受験番号		氏　　名		クラス		出席番号	

試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2014年度　第３回　全統マーク模試問題

新・旧課程

数学②〔数学Ⅱ　数学Ⅱ・数学Ｂ / 旧数学Ⅱ・旧数学Ｂ〕（100点　60分）

2014年10月実施

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙は，第１面(表面)及び第２面(裏面)の両面を使用しなさい。
　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点**となることがあります。

解答科目については，間違いのないよう十分に注意し，マークしなさい。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

〔新教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4～12	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学Ｂ	13～24	

〔旧教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4～12	左の３科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学Ｂ	13～24	
旧数学Ⅱ・旧数学Ｂ	25～39	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
4　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**
5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

河合塾

1460630112150090

数　学　Ⅱ

（全　問　必　答）

第１問　（配点　30）

解説

〔1〕　座標平面上に２点 A(1，-2)，B(3，4) がある。直線 AB の方程式は

$$\boxed{\text{ア}}\,x-y=\boxed{\text{イ}}$$

である。線分 AB の中点 M の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$ であり，M を通り，直線 AB に垂直な直線の方程式は

$$x+\boxed{\text{オ}}\,y=\boxed{\text{カ}}$$

である。

直線 $x+2y=2$ を ℓ とする。また，中心が ℓ 上にあり，２点 A，B を通る円を C とする。C の方程式は

$$\left(x+\boxed{\text{キ}}\right)^2+\left(y-\boxed{\text{ク}}\right)^2=\boxed{\text{ケコ}}$$

である。円 C と直線 ℓ の２交点を D，E とする。三角形 ADE の面積は $\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シス}}}$ である。

（数学Ⅱ 第１問 は次ページに続く。）

〔2〕 p を 1 でない正の実数として，x の関数 $f(x)$ を

解説

$$f(x)=p^{2x}-p^{x+1}-p$$

とする。

(1) $p=3$ のとき，$f(-1)=\dfrac{\boxed{セソタ}}{\boxed{チ}}$ である。

(2) $p=2$ とする。$t=2^x$ とおくと，x がすべての実数を変化するとき，t のとり得る値の範囲は $t>\boxed{ツ}$ であり，$f(x)$ は t を用いて

$$f(x)=t^{\boxed{テ}}-\boxed{ト}t-\boxed{ナ}$$

と表される。よって，x の方程式 $f(x)=1$ の解は

$$x=\log_2\boxed{ニ}$$

である。また，$\log_2\boxed{ニ}$ と 2 の大小関係は $\log_2\boxed{ニ}$ $\boxed{ヌ}$ 2 である。

$\boxed{ヌ}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$

(3) x の方程式 $f(x)=1$ の解が 2 より小さくなるような p の値の範囲は

$$\boxed{ネ}<p<\boxed{ノ},\quad \frac{\boxed{ハ}+\sqrt{\boxed{ヒ}}}{\boxed{フ}}<p$$

である。

第2問 (配点 30)

解説

p, q を実数とし, x の関数 $f(x)$, $g(x)$ をそれぞれ

$$f(x) = -2x^2 + 2x + 3$$

$$g(x) = x^2 + px + q$$

とする。また, 曲線 $y = f(x)$, 曲線 $y = g(x)$ をそれぞれ C, D とする。

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \boxed{\text{アイ}}\,x + \boxed{\text{ウ}}$$

である。曲線 C 上の点 $\mathrm{A}(1, 3)$ における C の接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{エオ}}\,x + \boxed{\text{カ}}$$

