受験番号		氏　　名		クラス		出席番号	

試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2014年度　全統センター試験プレテスト問題

新・旧課程

数学①〔数学Ⅰ　数学Ⅰ・数学A／旧数学Ⅰ　旧数学Ⅰ・旧数学A〕（100点　60分）

2014年11月実施

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙は，第1面(表面)及び第2面(裏面)の両面を使用しなさい。

解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点**となることがあります。

解答科目については，間違いのないよう十分に注意し，マークしなさい。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

〔新教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅰ	2～10	左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	11～23	

〔旧教育課程履修者〕

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅰ	2～10	左の4科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅰ・数学A	11～23	
旧数学Ⅰ	24～31	
旧数学Ⅰ・旧数学A	32～39	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　選択問題については，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，**指定された問題数をこえて解答してはいけません。**

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

河合塾

1461610112150070

数　学　I

（全　問　必　答）

第1問 （配点　20）

解説

$a=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，$b=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ とする。a，b の分母を有理化すると

$$a=\boxed{\text{ア}}+\sqrt{\boxed{\text{イウ}}},\quad b=\boxed{\text{ア}}-\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$$

となり

$$\frac{(a-b)^2}{3}=\boxed{\text{エオ}},\quad \frac{a^2+b^2-2}{2}=\boxed{\text{カキ}}$$

である。

x を実数，n を整数とし，$T=\left|\boxed{\text{エオ}}x-\boxed{\text{カキ}}n\right|$ とする。

(1) $(x,\ n)=(3,\ 1)$ のときの T の値を t_1，$(x,\ n)=(1,\ 3)$ のときの T の値を t_2 とすると

$$t_1+t_2=\boxed{\text{クケコ}}$$

である。

（数学I 第1問 は次ページに続く。）

⑵　$n=1$ とし，x の方程式

$$(a+b+2)(x-2ab)^2=T \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

① の解のうち $x \geqq \dfrac{3}{2}$ を満たすものは

$$x=\boxed{\text{サ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

① の解をすべて掛けあわせると $\boxed{\text{ス}}$ である。

⑶　x の不等式 $T \leqq 40$ が，$x=3$ で成立し $x=5$ で成立しないような整数 n は $\boxed{\text{セ}}$ 個である。

第２問 （配点　20）

解説

　25 人の生徒に対して，高校 1 年次と高校 3 年次にテストを行った。次の相関表はその結果をまとめたものである。表の横軸は高校 1 年次の得点を，縦軸は高校 3 年次の得点を表し，表中の数値は，高校 1 年次の得点と高校 3 年次の得点の組み合わせに対応する人数を表している。ただし，A，B は 1 以上の整数値であり，空欄は 0 人であることを表している。たとえば，高校 1 年次の得点が 5 点で高校 3 年次の得点が 6 点である生徒の人数は 4 である。

高校3年次の得点（点） \ 高校1年次の得点（点）	1	2	3	4	5	6
8						1
7			2	2	B	1
6		1	A	2	4	
5		1	1	2	1	
4				1		
3	1					

（数学Ⅰ 第２問 は次ページに続く。）

相関表より

$$\mathrm{A}+\mathrm{B}=\boxed{\text{ア}}$$

である。

(1) 高校 1 年次の得点のデータの最頻値(モード)が 5 点のみであるとする。

B のとり得る値は小さい方から順に $\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ であり，さらに高校 3 年次の得点のデータの最頻値が 6 点のみであるならば

$$\mathrm{A}=\boxed{\text{エ}},\quad \mathrm{B}=\boxed{\text{オ}}$$

である。

(2) A＝$\boxed{\text{エ}}$，B＝$\boxed{\text{オ}}$ とする。

高校 1 年次の得点のデータの中央値は $\boxed{\text{カ}}$ 点であり，高校 1 年次と高校 3 年次の得点のデータの平均値はそれぞれ $\boxed{\text{キ}}$ 点，$\boxed{\text{ク}}$ 点である。

