受験番号		氏　名		クラス		出席番号	

試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2012年度　第３回　全統マーク模試問題

数　　学②　(100点　60分)

〔数学Ⅱ，数学Ⅱ・数学B〕

2012年10月実施

この問題冊子には，「数学Ⅱ」「数学Ⅱ・数学B」の２科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙は，第１面(表面)及び第２面(裏面)の両面を使用しなさい。

解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。必要事項欄及びマーク欄に**正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。**

①　**受験番号欄**

受験票が発行されている場合のみ，必ず**受験番号**(数字及び英字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

②　**氏名欄，高校名欄，クラス・出席番号欄**

氏名・フリガナ，高校名・フリガナ及び**クラス・出席番号**を**記入**しなさい。

③　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，マーク欄に**マーク**しなさい。

マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点となることがあります。

解答科目については，間違いのないよう十分に注意し，マークしなさい。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数　学　Ⅱ	2～12	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	13～31	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　**この注意事項は，問題冊子の裏表紙にも続きます。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。**

河合塾

数　学　II

（全　問　必　答）

第１問　（配点　30）　解説

〔１〕 a は１でない正の数とし，$f(x)=\log_a(x-1)$ とする。

(1) $a=2$ とする。このとき，$f(2)=\boxed{\text{ア}}$，$f\left(\boxed{\text{イ}}\right)=2$ である。

次に，x の方程式

$$f(x)+2=f(2x) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。真数は正であるから，$x>\boxed{\text{ウ}}$ である。

この条件のもとで ① を変形すると

$$\log_2\boxed{\text{エ}}(x-1)=\log_2\left(\boxed{\text{オ}}x-1\right)$$

となるから，① の解は $x=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

（数学II 第１問 は次ページに続く。）

(2) $0 < a < 1$ のとき，x の不等式

$$f(x) + 2 > f(2x) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を考える。

$x > \boxed{\text{ウ}}$ の条件のもとで ② を変形すると

$$\left(a^{\boxed{\text{ク}}} - \boxed{\text{ケ}}\right)x \boxed{\text{コ}} a^{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}$$

となるから，x の不等式 ② を満たす x の範囲は $x > \boxed{\text{ス}}$ である。ただし，$\boxed{\text{コ}}$ については，当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $>$　　① $\geqq$　　② $<$　　③ $\leqq$

（数学Ⅱ 第1問 は次ページに続く。）

〔２〕　$-\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲において

$$g(x) = |\sin x| + \sqrt{3}\cos x$$

を考える。

(1)　$g\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = \boxed{\text{セ}}$ である。

(2)　$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$g(x) = \boxed{\text{ソ}}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{\boxed{\text{タ}}}\right)$ であるから，このときの $g(x)$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{チ}} \leqq g(x) \leqq \boxed{\text{ツ}}$$

である。

また，$-\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq 0$ のとき，$g(x)$ のとり得る値の範囲は

$$\sqrt{\boxed{\text{テ}}} \leqq g(x) \leqq \boxed{\text{ト}}$$

である。

よって，$-\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲における $g(x)$ の

最小値は $\boxed{\text{ナ}}$，最大値は $\boxed{\text{ニ}}$

である。

（数学Ⅱ 第１問 は次ページに続く。）

(3)　k を実数の定数とする。x の方程式

$$g(x) = k$$

が $-\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ において，異なる 4 個の実数解をもつような k の値の範囲は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{2} \leqq k < \boxed{\text{ノ}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ヌ}} < \boxed{\text{ネ}}$ とする。

第 2 問 （配点　30）

解説

$f(x) = (x-1)^2$ とし，座標平面上で曲線 $y = f(x)$ を C とする。

また，a を $0 < a < 1$ を満たす実数とし，C 上の点 P の x 座標を a とする。さらに，この点 P における C の接線を ℓ とする。

(1)　$a = \dfrac{1}{2}$ とする。$f'(x) = \boxed{\text{ア}}(x-1)$ であるから，接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{イ}}\,x + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。また，接線 ℓ と曲線 C，および y 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(2)　点 P を通り接線 ℓ に垂直な直線 m の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}(a-1)}(x-a) + (a-1)^2$$