である。

曲線 D が点 A を通り, A における D の接線が ℓ と一致するとき

$$p = \boxed{\text{キク}}, \quad q = \boxed{\text{ケ}}$$

である。以下, $p = \boxed{\text{キク}}$, $q = \boxed{\text{ケ}}$ とする。

(数学Ⅱ 第2問 は次ページに続く。)

k を $k>-2$ を満たす実数とし，点 A を通り，傾き k の直線を m とする。D と m の共有点の x 座標は

$$1,\quad k+\boxed{\text{コ}}$$

である。D と m と y 軸で囲まれた部分の面積を S_1，D と m で囲まれた部分の面積を S_2 とすると

$$S_1=\frac{\boxed{\text{サ}}\,k+\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

$$S_2=\frac{k^3+\boxed{\text{セ}}\,k^2+\boxed{\text{ソタ}}\,k+\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。ここで，$S(k)=S_1-S_2$ とする。

a を $a>-2$ を満たす定数とし，k が $-2<k<a$ の範囲を変化するとき，$S(k)$ のとり得る値の範囲は

$-2<a\leqq\boxed{\text{テト}}$ のとき，$\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}<S(k)<S(a)$

$\boxed{\text{テト}}<a\leqq\boxed{\text{ヌネ}}+\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$ のとき，$\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}<S(k)\leqq\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$

$\boxed{\text{ヌネ}}+\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}<a$ のとき，$S(a)<S(k)\leqq\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$

である。

第3問 （配点　20）

解説

Oを原点とする座標平面において，点Pの座標を$(2\cos\theta,\ 2\sin\theta)$とする。

(1)　$\theta=\dfrac{\pi}{2}$のときの点Pの座標は$\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$であり，$\theta=\dfrac{2}{3}\pi$のときの点Pの座標は$\left(\boxed{\text{ウエ}},\ \sqrt{\boxed{\text{オ}}}\right)$である。

(2)　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$とし，点Qの座標を$(-\sin\theta,\ \cos\theta)$とする。点Pは第$\boxed{\text{カ}}$象限に存在し，点Qは第$\boxed{\text{キ}}$象限に存在する。

（数学Ⅱ 第3問 は次ページに続く。）

また，点 $(0,\ 2)$ を A とし，四角形 OPAQ の面積を S とすると

$$S = \sin\theta + \boxed{\text{ク}}\cos\theta$$
$$= \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}\sin(\theta + \alpha)$$

と表される。ただし，α は鋭角 $\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$ で

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}, \quad \sin\alpha = \frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

を満たすものとする。

(i) θ が $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で変化するとき，S のとり得る値の範囲は

$\boxed{\text{セ}} < S \leqq \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$ である。さらに，$S = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$ のときの θ を θ_0 とすると，$\sin\theta_0 = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(ii) k を正の実数とする。

θ の方程式 $S = k$ が $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ において異なる二つの解をもつような k の値の範囲は

$$\boxed{\text{ツ}} < k < \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$$

である。また，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ において，θ の方程式 $S = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ の異なる二つの解のうち，小さい方を β とすると

$$\cos\beta = \frac{\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$$

である。

第4問 （配点　20）

解説

p，q を実数とし，x についての3次式 $P(x)$ を

$$P(x) = x^3 - qx^2 - px + 6p + 4$$

と定める。以下においては，x の方程式 $P(x)=0$ が -2 と二つの虚数を解にもつときを考える。

$P(-2) = \boxed{\text{ア}}$ より $q = \boxed{\text{イ}}\,p - \boxed{\text{ウ}}$ であるから，$P(x)$ は

$$P(x) = \left(x + \boxed{\text{エ}}\right)\left\{x^2 - \left(\boxed{\text{オ}}\,p + \boxed{\text{カ}}\right)x + \boxed{\text{キ}}\,p + \boxed{\text{ク}}\right\}$$

と因数分解できる。また，p のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ケ}} - \sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シ}}} < p < \frac{\boxed{\text{ケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

（数学Ⅱ 第4問 は次ページに続く。）

(1)　p を整数とするとき，最小の p の値は $\boxed{\text{ス}}$ であり，最大の p の値は $\boxed{\text{セ}}$ である。

