クラス		受験番号	
出席番号		氏　　名	

#1高1
数学

2012年度

第1回　全統高1模試問題

数　　学（80分）

2012年5月実施

試験開始の合図があるまで，この「問題」冊子を開かず，下記の注意事項をよく読むこと。

注　意　事　項

1．この「問題」冊子は，5ページである。
2．解答用紙は別冊子になっている。(「受験届・解答用紙」冊子表紙の注意事項を熟読すること。)
3．本冊子に脱落や印刷不鮮明の箇所及び解答用紙の汚れ等があれば試験監督者に申し出ること。
4．1～3**は必須問題**，4，5**は選択問題**である。4，5のうち，**どちらか1題を選択**して解答すること。(下表の選択パターン以外で解答した場合は，どちらかのパターンにあてはめた成績集計を行う。)

解答用紙	イ		ロ		
問題番号	1	2	3	4	5
選択パターン	●	●	●	○	
	●	●	●		○

●…必須　○…選択

5．試験開始の合図で「受験届・解答用紙」冊子の数学の解答用紙を切り離し，所定欄に 氏名（漢字及びフリガナ），在学高校名，クラス名，出席番号，受験番号 **(受験票発行の場合のみ)**，選択番号 **(数学ロの裏面のみ)** を明確に記入すること。
6．試験終了の合図で上記5．の ■ の箇所を再度確認すること。
7．**未解答の解答用紙は提出しないこと。**
8．答案は試験監督者の指示に従って提出すること。

河合塾

1 【必須問題】（配点　30点）

解説

次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求めよ．

(1)　$x=\sqrt{17-a}$ とする．x が無理数になる正の整数 a のうち，最小のものは

$a=\boxed{ア}$ である．このときの x の小数部分を y とすると，

$$y=\boxed{イ}$$

であるから，

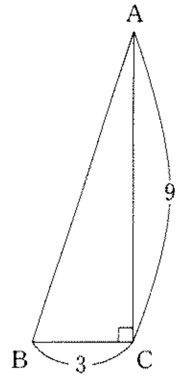
$$\frac{1}{x}+y=\boxed{ウ}$$

である．ただし，$\boxed{ウ}$ は分母を有理化して答えよ．

(2)　図1のような AC＝9，BC＝3，∠ACB＝90° である三角形 ABC を，AC を軸として1回転させてできる立体の体積は，

$$\boxed{エ}$$

である．



（図1）

さらに図2のような図形があり，五角形 ADPBC を，AC を軸として1回転させてできる立体を考える．

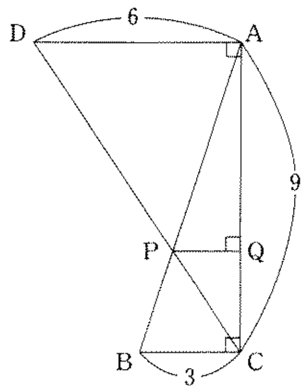
線分 PQ の長さは，

$$\boxed{オ}$$

であり，この立体の体積は，

$$\boxed{カ}$$

である．



（図2）

2 **【必須問題】**（配点　70点）　解説

[1](1)(i)　$2a^2+a-1$ を因数分解せよ．

(ii)　$2x^2-(4a+1)x+2a^2+a-1$ を因数分解せよ．

(2)　x の２次方程式

$$2x^2-(4a+1)x+2a^2+a-1=0$$

の２つの解を p, q $(p<q)$ とする．

p, q が，

$$p^2=q$$

を満たすときの a の値を求めよ．

[2]　Oを原点とする座標平面上に，放物線 $y=ax^2$ と正方形OABCがある．２点A, Cはともに放物線上にあり，点Aの座標は $(2,\ 2)$，点Bの座標は $(0,\ 4)$ である．