また，高校 1 年次の得点のデータと高校 3 年次の得点のデータの間には $\boxed{\text{ケ}}$。

$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ 正の相関関係がある

① 相関関係はほとんどない

② 負の相関関係がある

第3問 （配点　30）

解説

$\angle$BAC が鈍角である $\triangle$ABC は，AB$=1$，CA$=\sqrt{7}$，$\sin\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{3\sqrt{21}}{14}$ を満たすとする。このとき

$$\cos\angle\mathrm{BAC}=-\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イウ}}},\quad \mathrm{BC}=\boxed{\text{エ}}$$

であり

$$\angle\mathrm{ABC}=\boxed{\text{オカ}}^\circ$$

である。

$\triangle$ABC の外接円の中心を O とすると

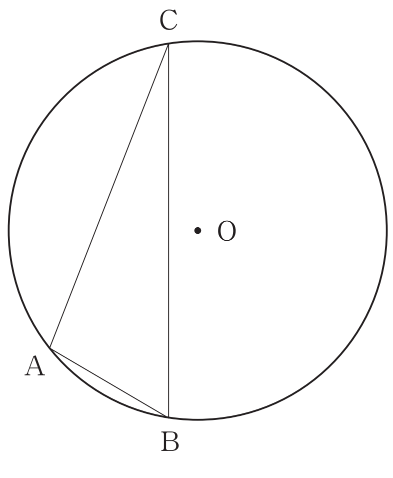
$$\mathrm{OB}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であり，点 O から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC の交点を D とすると

$$\sin\angle\mathrm{OBD}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。

参考図



（数学 I 第3問 は次ページに続く。）

△OBC の外接円の中心を O′ とする。

$$\mathrm{OO'} = \frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

さらに，直線 OO′ と直線 AB の交点を E とすると

$$\mathrm{DE} = \frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

であり

$$\frac{\mathrm{OD}}{\mathrm{O'E}} = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

第４問 （配点　30）

解説

a を実数とし，x の二つの２次関数

$$y = x^2 - 2(a+2)x + 2a^2 + 2a - 4$$

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - 4a$$

のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする。さらに

G_1 と y 軸の交点を A，　G_2 と y 軸の交点を B，　G_1 の頂点を C

とし，点 C の y 座標を Y とする。

$$Y = a^2 - \boxed{\text{ア}}\,a - \boxed{\text{イ}}$$

である。

(1)　A の y 座標が正となるような a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{ウエ}},\quad \boxed{\text{オ}} < a$$

であり，A の y 座標が正，B の y 座標が負となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$$

である。

$\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$ のとき，Y のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{クケ}} < Y < \boxed{\text{コ}}$$

である。

（数学Ⅰ 第４問 は次ページに続く。）

(2) $\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$ とする。

G_1 の軸と x 軸の交点を D とし，四角形 ABCD の面積を S とすると

$$\mathrm{CD} = \boxed{\text{サ}}\,a^2 + \boxed{\text{シ}}\,a + \boxed{\text{ス}}$$

$$S = \boxed{\text{セ}}\,a^2 + \boxed{\text{ソタ}}\,a + \boxed{\text{チ}}$$

である。

$S < 54$ は $Y < -7$ であるための $\boxed{\text{ツ}}$。

$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅰ・数学A

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	

（注）　選択問題は，解答する問題を決めたあと，その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし，指定された問題数をこえて解答してはいけません。

第１問 （必答問題） （配点 35）

解説

〔1〕 $\angle$BAC が鈍角である $\triangle$ABC は，AB$=1$，CA$=\sqrt{7}$，$\sin\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{3\sqrt{21}}{14}$

を満たすとする。このとき

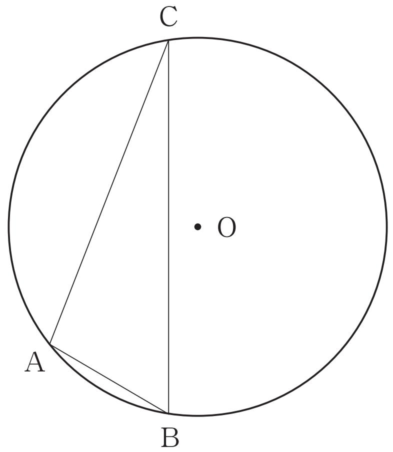
$$\cos\angle\mathrm{BAC}=-\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イウ}}},\quad \mathrm{BC}=\boxed{\text{エ}}$$