$p=\boxed{\text{ス}}$ のときの x の方程式 $P(x)=0$ の虚数解を α，β とし，$p=\boxed{\text{セ}}$ のときの x の方程式 $P(x)=0$ の虚数解を γ，δ とすると

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta=\boxed{\text{ソ}}$$

であり，さらに

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta\ \boxed{\text{タ}}\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2$$

の関係が成り立つ。$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪　$<$　　　①　$=$　　　②　$>$

(2)　x の方程式 $P(x)=0$ の虚数解を

$$u+vi,\quad u-vi \quad (u,\ v \text{ は実数},\ v\neq 0)$$

とすると

$$\begin{cases} 2u=\boxed{\text{チ}}\,p+\boxed{\text{ツ}} \\ u^2+v^2=\boxed{\text{テ}}\,p+\boxed{\text{ト}} \end{cases}$$

である。よって，$u=v$ となるような p の値は

$$p=\frac{\boxed{\text{ナ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅱ・数学B

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	

第1問 （必答問題） （配点　30）

解説

〔1〕 座標平面上に2点 A(1, -2)，B(3, 4) がある。直線 AB の方程式は

$$\boxed{\text{ア}}\,x - y = \boxed{\text{イ}}$$

である。線分 AB の中点 M の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$ であり，M を通り，直線 AB に垂直な直線の方程式は

$$x + \boxed{\text{オ}}\,y = \boxed{\text{カ}}$$

である。

直線 $x + 2y = 2$ を ℓ とする。また，中心が ℓ 上にあり，2点 A，B を通る円を C とする。C の方程式は

$$\left(x + \boxed{\text{キ}}\right)^2 + \left(y - \boxed{\text{ク}}\right)^2 = \boxed{\text{ケコ}}$$

である。円 C と直線 ℓ の2交点を D，E とする。三角形 ADE の面積は

$\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シス}}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。）

〔2〕 p を1でない正の実数として，x の関数 $f(x)$ を 解説

$$f(x)=p^{2x}-p^{x+1}-p$$

とする。

(1) $p=3$ のとき，$f(-1)=\dfrac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(2) $p=2$ とする。$t=2^x$ とおくと，x がすべての実数を変化するとき，t のとり得る値の範囲は $t>\boxed{\text{ツ}}$ であり，$f(x)$ は t を用いて

$$f(x)=t^{\boxed{\text{テ}}}-\boxed{\text{ト}}\,t-\boxed{\text{ナ}}$$

と表される。よって，x の方程式 $f(x)=1$ の解は

$$x=\log_2\boxed{\text{ニ}}$$

である。また，$\log_2\boxed{\text{ニ}}$ と2の大小関係は $\log_2\boxed{\text{ニ}}\ \boxed{\text{ヌ}}\ 2$ である。

$\boxed{\text{ヌ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$

(3) x の方程式 $f(x)=1$ の解が2より小さくなるような p の値の範囲は

$$\boxed{\text{ネ}}<p<\boxed{\text{ノ}},\quad \frac{\boxed{\text{ハ}}+\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}}<p$$

である。

第2問 （必答問題） （配点　30）

解説

p，q を実数とし，x の関数 $f(x)$，$g(x)$ をそれぞれ

$$f(x) = -2x^2 + 2x + 3$$

$$g(x) = x^2 + px + q$$

とする。また，曲線 $y = f(x)$，曲線 $y = g(x)$ をそれぞれ C，D とする。

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \boxed{\text{アイ}}\,x + \boxed{\text{ウ}}$$

である。曲線 C 上の点 A$(1,\ 3)$ における C の接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{エオ}}\,x + \boxed{\text{カ}}$$

