クラス		受験番号	
出席番号		氏　　名	

2014年度 全統マーク高２模試

学習の手引き【解答・解説集】

数学・理科

【2015年２月実施】

英語冊子巻末に**「自己採点シート」**と**「学力アップ・志望校合格のための復習法」**を掲載していますので，志望校合格へむけた効果的な復習のためにご活用ください。

河合塾

1465110329502140

【数 学 ①】

数 学 I

【解答・採点基準】 （100点満点）

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第1問	ア$\sqrt{イ}$	$2\sqrt{5}$	2	
	ウ	2	2	
	エオ	16	3	
	カキク $\leqq x \leqq$ ケコ	$-12 \leqq x \leqq 20$	3	
	サ	1	3	
	シ	3	3	
	スセ	17	4	
		第1問　自己採点小計	(20)	
第2問	ア	5	2	
	イ	6	2	
	ウ.エ	5.8	3	
	オ	2	3	
	カ	0	3	
	キ.ク	0.8	4	
	ケ	3	3	
		第2問　自己採点小計	(20)	
第3問	アa	$2a$	2	
	イウa^2＋エa－オ	$-3a^2+4a-1$	2	
	$\frac{カ}{キ}$	$\frac{2}{3}$	4	
	クケ，コ	-4，0	3	
	$\frac{サ}{シ}$，ス	$\frac{1}{3}$，1	4	
	セ	2	2	
	ソ	1	2	
	a^2＋タa－チ	a^2+4a-1	3	
	ツテa^2＋トa－ナ	$-3a^2+4a-1$	3	
	ニ	2	5	
		第3問　自己採点小計	(30)	
第4問	アイウ°	135°	3	
	$\frac{\sqrt{エ}}{オ}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	3	
	$\frac{\sqrt{カキ}}{ク}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	3	
	ケコ°	45°	3	
	サ	3	3	
	$\frac{シ}{ス}$	$\frac{3}{2}$	4	
	セソ°	90°	3	
	$\sqrt{タチ}$	$\sqrt{10}$	3	
	$\frac{ツ}{テ}$	$\frac{5}{4}$	5	
		第4問　自己採点小計	(30)	
		自己採点合計	(100)	

第１問　数と式

$a=\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，$b=\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ とおく．

(1)　$a+b=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，$ab=\boxed{\text{ウ}}$

であり

$a^2+b^2=\boxed{\text{エオ}}$

である．

(2)　n を自然数とし，実数 x に関する条件 p，q を次のように定める．

$p:|x-2ab|\leqq a^2+b^2$

$q:x^2-4\sqrt{3}x+12-n^2\leqq 0$

p は条件

$\boxed{\text{カキク}}\leqq x\leqq\boxed{\text{ケコ}}$

と同値である．

(i)　$n=1$ のとき，p は q であるための $\boxed{\text{サ}}$．

$n=16$ のとき，p は q であるための $\boxed{\text{シ}}$．

$\boxed{\text{サ}}$ と $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

⓪　必要十分条件である
①　必要条件であるが，十分条件でない
②　十分条件であるが，必要条件でない
③　必要条件でも十分条件でもない

(ii)　q が p であるための必要条件であるような自然数 n のうち最小のものは $\boxed{\text{スセ}}$ である．

【解説】　問題

(1)

$$a=\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$
$$=\sqrt{5}+\sqrt{3},$$

$$b=\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$
$$=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$$
$$=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3}$$

$=\sqrt{5}-\sqrt{3}$

であるから,

$$a+b=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})$$
$$=\boxed{2}\sqrt{\boxed{5}},$$
$$ab=(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$$
$$=\boxed{2}$$

である.

　これより,

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$
$$=(2\sqrt{5})^2-2\cdot 2$$
$$=\boxed{16}$$

である.

☜　$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ より,
$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab.$

(2)　$|x-2ab|\leqq a^2+b^2$ は(1)の結果より,

$$|x-4|\leqq 16$$

となる.

　$|x-4|\leqq 16$ を解くと,

$$-16\leqq x-4\leqq 16$$
$$-12\leqq x\leqq 20$$

となるから，条件 p は,

$$\boxed{-12}\leqq x\leqq\boxed{20} \qquad \cdots①$$

と同値である.

☜　A を正の定数とする.
X の不等式
$$|X|\leqq A$$
の解は,
$$-A\leqq X\leqq A.$$

　$x^2-4\sqrt{3}x+12-n^2\leqq 0$（$n$ は自然数）は,

$$\{x-(2\sqrt{3}-n)\}\{x-(2\sqrt{3}+n)\}\leqq 0$$

となるから，条件 q は,

$$2\sqrt{3}-n\leqq x\leqq 2\sqrt{3}+n$$

となる.

☜　$x^2-4\sqrt{3}x+(12-n^2)$
$=x^2-4\sqrt{3}x+(2\sqrt{3}-n)(2\sqrt{3}+n)$
$=\{x-(2\sqrt{3}-n)\}\{x-(2\sqrt{3}+n)\}.$

(i)　$n=1$ のとき，条件 q は,

$$2\sqrt{3}-1\leqq x\leqq 2\sqrt{3}+1 \qquad \cdots②$$

　となる.

　　$3<2\sqrt{3}\,(=\sqrt{12})<4$ より,

$$2<2\sqrt{3}-1<3,\quad 4<2\sqrt{3}+1<5$$

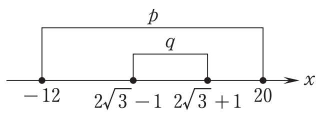
　であるから，①，② より,

「$p \implies q$」は偽

　であり,

「$q \implies p$」は真

　である.

☜


ゆえに，p は q であるための必要条件であるが，十分条件でない，すなわち $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものは $\boxed{①}$ である．

☜ 2つの条件 s，t において，

命題「$s \Longrightarrow t$」

が真のとき，s は t であるための十分条件であり，t は s であるための必要条件である．

また，$n=16$ のとき，条件 q は，

$$2\sqrt{3}-16 \leqq x \leqq 2\sqrt{3}+16 \qquad \cdots ③$$

となる．

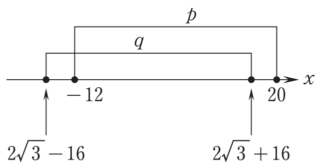
$3<2\sqrt{3}<4$ より，

$$-13<2\sqrt{3}-16<-12, \quad 19<2\sqrt{3}+16<20$$

であるから，①，③ より，

「$p \Longrightarrow q$」は偽

☜



であり，

「$q \Longrightarrow p$」は偽

である．

ゆえに，p は q であるための必要条件でも十分条件でもない，すなわち $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものは $\boxed{③}$ である．