であり，$\triangle$ABC の外接円の中心を O とすると

$$\mathrm{OB}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

参考図



（数学Ⅰ・数学A 第１問 は次ページに続く。）

また，点Oから辺BCに下ろした垂線と辺BCの交点をDとすると

$$\sin\angle\mathrm{OBD}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$$

である。

△OBCの外接円の中心をO′とすると

$$\frac{\mathrm{OD}}{\mathrm{OO'}}=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A 第1問は次ページに続く。）

解説

〔2〕 25 人の生徒に対して，高校 1 年次と高校 3 年次にテストを行った。次の相関表はその結果をまとめたものである。表の横軸は高校 1 年次の得点を，縦軸は高校 3 年次の得点を表し，表中の数値は，高校 1 年次の得点と高校 3 年次の得点の組み合わせに対応する人数を表している。ただし，A，B は 1 以上の整数値であり，空欄は 0 人であることを表している。たとえば，高校 1 年次の得点が 5 点で高校 3 年次の得点が 6 点である生徒の人数は 4 である。

高校3年次の得点（点） ＼ 高校1年次の得点（点）	1	2	3	4	5	6
8						1
7			2	2	B	1
6		1	A	2	4	
5		1	1	2	1	
4				1		
3	1					

（数学Ⅰ・数学A 第 1 問 は次ページに続く。）

相関表より

$$\mathsf{A}+\mathsf{B}=\boxed{\text{セ}}$$

である。

(1) 高校1年次の得点のデータの最頻値(モード)が5点のみであるとする。

Bのとり得る値は小さい方から順に $\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ であり，さらに高校3年次の得点のデータの最頻値が6点のみであるならば

$$\mathsf{A}=\boxed{\text{チ}},\quad \mathsf{B}=\boxed{\text{ツ}}$$

である。

(2) A＝$\boxed{\text{チ}}$，B＝$\boxed{\text{ツ}}$ とする。

高校1年次の得点のデータの中央値は $\boxed{\text{テ}}$ 点であり，高校3年次の得点のデータの平均値は $\boxed{\text{ト}}$ 点である。

また，高校1年次の得点のデータと高校3年次の得点のデータの間には $\boxed{\text{ナ}}$。

$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ 正の相関関係がある
① 相関関係はほとんどない
② 負の相関関係がある

第2問 （必答問題） （配点 25）

解説

a を実数とし，x の二つの2次関数

$$y = x^2 - 2(a+2)x + 2a^2 + 2a - 4$$

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - 4a$$

のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする。さらに

G_1 と y 軸の交点を A，　G_2 と y 軸の交点を B，　G_1 の頂点を C

とし，点 C の y 座標を Y とする。

$$Y = a^2 - \boxed{\text{ア}}\,a - \boxed{\text{イ}}$$

である。

(1)　A の y 座標が正となるような a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{ウエ}},\quad \boxed{\text{オ}} < a$$

であり，A の y 座標が正，B の y 座標が負となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$$

である。

$\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$ のとき，Y のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{クケ}} < Y < \boxed{\text{コ}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A 第2問 は次ページに続く。）

(2) $\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$ とする。

G_1 の軸と x 軸の交点をDとし，四角形ABCDの面積を S とすると

$$\mathrm{CD} = \boxed{\text{サ}}\,a^2 + \boxed{\text{シ}}\,a + \boxed{\text{ス}}$$

$$S = \boxed{\text{セ}}\,a^2 + \boxed{\text{ソタ}}\,a + \boxed{\text{チ}}$$

である。

$S < 54$ は $Y < -7$ であるための $\boxed{\text{ツ}}$。

$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

第3問（選択問題）（配点　20）

解説

(1)　一つのさいころを2回振り，出た目の数を順に a，b とし，S を

b が a の倍数であるとき　$S=a+b$

b が a の倍数でないとき　$S=0$

と定める。

$(a,\ b)$ は全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 組あり，そのうち

$S=0$ となるものは $\boxed{\text{ウエ}}$ 組，$S=6$ となるものは $\boxed{\text{オ}}$ 組

である。

（数学Ⅰ・数学A 第3問 は次ページに続く。）

(2) 一つのさいころを3回振り，出た目の数を順に a，b，c とし，S_1 を

b が a の倍数であるとき　$S_1 = a + b$

b が a の倍数でないとき　$S_1 = 0$

と定め，S_2 を

c が a の倍数であるとき　$S_2 = S_1 + c$

c が a の倍数でないとき　$S_2 = 0$

と定める。

$S_2 = 3$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ であり，$S_2 = 0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

