受験番号		氏　名		クラス		出席番号	

試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2014年度　第２回　全統マーク模試問題

新・旧課程

数学②〔数学Ⅱ　数学Ⅱ・数学Ｂ　旧数学Ⅱ・旧数学Ｂ〕（100点　60分）

2014年８月実施

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙は，第１面(表面)及び第２面(裏面)の両面を使用しなさい。
　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点**となることがあります。

解答科目については，間違いのないよう十分に注意し，マークしなさい。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

〔新教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4～14	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学Ｂ	15～28	

〔旧教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4～14	左の３科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学Ｂ	15～28	
旧数学Ⅱ・旧数学Ｂ	29～44	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
4　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**
5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

河合塾

1460620112150090

数　学　Ⅱ

（全　問　必　答）

第１問　（配点　30）

解説

〔１〕　a を正の実数とし，x の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 2^{x-2} - a$$

とする。

(1)　$a = 1$ のとき，$f(2) = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2)　$a = 8$ のとき，$f(x) \leqq 0$ を満たす自然数 x は全部で $\boxed{\text{イ}}$ 個ある。

（数学Ⅱ 第１問 は次ページに続く。）

(3) x の方程式 $f(x)=1$ の解は

$$\boxed{\text{ウ}}+\log_2\left(a+\boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

正の実数 u に対して，$a=u$ のときの $f(x)=1$ の解を x_1，$a=\dfrac{1}{u}$ のときの $f(x)=1$ の解を x_2 とおく。

$$x_1+x_2=\boxed{\text{オ}}+\log_2\left(u+\frac{\boxed{\text{カ}}}{u}+\boxed{\text{キ}}\right)$$

であり，u が $u>0$ の範囲を変化するとき，x_1+x_2 は $u=\boxed{\text{ク}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとる。

(数学Ⅱ 第１問 は次ページに続く。)

［２］ x の関数 $g(x)$ を　　**解説**

$$g(x)=2\sin^2 x-2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\sin x+2\sqrt{3}\cos x$$

とする。

(1) $t=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ とおくと

$$t^2=\sin^2 x+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}\sin x\cos x+\boxed{\text{シ}}\cos^2 x$$

$$=\boxed{\text{スセ}}\sin^2 x+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}\sin x\cos x+\boxed{\text{ソ}}$$

であるから，$g(x)$ を t を用いて表すと

$$g(x)=\boxed{\text{タ}}t^2+\boxed{\text{チ}}t+\boxed{\text{ツ}}$$

である。

また，t は

$$t=\boxed{\text{テ}}\sin\left(x+\frac{\pi}{\boxed{\text{ト}}}\right)$$

と表すことができる。

（数学Ⅱ 第１問 は次ページに続く。）

⑵　x が $0 \leqq x < 2\pi$ の範囲を変化するとき，$g(x)$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ナニ}} \leqq g(x) \leqq \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

⑶　b は正の実数とする。x の方程式 $g(x) = 3$ が，$0 \leqq x < b$ の範囲において，ちょうど三つの実数解をもつような b の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\pi < b \leqq \frac{\boxed{\text{ハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}\pi$$

である。

第２問　（配点　30）

解説

k を実数とし，x の関数 $f(x)$ を

$$f(x)=x^3-3kx^2+(6k^2-3)x-2k$$

とする。$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2-\boxed{\text{イ}}kx+\boxed{\text{ウ}}k^2-\boxed{\text{エ}}$$

である。曲線 $y=f(x)$ を C とする。C 上の点 $(2,\ f(2))$ における C の接線 ℓ の傾きは $f'\left(\boxed{\text{オ}}\right)$ であり，ℓ の傾きが 3 であるときの k の値は $\boxed{\text{カ}}$ である。このとき，ℓ の方程式は，$y=3x-\boxed{\text{キ}}$ である。以下，$k=\boxed{\text{カ}}$ とする。

(1)　関数 $f(x)$ は $\boxed{\text{ク}}$。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　極大値と極小値をもつ