である。

曲線 D が点 A を通り，A における D の接線が ℓ と一致するとき

$$p = \boxed{\text{キク}},\quad q = \boxed{\text{ケ}}$$

である。以下，$p = \boxed{\text{キク}}$，$q = \boxed{\text{ケ}}$ とする。

（数学Ⅱ・数学B 第2問 は次ページに続く。）

k を $k>-2$ を満たす実数とし，点Aを通り，傾き k の直線を m とする。D と m の共有点の x 座標は

$$1,\quad k+\boxed{\text{コ}}$$

である。D と m と y 軸で囲まれた部分の面積を S_1，D と m で囲まれた部分の面積を S_2 とすると

$$S_1=\frac{\boxed{\text{サ}}k+\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

$$S_2=\frac{k^3+\boxed{\text{セ}}k^2+\boxed{\text{ソタ}}k+\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。ここで，$S(k)=S_1-S_2$ とする。

a を $a>-2$ を満たす定数とし，k が $-2<k<a$ の範囲を変化するとき，$S(k)$ のとり得る値の範囲は

$-2<a\leqq\boxed{\text{テト}}$ のとき，$\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}<S(k)<S(a)$

$\boxed{\text{テト}}<a\leqq\boxed{\text{ヌネ}}+\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$ のとき，$\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}<S(k)\leqq\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$

$\boxed{\text{ヌネ}}+\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}<a$ のとき，$S(a)<S(k)\leqq\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$

である。

第３問 （選択問題） （配点 20）

解説

数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1=2,\quad a_{n+1}=a_n+3\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たす。数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n=\boxed{\text{ア}}\,n-\boxed{\text{イ}}$$

であり

$$\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}n^2+\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}n$$

である。

(1) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_1=1,\quad b_{n+1}=2b_n+a_n\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)\qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

で定める。① と，① の n を $n+1$ に置きかえて得られる等式から

$$b_{n+2}-b_{n+1}=\boxed{\text{キ}}(b_{n+1}-b_n)+\boxed{\text{ク}}$$

が得られる。ここで，数列 $\{c_n\}$ を $c_n=b_{n+1}-b_n$ で定める。このとき

$$c_{n+1}+\boxed{\text{ケ}}=\boxed{\text{キ}}\left(c_n+\boxed{\text{ケ}}\right)$$

が成り立つ。よって

$$c_n=\boxed{\text{コ}}\cdot\boxed{\text{キ}}^{\,n}-\boxed{\text{サ}}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

であるから

$$b_n=\boxed{\text{シ}}\cdot\boxed{\text{キ}}^{\,n}-\boxed{\text{ス}}\,n-\boxed{\text{セ}}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第３問 は次ページに続く。）

⑵ $S_n = -a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + (-1)^n a_n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とする。m を自然数として

$$S_{2m} = \boxed{\text{ソ}}\,m$$

$$S_{2m-1} = \boxed{\text{タチ}}\,m + \boxed{\text{ツ}}$$

と表されるから，$S_n \geqq 1000$ を満たす最小の自然数 n の値は

$\boxed{\text{テトナ}}$

である。

第4問 （選択問題） （配点　20）

解説

O を原点とする座標空間に，4 点 A(0, 0, 1)，B(1, 0, 0)，C(1, 2, 0)，D(0, 2, 0) がある。このとき

$$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウエ}}\right)$$

である。

(1) 直線 AD 上の点 H が $\overrightarrow{\mathrm{OH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を満たしている。このとき，t を実数として $\overrightarrow{\mathrm{AH}} = t\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ と表されるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

$$= \left(\boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}\,t,\ \boxed{\text{キ}} - t\right)$$

である。さらに，$\overrightarrow{\mathrm{OH}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AD}} = \boxed{\text{ク}}$ であるから

$$t = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第4問 は次ページに続く。）

⑵　線分 AB を 3:1 に内分する点を L とすると，L の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}},\ \boxed{\text{ス}},\ \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\right)$$

である。また，三角形 ALD の重心を G とすると，G の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}},\ \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}},\ \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}\right)$$

である。

平面 ACD と直線 OG の交点を K とする。点 K は平面 ACD 上にあるから，実数 α，β を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OK}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\alpha\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\beta\overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