(ii) q が p であるための必要条件となるのは

「$p \Longrightarrow q$」が真 $\qquad \cdots (*)$

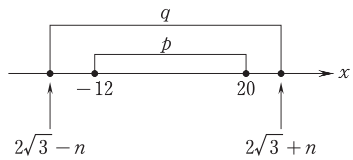
であるときである．

$$p:-12 \leqq x \leqq 20, \quad q:2\sqrt{3}-n \leqq x \leqq 2\sqrt{3}+n$$

であるから，(*) となるのは，

$$2\sqrt{3}-n \leqq -12 \quad \text{かつ} \quad 20 \leqq 2\sqrt{3}+n$$

☜



すなわち

$$2\sqrt{3}+12 \leqq n \quad \text{かつ} \quad 20-2\sqrt{3} \leqq n$$

のときである．

さらに，$3<2\sqrt{3}<4$ より，

$$2\sqrt{3}+12<16<20-2\sqrt{3}<17$$

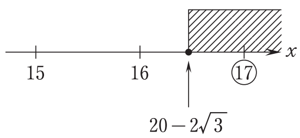
であるから，(*) となるのは，

$$20-2\sqrt{3} \leqq n$$

のときであり，これを満たす最小の自然数 n は，

$$17$$

☜



である．

したがって，q が p であるための必要条件であるような自然数 n のうち最小のものは，

$$\boxed{17}$$

である．

第２問　データの分析

10人の生徒に対して，テストの得点とテスト前日の睡眠時間の関係を調べると次の表のようになった．ただし，テストの得点と睡眠時間はともに整数値である．

生徒番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得点(点)	1	2	3	4	5	6	6	6	8	9
睡眠時間(時間)	10	8	9	8	6	7	6	5	5	4

以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ．途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること．

得点のデータの平均値は $\boxed{\text{ア}}$ 点であり，最頻値は $\boxed{\text{イ}}$ 点である．また，分散は

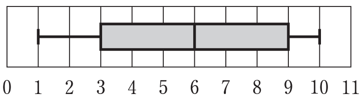
$\boxed{\text{ウ}}.\boxed{\text{エ}}$ である．

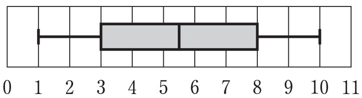
テストの採点を見直したところ，得点が6点である3人の生徒の採点に間違いがあり，修正後3人の得点はそれぞれ増加した．さらに得点が10点の生徒は1人だけであった．また，得点に関する下の四つの箱ひげ図には修正前のものと修正後のものが含まれる．

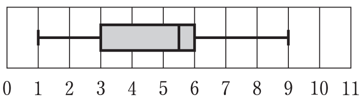
修正前の箱ひげ図は $\boxed{\text{オ}}$，修正後の箱ひげ図は $\boxed{\text{カ}}$

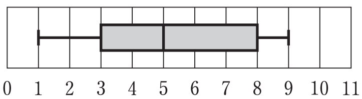
である．

$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちからそれぞれ一つずつ選べ．

⓪


①


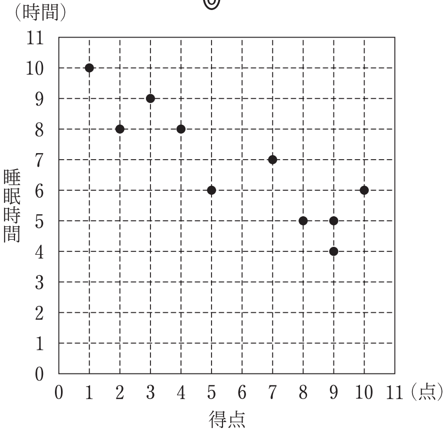
②


③


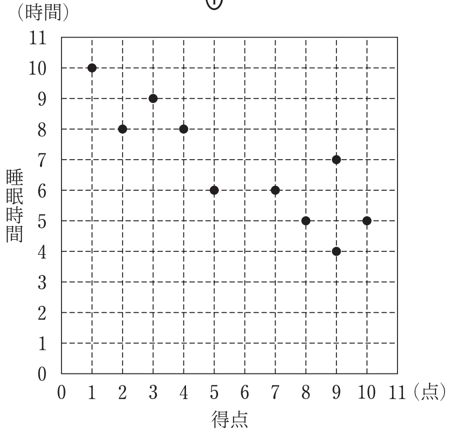
修正後の得点のデータの平均値は修正前のものに比べて $\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{ク}}$ 点増加し，修正後の得点と睡眠時間の散布図としてあり得ないものは $\boxed{\text{ケ}}$ である．

$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ．

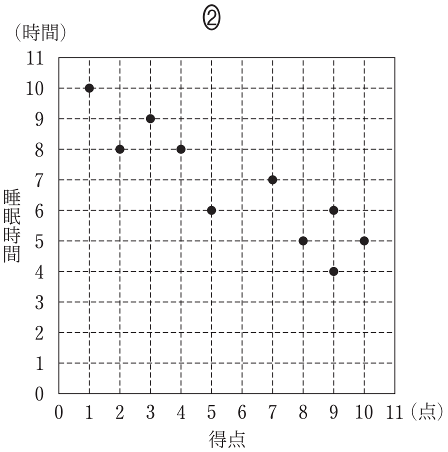
⓪



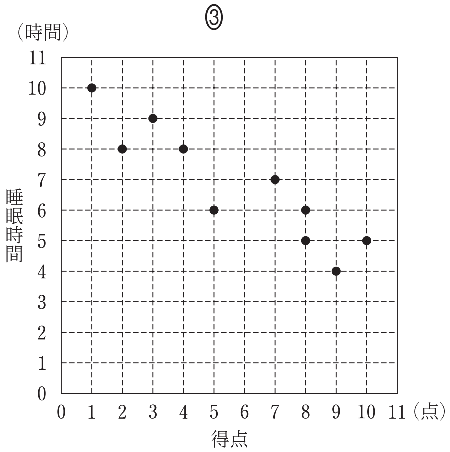
①



②



③



【解説】 問題

得点のデータの平均値は，

$$\frac{1+2+3+4+5+6+6+6+8+9}{10}=\boxed{\ 5\ }\ (点)$$

であり，最頻値は，

$$\boxed{\ 6\ }\ 点$$

である．

また，得点のデータの分散は，

平均値

変量 x についてのデータが，n 個の値 x_1，x_2，…，x_n からなるとき，x の平均値 $\overline{x}$ は，

$$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}.$$

☜ データにおいて，最も個数の多い値をそのデータの最頻値(モード)という．

$$\frac{1}{10}\{(1-5)^2+(2-5)^2+(3-5)^2+(4-5)^2$$
$$+(5-5)^2+(6-5)^2+(6-5)^2+(6-5)^2$$
$$+(8-5)^2+(9-5)^2\}$$
$$=\frac{58}{10}$$
$$=\boxed{5}.\boxed{8}$$

である．

偏差・分散

変量 x についてのデータが，n 個の値 x_1，x_2，…，x_n からなり，その平均値を $\overline{x}$ とするとき，

$x_1-\overline{x}$，$x_2-\overline{x}$，…，$x_n-\overline{x}$

をそれぞれ x_1，x_2，…，x_n の偏差といい，（これらの）偏差の 2 乗の平均値が x の分散 s^2 となる．つまり，

$$s^2=\frac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2\}.$$

修正前の得点のデータは，最小値 1，最大値 9 であり，データの大きさは 10（偶数）である．さらに，

（第 1 四分位数）＝（5 つの値 1，2，3，4，5 の中央値）
＝3，

（中央値）$=\frac{5+6}{2}=5.5$，

（第 3 四分位数）＝（5 つの値 6，6，6，8，9 の中央値）
＝6

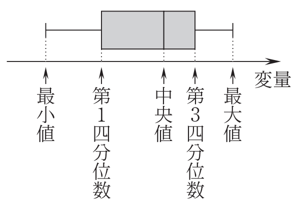
である．

中央値

データを値の大きさの順に並べたとき，その中央の値を中央値という．データの大きさが偶数のときは，中央に並ぶ 2 つの値の平均値を中央値とする．

よって，修正前の得点のデータの箱ひげ図は②であり，$\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものは $\boxed{②}$ である．

