高2

クラス		受験番号	
出席番号		氏　　名	

2014年度

第1回　全統高2模試問題

数　　学

2014年5月実施　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(100分)

試験開始の合図があるまで，この「問題」冊子を開かず，下記の注意事項をよく読むこと。

注　意　事　項

1.　この「問題」冊子は7ページである。
2.　解答用紙は別冊子になっている。(「受験届・解答用紙」冊子表紙の注意事項を熟読すること。)
3.　本冊子に脱落や印刷不鮮明の箇所及び解答用紙の汚れ等があれば試験監督者に申し出ること。
4.　**1 2 3は必須問題，4 5 6は選択問題**である。**4 5 6の3題中，任意の1題を選択**して解答すること。(選択パターン以外で解答した場合は，解答のすべてを無効とする場合がある。)

解 答 用 紙	イ		ロ			
問 題 番 号	1	2	3	4	5	6
選択パターン	●	●	●	○		
	●	●	●		○	
	●	●	●			○

●…必須　○…選択

5.　試験開始の合図で「受験届・解答用紙」冊子の該当する解答用紙を切り離し，所定欄に**氏名**（**漢字及びフリガナ**)，**在学高校名**，**クラス名**，**出席番号**，**受験番号**（**受験票発行の場合のみ**)，**選択番号**（**数学ロの裏面のみ**)を明確に記入すること。
6.　指定の解答欄外へは記入しないこと。採点されない場合があります。
7.　試験終了の合図で上記5.の ■ の箇所を再度確認すること。
8.　**未解答の解答用紙は提出しないこと。**
9.　答案は，試験監督者の指示に従って提出すること。

河合塾

1464910322110010

1 【必須問題】（配点　30点）

解説

次の $\boxed{}$ にあてはまる数や式を求めよ．

(1) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ の分母を有理化すると，

$$\boxed{}$$

となる．

(2) x^4-5x^2+4 を因数分解すると，

$$\boxed{}$$

となる．

(3) 連立不等式

$$\begin{cases} |3x+1|<4, \\ 2x+1<0 \end{cases}$$

の解は，

$$\boxed{}$$

である．

(4) $0^\circ<\theta<90^\circ$ とする．$\tan\theta=2$ のとき，

$$\sin(90^\circ-\theta)=\boxed{}$$

である．

（(5), (6) は次ページにあります．）

(5) 1つのサイコロを2回振るとき，出た目の数の積が3の倍数となる確率は，

$$\boxed{}$$

である．

(6) $U=\{x \mid x$ は200以下の自然数$\}$ を全体集合とし，U の部分集合

$$A=\{x \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数，} x \in U\},$$

$$B=\{x \mid x \text{ は } 5 \text{ の倍数，} x \in U\}$$

を考える．集合 $\overline{A} \cap \overline{B}$ の要素の個数は，

$$\boxed{}$$

である．

2 【必須問題】（配点　70点）

解説

［1］ 箱の中にカードが12枚あり，それぞれに数字が1つずつ色インクで書かれている．各カードに書かれている数字は，

赤の1，赤の2，赤の3，

青の1，青の2，青の3，青の4，

白の1，白の2，白の3，白の4，白の5

である．

この箱の中から同時に3枚のカードを取り出す．

(1) 取り出し方は何通りあるか．

(2) 3枚とも同じ色の数字が書かれたカードである取り出し方は何通りあるか．

(3) 3枚に書かれた数の和が6である取り出し方は何通りあるか．

［2］ 三角形ABCがあり，

$$AB=4,\ CA=5,\ \cos\angle BAC=-\frac{1}{5}$$

である．

(1) 辺BCの長さを求めよ．

(2) $\sin\angle BAC$の値と，三角形ABCの面積を求めよ．

(3) 三角形ABCの外接円のAを含まない方の弧BC上に，点Dを，線分BD，CDの長さの比が $BD:CD=2:5$ となるようにとる．三角形BDCの内接円の半径を求めよ．

3 【必須問題】（配点　50点）

解説

a を正の定数とし，xy 平面上に

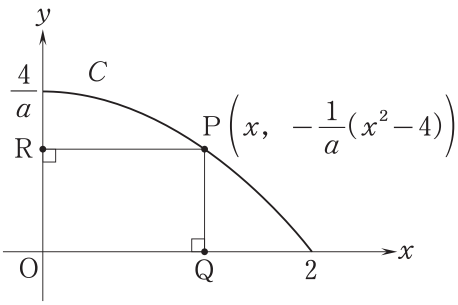
$$曲線\ C : y=-\frac{1}{a}(x^2-4)\quad (0\leqq x\leqq 2)$$

がある．

C 上を動く点 $\mathrm{P}\left(x,\ -\frac{1}{a}(x^2-4)\right)$ に対して，P から x 軸に下ろした垂線と x 軸の交点を Q，P から y 軸に下ろした垂線と y 軸の交点を R とし，

$$L(x)=\mathrm{PQ}+\mathrm{PR}\quad (0\leqq x\leqq 2)$$

とする．



(1)　$a=1$ のとき，$L(x)$ を x の式で表し，$L(x)$ のとり得る値の範囲を求めよ．

(2)　$L(x)$ の最大値 M を求めよ．

(3)　$L(x)$ の最小値 m を求めよ．

(4)　(2) の M，(3) の m に対して，$M-m=\frac{3}{2}$ となる a の値を求めよ．

4 【選択問題(数学Ⅱ　複素数と方程式，式と証明)】（配点　50点）

解説

k を実数の定数とし，x の2次方程式

$$x^2+3kx+3k^2-4=0 \qquad \cdots(*)$$

の2解を α，β とする．

(1)　$k=-3$ のとき，(*) を解け．

(2)(i)　$\alpha+\beta$，$\alpha\beta$ を k を用いて表せ．

(ii)　α，β が異なる正の数であるような k の値の範囲を求めよ．

(3)　k が (2)(ii) で求めた範囲を変化するとき，$\alpha^2+\beta^2+\dfrac{4}{\alpha\beta}$ の最小値と，そのときの k の値を求めよ．

5 **【選択問題（数学Ａ　整数の性質）】**（配点　50点）　**解説**

⑴　170 の正の約数の個数を求めよ．

⑵　a は整数とする．整数 a^2+2a+2 を 3 で割った余りを，a を 3 で割った余りで分類して求めよ．

⑶　等式

$$(a^2+2a+2)(a+3b)=170\cdot3^3$$

を満たす自然数 a，b の組 $(a,\ b)$ をすべて求めよ．

6 【選択問題（数学Ｂ　数列）】（配点　50点）

解説

等差数列 $\{a_n\}$（$n=1, 2, 3, \cdots$）があり，

$$a_1=1, \quad a_4=3$$

である．また，公比が実数である等比数列 $\{b_n\}$（$n=1, 2, 3, \cdots$）があり，

$$b_1+b_2+b_3=-\frac{2}{3}, \quad b_4+b_5+b_6=\frac{2}{3}$$

である．

(1)　一般項 a_n を求めよ．

(2)　一般項 b_n を求めよ．

(3)　数列 $\{a_n\}$ の項のうち整数でないものを，小さい順に並べてできる数列を $\{c_n\}$（$n=1, 2, 3, \cdots$）とし，数列 $\{d_n\}$ を

$$d_n=b_n+c_n \ (n=1, 2, 3, \cdots)$$

で定める．

(i)　d_{100} を求めよ．

(ii)　数列 $\{d_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする．S_n を求めよ．