と表される。また，点 K は直線 OG 上にあるから

$$\alpha=\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}},\quad \beta=\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。

⑶　⑴の点 H と⑵の点 K について，四面体 OHAC の体積を V_1，四面体 OKAC の体積を V_2 とすると

$$V_1:V_2=\boxed{\text{ヒ}}:\boxed{\text{フ}}$$

である。

第5問　（選択問題）（配点　20）

解説

1個のさいころを投げるとき，出た目の数を2で割ったときの余りを R，出た目の数を4で割ったときの余りを S とする。

(1)　$R=1$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$S=1$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$，$R=S=1$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。また，確率変数 S の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$，分散は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

さらに，$T=RS$ とおくと，確率変数 T の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$，分散は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B 第5問 は次ページに続く。）

(2) 1個のさいころを n 回投げるとき，$S=1$ となった回数を X とする。

(i) $n=1800$ とすると，確率変数 X は平均 $\boxed{\text{テトナ}}$，標準偏差 $\boxed{\text{ニヌ}}$ の二項分布に従う。さらに，試行回数 1800 は十分大きいと考えられるので，

$Y=\dfrac{X}{1800}$ とおけば，Y は近似的に平均 $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$，標準偏差 $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ の正規分布に従う。

(ii) $\left|\dfrac{X}{n}-\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\right| \leqq 0.01$ となる確率が 0.95 以上になるような n の最小値を n_0 とする。n_0 に最も近い値は $\boxed{\text{ヘ}}$ である。$\boxed{\text{ヘ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ 4270　　① 8540　　② 17080　　③ 42700　　④ 85400

ただし，Z を標準正規分布に従う確率変数とするとき，
$P(-1.96 \leqq Z \leqq 1.96)=0.95$ である。

（下 書 き 用 紙）

「旧教育課程履修者」だけが選択できる科目です。
「新教育課程履修者」は，選択してはいけません。

旧数学Ⅱ・旧数学B

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	
第６問	

 （注）この科目には，選択問題があります。（25ページ参照。）

第１問 （必答問題） （配点　30）

解説

〔１〕 座標平面上に２点 A(1，−2)，B(3，4) がある。直線 AB の方程式は

$$\boxed{\text{ア}}\,x - y = \boxed{\text{イ}}$$

である。線分 AB の中点 M の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$ であり，M を通り，直線 AB に垂直な直線の方程式は

$$x + \boxed{\text{オ}}\,y = \boxed{\text{カ}}$$

である。

直線 $x+2y=2$ を ℓ とする。また，中心が ℓ 上にあり，２点 A，B を通る円を C とする。C の方程式は

$$\left(x + \boxed{\text{キ}}\right)^2 + \left(y - \boxed{\text{ク}}\right)^2 = \boxed{\text{ケコ}}$$

である。円 C と直線 ℓ の２交点を D，E とする。三角形 ADE の面積は $\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シス}}}$ である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第１問 は次ページに続く。）

〔2〕 p を1でない正の実数として，x の関数 $f(x)$ を 解説

$$f(x) = p^{2x} - p^{x+1} - p$$

とする。

(1) $p = 3$ のとき，$f(-1) = \dfrac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(2) $p = 2$ とする。$t = 2^x$ とおくと，x がすべての実数を変化するとき，t のとり得る値の範囲は $t > \boxed{\text{ツ}}$ であり，$f(x)$ は t を用いて

$$f(x) = t^{\boxed{\text{テ}}} - \boxed{\text{ト}}\, t - \boxed{\text{ナ}}$$

と表される。よって，x の方程式 $f(x) = 1$ の解は

$$x = \log_2 \boxed{\text{ニ}}$$

である。また，$\log_2 \boxed{\text{ニ}}$ と2の大小関係は $\log_2 \boxed{\text{ニ}}\ \boxed{\text{ヌ}}\ 2$ である。

$\boxed{\text{ヌ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ $<$　　① $=$　　② $>$