また，$S_2 = 0$ という条件のもとで $S_1 = 6$ となる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である。

第４問　(選択問題)　(配点　20)

解説

(1)　10 進法で表された数 200 を 7 進法で表すと

$$200 = \boxed{\text{ア}} \times 7^2 + \boxed{\text{イ}} \times 7 + \boxed{\text{ウ}} = \boxed{\text{アイウ}}_{(7)}$$

である。

　また

200 を 11 で割ったときの商は 18，余りは 2

18 を 11 で割ったときの商は 1，余りは 7

1 を 11 で割ったときの商は 0，余りは 1

であるから，200 を 11 進法で表すと

$$200 = \boxed{\text{エオカ}}_{(11)}$$

である。

(2)　a，b を整数とする。

　ある自然数を 7 進法で表すと 2 桁(けた)の数 $ab_{(7)}$ となり，11 進法で表すと 2 桁の数 $ba_{(11)}$ となる。このとき

$$b = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} a$$

であるから

$$(a,\ b) = \left(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コ}}\right)$$

である。

(数学Ⅰ・数学A 第４問 は次ページに続く。)

(3) p，q，r を整数とする。

ある自然数を7進法で表すと3桁の数 $pqr_{(7)}$ となり，11進法で表すと3桁の数 $rqp_{(11)}$ となる。このとき

$$q = \boxed{\text{サシ}}\,p - \boxed{\text{スセ}}\,r$$

が成り立ち

$$(p,\ q,\ r) = \left(\boxed{\text{ソ}},\ \boxed{\text{タ}},\ \boxed{\text{チ}}\right),\ \left(\boxed{\text{ツ}},\ \boxed{\text{テ}},\ \boxed{\text{ト}}\right)$$

である。ただし，$\boxed{\text{ソ}} < \boxed{\text{ツ}}$ とする。

(4) x，y を10以上99以下の整数とすると

$$\boxed{\text{サシ}}\,x - \boxed{\text{スセ}}\,y = \boxed{\text{タ}}$$

を満たす $(x,\ y)$ は全部で $\boxed{\text{ナニ}}$ 組ある。

第5問 （選択問題） （配点　20）

解説

平面上に点Oを中心とする半径2の円と $\mathrm{OP}=\sqrt{13}$ を満たす点Pがある。点Pから円Oに接線を1本引き，接点をTとする。さらに，点Oに関してTと対称な点をAとする。このとき

$$\mathrm{PT}=\boxed{\text{ア}},\quad \mathrm{PA}=\boxed{\text{イ}}$$

である。

さらに，直線PAと円Oの交点のうちAでない方をBとすると

$$\mathrm{PB}\cdot\mathrm{PA}=\boxed{\text{ウ}}$$

であるから

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BP}}=\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A 第5問 は次ページに続く。）

線分 PT を 2:1 に内分する点を C とし，直線 AC と直線 OP，TB の交点をそれぞれ D，E とする。

△ACT と直線 PO にメネラウスの定理を用いると

$$\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DC}} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

が得られ

$$\mathrm{DE} = \frac{\boxed{\text{ケコ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{スセ}}}$$

である。

「旧教育課程履修者」だけが選択できる科目です。
「新教育課程履修者」は選択してはいけません。

旧　数　学　I

(全　問　必　答)

第1問 (配点　25)

解説

〔1〕 $y=\dfrac{x+7}{x+1}$ とすると

$x=\sqrt{7}+1$ のとき　　$y=\boxed{ア}\sqrt{7}-\boxed{イ}$

$x=\boxed{ア}\sqrt{7}-\boxed{イ}$ のとき　$y=\dfrac{\boxed{ウ}+\sqrt{7}}{\boxed{エ}}$

である。

次の⓪～②のうちから最小のものを選ぶと $\boxed{オ}$ であり，最大のものを選ぶと $\boxed{カ}$ である。

⓪ $\sqrt{7}$　　① $\boxed{ア}\sqrt{7}-\boxed{イ}$　　② $\dfrac{\boxed{ウ}+\sqrt{7}}{\boxed{エ}}$