下図のように，最小値，第 1 四分位数，中央値，第 3 四分位数，最大値を箱と線（ひげ）を用いて 1 つの図に表したものを箱ひげ図という．



修正後の得点のデータは，最小値は 1，最大値は 10 以上であるから，箱ひげ図は⓪か①である．

修正前の得点が 6 点である 3 人の生徒の修正後の得点のデータを大きさの順に a，b，c $(6<a\leqq b\leqq c)$ とする．

修正後の上位のデータの最小値は a または 8 であるから，中央値は，

$$\frac{5+a}{2} \quad \text{または} \quad \frac{5+8}{2}=6.5$$

である．

下位のデータ
$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，
上位のデータ
$\{a,\ b,\ c,\ 8,\ 9\}$．

$a>6$ より，$\frac{5+a}{2}>\frac{5+6}{2}=5.5$ であり，中央値は修正前のものよりも修正後のものの方が大きくなる．

よって，修正後の得点のデータの箱ひげ図は⓪であり，$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまるものは $\boxed{⓪}$ である．

箱ひげ図⓪より修正後の得点のデータの中央値は 6 であるから，

$$\frac{5+a}{2}=6$$
$$a=7$$

である．

$\frac{5+8}{2}=6.5$ の方は不適．

また，修正後に得点が 10 点の生徒が 1 人だけ存在するから，$c=10$ である．

さらに，箱ひげ図⓪より修正後の得点のデータの第 3 四分位数は 9 であるから，$b=9$ である．

$a=7$，$c=10$ のとき $7\leqq b\leqq 10$ である．

このとき，$b=7$，8 とすると第 3 四分位数は 8 となり，$b=10$ とすると 10 点の生徒が 1 人だけであることに反する．

したがって，修正後の得点のデータの和は修正前のものに比べて，

$$(a+b+c)-(6+6+6)=26-18$$
$$=8\ (\text{点})$$

増加するから，平均値は，

$$\frac{8}{10}=\boxed{0}.\boxed{8}\ (\text{点})$$

増加する．

修正後，得点が 9 点である生徒は 2 人である．これに適さない散布図は③である．⓪，①，②は条件を満たし，$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものは $\boxed{③}$ である．

☜ ③のみ 9 点が 1 人．

第3問　2次関数

a を実数とし，x の2次関数

$$y = x^2 - 4ax + a^2 + 4a - 1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする．G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イウ}}\,a^2 + \boxed{\text{エ}}\,a - \boxed{\text{オ}}\right)$$

である．

G の頂点の y 座標が最大になるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

のときである．

(1) G が点 $(0,\ -1)$ を通るのは

$$a = \boxed{\text{クケ}},\ \boxed{\text{コ}}$$

のときである．

また，G が x 軸と接するのは

$$a = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}},\ \boxed{\text{ス}}$$

のときである．

$a = \boxed{\text{コ}}$ のときの G を x 軸方向に $\boxed{\text{セ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{ソ}}$ だけ平行移動すると，$a = \boxed{\text{ス}}$ のときの G に一致する．

(2) $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \leqq a \leqq \boxed{\text{ス}}$ とし，$0 \leqq x \leqq 2$ における関数①の最大値を M，最小値を m とする．

$$M = a^2 + \boxed{\text{タ}}\,a - \boxed{\text{チ}}$$

$$m = \boxed{\text{ツテ}}\,a^2 + \boxed{\text{ト}}\,a - \boxed{\text{ナ}}$$

であり，$M + m$ が整数になる a の値は全部で $\boxed{\text{ニ}}$ 個ある．

【解説】　問題

第3問　2次関数

数学Ⅰ・数学A 第2問参照．

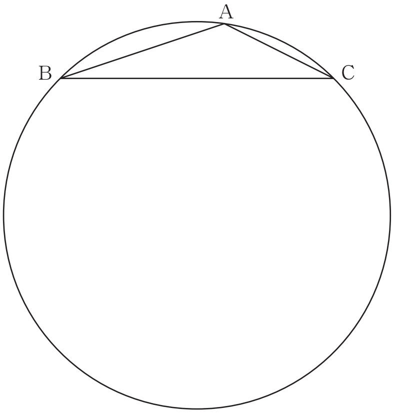
第4問　図形と計量

△ABC は，$AB=\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{5}$，$CA=1$ を満たすとする．このとき

$$\angle BAC=\boxed{アイウ}^\circ,\quad \sin\angle BAC=\frac{\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$$

であり，△ABC の外接円 O の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{カキ}}}{\boxed{ク}}$ である．

参考図



円 O の点 A を含まない弧 BC 上に点 D を AB＝BD となるようにとる．このとき

$$\angle BDC=\boxed{ケコ}^\circ,\quad CD=\boxed{サ}$$

であり，△CBD の面積は $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である．

さらに，円 O の点 A，B を含まない弧 CD 上に点 E を $\angle BCE=45^\circ$ となるようにとると

$$\angle CBE=\boxed{セソ}^\circ,\quad CE=\sqrt{\boxed{タチ}}$$

であり，線分 BE と線分 CD の交点を F とすると，△CBF の面積は $\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$ である．

【解説】　　問題

第4問　図形と計量

数学Ⅰ・数学A 第3問参照．

数学Ⅰ・数学A

【解答・採点基準】 (100点満点)

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第1問	ア$\sqrt{イ}$	$2\sqrt{5}$	1	
	ウ	2	1	
	エオ	16	2	
	カキク$\leqq x \leqq$ケコ	$-12 \leqq x \leqq 20$	3	
	サシ	17	3	
	ス	5	1	
	セ	6	2	
	ソ	2	2	
	タ	0	2	
	チ.ツ	0.8	3	
第1問　自己採点小計			(20)	
第2問	アa	$2a$	2	
	イウa^2＋エa－オ	$-3a^2+4a-1$	2	
	$\frac{カ}{キ}$	$\frac{2}{3}$	3	
	クケ，コ	-4，0	2	
	$\frac{サ}{シ}$，ス	$\frac{1}{3}$，1	3	
	セ	2	2	
	ソ	1	2	
	タ	2	4	
第2問　自己採点小計			(20)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第3問	アイウ°	135°	2	
	$\frac{\sqrt{エ}}{オ}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	2	
	$\frac{\sqrt{カキ}}{ク}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	2	
	ケコ°	45°	2	
	サ	3	3	
	$\frac{シ}{ス}$	$\frac{3}{2}$	3	
	セソ°	90°	2	
	$\frac{タ}{チ}$	$\frac{5}{4}$	4	
第3問　自己採点小計			(20)	
第4問	アイ	36	2	
	ウ	6	2	
	エ	3	2	
	オ	8	3	
	$\frac{カ}{キク}$	$\frac{1}{36}$	3	
	$\frac{ケコ}{サシ}$	$\frac{11}{36}$	4	
	$\frac{ス}{セソ}$	$\frac{5}{48}$	4	
第4問　自己採点小計			(20)	
第5問	(x－ア)(y－イ)	$(x-6)(y-2)$	2	
	ウエオ	672	2	
	(カ，キ，ク)	(5，1，1)	2	
	ケコ	24	3	
	サ	7 ※	2	
	シ	9 ※	2	
	スセ	16	3	
	ソ	5	4	
第5問　自己採点小計			(20)	

※の正解は順序を問わない.