①　極大値をもち，極小値をもたない

②　極小値をもち，極大値をもたない

③　極値をもたない

（数学Ⅱ 第２問 は次ページに続く。）

(2) x の関数 $g(x)$ を $g(x)=2x^2-5x+2$ とし，曲線 $y=g(x)$ を D とする。C と D の共有点は二つあり，それらの座標は $\left(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コサ}}\right)$，$\left(\boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{ス}}\right)$ である。点 $\left(\boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{ス}}\right)$ をAとし，点Aを通り ℓ に垂直な直線を m とする。m の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}x+\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。m と D で囲まれた図形のうち，不等式 $x \geqq \boxed{\text{ケ}}$ の表す領域に含まれる部分の面積は $\boxed{\text{テ}}$ である。

t を実数とし，2点P，QをP$(t,\ f(t))$，Q$(t,\ g(t))$ で定める。t が $\boxed{\text{ケ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{シ}}$ の範囲を変化するとき，線分PQの長さは $t=\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ で最大となる。

第3問 （配点　20）

解説

座標平面上に2点A(3, 5)，B$\left(\frac{9}{2},\ 2\right)$があり，線分ABを2:1に内分する点をHとする。

点Hの座標は$\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$であり，直線ABの傾きは$\boxed{\text{ウエ}}$であるから，点Hを通り直線ABに垂直な直線を$\ell$とすると，$\ell$の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}x + \boxed{\text{キ}}$$

である。また，中心が点Aであり，点Hで直線ℓに接する円をCとすると，Cの方程式は

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = \boxed{\text{ク}}$$

である。

（数学Ⅱ 第3問 は次ページに続く。）

直線 ℓ に平行な直線 $y=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}x+k$（$k$ は実数）と点 A の距離を d とすると

$$d=\frac{\left|\boxed{ケ}k-\boxed{コ}\right|}{\sqrt{\boxed{サ}}}$$

である。特に，$d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ のとき，$k=\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ または $\dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}$ である。

直線 $y=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}x+\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ を m とし，円 C と直線 m の交点を P，Q とすると，三角形 HPQ の面積は $\dfrac{\boxed{チツ}\sqrt{\boxed{テ}}}{\boxed{ト}}$ である。円 C 上の点 R が，不等式

$y<\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}x+\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ の表す領域内にあるとき，三角形 PQR の面積が整数となるような R はちょうど $\boxed{ナ}$ 個ある。

第4問 （配点　20）

解説

a を実数として，x の整式 $f(x)=x^3+ax^2+ax-6a-8$ を考える。
$f(2)=\boxed{\text{ア}}$ であり，$f(x)$ は

$$f(x)=\left(x-\boxed{\text{イ}}\right)\left\{x^2+\left(a+\boxed{\text{ウ}}\right)x+\boxed{\text{エ}}a+\boxed{\text{オ}}\right\}$$

と因数分解できる。

x の方程式 $f(x)=0$ の三つの解を α，β，γ とする。

(1) $$\alpha+\beta+\gamma=\boxed{\text{カ}}a,\quad \alpha\beta\gamma=\boxed{\text{キ}}a+\boxed{\text{ク}}$$

である。

(2) x の方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解の個数が 2 個となるような a の値は

$$a=\frac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}},\quad \boxed{\text{ス}}\pm\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

（数学Ⅱ 第4問 は次ページに続く。）

(3) x の方程式 $f(x)=0$ が虚数解をもつような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{タ}}-\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}<a<\boxed{\text{タ}}+\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

である。

(*) が成り立つとき，方程式 $f(x)=0$ の虚数解の実部が $-\dfrac{1}{2}$ となるような a の値は $\boxed{\text{テト}}$ であり，このとき

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=\boxed{\text{ナ}}$$

$$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=\boxed{\text{ニヌ}}$$

である。

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅱ・数学B

<table>
<tr><th>問　題</th><th>選　択　方　法</th></tr>
<tr><td>第１問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第２問</td><td>必　　答</td></tr>
<tr><td>第３問</td><td rowspan="3">いずれか２問を選択し，解答しなさい。</td></tr>
<tr><td>第４問</td></tr>
<tr><td>第５問</td></tr>
</table>

