受験番号 氏 名 カラス 出席番号

試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

2012年度 第 3 回 全 統 マーク模 試 問 題

数 学 (100点 60分)

[数学Ⅰ,数学Ⅰ·数学A]

2012年10月実施

この問題冊子には、「数学I」「数学I・数学A」の 2 科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

I 注 意 事 項

1 解答用紙は,第1面(表面)及び第2面(裏面)の両面を使用しなさい。 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので,監督者の指示に従って,それ ぞれ正しく記入し,マークしなさい。必要事項欄及びマーク欄に正しく記入・マー クされていない場合は、採点できないことがあります。

① **受験番号欄** 受験票が発行されている場合のみ、必ず**受験番号**(数字及び英字)を**記入**し、さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

- ② 氏名欄,高校名欄,クラス・出席番号欄 氏名・フリガナ、高校名・フリガナ及びクラス・出席番号を記入しなさい。
- ③ 解答科目欄

解答する科目を一つ選び、マーク欄にマークしなさい。

マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となることがあります。

解答科目については、間違いのないよう十分に注意し、マークしなさい。

2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数 学 I	$4 \sim 11$	左の2科目のうちから1科目を選択し,解答しなさ
数学 I · 数学A	12~19	/ ² 0

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明,ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は,手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 5 この注意事項は、問題冊子の裏表紙にも続きます。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

河合塾





数 学 I

(全 問 必 答)

第1問 (配点 20)

〔1〕 2次方程式 $x^2 - 5x + 5 = 0$ の解は

$$x = \frac{\boxed{\mathcal{P}} \pm \sqrt{\boxed{1}}}{\boxed{\dot{7}}}$$

である。

このうち、小さい方を x_1 、大きい方を x_2 とし、 $\alpha=|x_1-2|$ 、 $\beta=|x_2-2|$ とすると

$$\alpha + \beta = \sqrt{\boxed{\mathtt{I}}}, \quad \alpha\beta = \boxed{\mathtt{J}}$$

である。

また

$$\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{$$
カ $}$, $\alpha^6 + \beta^6 = \boxed{$ キク $}$

であり、 $m \le \beta^6 < m+1$ を満たす整数 m は $\boxed{\mathbf{f}$ てある。

(数学 I 第 1 問 は次ページに続く。)

(1)
$$(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})$$
 を計算すると $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})=\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}$ $=(1+\sqrt{2})^{rac{1}{2}}-\boxed{\cancel{>}}$ $=\boxed{\cancel{>}}$ $\boxed{\cancel{>}}$

である。

(2) 連立不等式

$$\begin{cases} (1+\sqrt{2}+\sqrt{3})x < 1\\ (1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6})x > 1 \end{cases}$$

の解は

$$\frac{y - \sqrt{\overline{\tau}} - \sqrt{\overline{\tau}} + \sqrt{\overline{\tau}}}{\overline{z}} < x$$

$$= \frac{\overline{z} + \sqrt{\overline{x}} - \sqrt{\overline{J}}}{\overline{J}}$$

である。ただし、 テーく トーとする。

数学I

第2間 (配点 25)

a, b を定数として 2 次関数

$$y = x^2 - (4a - 2)x + b$$
 ①

について考える。関数①のグラフ G の頂点の座標は

$$\Big(igl[m{\mathcal{P}}igl]a-igl[m{\mathcal{A}}igr],igl[racktriangle]a^2+igl[m{\mathcal{A}}igl]a+b-igl[m{\mathcal{D}}igr]\Big)$$

である。

(1) 関数①の最小値が-25であるとする。

$$b = \begin{bmatrix} + & a^2 - \end{bmatrix}$$
 $b = \begin{bmatrix} - & - & - & - \end{bmatrix}$

である。さらに、 $G \ge y$ 軸の y < 0 の部分が交わるような a の値の範囲は

である。

 $a=a_1$ のときの $0 \le x \le 4$ における関数 ① の最大値を M_1 , $a=a_2$ のときの $0 \le x \le 4$ における関数 ① の最大値を M_2 とするとき

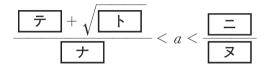
$$M_1-M_2=$$
セソ

である。

(数学 I 第 2 問 は次ページに続く。)

Gとx軸が異なる2点で交わるようなaの値の範囲は

である。さらに,G と x 軸の 0 < x < 2 の部分が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は



である。

数学I

第3間 (配点 30)

$$\triangle ABC$$
 において、 $AB=5$ 、 $BC=\sqrt{6}$ 、 $CA=4$ であるとき $\cos \angle ABC=\frac{\sqrt{7}}{1}$ 、 $\sin \angle ABC=\frac{\sqrt{7}}{1}$ であり、 $\triangle ABC$ の面積は $\frac{\cancel{\cancel{5}}}{\cancel{\cancel{5}}}$ 、 $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\frac{\cancel{\cancel{5}}}{\cancel{\cancel{5}}}$ である。

