受験番号		氏　　名		クラス		出席番号	

試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2012年度　第１回　全統マーク模試問題

数　　学 ②（100点　60分）

〔数学Ⅱ，数学Ⅱ・数学B〕

2012年４月実施

この問題冊子には，「**数学Ⅱ**」「**数学Ⅱ・数学B**」の２科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙は，第１面(表面)及び第２面(裏面)の両面を使用しなさい。

解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従って，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。必要事項欄及びマーク欄に**正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。**

① **受験番号欄**

受験票が発行されている場合のみ，必ず**受験番号**(数字及び英字)を**記入**し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。

② **氏名欄，高校名欄，クラス・出席番号欄**

氏名・フリガナ，高校名・フリガナ及び**クラス・出席番号**を**記入**しなさい。

③ **解答科目欄**

解答する科目を一つ選び，マーク欄に**マーク**しなさい。

マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点となることがあります。

解答科目については，間違いのないよう十分に注意し，マークしなさい。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数　学　Ⅱ	2～12	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	13～31	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

4　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　**この注意事項は，問題冊子の裏表紙にも続きます。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。**

河合塾

数　学　II

（全　問　必　答）

第１問　（配点　30）

解説

〔１〕

(1)　$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{\boxed{ア}}}$ である。

三つの数 a，b，c を

$$a = 4^{\frac{1}{4}}, \qquad b = (\sqrt{2})^{\frac{2}{3}}, \qquad c = 8^{\frac{1}{12}}$$

とする。

$$a = 2^{\frac{1}{\boxed{イ}}}, \qquad b = 2^{\frac{1}{\boxed{ウ}}}, \qquad c = 2^{\frac{1}{\boxed{エ}}}$$

であるから，a，b，c の大小関係は

$$\boxed{\quad オ \quad} < \boxed{\quad カ \quad} < \boxed{\quad キ \quad}$$

である。

（数学II 第１問 は次ページに続く。）

(2) x の方程式

$$\log_2(3-x) = \log_2(x+3) + \log_2 x \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (*)$$

について考える。

真数は正であるから

$$\boxed{\text{ク}} < x < \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立ち，この条件のもとで (*) を変形すると

$$x^2 + \boxed{\text{コ}}\,x - \boxed{\text{サ}} = 0$$

が得られる。よって，(*) の解は

$$x = \sqrt{\boxed{\text{シ}}} - \boxed{\text{ス}}$$

である。

(数学Ⅱ 第1問 は次ページに続く。)

〔2〕

次の二つの関数 $f(\theta)$, $g(\theta)$ を考える。

$$f(\theta) = \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta$$

$$g(\theta) = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$$

(1) $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \boxed{\text{セ}}$, $g\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \boxed{\text{ソ}}$ である。

(2) $f(\theta)$ は $f(\theta) = \boxed{\text{タ}}\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{\boxed{\text{チ}}}\right)$ と変形できるから，θ の方程式 $f(\theta) = 1$ の解は $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲において

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{ツ}}},\quad \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\pi$$

である。

(数学Ⅱ 第1問 は次ページに続く。)

(3) $h(\theta)=f(\theta)+g(\theta)+f(\theta)g(\theta)$ とすると

$$h(\theta)=\boxed{\text{ナ}}\sin^2\theta+\boxed{\text{ニ}}\sin\theta-\boxed{\text{ヌ}}$$

である。

また，θ の方程式 $h(\theta)=k$ が $0\leqq\theta<2\pi$ の範囲において異なる四つの実数解をもつような実数 k の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ネノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}<k<\boxed{\text{フヘ}}$$

である。

第 2 問 （配点　30）

解説

関数 $f(x) = 1 - x^2$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \boxed{\text{アイ}}\,x$$

である。また，座標平面上で，放物線 $y = f(x)$ を C とする。

(1) 曲線 C と x 軸の交点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ウ}},\ 0\right) \text{ と } \left(-\boxed{\text{ウ}},\ 0\right)$$

である。曲線 C 上の点 $\left(\boxed{\text{ウ}},\ 0\right)$ における C の接線を ℓ とする。ℓ の傾きは $\boxed{\text{エオ}}$ であるから，ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{エオ}}\,x + \boxed{\text{カ}}$$

である。

曲線 C と直線 ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

（数学Ⅱ 第 2 問 は次ページに続く。）

(2) 曲線 C 上に 2 点 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$，$\mathrm{B}(b,\ f(b))$ $(a < b)$ をとり，点 A，点 B における C の接線をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とする。また，ℓ_1 と ℓ_2 の交点を P とする。