 （注）この科目には，選択問題があります。（15ページ参照。）

第１問 （必答問題） （配点　30）

解説

〔１〕 a を正の実数とし，x の関数 $f(x)$ を

$$f(x)=2^{x-2}-a$$

とする。

(1) $a=1$ のとき，$f(2)=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $a=8$ のとき，$f(x)\leqq 0$ を満たす自然数 x は全部で $\boxed{\text{イ}}$ 個ある。

（数学Ⅱ・数学Ｂ 第１問 は次ページに続く。）

(3) x の方程式 $f(x)=1$ の解は

$$\boxed{\text{ウ}}+\log_2\left(a+\boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

正の実数 u に対して，$a=u$ のときの $f(x)=1$ の解を x_1，$a=\dfrac{1}{u}$ のときの $f(x)=1$ の解を x_2 とおく。

$$x_1+x_2=\boxed{\text{オ}}+\log_2\left(u+\frac{\boxed{\text{カ}}}{u}+\boxed{\text{キ}}\right)$$

であり，u が $u>0$ の範囲を変化するとき，x_1+x_2 は $u=\boxed{\text{ク}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとる。

（数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。）

〔2〕 x の関数 $g(x)$ を 解説

$$g(x)=2\sin^2 x-2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\sin x+2\sqrt{3}\cos x$$

とする。

(1) $t=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ とおくと

$$t^2=\sin^2 x+\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}\sin x\cos x+\boxed{シ}\cos^2 x$$

$$=\boxed{スセ}\sin^2 x+\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}\sin x\cos x+\boxed{ソ}$$

であるから，$g(x)$ を t を用いて表すと

$$g(x)=\boxed{タ}t^2+\boxed{チ}t+\boxed{ツ}$$

である。

また，t は

$$t=\boxed{テ}\sin\left(x+\frac{\pi}{\boxed{ト}}\right)$$

と表すことができる。

（数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。）

⑵　x が $0 \leqq x < 2\pi$ の範囲を変化するとき，$g(x)$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ナニ}} \leqq g(x) \leqq \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

⑶　b は正の実数とする。x の方程式 $g(x) = 3$ が，$0 \leqq x < b$ の範囲において，ちょうど三つの実数解をもつような b の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\pi < b \leqq \frac{\boxed{\text{ハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}\pi$$

である。

第２問　（必答問題）（配点　30）

解説

k を実数とし，x の関数 $f(x)$ を

$$f(x)=x^3-3kx^2+(6k^2-3)x-2k$$

とする。$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2-\boxed{\text{イ}}kx+\boxed{\text{ウ}}k^2-\boxed{\text{エ}}$$

である。曲線 $y=f(x)$ を C とする。C 上の点 $(2,\ f(2))$ における C の接線 ℓ の傾きは $f'\left(\boxed{\text{オ}}\right)$ であり，ℓ の傾きが 3 であるときの k の値は $\boxed{\text{カ}}$ である。このとき，ℓ の方程式は，$y=3x-\boxed{\text{キ}}$ である。以下，$k=\boxed{\text{カ}}$ とする。

(1)　関数 $f(x)$ は $\boxed{\text{ク}}$。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　極大値と極小値をもつ
①　極大値をもち，極小値をもたない
②　極小値をもち，極大値をもたない
③　極値をもたない