また，２点B, Cを通る直線を l とし，l と放物線との交点のうち，Cでない方の交点をDとする．

(1)(i)　a の値を求めよ．

(ii)　直線 l の式を求めよ．

(iii)　Dの x 座標を t とするとき，t の値を求めよ．

(2)　直線 l 上に点Pをとる．

(i)　線分OPが三角形OBDの面積を２等分するときの点Pの座標を求めよ．

(ii)　三角形ODPの面積が四角形OADCの面積と等しくなるような点Pの座標をすべて求めよ．

3 【必須問題】（配点　50点）

解説

x についての 3 つの不等式

$$3x+7 \geqq x+3, \quad \cdots ①$$

$$x+\frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{3}{2}x-\frac{1}{2}, \quad \cdots ②$$

$$ax+1 > x+a^2 \quad \cdots ③$$

がある．ただし，a は定数とする．

(1)　① を解け．

(2)　② を解け．また，① かつ ② を満たす整数 x の個数を求めよ．

(3)　① かつ ② かつ $x<a+1$ を満たす x が存在するような a の値の範囲を求めよ．

(4)　① かつ ② かつ ③ を満たす整数 x がちょうど 1 個存在するような a の値の範囲を求めよ．

4 【選択問題（数学A　図形の性質）】（配点　50点）

解説

1辺の長さが2より大きい正三角形ABCがあり，辺AB上にBD=2となるように点Dをとったところ，$\angle BCD=45^\circ$となった．また，辺BC上に，辺BCと直線DHが垂直になるように点Hをとる．

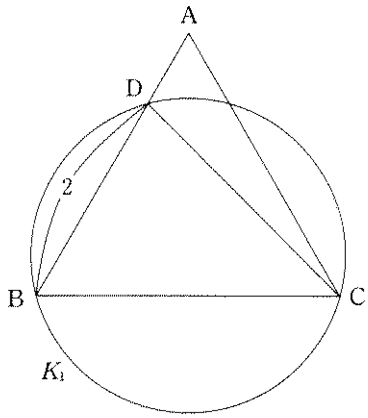
(1) 線分DH，CD，BCの長さをそれぞれ求めよ．

(2) 3点B，C，Dを通る円をK_1とする．また，C，DにおいてK_1の接線をそれぞれ引き，その2本の接線の交点をEとする．

(i) $\angle ECD$の大きさ，線分ECの長さをそれぞれ求めよ．

(ii) 線分AEの長さを求めよ．

(iii) 3点A，C，Eを通る円をK_2とする．円K_1の周および内部と円K_2の周および内部の共通部分の面積を求めよ．



5 【選択問題（数学A　集合の要素の個数）】（配点　50点）

解説

全体集合 U とその部分集合 A，B，C がある．U，A，B，C について，

U は 1 から 500 までの自然数の集合，

A は 3 の倍数の集合，

B は 8 の倍数の集合，

C は 10 の倍数の集合

とする．

(1)(i)　集合 $A\cap C$ の要素の個数 $n(A\cap C)$ を求めよ．

(ii)　集合 $B\cap C$ の要素の個数 $n(B\cap C)$ を求めよ．

(iii)　集合 $A\cup C$ の要素の個数 $n(A\cup C)$ を求めよ．

(2)　集合 $A\cap B\cap C$ の要素の個数 $n(A\cap B\cap C)$，および，集合 $\overline{A}\cap\overline{B}\cap C$ の要素の個数 $n(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)$ をそれぞれ求めよ．

(3)　1 から 500 までの自然数 k $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 500)$ に対して，次のように点数を定める．

$k\in A$ のとき 1 点，　$k\in B$ のとき 2 点，　$k\in C$ のとき 3 点．

ただし，k が 2 つ以上の集合の要素となるときは，その点数の合計を k の点数とし，$k\notin(A\cup B\cup C)$ のときは 0 点とする．

たとえば，$k\in A$ かつ $k\in B$ かつ $k\notin C$ のときは，k の点数は $1+2=3$（点）となり，$k\in A$ かつ $k\in B$ かつ $k\in C$ のときは，k の点数は $1+2+3=6$（点）となる．

さらに，k の点数が m のとき，X を $X=k\times m$ と定める．

なお，$k\in A$ は k が集合 A の要素であることを表し，$k\notin A$ は k が集合 A の要素でないことを表す．

(i)　X が 0 以外の 3 の倍数となる k の個数を求めよ．

(ii)　X が 0 以外の 6 の倍数となる k の個数を求めよ．