択問題）（配点　20）　解説

座標平面上の点で，x 座標，y 座標がともに整数である点を格子点と呼ぶ。

いま，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ で表される領域内の格子点に，原点Oから順にある規則で番号をつけていくプログラムを，次のように考えた。

〔プログラム1〕

```
100 LET  L=0
110 LET  N=1
120 LET  X=L
130 LET  Y=0
140 PRINT  N;"・・(";X;",";Y;")"
150 IF  L=0  THEN  GOTO  250
160 LET  DX=-1
170 LET  DY=1
180 FOR  K=1  TO  L
190    LET  N=N+1
200    LET  X=X+DX
210    LET  Y=Y+DY
220    PRINT N;"・・(";X;",";Y;")"
230 NEXT  K
240 IF N>=20 THEN GOTO 280
250 LET  L=L+1
260 LET  N=N+1
270 GOTO 120
280 END
```

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第6問 は次ページに続く。）

　このプログラムを実行すると，何行かにわたって出力が得られるが，その最初の 4 行は

$\boxed{\text{ア}}\cdot\cdot\left(\boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウ}}\right)$

$\boxed{\text{エ}}\cdot\cdot\left(\boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$

$\boxed{\text{キ}}\cdot\cdot\left(\boxed{\text{ク}},\ \boxed{\text{ケ}}\right)$

$\boxed{\text{コ}}\cdot\cdot\left(\boxed{\text{サ}},\ \boxed{\text{シ}}\right)$

であり，最後に出力される行は

$\boxed{\text{スセ}}\cdot\cdot\left(\boxed{\text{ソ}},\ \boxed{\text{タ}}\right)$

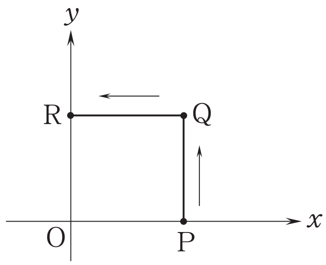
である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第 6 問 は次ページに続く。）

次にこのプログラムの一部を変更して，次のような規則で番号をつけるプログラムを作ることにする。

<規則>

右図のように，O を一つの頂点とし一辺の長さが自然数である正方形 OPQR の辺 PQ，QR 上の格子点を左回り(反時計回り)にたどりながら順に番号をつける。そして点 R に到達したら一辺の長さを 1 増やして同じ方法で格子点をたどりながら順に番号をつける。ただし，原点 O につける番号は 1 とする。すなわち



(0, 0)→(1, 0)→(1, 1)→(0, 1)→(2, 0)→(2, 1)→…

のようにたどりながら順に

$$1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6 \to \cdots$$

と番号をつける。

そのためには，まず

```
155 FOR  A=1  TO  2
235 NEXT  A
```

の 2 行を新たに挿入し，さらに

辺 PQ 上(プログラムでは A=1 のとき)では x 座標の増分が 0，y 座標の増分が 1

辺 QR 上(プログラムでは A=2 のとき)では x 座標の増分が -1，y 座標の増分が 0

となるように 160 行と 170 行を次のように変更すればよい。

(旧数学Ⅱ・旧数学B 第 6 問 は次ページに続く。)

```
160 LET  DX=[チ]
170 LET  DY=[ツ]
```

$\boxed{チ}$，$\boxed{ツ}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑥のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ A-1　　① A　　② A+1　　③ A+2
④ 1-A　　⑤ -A　　⑥ 2-A

正しく変更されたプログラムを実行すると最後に出力される行は

$\boxed{テト}$・・($\boxed{ナ}$，$\boxed{ニ}$)

である。

さらに240行を

```
240 IF N>=200 THEN GOTO 280
```

と変更して出力を増やしたとき，途中に

123・・($\boxed{ヌネ}$，$\boxed{ノ}$)

が出力される。

Ⅱ 解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－），数字（0 ～ 9），又は文字（a ～ d）が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	● ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
イ	㊀ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
ウ	㊀ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ● ⓑ ⓒ ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが 2 度以上現れる場合，2 度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

問題を解く際には，「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し，試験終了後に配付される「学習の手引き」にそって自己採点し，再確認しなさい。