（数学Ⅱ・数学B 第２問 は次ページに続く。）

(2) x の関数 $g(x)$ を $g(x)=2x^2-5x+2$ とし，曲線 $y=g(x)$ を D とする。C と D の共有点は二つあり，それらの座標は $\left(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コサ}}\right)$，$\left(\boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{ス}}\right)$ である。点 $\left(\boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{ス}}\right)$ を A とし，点 A を通り ℓ に垂直な直線を m とする。m の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}x+\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。m と D で囲まれた図形のうち，不等式 $x \geqq \boxed{\text{ケ}}$ の表す領域に含まれる部分の面積は $\boxed{\text{テ}}$ である。

t を実数とし，2 点 P，Q を P$(t,\ f(t))$，Q$(t,\ g(t))$ で定める。t が $\boxed{\text{ケ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{シ}}$ の範囲を変化するとき，線分 PQ の長さは $t=\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ で最大となる。

第３問　（選択問題）（配点　20）

解説

数列 $\{a_n\}$ を $a_1+a_2=8$，$a_4=9$ である等差数列とする。

数列 $\{a_n\}$ の一般項は，$a_n=\boxed{\text{ア}}\,n+\boxed{\text{イ}}$ であり

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = n^{\boxed{\text{ウ}}}+\boxed{\text{エ}}\,n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

さらに

$$\frac{1}{a_k a_{k+1}}=\frac{1}{\boxed{\text{オ}}}\left(\frac{1}{\boxed{\text{カ}}\,k+\boxed{\text{キ}}}-\frac{1}{\boxed{\text{ク}}\,k+\boxed{\text{ケ}}}\right)$$

$(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

が成り立つことを利用すると

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k a_{k+1}}=\frac{n}{\boxed{\text{コ}}\left(\boxed{\text{サ}}\,n+\boxed{\text{シ}}\right)} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

数列 $\{a_n\}$ を次のように群に分ける。

$$a_1 \ \Big|\ a_2,\ a_3,\ a_4 \ \Big|\ a_5,\ a_6,\ a_7,\ a_8,\ a_9 \ \Big|\ \cdots$$

第１群　　第２群　　　　第３群

ここで，一般に第 n 群は $(2n-1)$ 個の項からなるものとする。

（数学Ⅱ・数学B 第３問 は次ページに続く。）

(1) a_1 から第 n 群の末項までの項数を T_n とする。$T_n \geqq 1000$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{スセ}}$ であるから，a_{1000} は第 $\boxed{\text{ソタ}}$ 群の小さい方から $\boxed{\text{チツ}}$ 番目の項である。

(2) 自然数 n に対し，第 n 群の小さい方から n 番目の項を b_n とすると

$$b_n = \boxed{\text{テ}}\,n^2 - \boxed{\text{ト}}\,n + \boxed{\text{ナ}}$$

である。

自然数 n に対し，b_n を 3 で割ったときの余りを r_n とすると

$$\sum_{k=1}^{1000} r_k = \boxed{\text{ニヌネ}}$$

である。

第４問 （選択問題） （配点　20）

解説

三角形OABにおいて，辺OAの中点をM，辺ABを2:1に内分する点をNとする。

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \quad \overrightarrow{\mathrm{ON}} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。

点Pを直線MN上にとると，実数sを用いて $\overrightarrow{\mathrm{MP}} = s\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ と表され

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \left(\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} - \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}s\right)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}s\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。さらに，点Pが直線OB上にあるものとする。このとき

$$s = \boxed{\text{ス}}$$

であり

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \boxed{\text{セ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

となる。

以下，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \boxed{\text{セ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする。

（数学Ⅱ・数学B 第４問 は次ページに続く。）

OA$=3$，OB$=4$，AB$=\sqrt{13}$ とする。

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\boxed{\text{ソ}}$$

である。

点Pを中心とし，点Bを通る円をCとする。直線OBと円Cの交点のうちBでない方をQとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\boxed{\text{タ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。また，直線ABと円Cの交点のうちBでない方をRとする。実数tを用いて $\overrightarrow{\mathrm{AR}}=t\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と表すと

$$t=\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$$

である。三角形BQRと三角形OABの面積比は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}:1$ である。

第5問　（選択問題）（配点　20）

解説

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

赤球が3個，白球が6個入った袋がある。

(1)　袋から5個の球を同時に無作為に取り出したとき，取り出された5個の球のうち，赤球の個数を S とする。このとき

$S=0$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$

$S=1$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$

である。

確率変数 S の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，分散は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