である。

直線 m と x 軸の交点の x 座標を $g(a)$ とすると

$$g(a) = \boxed{\text{サ}}\,a^3 - \boxed{\text{シ}}\,a^2 + \boxed{\text{ス}}\,a - \boxed{\text{セ}}$$

であり

$$g'(a) = \boxed{\text{ソ}}\,a^2 - \boxed{\text{タチ}}\,a + \boxed{\text{ツ}}$$

（数学Ⅱ 第 2 問 は次ページに続く。）

であるから，$0 < a < 1$ のとき，a の値が増加すると，$g(a)$ は $\boxed{\text{テ}}$ することがわかる。$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 減少　　① 減少してから増加

② 増加　　③ 増加してから減少

また，$g(a) = 0$ を満たす a の値は $\boxed{\text{ト}}$。$\boxed{\text{ト}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ $0 < a < \dfrac{1}{3}$ の範囲に一つだけ存在する

① $\dfrac{1}{3} < a < \dfrac{1}{2}$ の範囲に一つだけ存在する

② $\dfrac{1}{3} \leqq a \leqq \dfrac{1}{2}$ の範囲に二つ存在する

③ $\dfrac{1}{2} < a < 1$ の範囲に一つだけ存在する

④ $\dfrac{1}{2} \leqq a < 1$ の範囲に二つ存在する

(3) (2)の直線 m と曲線 C の共有点のうち，点Pでない方の点の x 座標を b とする。$u = 1 - a$ とおくと

$$b = u + \frac{1}{\boxed{\text{ナ}}\,u} + \boxed{\text{ニ}}$$

と表される。

$0 < a < 1$ の範囲で a が変化するとき，b の最小値は $\boxed{\text{ヌ}} + \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

第 3 問 （配点　20）

解説

a を $0 < a < \dfrac{1}{2}$ を満たす実数とし，座標平面上に 2 点 A(a, 0)，B(0, $2a$) をとる。直線 AB に平行で点 (0, 1) を通る直線を ℓ，点 A を通り ℓ に垂直な直線を m とする。

ℓ の方程式は　$y = -\boxed{\text{ア}}\,x + \boxed{\text{イ}}$

m の方程式は　$y = \dfrac{1}{\boxed{\text{ウ}}}\,x - \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$

である。

（数学Ⅱ 第 3 問 は次ページに続く。）

直線 ℓ と直線 m の交点を M とすると，M の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{オ}}+a}{\boxed{\text{カ}}},\ \frac{\boxed{\text{キ}}-\boxed{\text{ク}}a}{\boxed{\text{カ}}}\right)$$

である。一方，直線 ℓ に関して A と対称な点を $\mathrm{A}'(p,\ q)$ とすると，M の座標は $\left(\dfrac{p+a}{\boxed{\text{ケ}}},\ \dfrac{q}{\boxed{\text{ケ}}}\right)$ とも表されるので，A′ の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{サ}}a}{\boxed{\text{シ}}},\ \frac{\boxed{\text{ス}}-\boxed{\text{セ}}a}{\boxed{\text{シ}}}\right)$$

である。

ここで，3 点 A, A′, B を通る円の半径を R とすると

$$R^2=\frac{1}{\boxed{\text{ソタ}}}\left(\boxed{\text{チツ}}a^2-\boxed{\text{テト}}a+\boxed{\text{ナ}}\right)$$

であるから，$0<a<\dfrac{1}{2}$ の範囲で a が変化するとき，R は

$$a=\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}\ \text{において，最小値}\ \frac{\sqrt{\boxed{\text{ノハヒ}}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$$

をとる。

第 4 問 （配点　20）

解説

a, b を実数とする。x の整式

$$P(x) = 2x^3 + (2a + b)x^2 + (3a - b)x - 2a$$

は $x + 2$ で割ると -10 余るものとする。このとき，$b = \boxed{\text{ア}}$ である。

さらに，$P\left(\frac{1}{2}\right) = \boxed{\text{イ}}$ であるから，$P(x)$ は

$$P(x) = \left(\boxed{\text{ウ}}x - \boxed{\text{エ}}\right)\left\{x^2 + \left(a + \boxed{\text{オ}}\right)x + \boxed{\text{カ}}a\right\}$$