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

辺AB上に点Dを BD = 1 となるようにとる。このとき

であり、さらに、 \triangle ABC の外接円と直線 CD との交点のうち C と異なる方を E と する。このとき

$$AE = \boxed{y} \sqrt{\boxed{g}}, DE = \boxed{f}$$

である。

したがって、 $\triangle AED$ の面積は $\sqrt{$ "プテ" であり、 $\triangle ABC$ の面積を S_1 、 $\triangle AEB$ の面積を S_2 とするとき

である。

数学I

第4間 (配点 25)

(1) 正の実数 α は

$$\frac{a^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 8$$
 1

を満たしている。

$$\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \frac{\alpha^2}{4} + \frac{1}{\alpha^2} + \boxed{\mathcal{P}}$$

であるから、①より

$$\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \boxed{1}$$
 $tabs$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{\alpha} = \boxed{\dot{7}}$$
 2

となる。また

$$\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \frac{\alpha^2}{4} + \frac{1}{\alpha^2} - \boxed{\mathbf{I}}$$

であるから, ①より

$$\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{\alpha}\right)^2 =$$
 すなわち

$$\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{2} \qquad \cdots \qquad (3)$$

となる。

②, ③より

$$\alpha = \boxed{ \dot{\mathcal{P}} \pm \sqrt{ } }$$

である。この二つの値のうち、大きい方を α1、小さい方を α2 とする。

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

正の実数βが

$$\frac{\beta^2}{4} + \frac{16}{\beta^2} = 8$$

を満たしているとき

$$\beta = \boxed{ }$$
 $\sqrt{ \boxed{ } }$ $\pm \boxed{ }$ $\sqrt{ }$

である。この二つの値のうち、大きい方を eta_1 、小さい方を eta_2 とする。 このとき

$$a_1^2 = \boxed{$$
 ケコ $+ \boxed{ }$ サ $\sqrt{$ シ

$$eta_1^2 = \boxed{eta au} + \boxed{eta} \sqrt{eta}$$

であるから, α_1 と β_1 の大小関係は $\boxed{\mathbf{f}}$ である。 $\boxed{\mathbf{f}}$ に当てはまるものを,次の $\boxed{\mathbf{0}}$ \sim $\boxed{\mathbf{2}}$ のうちから一つ選べ。

- $\mathbf{0}$ $\alpha_1 > \beta_1$
- $(1) \quad \alpha_1 = \beta_1$
- $\mathbf{\hat{2}} \quad \alpha_1 < \beta_1$

(2) n を整数として,x の不等式

$$|x - n| \le 1$$

..... (4)

を考える。

(i) n=2 のとき、4 の解は

$$y \le x \le \overline{\tau}$$

数学 I·数学A

(全 問 必 答)

第1間 (配点 20)

[1] 2次方程式 $x^2 - 5x + 5 = 0$ の解は

$$x = \frac{\boxed{\mathcal{P}} \pm \sqrt{\boxed{1}}}{\boxed{\dot{7}}}$$

である。

このうち、小さい方を x_1 、大きい方を x_2 とし、 $\alpha = |x_1 - 2|$ 、 $\beta = |x_2 - 2|$ とすると

$$\alpha + \beta = \sqrt{\square}, \quad \alpha\beta = \boxed{7}$$

である。

また

$$\alpha^2 + \beta^2 =$$
 カ , $\alpha^6 + \beta^6 = \boxed{$ キク $}$

であり、 $m \le \beta^6 < m+1$ を満たす整数 m は $\boxed{\mathbf{f}}$ である。

(数学 I・数学 A 第 1 問 は次ページに続く。)

[2] 有理数 a, b に関する条件 b, q, r を次のように定める。

p: ab = 0

 $a: a^2 + b^2 = 0$

 $r: a + b\sqrt{2} = 0$

つ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

b=0 であることはpであるための $\mid \mathbf{t}$

pはqであるための シ。

 $q \bowtie r \circlearrowleft \delta \delta b \otimes 0 \mid A \mid \delta$

- ⑩ 必要十分条件である
- ① 必要条件であるが、十分条件でない
- ② 十分条件であるが、必要条件でない
- ③ 必要条件でも十分条件でもない
- (2) 条件 q の否定を \overline{q} で表す。
 - (i) 次の セ に当てはまるものを,下の4~8のうちから一つ選べ。 \overline{q} と同値である条件は \overline{t} である。
 - (ii) 二つの条件 \overline{q} , s について、 \overline{q} は s であるための必要条件であるが、十分 条件でないとする。下の $\P \sim \P$ のうち S に該当するものは Y 個ある。
 - (4) |ab| > ab
- **(5)** $a^2 b^2 = 0$ **(6)** (a-1)(b-1) = 0
- (7) $a^2 + b^2 > 0$
- (8) $ab \neq 0$