次に，取り出された5個の球のうち，赤球1個につき3点，白球1個につき1点を与え，5個の球に対する合計得点を T とする。T は S を用いて

$T=\boxed{\text{サ}}S+\boxed{\text{シ}}$ と表されるから，確率変数 T の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$，分散は $\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B 第5問 は次ページに続く。）

(2) 袋から球を無作為に復元抽出する試行を 450 回行い，赤球が取り出された回数を X とする。

確率変数 X の平均を m，標準偏差を σ とすると

$$m = \boxed{\text{テトナ}}, \quad \sigma = \boxed{\text{ニヌ}}$$

である。ここで，試行回数 450 は十分大きいと考えられるので，$Y = \dfrac{X - m}{\sigma}$ とおくと，確率変数 Y は近似的に平均 $\boxed{\text{ネ}}$，標準偏差 $\boxed{\text{ノ}}$ の正規分布に従う。よって，X が 130 以上 160 以下の値をとる確率はおよそ $\boxed{\text{ハ}}.\boxed{\text{ヒフ}}$ である。

ただし，Z を標準正規分布に従う確率変数とするとき

$$P(0 \leqq Z \leqq 1) = 0.341, \quad P(0 \leqq Z \leqq 2) = 0.477$$

である。

（下 書 き 用 紙）

「旧教育課程履修者」だけが選択できる科目です。
「新教育課程履修者」は，選択してはいけません。

旧数学Ⅱ・旧数学B

問　題	選　択　方　法
第 1 問	必　　答
第 2 問	必　　答
第 3 問	いずれか 2 問を選択し，解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	
第 6 問	

 （注）この科目には，選択問題があります。（29ページ参照。）

第１問 （必答問題） （配点 30）

解説

〔1〕 a を正の実数とし，x の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 2^{x-2} - a$$

とする。

(1) $a = 1$ のとき，$f(2) = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $a = 8$ のとき，$f(x) \leqq 0$ を満たす自然数 x は全部で $\boxed{\text{イ}}$ 個ある。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第１問 は次ページに続く。）

(3) x の方程式 $f(x)=1$ の解は

$$\boxed{\text{ウ}}+\log_2\left(a+\boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

正の実数 u に対して，$a=u$ のときの $f(x)=1$ の解を x_1，$a=\dfrac{1}{u}$ のときの $f(x)=1$ の解を x_2 とおく。

$$x_1+x_2=\boxed{\text{オ}}+\log_2\left(u+\frac{\boxed{\text{カ}}}{u}+\boxed{\text{キ}}\right)$$

であり，u が $u>0$ の範囲を変化するとき，x_1+x_2 は $u=\boxed{\text{ク}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとる。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第1問 は次ページに続く。）

〔2〕 x の関数 $g(x)$ を　**解説**

$$g(x)=2\sin^2 x-2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\sin x+2\sqrt{3}\cos x$$

とする。

(1) $t=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ とおくと

$$t^2=\sin^2 x+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}\sin x\cos x+\boxed{\text{シ}}\cos^2 x$$

$$=\boxed{\text{スセ}}\sin^2 x+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}\sin x\cos x+\boxed{\text{ソ}}$$

であるから，$g(x)$ を t を用いて表すと

$$g(x)=\boxed{\text{タ}}t^2+\boxed{\text{チ}}t+\boxed{\text{ツ}}$$

である。

また，t は

$$t=\boxed{\text{テ}}\sin\left(x+\frac{\pi}{\boxed{\text{ト}}}\right)$$

と表すことができる。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第1問 は次ページに続く。）

⑵　x が $0 \leqq x < 2\pi$ の範囲を変化するとき，$g(x)$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ナニ}} \leqq g(x) \leqq \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

⑶　b は正の実数とする。x の方程式 $g(x) = 3$ が，$0 \leqq x < b$ の範囲において，ちょうど三つの実数解をもつような b の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\pi < b \leqq \frac{\boxed{\text{ハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}\pi$$