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第6問	ア	1	2	
	$\sqrt{\text{イウ}}$	$\sqrt{15}$	3	
	エ$\sqrt{\text{オカ}}$	$2\sqrt{15}$	3	
	$\dfrac{\text{キ}}{\text{ク}}$	$\dfrac{2}{3}$	3	
	$\dfrac{\text{ケ}}{\text{コ}}$	$\dfrac{3}{2}$	3	
	$\dfrac{\text{サ}}{\text{シ}}$	$\dfrac{5}{2}$	3	
	$\dfrac{\text{スセ}\sqrt{\text{ソタ}}}{\text{チツ}}$	$\dfrac{24\sqrt{15}}{35}$	3	
第6問　自己採点小計			(20)	
自己採点合計			(100)	

第１問　数と式，データの分析

〔１〕 $a=\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，$b=\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ とおく．

(1) $a+b=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，$ab=\boxed{\text{ウ}}$

であり

$a^2+b^2=\boxed{\text{エオ}}$

である．

(2) n を自然数とし，実数 x に関する条件 p，q を次のように定める．

$p:|x-2ab|\leqq a^2+b^2$

$q:x^2-4\sqrt{3}x+12-n^2\leqq 0$

p は条件

$\boxed{\text{カキク}}\leqq x\leqq\boxed{\text{ケコ}}$

と同値である．

q が p であるための必要条件であるような自然数 n のうち最小のものは $\boxed{\text{サシ}}$ である．

〔２〕 10 人の生徒のテストの得点を調べると次の表のようになった．ただし，テストの得点は整数値である．

生徒番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得点(点)	1	2	3	4	5	6	6	6	8	9

以下，小数の形で解答する場合は，指定された桁(けた)数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ．途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること．

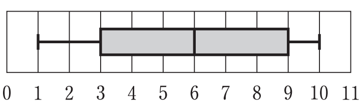
得点のデータの平均値は $\boxed{\text{ス}}$ 点であり，最頻値は $\boxed{\text{セ}}$ 点である．

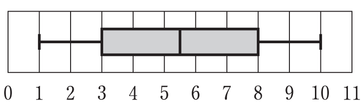
テストの採点を見直したところ，得点が 6 点である 3 人の生徒の採点に間違いがあり，修正後 3 人の得点はそれぞれ増加した．さらに得点が 10 点の生徒は 1 人だけであった．また，得点に関する下の四つの箱ひげ図には修正前のものと修正後のものが含まれる．

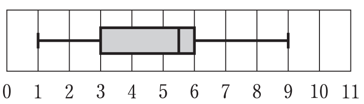
修正前の箱ひげ図は $\boxed{\text{ソ}}$，修正後の箱ひげ図は $\boxed{\text{タ}}$

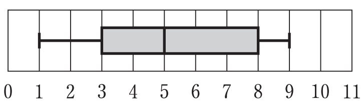
である．

$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちからそれぞれ一つずつ選べ．

⓪


①


②


③


修正後の得点のデータの平均値は修正前のものに比べて $\boxed{\text{チ}}$.$\boxed{\text{ツ}}$ 点増加する.

【解説】 問題

〔1〕

(1)
$$\begin{aligned} a &= \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \\ &= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} \\ &= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} \\ &= \sqrt{5}+\sqrt{3}, \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} b &= \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \\ &= \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} \\ &= \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3} \\ &= \sqrt{5}-\sqrt{3} \end{aligned}$$

であるから,

$$\begin{aligned} a+b &= (\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3}) \\ &= \boxed{2}\sqrt{\boxed{5}}, \\ ab &= (\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3}) \\ &= \boxed{2} \end{aligned}$$

である.

これより,

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= (a+b)^2-2ab \\ &= (2\sqrt{5})^2-2\cdot 2 \\ &= \boxed{16} \end{aligned}$$

である.

☜ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ より,
$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$.

(2) $|x-2ab| \leqq a^2+b^2$ は(1)の結果より,

$$|x-4| \leqq 16$$

となる.

$|x-4| \leqq 16$ を解くと,

$$-16 \leqq x-4 \leqq 16$$
$$-12 \leqq x \leqq 20$$

となるから,条件 p は,

$$\boxed{-12} \leqq x \leqq \boxed{20}$$

と同値である.

☜ A を正の定数とする.
X の不等式
$$|X| \leqq A$$
の解は,
$$-A \leqq X \leqq A.$$

$x^2-4\sqrt{3}x+12-n^2 \leqq 0$（$n$ は自然数）は，

$$\{x-(2\sqrt{3}-n)\}\{x-(2\sqrt{3}+n)\} \leqq 0$$

☜ $x^2-4\sqrt{3}x+(12-n^2)$
$=x^2-4\sqrt{3}x+(2\sqrt{3}-n)(2\sqrt{3}+n)$
$=\{x-(2\sqrt{3}-n)\}\{x-(2\sqrt{3}+n)\}$.

となるから，条件 q は，

$$2\sqrt{3}-n \leqq x \leqq 2\sqrt{3}+n$$

となる．

q が p であるための必要条件となるのは，

$$「p \Longrightarrow q」が真 \qquad \cdots(*)$$

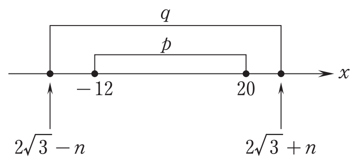
であるときである．

☜ 2 つの条件 s，t において，
命題「$s \Longrightarrow t$」
が真のとき，s は t であるための十分条件であり，t は s であるための必要条件である．

$$p: -12 \leqq x \leqq 20, \quad q: 2\sqrt{3}-n \leqq x \leqq 2\sqrt{3}+n$$

であるから，(*) となるのは，

$$2\sqrt{3}-n \leqq -12 \quad かつ \quad 20 \leqq 2\sqrt{3}+n$$

☜ 

すなわち

$$2\sqrt{3}+12 \leqq n \quad かつ \quad 20-2\sqrt{3} \leqq n$$

のときである．

さらに，$3<2\sqrt{3}<4$ より，

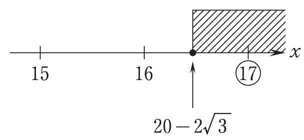
$$2\sqrt{3}+12<16<20-2\sqrt{3}<17$$

であるから，(*) となるのは，

$$20-2\sqrt{3} \leqq n$$

のときであり，これを満たす最小の自然数 n は，

$$17$$

☜ 

である．

したがって，q が p であるための必要条件であるような自然数 n のうち最小のものは，

$$\boxed{17}$$

である．

［2］ **問題**

得点のデータの平均値は，

$$\frac{1+2+3+4+5+6+6+6+8+9}{10}=\boxed{5}\,(点)$$

☜ **平均値**
変量 x についてのデータが，n 個の値 x_1，x_2，…，x_n からなるとき，x の平均値 $\overline{x}$ は，
$$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}.$$