と因数分解できる。

以下においては，x の方程式 $P(x) = 0$ は虚数解をもつものとする。

(1)　a のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{キ}} - \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} < a < \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (*)$$

である。

（数学Ⅱ 第 4 問 は次ページに続く。）

(2)　x の方程式 $P(x)=0$ の三つの解を α，β，γ とすると

$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}-\frac{1}{\boxed{\text{シ}}\,a}$$

であるから，$\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}$ のとり得る値の範囲は

$$-\sqrt{\boxed{\text{ス}}}<\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}<\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(3)　x の方程式 $P(x)=0$ の虚数解の一つを $p+qi$（p，q は実数で $q>0$，i は虚数単位）とすると，p と q について

$$p^2+q^2+\boxed{\text{セ}}\,p+\boxed{\text{ソ}}=0$$

が成り立つ。a が $(*)$ の範囲を動くとき，$\dfrac{q}{p}$ の最小値は $\boxed{\text{タチ}}$ であり，このとき，

$a=\boxed{\text{ツ}}$ である。

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅱ・数学B

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	
第6問	

第１問 （必答問題）（配点　30）

解説

〔１〕 a は 1 でない正の数とし，$f(x) = \log_a(x-1)$ とする。

(1) $a = 2$ とする。このとき，$f(2) = \boxed{\text{ア}}$，$f\left(\boxed{\text{イ}}\right) = 2$ である。

次に，x の方程式

$$f(x) + 2 = f(2x) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。真数は正であるから，$x > \boxed{\text{ウ}}$ である。

この条件のもとで ① を変形すると

$$\log_2 \boxed{\text{エ}}(x-1) = \log_2\left(\boxed{\text{オ}}x - 1\right)$$

となるから，① の解は $x = \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B 第１問 は次ページに続く。）

(2)　$0 < a < 1$ のとき，x の不等式

$$f(x) + 2 > f(2x) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を考える。

$x > \boxed{\text{ウ}}$ の条件のもとで ② を変形すると

$$\left(a^{\boxed{\text{ク}}} - \boxed{\text{ケ}}\right)x \; \boxed{\text{コ}} \; a^{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}$$

となるから，x の不等式 ② を満たす x の範囲は $x > \boxed{\text{ス}}$ である。ただし，$\boxed{\text{コ}}$ については，当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　$>$　　①　$\geqq$　　②　$<$　　③　$\leqq$

(数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。)

〔２〕 $-\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲において

$$g(x) = |\sin x| + \sqrt{3}\cos x$$

を考える。

(1) $g\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = \boxed{\text{セ}}$ である。

(2) $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$g(x) = \boxed{\text{ソ}}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{\boxed{\text{タ}}}\right)$ であるから，このときの $g(x)$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{チ}} \leqq g(x) \leqq \boxed{\text{ツ}}$$

である。

また，$-\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq 0$ のとき，$g(x)$ のとり得る値の範囲は

$$\sqrt{\boxed{\text{テ}}} \leqq g(x) \leqq \boxed{\text{ト}}$$

である。

よって，$-\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲における $g(x)$ の

最小値は $\boxed{\text{ナ}}$，最大値は $\boxed{\text{ニ}}$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第１問 は次ページに続く。）

(3)　k を実数の定数とする。x の方程式

$$g(x) = k$$

が $-\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ において，異なる 4 個の実数解をもつような k の値の範囲は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{2} \leqq k < \boxed{\text{ノ}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ヌ}} < \boxed{\text{ネ}}$ とする。

第２問 （必答問題） （配点　30）

解説

$f(x) = (x-1)^2$ とし，座標平面上で曲線 $y = f(x)$ を C とする。

また，a を $0 < a < 1$ を満たす実数とし，C 上の点 P の x 座標を a とする。さらに，この点 P における C の接線を ℓ とする。

(1)　$a = \dfrac{1}{2}$ とする。$f'(x) = \boxed{\text{ア}}(x-1)$ であるから，接線 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{イ}}x + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。また，接線 ℓ と曲線 C，および y 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(2)　点 P を通り接線 ℓ に垂直な直線 m の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}(a-1)}(x-a) + (a-1)^2$$

