クラス		受験番号	
出席番号		氏　　名	

高2

2014年度

全統高2記述模試問題

数　　学

（100分）

2015年1月実施

試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かず，下記の注意事項をよく読むこと。

注　意　事　項

1. 問題冊子は5ページである。
2. 解答用紙は別冊になっている。（「受験届・解答用紙」冊子表紙の注意事項を熟読すること。）
3. 本冊子に脱落や印刷不鮮明の箇所及び解答用紙の汚れ等があれば，試験監督者に申し出ること。
4. 1 2 3 は必須問題，4 5 は選択問題である。4 5 の2題中，任意の1題を選択して解答すること。（選択パターン以外で解答した場合は，解答のすべてを無効とする場合がある。）

解答用紙	イ		ロ		
問題番号	1	2	3	4	5
選択パターン	●	●	●	○	
	●	●	●		○

●…必須　　○…選択

5. 試験開始の合図で「受験届・解答用紙」冊子の該当する解答用紙を切り離し，所定欄に **氏名（漢字及びフリガナ）** **在学高校名**，**クラス名**，**出席番号**，**受験番号（受験票発行の場合のみ）**，**選択番号（数学ロの裏面のみ）** を明確に記入すること。
6. 指定の解答欄外へは記入しないこと。採点されない場合があります。
7. 試験終了の合図で上記5.の ■ の箇所を再度確認すること。
8. **未解答の解答用紙は提出しないこと。**
9. 答案は試験監督者の指示に従って提出すること。

河合塾

1465410322110010

1 【必須問題】（配点　50点）

解説

⑴　x の方程式

$$x^4+2ax^2+4a+5=0 \qquad \cdots ①$$

がある．ただし，a は実数の定数とする．

(i)　$a=-1$ のとき，① を解け．

(ii)　① が異なる 4 個の実数解をもつような a の値の範囲を求めよ．

⑵　3 個の黒球と，数字 1 が書かれた赤球，数字 2 が書かれた赤球，数字 1 が書かれた白球，数字 2 が書かれた白球がそれぞれ 1 個ずつ，合計 7 個の球がある．これらの 7 個の球を 1 列に並べる．ただし，3 個の黒球は区別しないものとする．

(i)　並べ方は全部で何通りあるか．

(ii)　黒球が隣り合わない並べ方は何通りあるか．

(iii)　2 個の赤球が隣り合わない，かつ 2 個の白球が隣り合わない並べ方は何通りあるか．

$\boxed{2}$ **【必須問題】**（配点　50点）

解説

θ の関数

$$f(\theta)=\sin^2\theta+2a\sin\theta\cos\theta+a^2\cos^2\theta-\sin\theta-a\cos\theta$$

があり，$t=\sin\theta+a\cos\theta$ とおく．

ただし，θ は $0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の範囲を変化し，a は実数の定数である．