である。

第2問 （必答問題） （配点　30）

解説

k を実数とし，x の関数 $f(x)$ を

$$f(x)=x^3-3kx^2+(6k^2-3)x-2k$$

とする。$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2-\boxed{\text{イ}}kx+\boxed{\text{ウ}}k^2-\boxed{\text{エ}}$$

である。曲線 $y=f(x)$ を C とする。C 上の点 $(2,\ f(2))$ における C の接線 ℓ の傾きは $f'\left(\boxed{\text{オ}}\right)$ であり，ℓ の傾きが 3 であるときの k の値は $\boxed{\text{カ}}$ である。このとき，ℓ の方程式は，$y=3x-\boxed{\text{キ}}$ である。以下，$k=\boxed{\text{カ}}$ とする。

(1) 関数 $f(x)$ は $\boxed{\text{ク}}$。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 極大値と極小値をもつ

① 極大値をもち，極小値をもたない

② 極小値をもち，極大値をもたない

③ 極値をもたない

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第2問 は次ページに続く。）

(2) x の関数 $g(x)$ を $g(x)=2x^2-5x+2$ とし，曲線 $y=g(x)$ を D とする。C と D の共有点は二つあり，それらの座標は $\left(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コサ}}\right)$，$\left(\boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{ス}}\right)$ である。点 $\left(\boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{ス}}\right)$ を A とし，点 A を通り ℓ に垂直な直線を m とする。m の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}x+\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。m と D で囲まれた図形のうち，不等式 $x \geqq \boxed{\text{ケ}}$ の表す領域に含まれる部分の面積は $\boxed{\text{テ}}$ である。

t を実数とし，2 点 P，Q を P$(t,\ f(t))$，Q$(t,\ g(t))$ で定める。t が $\boxed{\text{ケ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{シ}}$ の範囲を変化するとき，線分 PQ の長さは $t=\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ で最大となる。

第3問 （選択問題） （配点 20）

解説

数列 $\{a_n\}$ を $a_1+a_2=8$，$a_4=9$ である等差数列とする。

数列 $\{a_n\}$ の一般項は，$a_n=\boxed{\text{ア}}n+\boxed{\text{イ}}$ であり

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = n^{\boxed{\text{ウ}}}+\boxed{\text{エ}}n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

さらに

$$\frac{1}{a_k a_{k+1}}=\frac{1}{\boxed{\text{オ}}}\left(\frac{1}{\boxed{\text{カ}}k+\boxed{\text{キ}}}-\frac{1}{\boxed{\text{ク}}k+\boxed{\text{ケ}}}\right)$$

$(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

が成り立つことを利用すると

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k a_{k+1}}=\frac{n}{\boxed{\text{コ}}\left(\boxed{\text{サ}}n+\boxed{\text{シ}}\right)} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

数列 $\{a_n\}$ を次のように群に分ける。

$$a_1 \ \Big|\ a_2,\ a_3,\ a_4 \ \Big|\ a_5,\ a_6,\ a_7,\ a_8,\ a_9 \ \Big|\ \cdots$$

第1群　第2群　第3群

ここで，一般に第 n 群は $(2n-1)$ 個の項からなるものとする。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第3問 は次ページに続く。）

(1) a_1 から第 n 群の末項までの項数を T_n とする。$T_n \geqq 1000$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{スセ}}$ であるから，a_{1000} は第 $\boxed{\text{ソタ}}$ 群の小さい方から $\boxed{\text{チツ}}$ 番目の項である。

(2) 自然数 n に対し，第 n 群の小さい方から n 番目の項を b_n とすると

$$b_n = \boxed{\text{テ}}\,n^2 - \boxed{\text{ト}}\,n + \boxed{\text{ナ}}$$

である。

自然数 n に対し，b_n を 3 で割ったときの余りを r_n とすると

$$\sum_{k=1}^{1000} r_k = \boxed{\text{ニヌネ}}$$

である。

第4問　（選択問題）（配点　20）

解説

三角形OABにおいて，辺OAの中点をM，辺ABを2:1に内分する点をNとする。

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}},\quad \overrightarrow{\mathrm{ON}}=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。