であり，最頻値は，

$$\boxed{6}\ 点$$

☜ データにおいて，最も個数の多い値をそのデータの最頻値（モード）という．

である．

修正前の得点のデータは，最小値 1，最大値 9 であり，データの大きさは 10（偶数）である．さらに，

（第 1 四分位数）＝（5 つの値 1，2，3，4，5 の中央値）＝3，

$$（中央値）=\frac{5+6}{2}=5.5,$$

（第 3 四分位数）＝（5 つの値 6，6，6，8，9 の中央値）＝6

である．

☜ **中央値**
データを値の大きさの順に並べたとき，その中央の値を中央値という．データの大きさが偶数のときは，中央に並ぶ 2 つの値の平均値を中央値とする．

よって，修正前の得点のデータの箱ひげ図は②であり，$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものは $\boxed{②}$ である．

修正後の得点のデータは，最小値は 1，最大値は 10 以上であるから，箱ひげ図は⓪か①である．

修正前の得点が 6 点である 3 人の生徒の修正後の得点のデータを大きさの順に a，b，c $(6<a\leqq b\leqq c)$ とする．

修正後の上位のデータの最小値は a または 8 であるから，中央値は，

$$\frac{5+a}{2} \quad \text{または} \quad \frac{5+8}{2}=6.5$$

である．

$a>6$ より，$\dfrac{5+a}{2}>\dfrac{5+6}{2}=5.5$ であり，中央値は修正前のものよりも修正後のものの方が大きくなる．

よって，修正後の得点のデータの箱ひげ図は⓪であり，$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものは $\boxed{⓪}$ である．

箱ひげ図⓪より修正後の得点のデータの中央値は 6 であるから，

$$\frac{5+a}{2}=6$$
$$a=7$$

である．

また，修正後に得点が 10 点の生徒が 1 人だけ存在するから，$c=10$ である．

さらに，箱ひげ図⓪より修正後の得点のデータの第 3 四分位数は 9 であるから，$b=9$ である．

したがって，修正後の得点のデータの和は修正前のものに比べて，

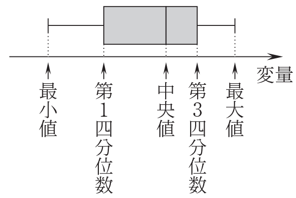
$$\begin{aligned}(a+b+c)-(6+6+6)&=26-18\\&=8\ (\text{点})\end{aligned}$$

増加するから，平均値は，

$$\frac{8}{10}=\boxed{0}.\boxed{8}\ (\text{点})$$

増加する．

☜ 下図のように，最小値，第 1 四分位数，中央値，第 3 四分位数，最大値を箱と線(ひげ)を用いて 1 つの図に表したものを箱ひげ図という．



☜ 下位のデータ

$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，

上位のデータ

$\{a,\ b,\ c,\ 8,\ 9\}$．

☜ $\dfrac{5+8}{2}=6.5$ の方は不適．

☜ $a=7$，$c=10$ のとき $7\leqq b\leqq 10$ である．

このとき，$b=7$，8 とすると第 3 四分位数は 8 となり，$b=10$ とすると 10 点の生徒が 1 人だけであることに反する．

第 2 問　2 次関数

a を実数とし，x の 2 次関数

$$y=x^2-4ax+a^2+4a-1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする．G の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イウ}}\,a^2+\boxed{\text{エ}}\,a-\boxed{\text{オ}}\right)$$

である．

G の頂点の y 座標が最大になるのは

$$a=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

のときである．

(1)　G が $(0,\ -1)$ を通るのは

$$a=\boxed{\text{クケ}},\ \boxed{\text{コ}}$$

のときである．

また，G が x 軸と接するのは

$$a=\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}},\ \boxed{\text{ス}}$$

のときである．

$a=\boxed{\text{コ}}$ のときの G を x 軸方向に $\boxed{\text{セ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{ソ}}$ だけ平行移動すると，$a=\boxed{\text{ス}}$ のときの G に一致する．

(2)　$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \leqq a \leqq \boxed{\text{ス}}$ とし，$0 \leqq x \leqq 2$ における関数 ① の最大値を M，最小値を m とすると，

$M+m$ が整数になる a の値は全部で $\boxed{\text{タ}}$ 個ある．

【解説】

問題

$$f(x)=x^2-4ax+a^2+4a-1$$

とすると，

$$f(x)=(x-2a)^2-3a^2+4a-1$$

であるから，$G:y=f(x)$ の頂点の座標は，

$$\left(\boxed{2}\,a,\ \boxed{-3}\,a^2+\boxed{4}\,a-\boxed{1}\right)$$

である．

G の頂点の y 座標を r とすると，

$$\begin{aligned} r &= -3a^2+4a-1 \\ &= -3\left(a-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{1}{3} \end{aligned}$$

であるから，r が最大となるのは，

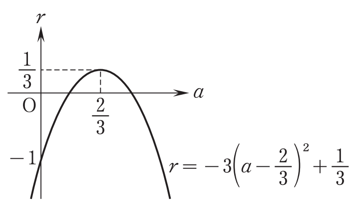
$$a=\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$$

☜　$f(x)$ は ① の右辺．

☜　放物線 $y=p(x-q)^2+r$ の頂点の座標は，

$$(q,\ r).$$

☜



のときである．

⑴　G が $(0,\ -1)$ を通るのは，

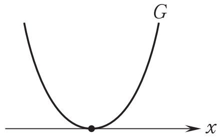
$$f(0)=-1$$
$$a^2+4a-1=-1$$
$$a(a+4)=0$$

より，

$$a=\boxed{-4},\ \boxed{0}$$

のときである．

　また，G が x 軸と接するのは，

☜ 

(頂点の y 座標)＝0.

$$r=0$$
$$-3a^2+4a-1=0$$
$$(3a-1)(a-1)=0$$

より，

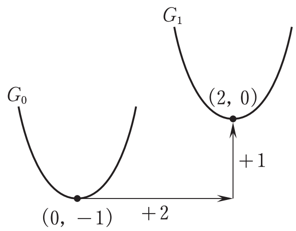
$$a=\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}},\ \boxed{1}$$