ℓ_1，ℓ_2 の方程式は

$$\ell_1 : y = \boxed{\text{ケコ}}\,ax + a^2 + \boxed{\text{サ}}$$

$$\ell_2 : y = \boxed{\text{ケコ}}\,bx + b^2 + \boxed{\text{サ}}$$

であるから，点 P の座標は

$$\left(\frac{a+b}{\boxed{\text{シ}}},\ \boxed{\text{ス}} - ab \right)$$

である。

ここで，点 P が直線 $x + y = 2$ 上の $0 \leqq x \leqq 1$ を満たす部分にあるときを考える。点 P の座標は $\left(t,\ \boxed{\text{セ}} - t\right)$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ と表されるから

$$\begin{cases} a + b = \boxed{\text{ソ}}\,t \\ ab = t - \boxed{\text{タ}} \end{cases}$$

が成り立つ。さらに，直線 AB の方程式を a，b を用いて表すと

$$y = \boxed{\text{チ}}(a+b)x + ab + \boxed{\text{ツ}}$$

となるから，これを t を用いて表すと

$$y = \boxed{\text{テト}}\,tx + t$$

となる。

よって，直線 AB は t の値にかかわらず，点 $\left(\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}},\ \boxed{\text{ヌ}} \right)$ を通る。

また，t が $0 \leqq t \leqq 1$ の範囲を動くとき，線分 AB が通過する領域の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

第３問 （配点　20）

解説

O を原点とする座標平面上で，点 $(1,\ 2)$ を通る直線と円 $C : x^2 + y^2 = 1$ が接している。このような直線は 2 本存在し，そのうち

y 軸に平行な直線を ℓ_1

y 軸に平行でない直線を ℓ_2

とする。

直線 ℓ_1 の方程式は $x = \boxed{\text{ア}}$ であり，C と ℓ_1 の接点を A とすると，A の座標は $\left(\boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウ}}\right)$ である。

（数学Ⅱ 第３問 は次ページに続く。）

次に，点 $(1,\ 2)$ を通り傾きが m である直線 L の方程式は

$$y = m(x-1)+2$$

とおける。L と原点 O との距離を d とすると，d は

$$d = \frac{\left|-m + \boxed{\text{エ}}\right|}{\sqrt{m^2 + \boxed{\text{オ}}}}$$

と表される。C と L が接するとき，m の値は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり，このときの直線 L が直線 ℓ_2 である。ここで，C と ℓ_2 の接点を B とする。点 B を通り，直線 ℓ_2 に垂直な直線の方程式は $y = \dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}x$ であるから，点 B の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}},\ \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\right)$ である。このとき，線分 AB の長さは $\dfrac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

さらに，円 C 上に点 P をとる。ただし，点 P は A, B 以外の点である。

三角形 ABP の面積が $\dfrac{6}{5}$ であるとき，点 P の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}},\ \frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\right) \quad \text{または} \quad \left(\boxed{\text{ノ}},\ \boxed{\text{ハヒ}}\right)$$

である。

第4問 （配点　20）

解説

i は虚数単位とする。また，p，q を実数として，$P(x) = x^2 - px + q$ とする。

$\alpha = 1 + 2i$ のとき，$\alpha^2 = \boxed{アイ} + \boxed{ウ}\,i$ であるから

$$P(\alpha) = -p + q - \boxed{エ} - 2\left(p - \boxed{オ}\right)i$$

である。ここで，α が方程式 $P(x) = 0$ の解であるとき，$P(\alpha) = 0$ より

$$p = \boxed{カ}, \quad q = \boxed{キ}$$

である。以下，$p = \boxed{カ}$，$q = \boxed{キ}$ とする。

（数学Ⅱ 第4問 は次ページに続く。）

a は実数とする。また，x の整式 $Q(x)$ は，$P(x)$ で割ると商が $x-2$，余りが $ax-2a$ である整式である。このとき，$Q(x)$ は

$$Q(x)=\left(x-\boxed{\text{ク}}\right)\left(x^2-\boxed{\text{カ}}x+\boxed{\text{キ}}+\boxed{\text{ケ}}\right)$$