である。

直線 m と x 軸の交点の x 座標を $g(a)$ とすると

$$g(a) = \boxed{\text{サ}}a^3 - \boxed{\text{シ}}a^2 + \boxed{\text{ス}}a - \boxed{\text{セ}}$$

であり

$$g'(a) = \boxed{\text{ソ}}a^2 - \boxed{\text{タチ}}a + \boxed{\text{ツ}}$$

（数学Ⅱ・数学B 第２問 は次ページに続く。）

であるから，$0 < a < 1$ のとき，a の値が増加すると，$g(a)$ は $\boxed{\text{テ}}$ することがわかる。$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 減少　　① 減少してから増加

② 増加　　③ 増加してから減少

また，$g(a) = 0$ を満たす a の値は $\boxed{\text{ト}}$。$\boxed{\text{ト}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ $0 < a < \dfrac{1}{3}$ の範囲に一つだけ存在する

① $\dfrac{1}{3} < a < \dfrac{1}{2}$ の範囲に一つだけ存在する

② $\dfrac{1}{3} \leqq a \leqq \dfrac{1}{2}$ の範囲に二つ存在する

③ $\dfrac{1}{2} < a < 1$ の範囲に一つだけ存在する

④ $\dfrac{1}{2} \leqq a < 1$ の範囲に二つ存在する

(3) (2)の直線 m と曲線 C の共有点のうち，点Pでない方の点の x 座標を b とする。$u = 1 - a$ とおくと

$$b = u + \frac{1}{\boxed{\text{ナ}}\,u} + \boxed{\text{ニ}}$$

と表される。

$0 < a < 1$ の範囲で a が変化するとき，b の最小値は $\boxed{\text{ヌ}} + \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

第3問（選択問題）（配点　20）

解説

公比が正の実数である等比数列 $\{a_n\}$ が $a_2=12$，$a_4=48$ を満たすとする。このとき

$$a_1=\boxed{\text{ア}},\quad \text{公比は}\ \boxed{\text{イ}}$$

である。また

$$\sum_{k=1}^{n}a_k a_{k+1}=\boxed{\text{ウエ}}\left(\boxed{\text{オ}}^{n}-\boxed{\text{カ}}\right)\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

次に，数列 $\{b_n\}$ を $b_1=1$ と

$$b_{n+1}=2b_n+a_n\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)\qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (*)$$

で定められる数列とする。

(1) $c_n=\dfrac{b_n}{2^n}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とおくと，$c_1=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，$(*)$ より

$$c_{n+1}=c_n+\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

となる。よって

$$c_n=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}n-\boxed{\text{ス}}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

であるから

$$b_n=\left(\boxed{\text{セ}}\,n-\boxed{\text{ソ}}\right)\cdot 2^{n-1}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第3問 は次ページに続く。）

(2) (*) より，$b_{n+2} = 2b_{n+1} + a_{n+1}$ であり，また，$a_{n+1} = \boxed{\text{タ}}\, a_n$ が成り立つから

$$b_{n+2} = \boxed{\text{チ}}\, b_{n+1} - \boxed{\text{ツ}}\, b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

となる。よって

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{b_{k+2}}{b_k b_{k+1}} = \boxed{\text{テ}} - \frac{1}{\left(\boxed{\text{ト}}\, n + 1\right) \cdot 2^{\boxed{\text{ナ}}}} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。ただし，$\boxed{\text{ナ}}$ については，当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ $n - 2$　① $n - 1$　② n　③ $n + 1$　④ $n + 2$