のときである．

　$a=0$，$a=1$ のときの G をそれぞれ G_0，G_1 とすると，

G_0 の頂点の座標は $(0,\ -1)$，
G_1 の頂点の座標は $(2,\ 0)$

であるから，G_0 を x 軸方向に $\boxed{2}$，y 軸方向に $\boxed{1}$ だけ平行移動すると，G_1 に一致する．

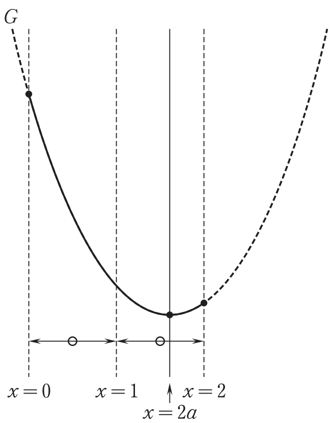
☜ 

⑵　G の軸の方程式は $x=2a$ であり，$\frac{2}{3}\leqq a\leqq 1$ のとき，

$$\frac{4}{3}\leqq 2a\leqq 2$$

である．

☜ $\frac{4}{3}\leqq 2a\leqq 2$ のとき，G の軸 $(x=2a)$ は，定義域の中央 $(x=1)$ と定義域の右端 $(x=2)$ の間に存在している．



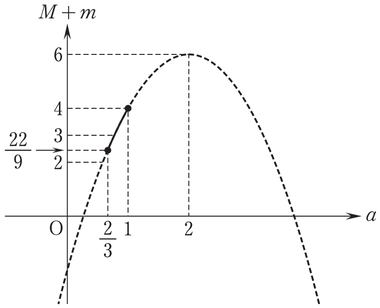
よって，

$$M=f(0)=a^2+4a-1,$$
$$m=f(2a)=-3a^2+4a-1$$

である．

したがって，$\dfrac{2}{3}\leqq a\leqq 1$ において，

$$\begin{aligned}M+m&=-2a^2+8a-2\\&=-2(a-2)^2+6.\end{aligned}$$



ゆえに，グラフより，$M+m$ が整数になる a の値は全部で $\boxed{2}$ 個ある．

☜ $M+m=3$ となるのは，

$$a=2-\sqrt{\frac{3}{2}}$$

のとき．

$M+m=4$ となるのは，

$$a=1$$

のとき．

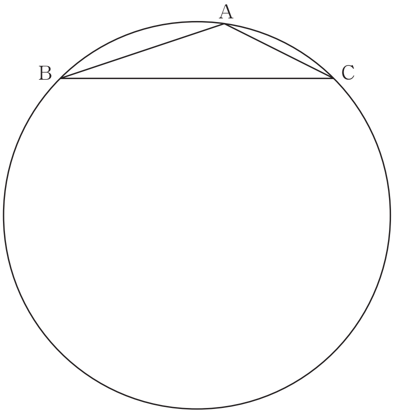
第 3 問　図形と計量

△ABC は，$AB=\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{5}$，$CA=1$ を満たすとする．このとき

$$\angle BAC=\boxed{\text{アイウ}}^\circ,\quad \sin\angle BAC=\frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり，△ABC の外接円 O の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である．

参考図



円 O の点 A を含まない弧 BC 上に点 D を $AB=BD$ となるようにとる．このとき

$$\angle BDC=\boxed{\text{ケコ}}^\circ,\quad CD=\boxed{\text{サ}}$$

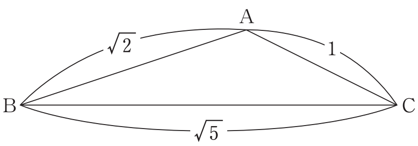
であり，△CBD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である．

さらに，円 O の点 A，B を含まない弧 CD 上に点 E を $\angle BCE=45^\circ$ となるようにとると

$$\angle CBE=\boxed{\text{セソ}}^\circ$$

であり，線分 BE と線分 CD の交点を F とすると，△CBF の面積は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である．

【解説】　問題

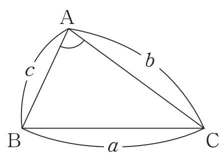


△ABC に余弦定理を用いると，

$$\cos\angle BAC=\frac{CA^2+AB^2-BC^2}{2CA\cdot AB}$$

$$=\frac{1^2+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2}{2\cdot 1\cdot\sqrt{2}}$$

余弦定理



$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A.$

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}.$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

であるから，

$$\angle \mathrm{BAC} = \boxed{135}^\circ$$

であり，

$$\sin\angle \mathrm{BAC} = \sin 135^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{2}}$$

である．

△ABC の外接円 O の半径を R として △ABC に正弦定理を用いると，

$$\frac{\mathrm{BC}}{\sin\angle \mathrm{BAC}} = 2R$$

より，

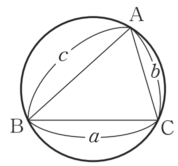
$$\frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2R$$

であるから，

$$R = \frac{\sqrt{\boxed{10}}}{\boxed{2}}$$

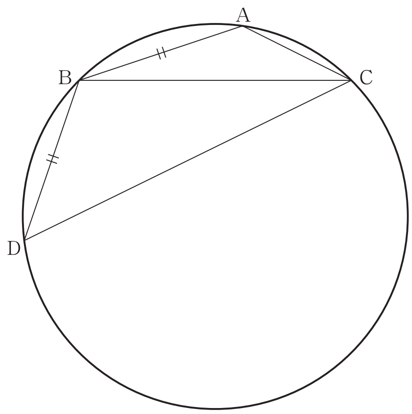
である．

☜ **正弦定理**



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

（R は △ABC の外接円の半径）



四角形 ABDC は円に内接するから，

$$\angle \mathrm{BAC} + \angle \mathrm{BDC} = 180^\circ$$

であり，

$$\angle \mathrm{BDC} = 180^\circ - 135^\circ$$

$$= \boxed{45}^\circ$$

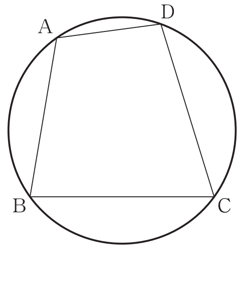
である．

△CBD に余弦定理を用いると，

$$\mathrm{BC}^2 = \mathrm{BD}^2 + \mathrm{CD}^2 - 2\mathrm{BD}\cdot\mathrm{CD}\cos\angle \mathrm{BDC}$$

☜ 四角形 ABCD が円に内接するとき，

$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{C} = \angle \mathrm{B} + \angle \mathrm{D} = 180^\circ$.



であり，CD$=t$ とすると，

$$(\sqrt{5})^2=(\sqrt{2})^2+t^2-2\cdot\sqrt{2}\cdot t\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$t^2-2t-3=0$$
$$(t+1)(t-3)=0.$$

☜　BD$=$AB$=\sqrt{2}$.

$t>0$ より，

$$t=3$$

すなわち

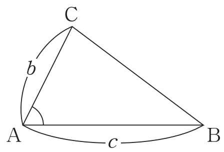
$$\mathrm{CD}=\boxed{3}$$

であり，△CBD の面積は，

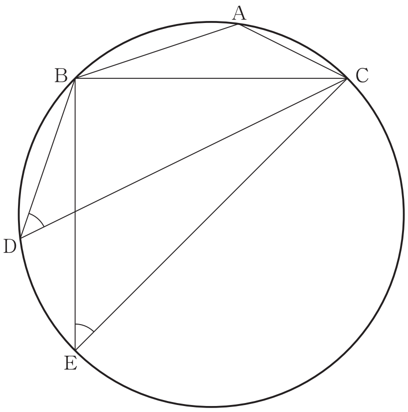
$$\frac{1}{2}\mathrm{BD}\cdot\mathrm{CD}\sin\angle\mathrm{BDC}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot 3\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$=\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}}$$

である．

☜ **三角形の面積**



(△ABC の面積)$=\dfrac{1}{2}bc\sin A$.



