受験番号		氏　名		クラス		出席番号	

試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2014年度　第１回　全統マーク模試問題

新・旧 課程

数学①〔数学Ⅰ　数学Ⅰ・数学A　旧数学Ⅰ　旧数学Ⅰ・旧数学A〕（100点　60分）

2014年５月実施

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙は，第１面(表面)及び第２面(裏面)の両面を使用しなさい。
解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，０点**となることがあります。

解答科目については，間違いのないよう十分に注意し，マークしなさい。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

〔新教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅰ	4～14	左の２科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	15～27	

〔旧教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅰ	4～14	左の４科目のうちから１科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	15～27	
旧数学Ⅰ	28～35	
旧数学Ⅰ・旧数学A	36～45	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

河合塾

1460610112150070

数　学　I

（全　問　必　答）

第１問　（配点　20）

解説

2 次方程式 $x^2 - \sqrt{10}x + 2 = 0$ の解のうち大きい方を α とする。

$$\alpha = \frac{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であり

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}} - \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

不等式 $\dfrac{1}{\alpha} < x < \alpha$ を満たす整数 x は $\boxed{\text{ケ}}$ 個である。

$\frac{\sqrt{10}\pm\sqrt{10-8}}{2} = \frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}$　$\frac{1}{\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$

3…　1.4…　2

$\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{4} < x < \frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}$　3 + 1.4　4.4

$\frac{2(\sqrt{10}-\sqrt{2})}{(\sqrt{10}+\sqrt{2})(\sqrt{10}-\sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{10}-2\sqrt{2}}{10-2} = \frac{2\sqrt{10}-2\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{4}$

$\frac{1}{2} < x < 2.4$…

1.2

2

（数学 I　第１問 は次ページに続く。）

n を正の整数とし，実数 x に関する条件 p，q を次のように定める。

$$p : \frac{1}{\alpha} < x < \alpha$$

$$q : \left| \frac{20}{n}x - \sqrt{5} \right| < 1$$

(1) $n = 10$ とする。

条件 q を満たす x の値の範囲は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}} - \boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} < x < \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}} + \boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

であり，このとき

p は q であるための $\boxed{\text{ス}}$。

$\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

(2) 「p が q であるための必要条件」であるような整数 n の最小値は $\boxed{\text{セ}}$ であり，最大値は $\boxed{\text{ソタ}}$ である。

第２問 （配点　20）

解説

15 人の生徒に対して行った 10 点満点のテスト A，テスト B の得点のデータについて，それぞれの第 1 四分位数，中央値，第 3 四分位数を調べたところ次の表のようになった。ただし，得点はすべて整数値である。

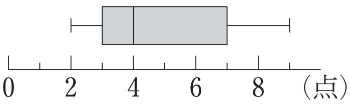
なお，四分位数とは，データを値の大きさの順に並べたとき，4 等分する位置にくる値であり，小さい方から順に，第 1 四分位数，第 2 四分位数，第 3 四分位数という。第 2 四分位数は中央値である。データの大きさが奇数のときは，データを値の小さい方から順に左から並べたとき，中央の位置にくる値よりも左側のデータを下位のデータ，右側のデータを上位のデータと呼ぶこととすると，下位のデータの中央値が第 1 四分位数，上位のデータの中央値が第 3 四分位数である。

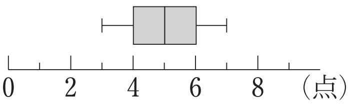
	テスト A	テスト B
第 1 四分位数	3	1
中　央　値	4	3
第 3 四分位数	7	4

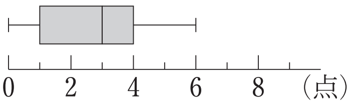
（数学 I 第２問 は次ページに続く。）

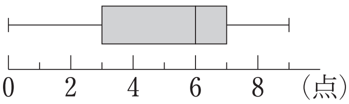
次の⓪～⑦の箱ひげ図とヒストグラムには，テストA，テストBの得点のものが含まれている。