第４問　（選択問題）（配点　20）

解説

O を原点とする座標空間内に，３点 A(2, 0, 0)，B(0, 6, 0)，C(0, 0, 6) がある。線分 AC の中点 D の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ 0,\ \boxed{\text{イ}}\right)$ であり，線分 BC を 2：1 に内分する点 E の座標は $\left(0,\ \boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$ である。さらに，点 F(0, 0, 1) をとり，三角形 DEF の重心を G とすると，G の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{3},\ \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{3},\ \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{3}\right)$ である。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{GA}} = \left(\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{3},\ \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{3},\ \dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{3}\right)$，$\overrightarrow{\mathrm{GB}} = \left(\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{3},\ \dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{3},\ \dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{3}\right)$

であるから，$\overrightarrow{\mathrm{GA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{GB}}\ \boxed{\text{テ}}\ 0$ である。したがって，∠AGB は $\boxed{\text{ト}}$ である。

$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。

⓪　＝　　①　＞　　②　＜

③　鋭角　　④　直角　　⑤　鈍角

（数学Ⅱ・数学B 第４問 は次ページに続く。）

(2)　z 軸上に点 $\mathrm{P}\left(0,\ 0,\ \dfrac{11}{3}\right)$ をとり，直線 PG と平面 ABC との交点を Q とする。

点 Q は直線 PG 上にあるから，q を実数として $\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = q\overrightarrow{\mathrm{PG}}$ と表される。また，点 Q は平面 ABC 上にあるから，s，t を実数として $\overrightarrow{\mathrm{AQ}} = s\overrightarrow{\mathrm{AB}} + t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表される。これを変形すると

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \left(\boxed{\text{ナ}} - s - t\right)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\overrightarrow{\mathrm{OB}} + t\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

である。よって，$q = \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

さらに，直線 PG 上に点 H を，$\mathrm{AH} \perp \mathrm{PG}$ を満たすようにとる。k を実数として $\overrightarrow{\mathrm{PH}} = k\overrightarrow{\mathrm{PG}}$ と表されるから，$\overrightarrow{\mathrm{AH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PG}} = \boxed{\text{ネ}}$ であることを用いると，

$k = \dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である。よって，点 H は四面体 OABC の $\boxed{\text{ヘ}}$ にある。$\boxed{\text{ヘ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪　内部　　　①　面上　　　②　外部

第5問　（選択問題）（配点　20）　解説

次の表は，大学の研究チームXが，ある川の特定の地点において，1年間を通して毎月水を100 mℓ 採取し，その中に含まれる2種類の微生物P，Qの個体数を調べた結果をまとめたものである。ただし，微生物Pの個体数を変量 p，Qの個体数を変量 q とする。また，表の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていない。

月	p	q
1	5	2
2	2	6
3	6	C
4	7	14
5	11	D
6	13	29
7	12	32
8	9	26
9	9	25
10	7	15
11	9	8
12	6	4
平均値	A	16.0
分散	B	108.0

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁（けた）数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

（数学Ⅱ・数学B 第5問 は次ページに続く。）

(1) 変量 p の中央値は $\boxed{\text{ア}}.\boxed{\text{イ}}$ 個，平均値Aは $\boxed{\text{ウ}}.\boxed{\text{エ}}$ 個，分散Bの値は $\boxed{\text{オ}}.\boxed{\text{カ}}$ であり，標準偏差の値は $\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{ク}}$ である。

(2) 表中のC，Dについては，C ＜ Dが成り立っている。

C，Dの値から平均値 16.0 を引いた値をそれぞれ u，v とおくと，変量 q の平均値が 16.0，分散の値が 108.0 であることから，次の式が成り立つ。

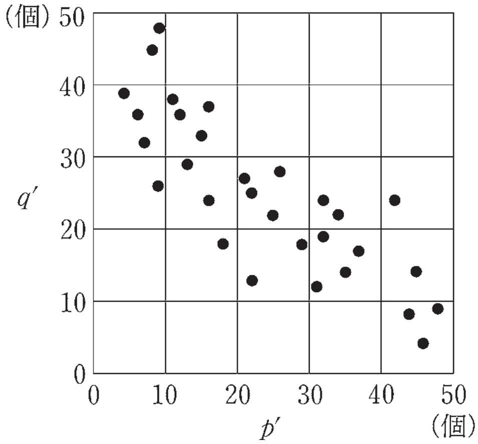
$$u + v = \boxed{\text{ケコ}}$$

$$u^2 + v^2 = \boxed{\text{サシス}}$$

これらを連立して解くと u，v が求められ，C，Dの値がそれぞれ $\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ソタ}}$ であることがわかる。