と表される。方程式 $Q(x)=0$ が虚数解をもつような a の値の範囲は

$$a>\boxed{\text{コサ}}$$

であり，このときの虚数解を β，γ とすると

$$\begin{cases}\beta+\gamma=\boxed{\text{シ}}\\ \beta\gamma=\boxed{\text{ス}}+\boxed{\text{セ}}\end{cases}$$

である。ここで，$b=\dfrac{1}{\boxed{\text{ク}}}+\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}$ とすると，a，b には

$$\left(a+\boxed{\text{ソ}}\right)\left(2b-\boxed{\text{タ}}\right)=\boxed{\text{チ}}$$

の関係が成り立つ。さらに，a，b が整数であるとすると

$$a=\boxed{\text{ツテ}},\quad b=\boxed{\text{ト}}$$

である。このとき，$\dfrac{1}{\beta}$，$\dfrac{1}{\gamma}$ を解にもつ 2 次方程式の一つは

$$x^2-\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}x+\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}=0$$

である。

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅱ・数学Ｂ

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	
第６問	

 （注）この科目には，選択問題があります。（13ページ参照。）

第1問 （必答問題） （配点　30）

解説

〔1〕

(1) $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}}$ である。

三つの数 a，b，c を

$$a = 4^{\frac{1}{4}}, \qquad b = (\sqrt{2})^{\frac{2}{3}}, \qquad c = 8^{\frac{1}{12}}$$

とする。

$$a = 2^{\frac{1}{\boxed{\text{イ}}}}, \qquad b = 2^{\frac{1}{\boxed{\text{ウ}}}}, \qquad c = 2^{\frac{1}{\boxed{\text{エ}}}}$$

であるから，a，b，c の大小関係は

$$\boxed{\quad\text{オ}\quad} < \boxed{\quad\text{カ}\quad} < \boxed{\quad\text{キ}\quad}$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。）

(2) x の方程式

$$\log_2(3-x)=\log_2(x+3)+\log_2 x \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \ (*)$$

について考える。

真数は正であるから

$$\boxed{\text{ク}} < x < \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立ち，この条件のもとで $(*)$ を変形すると

$$x^2+\boxed{\text{コ}}\,x-\boxed{\text{サ}}=0$$

が得られる。よって，$(*)$ の解は

$$x=\sqrt{\boxed{\text{シ}}}-\boxed{\text{ス}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B 第1問 は次ページに続く。)

〔２〕

次の二つの関数 $f(\theta)$，$g(\theta)$ を考える。

$$f(\theta) = \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta$$

$$g(\theta) = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$$

(1) $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \boxed{\text{セ}}$，$g\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \boxed{\text{ソ}}$ である。

(2) $f(\theta)$ は $f(\theta) = \boxed{\text{タ}}\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{\boxed{\text{チ}}}\right)$ と変形できるから，θ の方程式

$f(\theta) = 1$ の解は $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲において

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{ツ}}},\quad \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\pi$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第１問 は次ページに続く。）

(3)　$h(\theta) = f(\theta) + g(\theta) + f(\theta)g(\theta)$ とすると

$$h(\theta) = \boxed{\text{ナ}}\sin^2\theta + \boxed{\text{ニ}}\sin\theta - \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

　また，θ の方程式 $h(\theta) = k$ が $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲において異なる四つの実数解をもつような実数 k の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ネノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} < k < \boxed{\text{フヘ}}$$

である。

第 2 問 （必答問題）（配点　30）

解説

関数 $f(x) = 1 - x^2$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \boxed{\text{アイ}}\,x$$

である。また，座標平面上で，放物線 $y = f(x)$ を C とする。

(1) 曲線 C と x 軸の交点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ウ}},\ 0\right) \text{ と } \left(-\boxed{\text{ウ}},\ 0\right)$$

である。曲線 C 上の点 $\left(\boxed{\text{ウ}},\ 0\right)$ における C の接線を ℓ とする。ℓ の傾きは $\boxed{\text{エオ}}$ であるから，ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{エオ}}\,x + \boxed{\text{カ}}$$

である。

曲線 C と直線 ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B 第 2 問 は次ページに続く。）

(2) 曲線 C 上に2点 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$，$\mathrm{B}(b,\ f(b))$ $(a < b)$ をとり，点A，点Bにおける C の接線をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とする。また，ℓ_1 と ℓ_2 の交点をPとする。