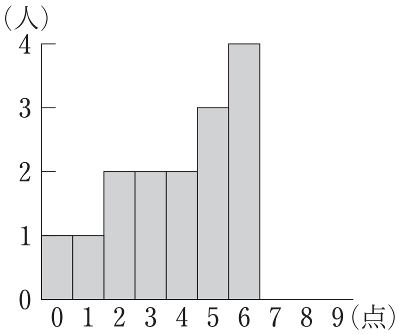
(1) の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，それぞれ次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

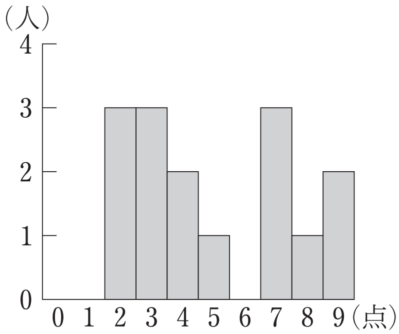
⓪


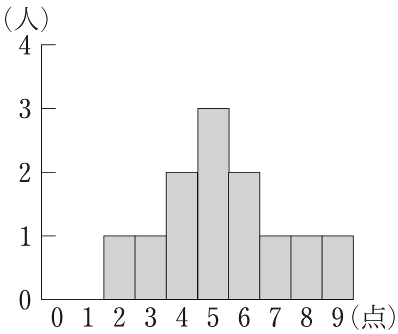
①


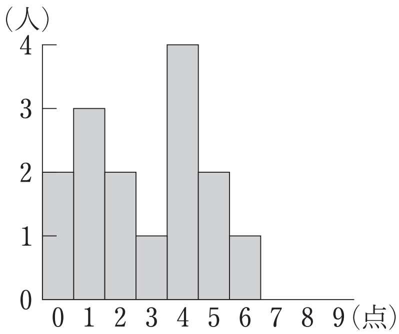
②


③


④


⑤


⑥


⑦


以下，小数の形で解答する場合，指定された桁(けた)の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

（数学Ⅰ 第2問 は次ページに続く。）

(1) テストAの得点の箱ひげ図は $\boxed{\text{ア}}$ であり，テストBの得点の箱ひげ図は $\boxed{\text{イ}}$ である。また，テストAの得点のヒストグラムは $\boxed{\text{ウ}}$ であり，テストBの得点のヒストグラムは $\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) テストAの得点の平均値は $\boxed{\text{オ}}.\boxed{\text{カ}}$ 点であり，分散は $\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$ である。

(数学Ⅰ 第2問 は次ページに続く。)

(3) テストAを20点満点にするため，テストAの得点を2倍にした。このとき，変更前のものと比較して

テストAの得点の平均値は $\boxed{\text{コ}}$。

テストAの得点の分散は $\boxed{\text{サ}}$。

$\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，それぞれ次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $\frac{1}{4}$ 倍になる

① $\frac{1}{2}$ 倍になる

② 変化しない

③ 2倍になる

④ 4倍になる

第3問 （配点　30）

解説

$\triangle$ABC を $\angle$ABC$=90^\circ$ である直角三角形とする。

辺 AC の中点を M とし，$\triangle$ABM，$\triangle$BCM の外接円の半径をそれぞれ R_1，R_2 とする。$\angle$CAB$=\theta$ とするとき

$$2R_1 = \frac{\mathrm{BM}}{\boxed{\text{ア}}},\quad 2R_2 = \frac{\mathrm{BM}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の⓪と①のうちからそれぞれ一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $\sin\theta$　　　① $\cos\theta$

さらに，$R_1 = \sqrt{3}R_2$ が成り立つとき

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

（数学 I 第3問 は次ページに続く。）

以下，$R_1=\sqrt{3}R_2$，$R_2=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ とする。

$$\mathrm{BM}=\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

直線 AC に関して B と反対側に点 D を $\mathrm{MD}=\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$，$\sin\angle\mathrm{CBD}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$ となるようにとる。このとき

$$\mathrm{CD}=\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

であり

$$\cos\angle\mathrm{CMD}=\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}},\quad \sin\angle\mathrm{CMD}=\frac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