(1)　$f(\theta)$ を t を用いて表せ．

(2)　$a=1$ とする．t のとり得る値の範囲を求めよ．また，$f(\theta)$ の最大値と最小値を求めよ．

(3)　$0<a<1$ とする．

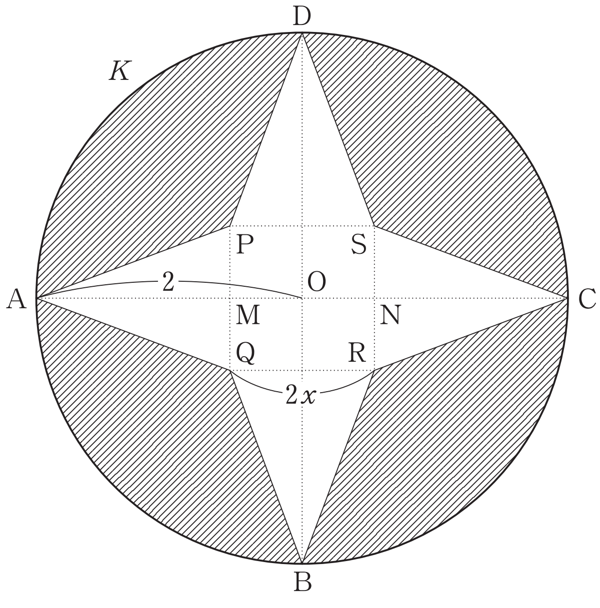
(i)　t のとり得る値の範囲を a を用いて表せ．

(ii)　$f(\theta)$ の最小値を m とする．m を a を用いて表せ．

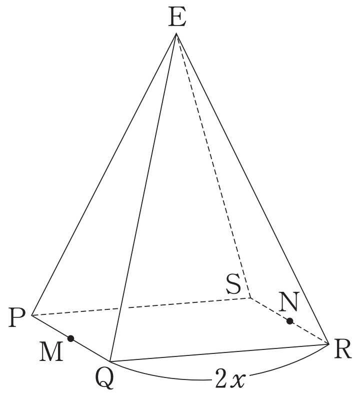
$\boxed{3}$ **【必須問題】**（配点　50点）　**解説**

図1のように，点Oを中心とする半径2の円 K と，点Oを中心とする1辺の長さが $2x$ の正方形PQRSがある．ただし，$0<x<1$ とする．また，直径ACが辺QRと平行，かつ直径BDが辺RSと平行となるように4点A，B，C，Dをとる．

このとき，図1の斜線部分を切り取り，残りの部分を線分PQ，QR，RS，SPで折り曲げて，4点A，B，C，Dが一致するように辺を貼り合わせ，図2のような，正方形PQRSを底面にもつ正四角錐(すい) E－PQRS を作る．Eは，正四角錐を作ったときに4点A，B，C，Dが重なる点である．また，線分PQの中点をM，線分RSの中点をNとする．



（図1）



（図2）

(1) 線分AMの長さを x を用いて表せ．

(2) 正方形PQRSを底面と考えたときの正四角錐 E－PQRS の高さを h とする．h を x を用いて表せ．また，三角形EMNの面積を x を用いて表せ．

(3) 正四角錐 E－PQRS に内接する球の半径を r とする．

(i) r を x を用いて表せ．

(ii) x を $0<x<1$ の範囲で変化させたとき，r の最大値とそのときの x の値を求めよ．

4 【選択問題】（配点　50点）　解説

数列 $\{a_n\}$（$n=1, 2, 3, \cdots$）に対して，

$$T_n=\sum_{k=1}^{n} ka_k$$

とする．

(1) 数列 $\{a_n\}$ が，初項5，公差3の等差数列であるとき，一般項 a_n および T_n を求めよ．

(2) 数列 $\{a_n\}$ が，

$$a_1=2,\quad a_{n+1}-a_n=2^n\quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

を満たしているとき，一般項 a_n および T_n を求めよ．

(3) T_n が，

$$T_n=n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)\quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

を満たしているとき，

(i) 一般項 a_n を求めよ．

(ii) 和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k}$ を求めよ．

5 【選択問題】（配点　50点）　解説

四面体OABCがあり，$OA=OB=OC=1$，$\angle AOB=\angle AOC=90^\circ$，$\cos\angle BOC=-\dfrac{1}{3}$ である．辺OAを$2:1$に内分する点をD，辺OBを$1:2$に内分する点をE，辺BCの中点をMとし，線分AMを$3:1$に内分する点をNとする．また，平面ABCをαとし，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおく．

(1) $\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{OE}$，$\overrightarrow{OM}$，$\overrightarrow{ON}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．また，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$，$\vec{c}\cdot\vec{a}$ の値を求めよ．

(2) 内積 $\overrightarrow{ON}\cdot\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{ON}\cdot\overrightarrow{AC}$ の値を求めよ．

(3) Dからαに下ろした垂線とαとの交点をHとし，Hに関してDと対称な点をFとする．

(i) $DH:ON$ を求めよ．

(ii) $\overrightarrow{OF}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(4) α上を動く点Pがある．線分の長さの和 $DP+PE$ が最小となるときのPをP_0とする．$\overrightarrow{OP_0}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．