(旧数学I 第1問 は次ページに続く。)

〔２〕 a を実数の定数とし，x の二つの２次方程式 解説

$$3x^2+(5a-3)x-2a^2+a=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$3x^2+7ax+4=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を考える。

⑴ ① は，$a \neq \dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ のとき，異なる二つの解

$$x=\frac{a}{\boxed{ケ}},\quad \boxed{コサ}\,a+\boxed{シ}$$

をもち，$a=\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ のときは重解

$$x=\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$$

をもつ。

⑵ ① と ② が正の数を共通の解としてもつのは

$$a=\frac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}}$$

のときであり，共通の解は $\boxed{ツ}$ である。

第２問 （配点　25）

解説

a を実数とし，x の二つの２次関数

$$y = x^2 - 2(a+2)x + 2a^2 + 2a - 4$$

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - 4a$$

のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする。さらに

G_1 と y 軸の交点を A，　G_2 と y 軸の交点を B，　G_1 の頂点を C

とし，点 C の y 座標を Y とする。

$$Y = a^2 - \boxed{\text{ア}}\,a - \boxed{\text{イ}}$$

である。

(1)　A の y 座標が正となるような a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{ウエ}},\quad \boxed{\text{オ}} < a$$

であり，A の y 座標が正，B の y 座標が負となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$$

である。

$\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$ のとき，Y のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{クケ}} < Y < \boxed{\text{コ}}$$

である。

（旧数学Ⅰ 第２問 は次ページに続く。）

(2) $\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$ とする。

G_1 の軸と x 軸の交点を D とし，四角形 ABCD の面積を S とすると

$$\mathrm{CD} = \boxed{\text{サ}}\,a^2 + \boxed{\text{シ}}\,a + \boxed{\text{ス}}$$

$$S = \boxed{\text{セ}}\,a^2 + \boxed{\text{ソタ}}\,a + \boxed{\text{チ}}$$

である。

$S = 54$ のとき，四角形 ABCD が x 軸により分けられる二つの部分の面積の比は

$$\boxed{\text{ツ}} : \boxed{\text{テ}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ツ}} < \boxed{\text{テ}}$ とする。

第 3 問 （配点　30）

解説

$\angle$BAC が鈍角である $\triangle$ABC は，AB$=1$，CA$=\sqrt{7}$，$\sin\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{3\sqrt{21}}{14}$ を満たすとする。このとき

$$\cos\angle\mathrm{BAC}=-\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イウ}}},\quad \mathrm{BC}=\boxed{\text{エ}}$$

であり

$$\angle\mathrm{ABC}=\boxed{\text{オカ}}^{\circ}$$

である。

$\triangle$ABC の外接円の中心を O とすると

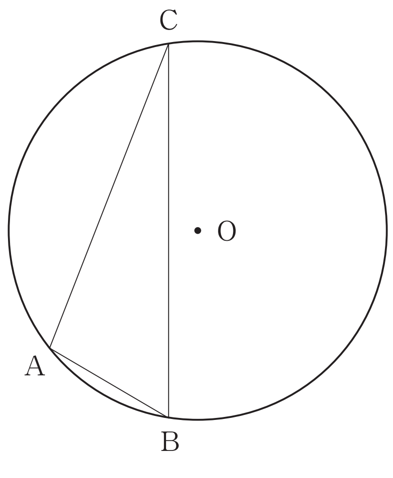
$$\mathrm{OB}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であり，点 O から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC の交点を D とすると

$$\sin\angle\mathrm{OBD}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。

参考図



（旧数学 I 第 3 問 は次ページに続く。）

　$\triangle$OBC の外接円の中心を O′ とする。

$$\mathrm{OO'} = \frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

　さらに，直線 OO′ と直線 AB の交点を E とすると

$$\mathrm{DE} = \frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

であり

$$\frac{\mathrm{OD}}{\mathrm{O'E}} = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