ℓ_1，ℓ_2 の方程式は

$$\ell_1 : y = \boxed{\text{ケコ}}\,ax + a^2 + \boxed{\text{サ}}$$

$$\ell_2 : y = \boxed{\text{ケコ}}\,bx + b^2 + \boxed{\text{サ}}$$

であるから，点Pの座標は

$$\left(\frac{a+b}{\boxed{\text{シ}}},\ \boxed{\text{ス}} - ab \right)$$

である。

ここで，点Pが直線 $x + y = 2$ 上の $0 \leqq x \leqq 1$ を満たす部分にあるときを考える。点Pの座標は $\left(t,\ \boxed{\text{セ}} - t\right)$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ と表されるから

$$\begin{cases} a + b = \boxed{\text{ソ}}\,t \\ ab = t - \boxed{\text{タ}} \end{cases}$$

が成り立つ。さらに，直線ABの方程式を a，b を用いて表すと

$$y = \boxed{\text{チ}}(a + b)x + ab + \boxed{\text{ツ}}$$

となるから，これを t を用いて表すと

$$y = \boxed{\text{テト}}\,tx + t$$

となる。

よって，直線ABは t の値にかかわらず，点 $\left(\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}},\ \boxed{\text{ヌ}} \right)$ を通る。

また，t が $0 \leqq t \leqq 1$ の範囲を動くとき，線分ABが通過する領域の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

第3問　（選択問題）（配点　20）

解説

(1)　等差数列 $\{a_n\}$ が $a_3 = 5$ を満たすとする。

数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 を a，公差を d とすると

$$a + \boxed{\text{ア}}\,d = 5$$

が成り立つ。さらに，数列 $\{a_n\}$ が

$$a_2 + a_4 + a_6 = 21$$

を満たすとする。このとき，

$$a = \boxed{\text{イ}},\quad d = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると

$$S_n = \boxed{\text{エ}}\quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪　$2n - 1$　①　$3n - 2$　②　n^2　③　$2n^2 - 1$　④　$\frac{1}{2}n(n+1)$

また，

$$\frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\left(\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+1}}\right)\quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

と変形できるので

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{n}{\boxed{\text{キ}}\,n + \boxed{\text{ク}}}\quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第3問 は次ページに続く。）

(2)　等比数列 $\{b_n\}$ が $b_3 = 18$ を満たすとする。

数列 $\{b_n\}$ の初項 b_1 を b，公比を r $(r > 0)$ とすると

$$br^{\boxed{\text{ケ}}} = 18$$

が成り立つ。さらに，数列 $\{b_n\}$ が

$$b_3 + b_4 + b_5 = 234$$

を満たすとする。このとき

$$b = \boxed{\text{コ}},\quad r = \boxed{\text{サ}}$$

である。

数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とすると

$$T_n = \boxed{\text{シ}}^{\,n} - \boxed{\text{ス}} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

(3)　数列 $\{c_n\}$ を (1) の a_n，(2) の b_n を用いて

$$c_n = \frac{1}{2}a_n b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定義する。

c_n を 2 で割った余りを p_n，c_n を 3 で割った余りを q_n とすると

$$\sum_{k=1}^{n} k^2(2^{p_k} + 3^{q_k}) = n^3 + \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}n^2 + \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}n + \boxed{\text{ツ}}$$

$(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

である。

第4問（選択問題）（配点　20）

解説

三角形OABがあり，辺OBの中点をCとし，三角形ABCの重心をGとする。

$$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}(\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}}) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。

直線OG上に点Pがあるとき，実数sを用いて$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OG}}$と表される。さらに，点Pが直線AB上にもあるとき $s = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。このときの点PをDとする。

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第4問 は次ページに続く。）

三角形OABにおいて $|\overrightarrow{OA}|=2$，$|\overrightarrow{OB}|=3$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=1$ とする。

(1) $|\overrightarrow{AB}|^2=|\overrightarrow{OA}|^2-\boxed{\text{ソ}}\,\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+|\overrightarrow{OB}|^2$ であるから，$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

(2) 直線AC上に点Hがある。このとき，実数 t を用いて $\overrightarrow{AH}=t\overrightarrow{AC}$ と表されるので

$$\overrightarrow{OH}=\left(\boxed{\text{ツ}}-t\right)\overrightarrow{OA}+\frac{t}{\boxed{\text{テ}}}\overrightarrow{OB}$$

と表される。さらに，$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AC}$ とする。このとき，

$$\overrightarrow{OH}=\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\overrightarrow{OA}+\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\overrightarrow{OB}$$

である。

また，直線ACに関してOと対称な点をEとすると $\overrightarrow{OE}=\boxed{\text{ネ}}\,\overrightarrow{OH}$ である。