(数学Ⅱ・数学B 第5問 は次ページに続く。)

(3)　研究チームXは，同様の調査を同じ川の 30 の地点で行っている。この 30 の地点におけるある月の調査結果に対して，相関図(散布図)を作ったところ次のようになった。ただし，微生物Pの個体数を変量 p'，Qの個体数を変量 q' とし，相関図(散布図)中の点は，度数1を表す。



二つの変量 p'，q' の相関係数に最も近い値は $\boxed{\text{チ}}$ である。$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑥のうちから一つ選べ。

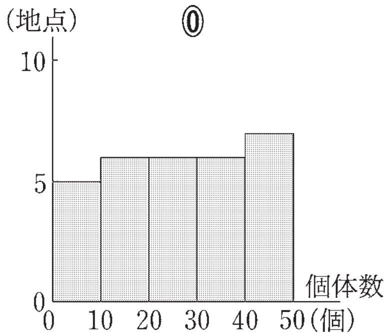
⓪　-1.5　　①　-0.8　　②　-0.2　　③　0.0

④　0.2　　⑤　0.8　　⑥　1.5

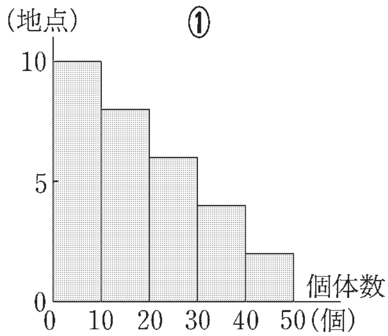
(数学Ⅱ・数学B 第5問 は次ページに続く。)

変量 p' のヒストグラムは $\boxed{\text{ツ}}$ であり，変量 q' のヒストグラムは $\boxed{\text{テ}}$ である。$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤ のうちから一つずつ選べ。

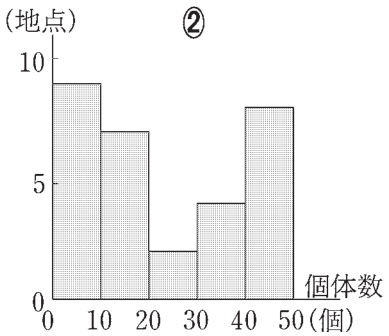
⓪



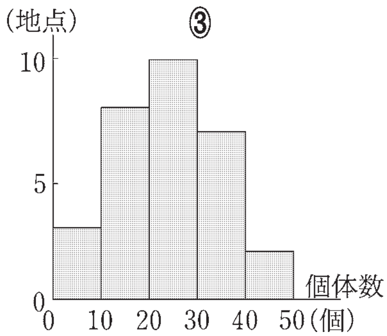
①



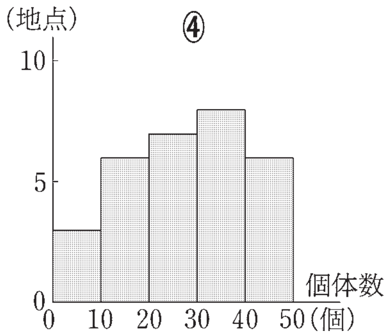
②



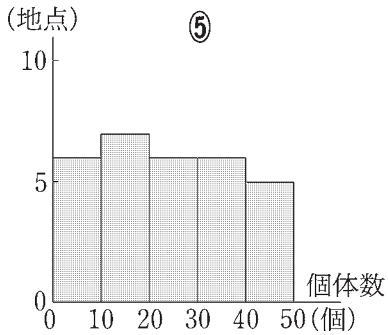
③



④



⑤



変量 p'，q' の標準偏差をそれぞれ $s_{p'}$，$s_{q'}$ とすると，$s_{p'}$ と $s_{q'}$ の大小関係は $\boxed{\text{ト}}$ である。$\boxed{\text{ト}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ $s_{p'} < s_{q'}$　　① $s_{p'} = s_{q'}$　　② $s_{p'} > s_{q'}$