空間内で，四角形 ABCD を直線 CA を折り目として，△ACD を，△ABC と垂直になるように折る。折った後の点 D を点 E と呼ぶことにすると，四面体 EABC の体積は $\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

第 4 問 （配点　30）

解説

a を実数とし，x の 2 次関数

$$y = x^2 - 4ax + 6a^2 - 2a - 4 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

関数 ① のグラフを G とする。

G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イ}}\,a^2 - \boxed{\text{ウ}}\,a - \boxed{\text{エ}} \right)$$

である。

(1) G が x 軸と異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{オカ}} < a < \boxed{\text{キ}}$$

であり，$a = \boxed{\text{オカ}}$ のときの G を x 軸方向に $\boxed{\text{ク}}$ だけ平行移動すると，$a = \boxed{\text{キ}}$ のときの G に一致する。

(2) G が x 軸の負の部分と異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{ケコ}} < a < \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

（数学 I 第 4 問 は次ページに続く。）

(3)　$-1 \leqq x \leqq 0$ における関数①の最大値を M とする。

$a=-2$ のとき，$M=$ $\boxed{\text{セソ}}$ である。

G と y 軸との交点の y 座標を Y とすると，$M=Y$ となるような a の値の範囲は

$$a \leqq \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

であり，このとき，$M>0$ となるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

(4)　G が x 軸と 2 点 A，B で交わり，線分 AB の長さが 2 であるとき

$$a = \frac{\boxed{\text{ニ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅰ・数学A

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	

（注）　選択問題は，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，指定された問題数をこえて解答してはいけません。

第1問　（必答問題）　（配点　30）　解説

〔1〕　2次方程式 $x^2-\sqrt{10}x+2=0$ の解のうち大きい方を α とする。

$$\alpha=\frac{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}+\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であり

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}-\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

実数 x に関する条件 p，q を次のように定める。

$$p：\frac{1}{\alpha}<x<\alpha$$

$$q：\left|2x-\sqrt{5}\right|<1$$

条件 q を満たす x の値の範囲は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}-\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}<x<\frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}+\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であり，このとき

p は q であるための $\boxed{\text{シ}}$。

$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　必要十分条件である

①　必要条件であるが，十分条件ではない

②　十分条件であるが，必要条件ではない

③　必要条件でも十分条件でもない

（数学Ⅰ・数学A 第1問 は次ページに続く。）

解説

〔2〕 △ABC において BC＝2，CA＝3，$\cos\angle BCA=\dfrac{1}{4}$ とする。このとき

$$AB=\sqrt{\boxed{\text{スセ}}},\quad \sin\angle BCA=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

また，△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ であり，△ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

次に，点 D を △ABC の外接円の点 B を含まない弧 CA 上に，線分 BD が △ABC の外接円の直径となるようにとる。このとき

$$CD=\frac{\boxed{\text{ノ}}\sqrt{\boxed{\text{ハヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}}$$

である。

さらに，空間内で，四角形 ABCD を直線 CA を折り目として，△ACD を △ABC と垂直になるように折る。折った後の点 D を点 E と呼ぶことにすると，四面体 EABC の体積は

$$\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$$

である。

第２問 （必答問題） （配点　30）

解説

〔１〕 a を実数とし，x の２次関数

$$y = x^2 - 4ax + 6a^2 - 2a - 4 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

関数 ① のグラフを G とする。

G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{ア}a,\ \boxed{イ}a^2 - \boxed{ウ}a - \boxed{エ}\right)$$

である。

(1) G が x 軸と異なる２点で交わるような a の値の範囲は

$$\boxed{オカ} < a < \boxed{キ}$$

であり，$a = \boxed{オカ}$ のときの G を x 軸方向に $\boxed{ク}$ だけ平行移動すると，$a = \boxed{キ}$ のときの G に一致する。

(2) $-1 \leqq x \leqq 0$ における関数 ① の最大値を M とする。

G と y 軸との交点の y 座標を Y とすると，$M = Y$ となるような a の値の範囲は

$$a \leqq \frac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}}$$

であり，このとき，$M > 0$ となるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{シス}}{\boxed{セ}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A 第２問 は次ページに続く。）