さらに，円周角の定理より，

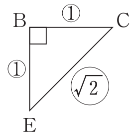
$$\angle\mathrm{BEC}=\angle\mathrm{BDC}$$
$$=45^\circ$$

であり，条件より，∠BCE$=45^\circ$ であるから，△BEC は直角二等辺三角形である．

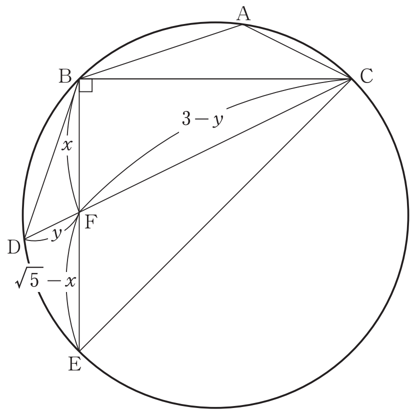
よって，

$$\angle\mathrm{CBE}=\boxed{90}^\circ,$$
$$\mathrm{CE}=\sqrt{2}\,\mathrm{BC}$$
$$=\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}$$
$$=\sqrt{10}$$

☜



である．



ここで，$\mathrm{BF}=x$，$\mathrm{DF}=y$ とおくと，

$$\begin{aligned}\mathrm{EF}&=\mathrm{BE}-\mathrm{BF}\\&=\sqrt{5}-x,\\\mathrm{CF}&=\mathrm{CD}-\mathrm{DF}\\&=3-y.\end{aligned}$$

☜　$\mathrm{BE}=\mathrm{BC}=\sqrt{5}$.

$\angle\mathrm{BDC}=\angle\mathrm{BEC}$，$\angle\mathrm{BFD}=\angle\mathrm{CFE}$ であるから $\triangle\mathrm{FBD}$ と $\triangle\mathrm{FCE}$ は相似であり，

$$\begin{cases}\mathrm{BF}:\mathrm{BD}=\mathrm{CF}:\mathrm{CE},\\ \mathrm{FD}:\mathrm{BD}=\mathrm{FE}:\mathrm{CE}\end{cases}$$

であるから，

$$\begin{cases}x:\sqrt{2}=(3-y):\sqrt{10},\\ y:\sqrt{2}=(\sqrt{5}-x):\sqrt{10}\end{cases}$$

である．よって，

$$\begin{cases}\sqrt{10}x=\sqrt{2}(3-y),\\ \sqrt{10}y=\sqrt{2}(\sqrt{5}-x)\end{cases}$$

であるから，

$$x=\frac{\sqrt{5}}{2},\quad y=\frac{1}{2}$$

であり，

$$\mathrm{BF}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

である．

☜　次のように考えてもよい．
$\triangle\mathrm{BCD}$ に余弦定理を用いて，

$$\begin{aligned}\cos\angle\mathrm{BCD}&=\frac{(\sqrt{5})^2+3^2-(\sqrt{2})^2}{2\cdot\sqrt{5}\cdot 3}\\&=\frac{2}{\sqrt{5}}.\end{aligned}$$

よって，

$$\begin{aligned}\tan\angle\mathrm{BCD}&=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\angle\mathrm{BCD}}-1}\\&=\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

したがって，

$$\begin{aligned}\mathrm{BF}&=\mathrm{BC}\tan\angle\mathrm{BCF}\\&=\mathrm{BC}\tan\angle\mathrm{BCD}\\&=\sqrt{5}\cdot\frac{1}{2}\\&=\frac{\sqrt{5}}{2}.\end{aligned}$$

よって，$\triangle\mathrm{CBF}$ の面積は，

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot\mathrm{BF}&=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}\\&=\frac{\boxed{5}}{\boxed{4}}\end{aligned}$$

☜　$\angle\mathrm{CBF}=90^\circ$.

である．

第 4 問　場合の数と確率

(1)　大小 2 個のサイコロを振る．目の出方は全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 通りあり，そのうち 2 個のサイコロの目が一致するような目の出方は $\boxed{\text{ウ}}$ 通りである．

2 個のサイコロの目の数の積を X とする．$X=4$ となる目の出方は $\boxed{\text{エ}}$ 通りであり，$\sqrt{X}$ が整数となる目の出方は $\boxed{\text{オ}}$ 通りである．

(2)　大小 2 個の赤色のサイコロと大小 2 個の青色のサイコロがある．この合計 4 個のサイコロを同時に振る．4 個のサイコロのすべての目の出方を全事象とし，2 個の赤色のサイコロの目が一致する事象を R，2 個の青色のサイコロの目が一致する事象を B とする．

このとき，事象 $R\cap B$ が起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ であり，事象 $R\cup B$ が起こる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である．

さらに，4 個のサイコロの目の数の積を Y とし，$\sqrt{Y}$ が整数となる事象を S とする．事象 $R\cap S$ が起こるという条件のもとで，$Y=16$ となる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である．

【解説】　問題

(1)　大小 2 個のサイコロの目の数がそれぞれ p，q であることを $(p,\ q)$ と表すことにする．

大小 2 個のサイコロを振るとき，目の出方は全部で，

$$6\times6=\boxed{36}\ (\text{通り})$$

あり，そのうち 2 個のサイコロの目が一致するような目の出方は，

$$\boxed{6}\ \text{通り}$$

である．

☜ $(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(3,\ 3)$，$(4,\ 4)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 6)$．

$X=4$ となるのは，大小 2 個のサイコロの目の数が，

$$(1,\ 4),\ (2,\ 2),\ (4,\ 1)$$

のときであるから，目の出方は，

$$\boxed{3}\ \text{通り}$$

である．

また $\sqrt{X}$ が整数となるのは，

$$X=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36$$

となるときである．

$X=1$ となるのは，大小 2 個のサイコロの目の数が，

$$(1,\ 1)$$

となるときであるから，目の出方は，

$$1\ \text{通り}$$

であり，同様に $X=9$，16，25，36 となるときも，目の出方はそれぞれ

☜ $(3,\ 3)$，$(4,\ 4)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 6)$．

$$1\text{ 通り}$$

ずつである．

よって，$\sqrt{X}$ が整数となる目の出方は，

$$1+3+1+1+1+1=\boxed{8}\text{（通り）}$$

である．

(2) 4 個のサイコロの目の出方は全部で，

$$6^4\text{ 通り}$$

ある．

2 個の赤色のサイコロの目が一致するときの 2 個の赤色のサイコロの目の出方は，

$$6\text{ 通り}$$

であり，2 個の青色のサイコロの目が一致するときの 2 個の青色のサイコロの目の出方は，

$$6\text{ 通り}$$

であるから，事象 $R\cap B$ が起こる確率 $P(R\cap B)$ は，

$$P(R\cap B)=\frac{6\times 6}{6^4}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{36}}$$