(3) x の方程式 $f(x) = 1$ の解が2より小さくなるような p の値の範囲は

$$\boxed{\text{ネ}} < p < \boxed{\text{ノ}}, \quad \frac{\boxed{\text{ハ}} + \sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}} < p$$

である。

第2問 (必答問題) (配点 30)

解説

p，q を実数とし，x の関数 $f(x)$，$g(x)$ をそれぞれ

$$f(x) = -2x^2 + 2x + 3$$

$$g(x) = x^2 + px + q$$

とする。また，曲線 $y = f(x)$，曲線 $y = g(x)$ をそれぞれ C，D とする。

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \boxed{\text{アイ}}\,x + \boxed{\text{ウ}}$$

である。曲線 C 上の点 A(1, 3) における C の接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{エオ}}\,x + \boxed{\text{カ}}$$

である。

曲線 D が点 A を通り，A における D の接線が ℓ と一致するとき

$$p = \boxed{\text{キク}},\quad q = \boxed{\text{ケ}}$$

である。以下，$p = \boxed{\text{キク}}$，$q = \boxed{\text{ケ}}$ とする。

(旧数学Ⅱ・旧数学B 第2問 は次ページに続く。)

k を $k>-2$ を満たす実数とし，点Aを通り，傾き k の直線を m とする。D と m の共有点の x 座標は

$$1,\quad k+\boxed{\text{コ}}$$

である。D と m と y 軸で囲まれた部分の面積を S_1，D と m で囲まれた部分の面積を S_2 とすると

$$S_1=\frac{\boxed{\text{サ}}\,k+\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

$$S_2=\frac{k^3+\boxed{\text{セ}}\,k^2+\boxed{\text{ソタ}}\,k+\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。ここで，$S(k)=S_1-S_2$ とする。

a を $a>-2$ を満たす定数とし，k が $-2<k<a$ の範囲を変化するとき，$S(k)$ のとり得る値の範囲は

$$-2<a\leqq\boxed{\text{テト}}\ \text{のとき，}\ \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}<S(k)<S(a)$$

$$\boxed{\text{テト}}<a\leqq\boxed{\text{ヌネ}}+\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}\ \text{のとき，}\ \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}<S(k)\leqq\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

$$\boxed{\text{ヌネ}}+\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}<a\ \text{のとき，}\ S(a)<S(k)\leqq\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

である。

第3問 （選択問題）（配点　20）

解説

数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たす。数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{ア}}\,n - \boxed{\text{イ}}$$

であり

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}n^2 + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}n$$

である。

(1)　数列 $\{b_n\}$ を

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = 2b_n + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

で定める。① と，① の n を $n+1$ に置きかえて得られる等式から

$$b_{n+2} - b_{n+1} = \boxed{\text{キ}}(b_{n+1} - b_n) + \boxed{\text{ク}}$$

が得られる。ここで，数列 $\{c_n\}$ を $c_n = b_{n+1} - b_n$ で定める。このとき

$$c_{n+1} + \boxed{\text{ケ}} = \boxed{\text{キ}}\left(c_n + \boxed{\text{ケ}}\right)$$

が成り立つ。よって

$$c_n = \boxed{\text{コ}} \cdot \boxed{\text{キ}}^{\,n} - \boxed{\text{サ}} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

であるから

$$b_n = \boxed{\text{シ}} \cdot \boxed{\text{キ}}^{\,n} - \boxed{\text{ス}}\,n - \boxed{\text{セ}} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第3問 は次ページに続く。）

(2) $S_n = -a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + (-1)^n a_n$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$) とする。m を自然数として

$$S_{2m} = \boxed{\text{ソ}}\,m$$

$$S_{2m-1} = \boxed{\text{タチ}}\,m + \boxed{\text{ツ}}$$

と表されるから，$S_n \geqq 1000$ を満たす最小の自然数 n の値は

$$\boxed{\text{テトナ}}$$

である。

第4問 （選択問題）（配点　20）

解説

Oを原点とする座標空間に，4点A(0, 0, 1)，B(1, 0, 0)，C(1, 2, 0)，D(0, 2, 0)があある。このとき

$$\overrightarrow{AD}=\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウエ}}\right)$$