〔2〕 15人の生徒に対して行った10点満点のテストAの得点のデータについて，第1四分位数，中央値，第3四分位数を調べたところ次の表のようになった。ただし，得点はすべて整数値である。

なお，四分位数とは，データを値の大きさの順に並べたとき，4等分する位置にくる値であり，小さい方から順に，第1四分位数，第2四分位数，第3四分位数という。第2四分位数は中央値である。データの大きさが奇数のときは，データを値の小さい方から順に左から並べたとき，中央の位置にくる値よりも左側のデータを下位のデータ，右側のデータを上位のデータと呼ぶこととすると，下位のデータの中央値が第1四分位数，上位のデータの中央値が第3四分位数である。

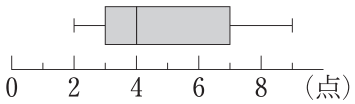
	テストA
第1四分位数	3
中　央　値	4
第3四分位数	7

（数学Ⅰ・数学A 第2問 は次ページに続く。）

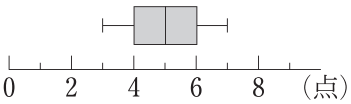
次の⓪～⑦の箱ひげ図とヒストグラムには，テストAの得点のものが含まれている。

(1)の $\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，それぞれ次の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。

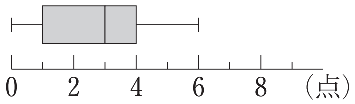
⓪



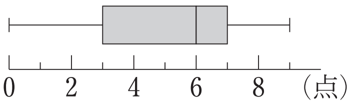
①



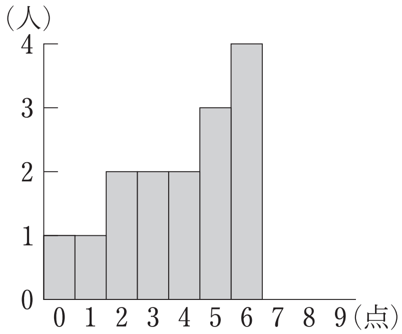
②



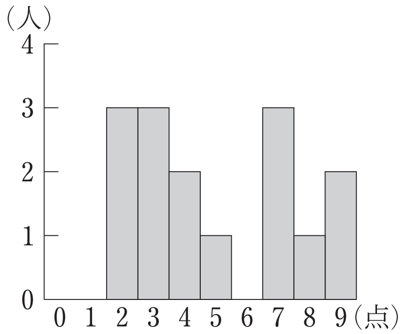
③



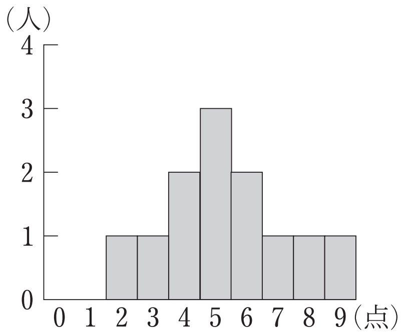
④



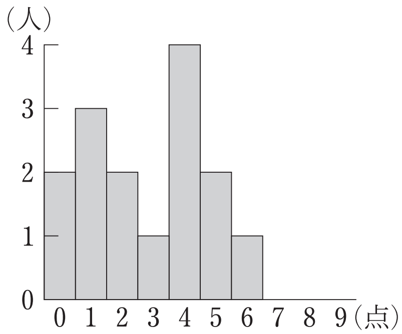
⑤



⑥



⑦



（数学Ⅰ・数学A 第2問 は次ページに続く。）

(1)　テストAの得点の箱ひげ図は $\boxed{\text{ソ}}$ であり，ヒストグラムは $\boxed{\text{タ}}$ である。

(2)　テストAを20点満点にするため，テストAの得点を2倍にした。このとき，変更前のものと比較して

テストAの得点の平均値は $\boxed{\text{チ}}$。

テストAの得点の分散は $\boxed{\text{ツ}}$。

$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，それぞれ次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪　$\dfrac{1}{4}$ 倍になる