第6問　（選択問題）（配点　20）

解説

次の〔プログラム1〕について考える。ただし，変数Xには正の実数を，変数Nには正の整数を入力するものとする。

〔プログラム1〕

```
100 INPUT PROMPT "X=":X
110 INPUT PROMPT "N=":N
120 LET M=1
130 IF M/N>X THEN GOTO 160
140     LET M=M+1
150     GOTO 130
160 PRINT M;"／";N
170 END
```

(1) 〔プログラム1〕を実行して，変数Xに4.6，変数Nに5を入力すると

$\boxed{\text{アイ}}$ ／ $\boxed{\text{ウ}}$

が出力される。また，変数Xに3.141，変数Nに7を入力すると，140行は $\boxed{\text{エオ}}$ 回実行されて

$\boxed{\text{カキ}}$ ／ $\boxed{\text{ク}}$

が出力される。このように〔プログラム1〕は，変数Xに正の実数を，変数Nに正の整数を入力すると $\boxed{\text{ケ}}$ を出力するプログラムである。$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　Nを分母とする有理数のうち，Xを超えない最大のもの
①　Nを分母とする有理数のうち，X未満で最大のもの
②　Nを分母とする有理数のうち，Xを超える最小のもの
③　Nを分母とする有理数のうち，X以上の最小のもの

（数学Ⅱ・数学B 第6問 は次ページに続く。）

(2) 〔プログラム１〕の 120 行から 150 行を $\boxed{\text{コ}}$ と書き換えても同じ出力が得られる。また，N を分母とする有理数のうち，X に最も近いものを出力させるためには，〔プログラム１〕の 120 行から 150 行を $\boxed{\text{サ}}$ と書き換えればよい。ただし，L を負でない整数として，X が

$$\left|X-\frac{L}{N}\right|=\left|X-\frac{L+1}{N}\right|$$

を満たすときは，$\frac{L+1}{N}$ を X に最も近いものとする。$\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。INT(X) は X を超えない最大の整数を表す関数である。

⓪ LET M=INT(X*N)

① LET M=INT(X/N)

② LET M=INT(X*N-1)

③ LET M=INT(X/N-1)

④ LET M=INT(X*N+0.5)

⑤ LET M=INT(X/N+0.5)

⑥ LET M=INT(X*N+1)

⑦ LET M=INT(X/N+1)

（数学Ⅱ・数学B 第６問 は次ページに続く。）

〔プログラム 1〕を参考にして，正の実数 X に対し，分母が 1 以上 99 以下の有理数で X に最も近いものを出力する〔プログラム 2〕を次のように作成した。ただし，ABS(X) は X の絶対値を与える関数である。

〔プログラム 2〕

```
100 INPUT PROMPT "X=": X
110 LET D=1
120 FOR N=1 TO 99
130     [ サ ]
140     LET E=ABS(X-M/N)
150     IF D<E THEN GOTO [ シ ]
160     LET U=N
170     LET V=M
180     LET [ ス ]
190 NEXT N
200 PRINT V;"／"; U
210 END
```

（数学Ⅱ・数学B 第 6 問 は次ページに続く。）

(3) 〔プログラム２〕の $\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。

⓪ 180　① 190　② 210　③ D=E-1
④ D=E　⑤ D=E+1

(4) 〔プログラム２〕を実行して，変数 X に 0.5 を入力すると

$\boxed{\text{セソ}}$ ／ $\boxed{\text{タチ}}$

が出力される。変数 X に正の実数を入力したとき，既約分数を出力するには，150 行の D<E を $\boxed{\text{ツ}}$ と書き換えればよい。$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ D<=E　① D=E　② D>E　③ D>=E

II　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－），数字（０～９），又は文字（ａ～ｄ）が入ります。**ア，イ，ウ，…** の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア，イ，ウ，…** で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	● ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
イ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
ウ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ● ⓑ ⓒ ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

問題を解く際には，「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し，試験終了後に配付される「学習の手引き」にそって自己採点し，再確認しなさい。