点Pを直線MN上にとると，実数sを用いて $\overrightarrow{\mathrm{MP}}=s\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ と表され

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\left(\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}-\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}s\right)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}s\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。さらに，点Pが直線OB上にあるものとする。このとき

$$s=\boxed{\text{ス}}$$

であり

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\boxed{\text{セ}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

となる。

以下，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\boxed{\text{セ}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第4問 は次ページに続く。）

　$\mathrm{OA}=3$，$\mathrm{OB}=4$，$\mathrm{AB}=\sqrt{13}$ とする。

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\boxed{\text{ソ}}$$

である。

　点Pを中心とし，点Bを通る円を C とする。直線OBと円 C の交点のうちBでない方をQとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\boxed{\text{タ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。また，直線ABと円 C の交点のうちBでない方をRとする。実数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{AR}}=t\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と表すと

$$t=\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$$

である。三角形BQRと三角形OABの面積比は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}:1$ である。

第5問 （選択問題）（配点 20）

解説

次の資料は，あるサッカーチーム10チームについての守備力，攻撃力について，守備力を変量 x（点），攻撃力を変量 y（点）として，それぞれを1，2，3，4，5の5段階評価で，5点を最高点，1点を最低点としてまとめたものである。

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁（けた）数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

チーム名	守備力 (x)	攻撃力 (y)
A	4	3
B	5	3
C	2	1
D	1	a
E	3	b
F	4	5
G	4	2
H	3	3
I	5	4
J	4	1

(1) 変量 x の平均値は $\boxed{ア}.\boxed{イ}$ 点，分散は $\boxed{ウ}.\boxed{エオ}$ である。また，変量 x において，全体に対する $x=2$ の相対度数は $\boxed{カ}.\boxed{キ}$ である。

(2) 変量 y の平均値は3点，分散は1.8であり，表中の a，b は $a \leqq b$ を満たすとすると

$$a = \boxed{ク},\quad b = \boxed{ケ}$$

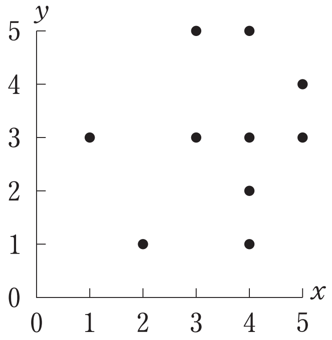
である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第5問 は次ページに続く。）

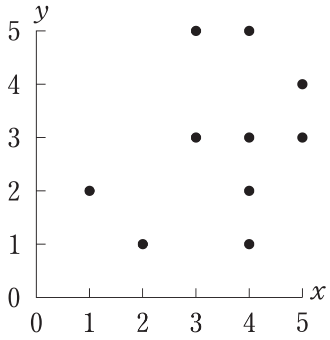
このとき，二つの変量 x，y の相関図(散布図)として適切なものは $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

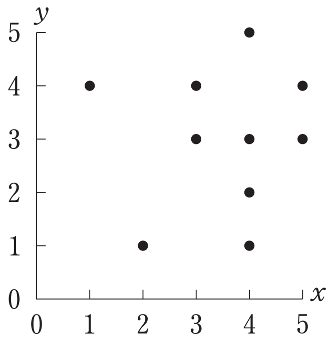
⓪



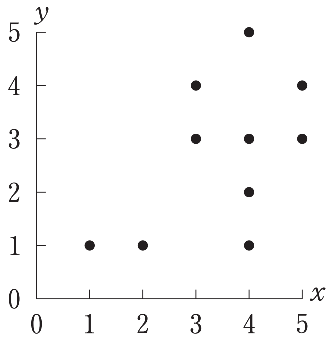
①



②



③



また，二つの変量 x と y の共分散は $\boxed{\text{サ}}.\boxed{\text{シ}}$ であり，相関係数の値を r とすると

$$r^2 = \boxed{\text{ス}}.\boxed{\text{セソ}}$$

であるから，二つの変量 x と y には $\boxed{\text{タ}}$。$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ 強い正の相関関係がある