①　$\dfrac{1}{2}$ 倍になる

②　変化しない

③　2倍になる

④　4倍になる

第3問 （選択問題）（配点　20）

解説

A，Bの二人がそれぞれ袋を持っている。

はじめ，Aの袋には赤球が1個，白球が2個の合計3個の球が入っており，Bの袋には赤球が2個，白球が1個の合計3個の球が入っている。

次の規則に従ってゲームをする。

（規則）

A，Bの二人がそれぞれ自分の袋から1個の球を取り出し，取り出した球2個の色について

- 同じ色であれば，引き分けとし，取り出した球をそれぞれ自分の袋に戻す。
- 異なる色であれば，赤球を取り出した方を勝ちとし，取り出した球をそれぞれ相手の袋に入れる。

(1) ゲームを1回行うとき，Aが赤球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり，Aが勝つ確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$，Bが勝つ確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

（**数学Ⅰ・数学A 第3問 は次ページに続く。**）

(2)　ゲームを2回続けて行うとき，Aの勝ちと引き分けが1回ずつとなる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ であり，Aの勝ちとBの勝ちが1回ずつとなる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。
また，Aの勝ちが2回となる確率は $\boxed{\text{セ}}$ である。

(3)　ゲームを3回続けて行うとき，Aの勝ちの回数がBの勝ちの回数よりも多くなる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツテ}}}$ である。

第4問 （選択問題）（配点　20）

解説

(1)　十の位の数が a である4桁の整数 $13a0$ が9の倍数であるとき $a=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。このとき，$\sqrt{\dfrac{13a0}{n}}$ が整数となる最小の整数 n は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　$A<B$ である二つの自然数 A，B について，最大公約数，最小公倍数がそれぞれ d，ℓ であり，p，q を2桁の自然数として

$$A=pd,\quad B=qd$$

と表されるとする。このとき

$$\ell=\boxed{\text{ウ}}$$

である。

$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②から一つ選べ。

⓪　pq　　①　pqd　　②　pqd^2

さらに

$$\ell=2A+8B+1334d \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

が成り立つとする。このとき，① を p，q を用いて表すと

$$\left(p-\boxed{\text{エ}}\right)\left(q-\boxed{\text{オ}}\right)=\boxed{\text{カキクケ}}$$

である。

またさらに，$p-\boxed{\text{エ}}$ が27の倍数であるとすると

$$p=\boxed{\text{コサ}},\quad q=\boxed{\text{シス}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A 第4問 は次ページに続く。）

次に

$$\boxed{\text{コサ}}\,x+\boxed{\text{シス}}\,y=1$$

を満たす整数の組 $(x,\ y)$ のうち，x の値が 100 に最も近い組は

$$(x,\ y)=\left(\boxed{\text{セソタ}},\ \boxed{\text{チツテ}}\right)$$

である。

第5問 （選択問題） （配点　20）

解説

点Oを中心とする半径1の円Oがあり，円Oの外部の点Aから円Oに引いた2本の接線と円Oとの接点をそれぞれB，Cとする。

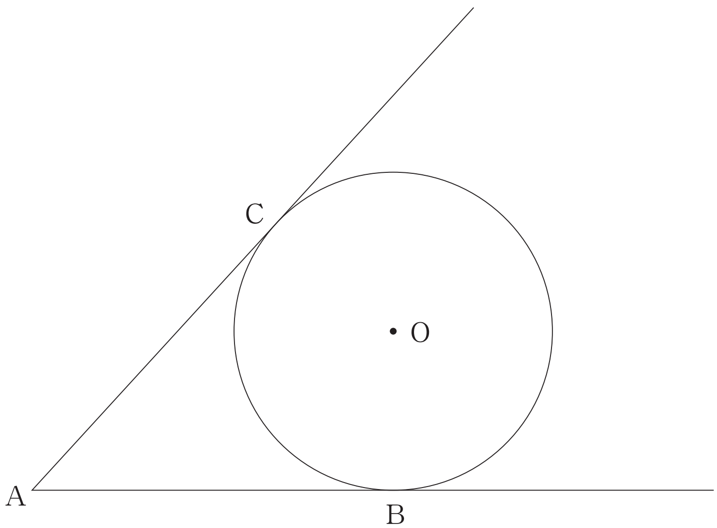
以下，$\mathrm{AB}=2$ とする。

このとき

$$\mathrm{AC}=\boxed{\text{ア}},\quad \mathrm{OA}=\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

