クラス		受験番号	
出席番号		氏　　名	

2012年度

第１回　全統高２模試問題

数　　学

2012年５月実施　　　　　　　　　　　　　　　　（100分）

試験開始の合図があるまで，この「問題」冊子を開かず，下記の注意事項をよく読むこと。

注　意　事　項

1.　この「問題」冊子は７ページである。
2.　解答用紙は別冊子になっている。（「受験届・解答用紙」冊子表紙の注意事項を熟読すること。）
3.　本冊子に脱落や印刷不鮮明の箇所及び解答用紙の汚れ等があれば試験監督者に申し出ること。
4.　**1 2 3は必須問題，4 5 6は選択問題**である。**4 5 6の３題中，任意の１題を選択**して解答すること。（選択パターン以外で解答した場合は，解答のすべてを無効とする場合がある。）

解答用紙	イ		ロ			
問題番号	1	2	3	4	5	6
選択パターン	●	●	●	○		
	●	●	●		○	
	●	●	●			○

●…必須　○…選択

5.　試験開始の合図で「受験届・解答用紙」冊子の該当する解答用紙を切り離し，所定欄に**氏名**（漢字及びフリガナ），**在学高校名**，**クラス名**，**出席番号**，**受験番号**（受験票発行の場合のみ），**選択番号**（数学ロの裏面のみ）を明確に記入すること。
6.　指定の解答欄外へは記入しないこと。採点されない場合があります。
7.　試験終了の合図で上記５．の ■ の箇所を再度確認すること。
8.　**未解答の解答用紙は提出しないこと。**
9.　答案は，試験監督者の指示に従って提出すること。

河合塾

1 【必須問題】（配点　30点）

解説

次の $\boxed{}$ にあてはまる数，または式を求めよ．

(1)　$x=\sqrt{2}+1$ のとき，

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\boxed{}$$

である．

(2)　方程式

$$1-3x=|x-2|$$

の解は，

$$x=\boxed{}$$

である．

(3)　不等式

$$2x^2-3x-1<0$$

の解は，

$$\boxed{}$$

である．

(4)　$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{3}$ のとき，

$$\sin\theta\cos\theta=\boxed{}$$

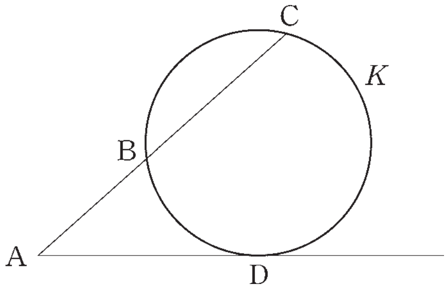
である．

((5), (6) は次ページにあります．)

⑸　次の図において AB=4，AD=6 のとき，線分 BC の長さは，

$\boxed{}$

である．ただし，直線 AD は円 K の接線であり，D は接点である．



⑹　O を原点とする数直線上に動点 P がある．P は，サイコロを 1 回振って 4 以下の目が出たときには正の方向に 1，5 以上の目が出たときには負の方向に 2 進むものとする．ただし，P は，はじめ O にあるものとする．

サイコロを 4 回続けて振るとき，P の座標が正である確率は，

$\boxed{}$

である．

2 【必須問題】（配点　70点）　解説

［1］　2次関数

$$f(x)=x^2-4x+5$$

がある．

(1)　$y=f(x)$ のグラフの頂点の座標を求めよ．

(2)　$0 \leqq x \leqq 3$ における $f(x)$ の最大値と最小値，およびそのときの x の値を求めよ．

(3)　$a>0$ とする．$0 \leqq x \leqq a$ における $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とするとき，$Mm=10$ となるような a の値を求めよ．

［2］　F，O，O，T，B，A，L，L の8文字を横一列に並べて文字列を作る．

(1)　文字列全部の個数を求めよ．

(2)　両端が同じ文字である文字列の個数を求めよ．

(3)　同じ文字が隣り合わない文字列の個数を求めよ．

3 **【必須問題】**（配点　50点）

解説

平面上に三角形 ABC があり，$AB=3$，$BC=\sqrt{7}$，$CA=2$ である．辺 BC を直径とする円と辺 AB, CA の交点をそれぞれ D, E とする．

(1)　$\angle CAB=\theta$ とするとき，$\cos\theta$ の値と三角形 ABC の面積を求めよ．

(2)　線分 AD の長さと四角形 BCED の面積を求めよ．

(3)　三角形 ABC を線分 DE を折り目として折り，四角形 BCED と三角形 ADE が垂直となるようにする．このとき四角錐 ABCED の体積を求めよ．

4 **【選択問題（数学Ⅱ　式と証明・高次方程式）】**（配点　50点）　**解説**

x の整式 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ がある．ただし，a，b，c は実数の定数とする．

(1)　$f(x)$ を $x+1$ で割ったときの商と余りを求めよ．

(2)　(1) で求めた商を $g(x)$ とする．$f(x)$ を $x+1$ で割ったときの余りが -3，$g(x)$ を $x-2$ で割ったときの余りが 3 であるとき，b，c を a を用いて表せ．

(3)　$f(x)$ は (2) の条件を満たし，さらに，3 次方程式 $f(x)=0$ は純虚数を解にもつ．このとき，a，b，c の値を求めよ．ただし，純虚数とは pi（p は実数，$p\neq0$）と表される複素数である．

5 【選択問題(数学Ⅱ　図形と方程式)】（配点　50点） 解説

p を正の数とし，t を 0 でない実数とする．座標平面上の 2 点 $(0,\ 1)$，$(-p,\ 0)$ を通る直線を l とする．また，点 $(t,\ t)$ を中心とし，x 軸，y 軸の両方に接する円を C とする．

(1)　l の方程式を求めよ．

(2)　$p=1$，$t>0$ とするとき，C と l が接するような t の値を求めよ．

(3)　l に接する C は 2 つあり，それらを C_1，C_2 とする．p が $p>0$ の範囲を変化するとき，C_1 と C_2 の面積の和の最小値と，そのときの p の値を求めよ．

6 【選択問題(数学B　数列)】（配点　50点）

解説

数列 $\{a_n\}$ と数列 $\{b_n\}$ がある．ただし，$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ とする．

数列 $\{a_n\}$ は等差数列であり，

$$a_3=0,\quad a_6=9$$

を満たしている．また，数列 $\{b_n\}$ は公比が実数である等比数列であり，

$$b_1+b_2+b_3=-6,\quad b_1+b_2+b_3+b_4+b_5+b_6=42$$

を満たしている．

(1)　数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ．

(2)　数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を求めよ．

(3)　数列 $\{c_n\}$ を $c_n=a_nb_n$（$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$）で定める．N を $N\geqq 2$ を満たす自然数の定数とし，数列 $\{c_n\}$ の初項から第 $2N$ 項までの項のうち，正である項の和を S とする．S を N を用いて表せ．