① 強い負の相関関係がある

② ほとんど相関関係がない

第6問 （選択問題）（配点　20）

解説

例えば $18=7+11$ のように，2桁（けた）の任意の偶数を二つの素数の和で表すプログラムを考える。

ここで，偶数の素数は2に限られるので，条件を満たす素数は明らかに奇数である。

(1) まず，与えられた3以上の自然数 P が素数であるかを判定する部分について，次のような［プログラム1］を考えた。

［プログラム1］

```
100 INPUT P
110 FOR K=2 TO P-1
120     IF [ ア ] THEN LET P=0
130 NEXT K
140 PRINT P
150 END
```

$\boxed{\text{ア}}$ には，「P は K で割り切れる」を意味する条件式が入るが，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つ選べ。

ここで，INT(X) は X を超えない最大の整数を表す関数である。

⓪ INT(P/K)=0　　　① INT(K/P)=0

② INT(P/K)=P/K　　③ INT(K/P)=K/P

正しく作成された［プログラム1］を実行し，変数 P に対して3以上の整数 a を入力すると，出力される P の値は，a が素数ならば $\boxed{\text{イ}}$，素数でないならば $\boxed{\text{ウ}}$ である。

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第6問 は次ページに続く。）

⑵　⑴のプログラムを使って，最初に意図したプログラムを次の［プログラム２］のように作成した。

ここで⑴の作業を繰り返し書き込む代わりに，サブルーチンと呼ばれる手法を用いている。この手法によれば，［プログラム２］の中の命令 GOSUB 300 が実行されると，いったん 300 行以下を実行し，RETURN が実行されると，元の GOSUB 文があった次の行へ戻る。

［プログラム２］

```
100 INPUT N
110 FOR J=3 TO N/2
120    IF J=INT(J/2)*2 THEN GOTO 210
130    LET P=J
140    GOSUB 300
150    LET Q=P
160    LET P=N-J
170    GOSUB 300
180    IF  エ  THEN
190      PRINT N;"=";Q;"+";P
200    END IF
210 NEXT J
220 GOTO 340
300 FOR K=2 TO P-1
310    IF  ア  THEN LET P=0
320 NEXT K
330 RETURN
340 END
```

（旧数学Ⅱ・旧数学B 第６問 は次ページに続く。）

$\boxed{\text{エ}}$ には，「J と $N-J$ のいずれも素数である」を意味する条件式が入るが，このプログラムとして $\boxed{\text{エ}}$ に入れて**正しく動作しない式**を，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ P*Q>0　　① P+Q >0

② 2*P*Q-Q*Q>0　　③ (P>0 AND Q>0)

正しく作成した［プログラム 2］を実行し，変数 N に対して 50 を入力すると，$\boxed{\text{オ}}$ 行にわたって出力が得られ，最後の出力は

50= $\boxed{\text{カキ}}$ + $\boxed{\text{クケ}}$

である。また，プログラム終了までに 160 行は $\boxed{\text{コサ}}$ 回実行される。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の **ア** ， **イウ** などには，特に指示がないかぎり，符号（－），数字（０～９），又は文字（ａ～ｄ）が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　**アイウ** に　$-8a$　と答えたいとき

ア	● ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
イ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
ウ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ● ⓑ ⓒ ⓓ

なお，同一の問題文中に **ア** ， **イウ** などが２度以上現れる場合，２度目以降は， ア ， イウ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に　$-\dfrac{4}{5}$　と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$　として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$　と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$　のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$　と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$　のように答えてはいけません。

問題を解く際には，「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し，試験終了後に配付される「学習の手引き」にそって自己採点し，再確認しなさい。