第4問 （配点　20）

解説

$a=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，$b=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ とする。a，b の分母を有理化すると

$$a=\boxed{\text{ア}}+\sqrt{\boxed{\text{イウ}}},\quad b=\boxed{\text{ア}}-\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$$

となり

$$\frac{(a-b)^2}{3}=\boxed{\text{エオ}},\quad \frac{a^2+b^2-2}{2}=\boxed{\text{カキ}}$$

である。

x を実数，n を整数とし，$T=\left|\boxed{\text{エオ}}x-\boxed{\text{カキ}}n\right|$ とする。

(1) $(x,\ n)=(3,\ 1)$ のときの T の値を t_1，$(x,\ n)=(1,\ 3)$ のときの T の値を t_2 とすると

$$t_1+t_2=\boxed{\text{クケコ}}$$

である。

（旧数学Ⅰ 第4問 は次ページに続く。）

(2)　$n=1$ とし，x の方程式

$$(a+b+2)(x-2ab)^2=T \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

①の解のうち $x \geqq \dfrac{3}{2}$ を満たすものは

$$x=\boxed{\text{サ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

①の解をすべて掛けあわせると $\boxed{\text{ス}}$ である。

(3)　x の不等式 $T \leqq 40$ が，$x=3$ で成立し $x=5$ で成立しないような整数 n は $\boxed{\text{セ}}$ 個である。

「旧教育課程履修者」だけが選択できる科目です。
「新教育課程履修者」は選択してはいけません。

旧数学Ⅰ・旧数学A

（全　問　必　答）

第１問 （配点　20）

解説

〔1〕 $y=\dfrac{x+7}{x+1}$ とすると

$x=\sqrt{7}+1$ のとき　$y=\boxed{\text{ア}}\sqrt{7}-\boxed{\text{イ}}$

$x=\boxed{\text{ア}}\sqrt{7}-\boxed{\text{イ}}$ のとき　$y=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}+\sqrt{7}}{\boxed{\text{エ}}}$

である。

次の⓪～②のうちから最小のものを選ぶと $\boxed{\text{オ}}$ であり，最大のものを選ぶと $\boxed{\text{カ}}$ である。

⓪ $\sqrt{7}$　　① $\boxed{\text{ア}}\sqrt{7}-\boxed{\text{イ}}$　　② $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}+\sqrt{7}}{\boxed{\text{エ}}}$

（旧数学Ⅰ・旧数学A 第１問 は次ページに続く。）

〔2〕 次の $\boxed{\text{キ}}$ ～ $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

a，b を正の実数とし

$$T=\sqrt{a(a+b)}$$

とする。

(1) $b=1$ とする。$a=\dfrac{1}{c}$ のとき，$T=\dfrac{\sqrt{c+1}}{c}$ であることを考慮すると

「a が正の有理数ならば T は無理数である」は $\boxed{\text{キ}}$。

(2) $b=1$ とする。このとき

「a が正の無理数ならば T は無理数である」は $\boxed{\text{ク}}$。

(3) m，n を正の整数とし，$a=1$，$b=mn$ とする。このとき

「$|m-n|=2$ ならば T は整数である」は $\boxed{\text{ケ}}$。

また

$|m-n|\neq 2$ は T が整数でないための $\boxed{\text{コ}}$。

⓪ 必要十分条件である
① 必要条件であるが，十分条件ではない
② 十分条件であるが，必要条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない
④ 真である
⑤ 偽である

第2問 （配点　25）

解説

a を実数とし，x の二つの2次関数

$$y = x^2 - 2(a+2)x + 2a^2 + 2a - 4$$

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - 4a$$

のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする。さらに

G_1 と y 軸の交点を A，　G_2 と y 軸の交点を B，　G_1 の頂点を C

とし，点Cの y 座標を Y とする。

$$Y = a^2 - \boxed{\text{ア}}\,a - \boxed{\text{イ}}$$

である。

(1)　Aの y 座標が正となるような a の値の範囲は

$$a < \boxed{\text{ウエ}},\quad \boxed{\text{オ}} < a$$

であり，Aの y 座標が正，Bの y 座標が負となるような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$$