である。

(1)　直線AD上の点Hが$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AD}$を満たしている。このとき，$t$を実数として$\overrightarrow{AH}=t\overrightarrow{AD}$と表されるから

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OH}&=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{AD}\\&=\left(\boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}\,t,\ \boxed{\text{キ}}-t\right)\end{aligned}$$

である。さらに，$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AD}=\boxed{\text{ク}}$であるから

$$t=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第4問 は次ページに続く。）

⑵　線分 AB を 3:1 に内分する点を L とすると，L の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}},\ \boxed{\text{ス}},\ \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\right)$$

である。また，三角形 ALD の重心を G とすると，G の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}},\ \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}},\ \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}\right)$$

である。

平面 ACD と直線 OG の交点を K とする。点 K は平面 ACD 上にあるから，実数 α，β を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OK}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\alpha\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\beta\overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

と表される。また，点 K は直線 OG 上にあるから

$$\alpha=\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}},\quad \beta=\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$$

である。

⑶　⑴の点 H と⑵の点 K について，四面体 OHAC の体積を V_1，四面体 OKAC の体積を V_2 とすると

$$V_1 : V_2=\boxed{\text{ヒ}}:\boxed{\text{フ}}$$

である。

第5問 （選択問題） （配点　20）

解説

次の表は，ある高校の生徒50人の通学時間を調査したときの度数分布表である。また，通学時間(分)を変量 x とする。

通学時間(分)	度数(人)
0 以上 ～ 20 未満	12
20 ～ 40	17
40 ～ 60	10
60 ～ 80	A
80 ～ 100	3
100 ～ 120	1

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

(1)　上の表における A の値は $\boxed{ア}$ である。

(2)　ある階級に含まれるすべての資料は，その階級の階級値をとるものとする。変量 x の中央値(メジアン)は $\boxed{イウ}$ 分，最頻値(モード)は $\boxed{エオ}$ 分である。また，変量 x の平均値は $\boxed{カキ}.\boxed{ク}$ 分，分散の値は $\boxed{ケコサ}$ である。

(旧数学Ⅱ・旧数学B 第5問 は次ページに続く。)

(3) 調査した50人の生徒の中から5人の生徒P，Q，R，S，Tを選び，通学時間y(分)と1ヶ月にかかる通学交通費z(千円)を調べ次の表にまとめた。

	y	z
P	70	8
Q	80	12
R	60	10
S	100	16
T	90	14

変量yの平均値は $\boxed{\text{シス}}$.$\boxed{\text{セ}}$ 分，変量zの平均値は $\boxed{\text{ソタ}}$.$\boxed{\text{チ}}$ 千円である。さらに，変量yと変量zの共分散の値は $\boxed{\text{ツテ}}$.$\boxed{\text{ト}}$，相関係数の値は $\boxed{\text{ナ}}$.$\boxed{\text{ニ}}$ であるから，変量yと変量zの間には $\boxed{\text{ヌ}}$ ことがわかる。

$\boxed{\text{ヌ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ 強い負の相関がある
① 強い正の相関がある
② 弱い負の相関がある
③ 弱い正の相関がある
④ 相関関係はない

第６問（選択問題）（配点　20）

解説

２以上の自然数 M，N（$M \leqq N$）が与えられたとき，M と N が互いに素であれば「互いに素である」と出力し，そうでなければ「互いに素でない」と出力する〔プログラム１〕を作った。