点Qが直線AC上を動くとき $\mathrm{DQ}+\mathrm{EQ}$ の最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ノハヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}}$ である。

第5問（選択問題）（配点　20）

解説

あるクラスの生徒5人が英語と数学の試験を受けた。いずれの試験も得点は負でない整数とし，満点は100点である。英語の試験の得点を変量 x，数学の試験の得点を変量 y とする。また，それぞれの平均値を $\overline{x}$，$\overline{y}$ とする。次の表はこれらのデータをまとめたものである。ただし，一部のデータが失われており，空欄となっている。

番号	x	y	$x-\overline{x}$	$y-\overline{y}$
1	85			30
2	72	67		C
3	A			-20
4	30			D
5	61		3	0
合計	B			0

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁（けた）数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

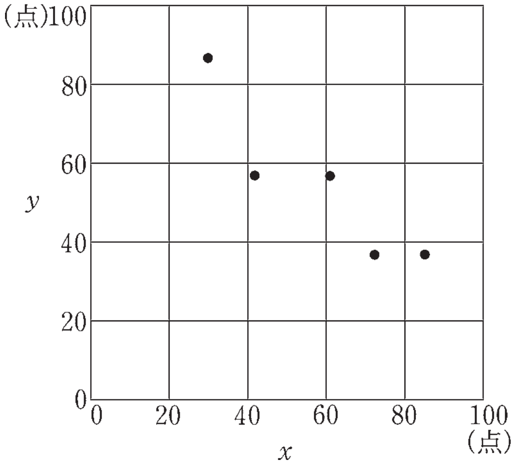
(1)　変量 x の平均値 $\overline{x}$ は $\boxed{アイ}.\boxed{ウ}$ 点である。また，表中のA，Bの値はそれぞれ $\boxed{エオ}$ 点，$\boxed{カキク}$ 点であり，変量 x の中央値は $\boxed{ケコ}.\boxed{サ}$ 点である。

(2)　変量 y の分散は360である。表中のC，Dの値はそれぞれ $\boxed{シス}$ 点，$\boxed{セソタ}$ 点である。

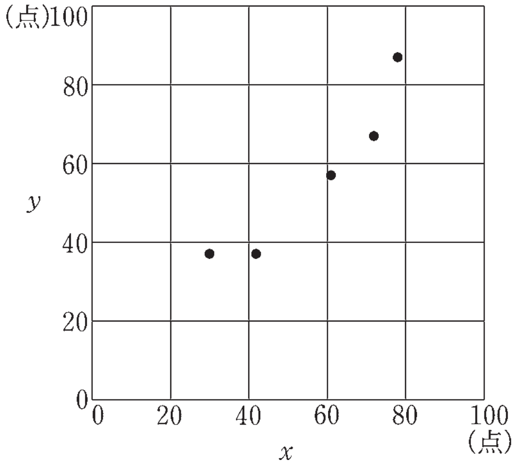
（数学Ⅱ・数学B 第5問 は次ページに続く。）

(3)　変量 x と変量 y の相関図(散布図)は $\boxed{\text{チ}}$ である。$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

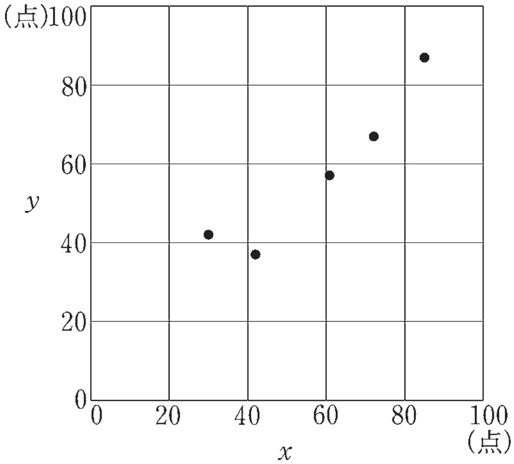
⓪



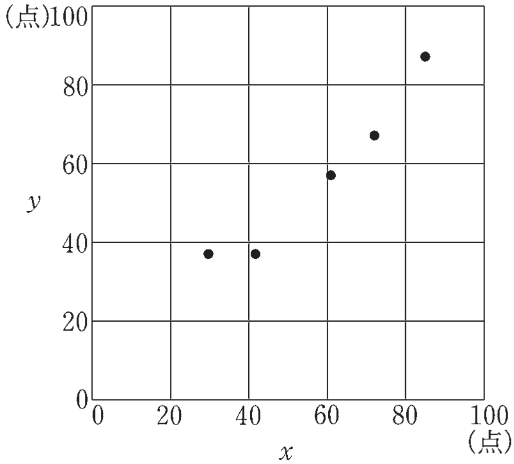
①



②



③



(数学Ⅱ・数学B 第5問 は次ページに続く。)