である。

$\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$ のとき，Y のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{クケ}} < Y < \boxed{\text{コ}}$$

である。

（旧数学Ⅰ・旧数学A 第2問 は次ページに続く。）

(2) $\boxed{\text{カ}} < a < \boxed{\text{キ}}$ とする。

G_1 の軸と x 軸の交点を D とし，四角形 ABCD の面積を S とすると

$$\mathrm{CD} = \boxed{\text{サ}}\,a^2 + \boxed{\text{シ}}\,a + \boxed{\text{ス}}$$

$$S = \boxed{\text{セ}}\,a^2 + \boxed{\text{ソタ}}\,a + \boxed{\text{チ}}$$

である。

$S = 54$ のとき，四角形 ABCD が x 軸により分けられる二つの部分の面積の比は

$$\boxed{\text{ツ}} : \boxed{\text{テ}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ツ}} < \boxed{\text{テ}}$ とする。

第3問 （配点　30）

解説

$\angle$BACが鈍角である△ABCは，AB＝1，CA＝$\sqrt{7}$，$\sin\angle\mathrm{BAC}=\frac{3\sqrt{21}}{14}$を満たすとする。このとき

$$\cos\angle\mathrm{BAC}=-\frac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イウ}},\quad \mathrm{BC}=\boxed{エ}$$

であり

$$\angle\mathrm{ABC}=\boxed{オカ}^\circ$$

である。

△ABCの外接円の中心をOとすると

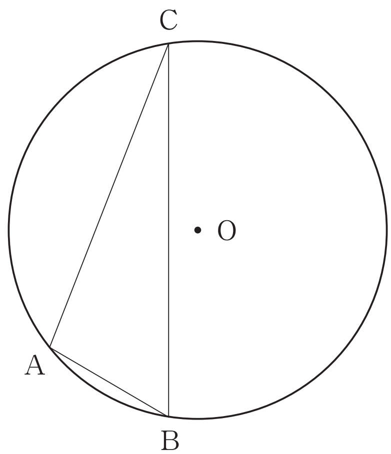
$$\mathrm{OB}=\frac{\sqrt{\boxed{キク}}}{\boxed{ケ}}$$

であり，点Oから辺BCに下ろした垂線と辺BCの交点をDとすると

$$\sin\angle\mathrm{OBD}=\frac{\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サシ}}$$

である。

参考図



（旧数学Ⅰ・旧数学A 第3問 は次ページに続く。）

△OBC の外接円の中心を O′ とする。

$$\mathrm{OO'} = \frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

さらに，直線 OO′ と直線 AB の交点を E とすると

$$\mathrm{DE} = \frac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

であり，直線 AB と円 O′ の交点のうち B でない方を F とすると，△EFO′ の面積は

$\dfrac{\boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

第4問 （配点　25）

解説

(1)　一つのさいころを2回振り，出た目の数を順に a，b とし，S を

b が a の倍数であるとき　$S=a+b$

b が a の倍数でないとき　$S=0$

と定める。

(a, b) は全部で $\boxed{アイ}$ 組あり，そのうち

$S=0$ となるものは $\boxed{ウエ}$ 組，$S=6$ となるものは $\boxed{オ}$ 組

である。

S の期待値は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。

（旧数学Ⅰ・旧数学A 第4問 は次ページに続く。）

(2) 一つのさいころを3回振り，出た目の数を順に a，b，c とし，S_1 を

b が a の倍数であるとき　$S_1 = a + b$

b が a の倍数でないとき　$S_1 = 0$

と定め，S_2 を

c が a の倍数であるとき　$S_2 = S_1 + c$

c が a の倍数でないとき　$S_2 = 0$

と定める。

$S_2 = 3$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}}$ である。また，$S_1 = 0$ または $S_2 = 0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－，±）又は数字（０～９）が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に -83 と答えたいとき

ア	● ㊉ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ	⊖ ㊉ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨
ウ	⊖ ㊉ ⓪ ① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合，原則として，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

5　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

問題を解く際には，「問題」冊子にも必ず自分の解答を記録し，試験終了後に配付される「学習の手引き」にそって自己採点し，再確認しなさい。