数学 I・数学A

第2間 (配点 25)

a, b を定数として 2 次関数

$$y = x^2 - (4a - 2)x + b$$
 ①

について考える。関数①のグラフ G の頂点の座標は

である。

(1) 関数①の最小値が-25であるとする。

$$b = \begin{bmatrix} + & a^2 - \end{bmatrix}$$
 $b = \begin{bmatrix} - & - & - & - \end{bmatrix}$

である。さらに、 $G \ge y$ 軸の y < 0 の部分が交わるような a の値の範囲は

である。

 $a=a_1$ のときの $0 \le x \le 4$ における関数 ① の最大値を M_1 , $a=a_2$ のときの $0 \le x \le 4$ における関数 ① の最大値を M_2 とするとき

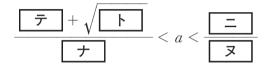
$$M_1-M_2=$$
セソ

である。

(数学 I・数学 A 第 2 問 は次ページに続く。)

Gとx軸が異なる2点で交わるようなaの値の範囲は

である。さらに、G と x 軸の 0 < x < 2 の部分が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は



である。

数学 I·数学A

第3間 (配点 30)

$$\triangle ABC$$
 において、 $AB=5$ 、 $BC=\sqrt{6}$ 、 $CA=4$ であるとき
$$\cos \angle ABC = \frac{\sqrt{\red{7}}}{\red{1}}, \quad \sin \angle ABC = \frac{\sqrt{\red{7}}}{\red{1}}$$
 であり、 $\triangle ABC$ の面積は $\frac{\red{1}}{\red{7}}$ 、 $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\frac{\red{1}}{\red{7}}$ である。

(数学 I・数学 A 第 3 問 は次ページに続く。)

直線 CA に関して点 B と反対側に点 D を CD = 3, AD = 2 であるようにとる。 このとき

$$\cos \angle CDA = \frac{\boxed{\forall y}}{\boxed{g}}$$

であり、点 D について、次の \bigcirc 、 \bigcirc のうち正しいものは \bigcirc である。

- ⑥ 点 D は △ABC の外接円の周上にある
- ① 点 D は △ABC の外接円の周上にない

線分 CD 上に点 E を DE = 1 であるようにとる。このとき

$$AE = \sqrt{y}$$

であり

$$\cos \angle CEA = -\frac{\sqrt{\overline{\tau}}}{\boxed{h}}$$

である。

さらに、線分 AD 上に点 F を $\angle CFA = \angle CEA$ であるようにとる。このとき

$$\mathrm{CF} = \frac{\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{}$$

数学 I・数学A

第4間 (配点 25)

1から7までの数字が一つずつ書かれた7枚のカードがあり、これをすべて横一列に並べる。このようなカードの並べ方は**アイウェ** 通りある。

(1) 1 と書かれたカードと7と書かれたカードが隣り合うようなカードの並べ方は **オカキク** 通りであり、1 と書かれたカードと7と書かれたカードの間にあるカードが5と書かれたカードだけであるようなカードの並べ方は **ケコサ** 通りである。

(数学 I・数学 A 第 4 問 は次ページに続く。)

(2) カードを並べる前の持ち点を 0 点として、並べたカードの並び方によって次のように得点を加える。

1 と書かれたカードと 7 と書かれたカードの間に、偶数が書かれたカードが 1 枚以上あるときは 2 点を加え、 3 の倍数が書かれたカードが 1 枚以上あるときは 3 点を加える。

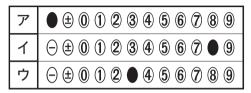
例えば、並べたカードが、2、7、4、5、6、1、3 であるとき、カードを並べた後の得点は5点である。

後の得点が、3点となる確率は <u>セ</u>であり、2点となる確率は <u>チ</u>である。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

例 アイウ に -83 と答えたいとき



なお,同一の問題文中に**ア**,**イウ** などが 2 度以上現れる場合, 2 度目以降は,**ア**,**イ**ウ のように細字で表記します。

3 分数形で解答する場合,分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば,
$$\boxed{ \begin{tabular}{c} \textbf{x} \\ \textbf{n} \end{tabular} }$$
 に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

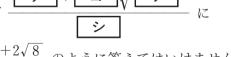
また, それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば, $\frac{3}{4}$ と答えるところを, $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4 根号を含む形で解答する場合,根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば, $\boxed{ + } \sqrt{ \boxed{ 2 } }$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを, $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

5 根号を含む分数形で解答する場合,例えば ______



 $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを, $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

問題を解く際には,「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し,試験終了後に 配付される「学習の手引き」にそって自己採点し,再確認しなさい。