（注）　自然数 M と N が互いに素であるとは，M と N の最大公約数が１であることをいう。

〔プログラム１〕

```
100 INPUT M,N
110 FOR J=2 TO M
120    IF [ ア ] THEN
130       PRINT "互いに素でない"
140       GOTO [ イウエ ]
150    END IF
160 NEXT J
170 PRINT "互いに素である"
180 END
```

(1)　120 行では J が M と N の公約数であるかどうかを判定している。$\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪　INT(M/J)*J=M OR INT(N/J)*J=N

①　INT(M/J)*J=M AND INT(N/J)*J=N

②　INT(M/J)*J=N AND INT(N/J)*J=M

③　INT(M/J)*J<>M AND INT(N/J)*J<>N

④　INT(M/J)*J<>M OR INT(N/J)*J<>N

(2)　$\boxed{\text{イウエ}}$ に適当な行番号を入れてプログラムを完成せよ。

（旧数学Ⅱ・旧数学Ｂ 第６問 は次ページに続く。）

N を 2 以上の自然数とする。

〔プログラム 1〕を参考にして，$\dfrac{1}{N}$，$\dfrac{2}{N}$，$\dfrac{3}{N}$，……，$\dfrac{N}{N}$ の N 個の分数の中に，既約分数がいくつあるかを求め，それを出力する〔プログラム 2〕を作った。

〔プログラム 2〕

```
100 INPUT N
110 LET A=0
120 FOR M=2 TO N
130    FOR J=2 TO M
140       IF [ ア ] THEN
150          LET A=[ オ ]
160          GOTO [ カキク ]
170       END IF
180    NEXT J
190 NEXT M
200 PRINT [ ケ ]
210 END
```

(3) $\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。また，$\boxed{\text{カキク}}$ には適当な行番号を入れよ。

⓪ J	① J+1	② A	③ A+1
④ N-A+1	⑤ N-A	⑥ M+A	⑦ M-A

(4) 〔プログラム 2〕を実行し，変数 N に 12 を入力したとき，150 行は $\boxed{\text{コ}}$ 回実行される。

(旧数学Ⅱ・旧数学B 第 6 問 は次ページに続く。)

次に，$A>B$ を満たす二つの自然数 A，B に対して，分数 $\dfrac{B}{A}$ が既約分数になる条件を考えよう。

A を B で割った商を Q，余りを R とすると，$A=BQ+R$ が成り立つ。このとき，$\dfrac{A}{B}=\dfrac{BQ+R}{B}=Q+\dfrac{R}{B}$ であり，$R \neq 0$ であれば，$\dfrac{R}{B}$ を改めて $\dfrac{B}{A}$ とみなしてこの操作を続ける。すると，有限回の操作で $R=0$ となる。このときの B の値はもとの分数の分母と分子の最大公約数である。

このことを利用して，〔プログラム 2〕と同じ働きをする次の〔プログラム 3〕を作った。

〔プログラム 3〕

```
100 INPUT N
110 LET C=0
120 FOR K=1 TO N
130     LET A=N
140     LET B=K
150     LET R=A-INT(A/B)*B
160     IF R=0 THEN GOTO [サシス]
170     LET A=B
180     LET B=R
190     GOTO [セソタ]
200     IF B=[ チ ] THEN LET C=C+1
210 NEXT K
220 PRINT C
230 END
```

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第 6 問 は次ページに続く。）

⑸ $\boxed{\text{サシス}}$，$\boxed{\text{セソタ}}$，$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまる行番号または数を入れて，〔プログラム 2〕と〔プログラム 3〕の出力が同じになるようにせよ。

⑹ 〔プログラム 3〕を実行し，変数 N に 12 を入力したとき，170 行は $\boxed{\text{ツ}}$ 回実行される。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－），数字（0 ～ 9），又は文字（a ～ d）が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	● ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
イ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
ウ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ● ⓑ ⓒ ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが 2 度以上現れる場合，2 度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

問題を解く際には，「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し，試験終了後に配付される「学習の手引き」にそって自己採点し，再確認しなさい。