(4) 変量 x と変量 y の相関係数は $\boxed{\text{ツ}}$ である。$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ -0.97　① -0.04　② 0.04　③ 0.97

(5) 番号 1， 3， 4 の生徒が英語の追試験を受けた。番号 1 の生徒は得点が 6 点上がり，残り 2 人の生徒はそれぞれ得点が 3 点ずつ下がった。この 3 人の生徒については追試験の得点を変量 z とし，これ以外の番号 2， 5 の 2 人の生徒については，最初に受けた英語の試験の得点を変量 z とする。

変量 z の平均値 は 変量 x の平均値と比べて $\boxed{\text{テ}}$。

また，変量 z の分散 は 変量 x の分散と比べて $\boxed{\text{ト}}$。

$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ 増加する　① 変化しない　② 減少する

（下 書 き 用 紙）

第6問　（選択問題）（配点　20）

解説

(1)　次の〔プログラム１〕を作成した。ただし，A には自然数を入力する。

〔プログラム１〕

```
100 INPUT PROMPT "A=": A
110 LET L=1
120 FOR M=1 TO A
130     LET H=(M+1)*(M+1)
140     IF L<=A AND A<H THEN GOTO 170
150     LET L=H
160 NEXT M
170 PRINT M
180 END
```

〔プログラム１〕を実行して，A に 8 を入力すると，170 行で出力される M の値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，A に 9 を入力すると，170 行で出力される M の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

〔プログラム１〕は入力された自然数 A の $\boxed{\text{ウ}}$ を出力するプログラムである。

$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　2 乗の値　　　①　正の平方根

②　3 乗の値　　　③　正の平方根の整数部分

（数学Ⅱ・数学B 第6問 は次ページに続く。）

(2) 〔プログラム１〕を部分的に変更して，自然数 A を入力したとき，A の正の平方根の小数第１位を四捨五入して得られる自然数を出力するようにしたい。そのためには〔プログラム１〕の 130 行を

```
130   LET H= [ エ ]
```

と変更すればよい。$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ M-0.5　　① M+0.5

② (M-0.5)*(M-0.5)　　③ (M+0.5)*(M+0.5)

変更後の〔プログラム１〕を実行して，A に 30 を入力すると，150 行は $\boxed{\text{オ}}$ 回実行され，170 行で出力される M の値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B 第６問 は次ページに続く。)

(3) 変更後の〔プログラム1〕を参考にして，自然数Aと2以上の整数Nを入力したとき，Aの正のN乗根の小数第1位を四捨五入して得られる自然数を出力する〔プログラム2〕を作成した。

〔プログラム2〕

```
100 INPUT PROMPT "A=":A
102 INPUT PROMPT "N=":N
110 LET L=1
120 FOR M=1 TO A
130     LET H=1
132     FOR J=1 TO [キ]
134         LET H=[ク]
136     NEXT J
140     IF L<=A AND A<H THEN GOTO 170
150     LET L=H
160 NEXT M
170 PRINT M
180 END
```

(数学Ⅱ・数学B 第6問 は次ページに続く。)

$\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。

⓪ N-1	① N
② A-1	③ A
④ (M+0.5)*(M+0.5)	⑤ (M+0.5)*N
⑥ H*(M-0.5)	⑦ H*(M+0.5)

〔プログラム 2〕を実行して，A に 16，N に 3 を入力すると，170 行で出力される M の値は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

また，N に 3 を入力すると，$\boxed{\text{ケ}}$ が出力される A の値のうち最大のものは $\boxed{\text{コサ}}$ である。

II　**解答上の注意**

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（−），数字（0 〜 9），又は文字（a 〜 d）が入ります。**ア，イ，ウ，**… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア，イ，ウ，**… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	● ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
イ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ
ウ	⊖ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ● ⓑ ⓒ ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが 2 度以上現れる場合，2 度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

問題を解く際には，「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し，試験終了後に配付される「学習の手引き」にそって自己採点し，再確認しなさい。