参考図



（数学Ⅰ・数学A 第5問 は次ページに続く。）

直線 OB と直線 AC の交点を D とし，$\mathrm{OD}=x$ とおくと

$$\mathrm{AB}:\mathrm{AD}=\boxed{\text{ウ}}:x$$

であり

$$x=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

線分 OA と線分 BC の交点を E とすると

$$\mathrm{OE}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

さらに，線分 OA と円 O の交点を F，直線 DF と線分 AB の交点を G とする。このとき，△OAB と直線 DG にメネラウスの定理を用いることにより

$$\frac{\mathrm{AG}}{\mathrm{GB}}=\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\left(\sqrt{\boxed{\text{コ}}}-1\right)$$

を得る。

△FAG，△EGB の面積をそれぞれ S_1，S_2 とすると

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{5\left(\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}-\boxed{\text{ス}}\right)}{\boxed{\text{セソ}}}$$

である。

「旧教育課程履修者」だけが選択できる科目です。
「新教育課程履修者」は，選択してはいけません。

旧　数　学　Ⅰ

（全　問　必　答）

第１問　（配点　20）

解説

〔１〕　２次方程式 $x^2-\sqrt{10}x+2=0$ の解のうち大きい方を α とする。

$$\alpha=\frac{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}+\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であり

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}-\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

不等式 $\dfrac{1}{\alpha}<x<\alpha$ を満たす整数 x は $\boxed{\text{ケ}}$ 個である。

（旧数学Ⅰ 第１問 は次ページに続く。）

〔2〕 n を自然数の定数とする。x の不等式 解説

$$4x^2-4n^2x+n^4-n^2 \leqq 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

$$n^4-n^2=n^{\boxed{コ}}\left(n-\boxed{サ}\right)\left(n+\boxed{シ}\right)$$

であり，不等式 ① の解は

$$\frac{n\left(n-\boxed{ス}\right)}{\boxed{セ}} \leqq x \leqq \frac{n\left(n+\boxed{ソ}\right)}{\boxed{タ}}$$

である。

不等式 ① が，$x=25$ を解に含むとき $n=\boxed{チ}$ であり，$x=800$ を解に含むとき $n=\boxed{ツテ}$ である。

第２問 （配点　25）

解説

a を実数とし，x の２次関数

$$y = x^2 - 4ax + 6a^2 - 2a - 4 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

関数 ① のグラフを G とする。

G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イ}}\,a^2 - \boxed{\text{ウ}}\,a - \boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

(1)　G が x 軸と異なる２点で交わるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{オカ}} < a < \boxed{\text{キ}}$$

であり，$a = \boxed{\text{オカ}}$ のときの G を x 軸方向に $\boxed{\text{ク}}$ だけ平行移動すると，$a = \boxed{\text{キ}}$ のときの G に一致する。

（旧数学Ⅰ 第２問 は次ページに続く。）

(2)　$-1 \leqq x \leqq 0$ における関数①の最大値を M とする。

G と y 軸との交点の y 座標を Y とすると，$M = Y$ となるような a の値の範囲は

$$a \leqq \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であり，このとき，$M > 0$ となるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(3)　G が x 軸と2点A，Bで交わり，線分ABの長さが2であるとき

$$a = \frac{\boxed{\text{ソ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

第3問 （配点　30）

解説

△ABC を ∠ABC＝90° である直角三角形とする。

辺 AC の中点を M とし，△ABM，△BCM の外接円の半径をそれぞれ R_1，R_2 とする。∠CAB＝θ とするとき

$$2R_1=\frac{\mathrm{BM}}{\boxed{\text{ア}}},\quad 2R_2=\frac{\mathrm{BM}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の⓪と①のうちからそれぞれ一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $\sin\theta$　　　① $\cos\theta$

さらに，$R_1=\sqrt{3}R_2$ が成り立つとき

$$\tan\theta=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

（旧数学 I 第3問 は次ページに続く。）

以下，$R_1 = \sqrt{3}\,R_2$，$R_2 = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$ とする。

$$\mathrm{BM} = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

直線 AC に関して B と反対側に点 D を $\mathrm{MD} = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$，$\sin\angle\mathrm{CBD} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$ となるようにとる。このとき

$$\mathrm{CD} = \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

であり

$$\cos\angle\mathrm{CMD} = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}},\quad \sin\angle\mathrm{CMD} = \frac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

空間内で，四角形 ABCD を直線 CA を折り目として，△ACD を，△ABC と垂直になるように折る。折った後の点 D を点 E と呼ぶことにすると，四面体 EABC の体積は $\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

第４問 （配点　25）

解説

n を自然数，a を 0 でない実数とする。

$A_n = a^n - \dfrac{1}{a^n}$，$B_n = a^n + \dfrac{1}{a^n}$ とするとき

$$B_2 = A_1^{\boxed{\text{ア}}} + \boxed{\quad\text{イ}\quad}$$

$$B_4 = B_2^{\boxed{\text{ウ}}} - \boxed{\quad\text{エ}\quad}$$

である。

また

$$A_2 = A_1B_1$$

であり，$\left(a^2 - \dfrac{1}{a^2}\right)\left(a + \dfrac{1}{a}\right) = A_{\boxed{\text{オ}}} + A_1$ より

$$A_{\boxed{\text{オ}}} = A_2B_1 - A_1$$

である。

さらに

$$A_5 = A_3B_{\boxed{\text{カ}}} - A_1$$

である。

（旧数学 I 第４問 は次ページに続く。）

以下，$a=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ とする。

$$A_1=\boxed{\text{キ}},\quad B_1=\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$
$$A_2=\sqrt{\boxed{\text{ケ}}},\quad B_2=\boxed{\text{コ}}$$

であり

$$A_3=\boxed{\text{サ}}$$
$$B_4=\boxed{\text{シ}}$$

である。

また

$$A_9=\boxed{\text{スセ}},\quad A_{17}=\boxed{\text{ソタチツ}}$$

である。

「旧教育課程履修者」だけが選択できる科目です。
「新教育課程履修者」は，選択してはいけません。

旧数学Ⅰ・旧数学A

（全　問　必　答）

第1問（配点　20）

解説

〔1〕 2次方程式 $x^2-\sqrt{10}x+2=0$ の解のうち大きい方を α とする。

$$\alpha=\frac{\sqrt{\boxed{\text{アイ}}}+\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であり

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}-\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

不等式 $\dfrac{1}{\alpha}<x<\alpha$ を満たす整数 x は $\boxed{\text{ケ}}$ 個である。

（旧数学Ⅰ・旧数学A 第1問 は次ページに続く。）

〔2〕 k を整数の定数とする。集合 A，B，C を 解説

$$A=\{x \mid x=(n-k)n(n+k),\ n\text{ は整数}\}$$
$$B=\{x \mid x=2n,\ n\text{ は整数}\}$$
$$C=\{x \mid x=3n,\ n\text{ は整数}\}$$

とする。

(1) $k=1$ とする。

整数 x が A に属することは，整数 x が $B\cap C$ に属するための $\boxed{\text{コ}}$。

$\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

(旧数学Ⅰ・旧数学A 第1問 は次ページに続く。)

(2) 命題「整数 x が A に属するならば整数 x は B に属する」と命題「整数 x が A に属するならば整数 x は C に属する」について

$k=2$ とするとき $\boxed{\text{サ}}$。

$k=3$ とするとき $\boxed{\text{シ}}$。

$\boxed{\text{サ}}$ と $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ 「整数 x が A に属するならば整数 x は B に属する」と「整数 x が A に属するならば整数 x は C に属する」はともに真である

① 「整数 x が A に属するならば整数 x は B に属する」は真であり，「整数 x が A に属するならば整数 x は C に属する」は偽である

② 「整数 x が A に属するならば整数 x は B に属する」は偽であり，「整数 x が A に属するならば整数 x は C に属する」は真である

③ 「整数 x が A に属するならば整数 x は B に属する」と「整数 x が A に属するならば整数 x は C に属する」はともに偽である

（**旧数学Ⅰ・旧数学A 第1問 は次ページに続く。**）

(3) 命題「整数 x が A に属するならば整数 x は $B \cap C$ に属する」が真であるとき，k を 6 で割った余りは $\boxed{\text{ス}}$ または $\boxed{\text{セ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ス}}$ と $\boxed{\text{セ}}$ は解答の順序を問わない。

第2問 （配点　25）

解説

a を実数とし，x の2次関数

$$y = x^2 - 4ax + 6a^2 - 2a - 4 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

関数①のグラフを G とする。

G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イ}}\,a^2 - \boxed{\text{ウ}}\,a - \boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

(1)　G が x 軸と異なる2点で交わるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{オカ}} < a < \boxed{\text{キ}}$$

であり，$a = \boxed{\text{オカ}}$ のときの G を x 軸方向に $\boxed{\text{ク}}$ だけ平行移動すると，$a = \boxed{\text{キ}}$ のときの G に一致する。

（旧数学Ⅰ・旧数学A 第2問 は次ページに続く。）

(2)　$-1 \leqq x \leqq 0$ における関数 ① の最大値を M とする。

G と y 軸との交点の y 座標を Y とすると，$M = Y$ となるような a の値の範囲は

$$a \leqq \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であり，このとき，$M > 0$ となるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(3)　G が x 軸と 2 点 A，B で交わり，線分 AB の長さが 2 であるとき

$$a = \frac{\boxed{\text{ソ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

第3問 （配点　30）

解説

△ABC において AB＝4，BC＝2，CA＝3 とする。このとき

$$\cos\angle\mathrm{BAC}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad \sin\angle\mathrm{BAC}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

また，△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ であり，△ABC の外接円の半径は

$\dfrac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

点Dを △ABC の外接円の点Bを含まない弧CA上に，AD：DC＝5：8 であるようにとる。このとき

$$\cos\angle\mathrm{ADC}=\frac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

であり

$$\mathrm{AD}=\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

（旧数学Ⅰ・旧数学A 第3問 は次ページに続く。）

2 直線 AD，BC の交点を E とする。このとき

$$\mathrm{CE}=\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}},\quad \mathrm{DE}=\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

である。

△ABE の内接円の中心を I，2 直線 AC，BD の交点を F とするとき，△EIF の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ハヒ}}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

第4問 （配点　25）

解説

1個のさいころを繰り返し投げ，次の規則に従って袋に球を入れる。ただし，初めは袋に球は入っていない。

1回目は次のようにする。

- 出た目の数が1，2，3のときは袋に1個の球を入れる
- 出た目の数が4，5のときは袋に2個の球を入れる
- 出た目の数が6のときは袋に3個の球を入れる

2回目以降は次のようにする。

- 袋に入っている球の個数が3個のときは出た目の数によらず袋に球を入れない
- 袋に入っている球の個数が3個でないときは1回目の規則と同様に袋に球を入れる

（旧数学Ⅰ・旧数学A 第4問 は次ページに続く。）

(1)　さいころを 2 回投げた後に袋に入っている球の個数について

最大値は $\boxed{ア}$ であり, $\boxed{ア}$ 個となるさいころの目の出方は $\boxed{イ}$ 通りある。

2 個となるさいころの目の出方は $\boxed{ウ}$ 通りある。

4 個となる確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$ である。

さいころを 2 回投げた後に袋に入っている球の個数の期待値は $\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケコ}}$ である。

(2)　さいころを 3 回投げた後に袋に入っている球の個数について

5 個となるさいころの目の出方は $\boxed{サシ}$ 通りある。

3 個となる確率は $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ である。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の **ア** ， **イウ** などには，特に指示がないかぎり，符号(－，±)又は数字(0～9)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　**アイウ** に －83 と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
ウ	－	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

なお，同一の問題文中に **ア** ， **イウ** などが2度以上現れる場合，原則として，2度目以降は， ア ， イウ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

5　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

問題を解く際には，「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し，試験終了後に配付される「学習の手引き」にそって自己採点し，再確認しなさい。