である．

また，事象 R，B が起こる確率をそれぞれ $P(R)$，$P(B)$ とすると，

$$P(R)=\frac{6\times 6^2}{6^4}=\frac{1}{6}$$

☜ 2 個の赤色のサイコロの目の出方が 6 通りであり，2 個の青色のサイコロの目の出方が 6^2 通りである．

であり，同様に，

$$P(B)=\frac{1}{6}$$

である．

よって，事象 $R\cup B$ が起こる確率 $P(R\cup B)$ は，

$$P(R\cup B)=P(R)+P(B)-P(R\cap B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{36}=\frac{\boxed{11}}{\boxed{36}}$$

☜ 2 つの事象 A，B に対して，$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$．

である．

事象 $R\cap S$ が起こるときの 4 個のサイコロの目の出方は，

☜ 事象 R のもとで，事象 S が起こるのは，2 個の青色の目の数の積が平方数のときである．

$$6\times 8=48\ (\text{通り})$$

であり，事象 $R\cap S$ が起こるとき，4 個のサイコロの目の数の組をまとめると次の表のようになる．

☜ 2 個の赤色のサイコロの目の出方が 6 通り，2 個の青色のサイコロの目の出方が 8 通りである．

$Y=16$ となるのは，表の「○」の場合である．

青＼赤	(1, 1)	(2, 2)	(3, 3)	(4, 4)	(5, 5)	(6, 6)
(1, 1)				○		
(1, 4)		○				
(4, 1)		○				
(2, 2)		○				
(3, 3)						
(4, 4)	○					
(5, 5)						
(6, 6)						

☜ ・赤色のサイコロの目の数が (1, 1) のとき，青色のサイコロの目の出方は，
(4, 4) の 1 通り．
・赤色のサイコロの目の数が (2, 2) のとき，青色のサイコロの目の出方は，
(1, 4)，(4, 1)，(2, 2) の 3 通り．
・赤色のサイコロの目の数が (4, 4) のとき，青色のサイコロの目の出方は，
(1, 1) の 1 通り．

よって，事象 $R\cap S$ が起こるという条件のもとで，$Y=16$ となる条件付き確率は，

$$\frac{1+3+1}{48}=\frac{\boxed{5}}{\boxed{48}}$$

である．

☜ 事象 A が起こったという条件のもとで事象 B が起こる確率を，事象 A が起こったときに事象 B が起こる条件付き確率といい，$P_A(B)$ と表す．根元事象が同様に確からしいとき，

$$P_A(B)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}.$$

第５問　整数の性質

方程式

$$xy-2x-6y-660=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす自然数 x，y について考えよう．

(1)　$xy-2x-6y+12$ を因数分解すると

$$\left(x-\boxed{\text{ア}}\right)\left(y-\boxed{\text{イ}}\right)$$

となる．

(2)　① は

$$\left(x-\boxed{\text{ア}}\right)\left(y-\boxed{\text{イ}}\right)=\boxed{\text{ウエオ}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

と変形できる．

$\boxed{\text{ウエオ}}$ を

$$\boxed{\text{ウエオ}}=2^a\cdot3^b\cdot7^c$$

と素因数分解すると

$$(a,\ b,\ c)=\left(\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キ}},\ \boxed{\text{ク}}\right)$$

であり，$\boxed{\text{ウエオ}}$ の正の約数は全部で $\boxed{\text{ケコ}}$ 個ある．

(3)　① すなわち ② を満たす自然数 x，y において，1 桁(けた)の奇数である x は $\boxed{\text{サ}}$ と $\boxed{\text{シ}}$ である．

ただし，$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ の解答の順序は問わない．

また，① を満たす自然数 x，y の組 $(x,\ y)$ のうち，x，y がいずれも偶数となるものは $\boxed{\text{スセ}}$ 組であり，x と y が互いに素であるものは $\boxed{\text{ソ}}$ 組である．

【解説】　問題

(1)　$xy-2x-6y+12$ を因数分解すると，

$$\begin{aligned} xy-2x-6y+12 &= x(y-2)-6(y-2) \\ &= \left(x-\boxed{6}\right)\left(y-\boxed{2}\right) \end{aligned}$$

となる．

(2)

$$xy-2x-6y-660=0. \qquad \cdots ①$$

① より，

$$xy-2x-6y+12-660=12$$

であるから，(1) の結果を用いて，

$$(x-6)(y-2)=12+660$$

$$(x-6)(y-2)=\boxed{672} \qquad \cdots ②$$

と変形できる．

このとき，

$$672=2^5\cdot3\cdot7$$

であるから，$672=2^a\cdot3^b\cdot7^c$ と素因数分解すると，

$$(a,\ b,\ c)=(\boxed{5},\ \boxed{1},\ \boxed{1})$$

である．

よって，672 の正の約数は全部で，

$$(5+1)\times(1+1)\times(1+1)=\boxed{24}\ (\text{個})$$

ある．

☜ p，q，r を異なる素数，a，b，c を自然数とするとき，

$$p^a q^b r^c$$

で表された整数の正の約数の個数は，

$$(a+1)(b+1)(c+1)$$

である．

(3) 1 桁の奇数は，1，3，5，7，9 である．

・$x=1$ のとき，② より $y=-\dfrac{662}{5}$ で，y は自然数とならない．

・$x=3$ のとき，② より $y=-222$ で，y は自然数とならない．

・$x=5$ のとき，② より $y=-670$ で，y は自然数とならない．

・$x=7$ のとき，② より $y=674$．

・$x=9$ のとき，② より $y=226$．

よって，② を満たす 1 桁の奇数である x は，

$$x=\boxed{7},\ \boxed{9}$$

である．

また ② は，

$$(x-6)(y-2)=2^5\cdot3\cdot7 \qquad \cdots ②'$$

である．

x，y は自然数であるから，②′ が成り立つためには，$x-6$，$y-2$ がともに正であることが必要である．

☜ $x-6$，$y-2$ がともに負のときは，

$$(x-6)(y-2)\leqq(1-6)(1-2)=5$$

より，②′ は成立しない．

x，y が偶数のときを考える．

このとき，$x-6$，$y-2$ はともに偶数であるから，②′ より，

$$x-6=2^r\cdot3^s\cdot7^t,\quad y-2=2^{5-r}\cdot3^{1-s}\cdot7^{1-t}$$

$$(r=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ s=0,\ 1,\ t=0,\ 1)$$

であればよい．このとき，x，y は自然数である．

☜ $r=0$ のときは $x-6$ が奇数になり，$r=5$ のときは $y-2$ が奇数になるから，これらを除いている．

また，0 でない実数 a に対して，$a^0=1$ である．

よって，x，y が偶数であるような組 $(x,\ y)$ は，

$$4\times2\times2=\boxed{16}\ (\text{組})$$

である．

次に，x，y が互いに素であるときを考える．

このとき，x，y のうち一方は奇数であり，$x-6$，$y-2$ の一方は奇数であるから，②′ より，

$$x-6=2^0\cdot3^s\cdot7^t,\quad y-2=2^5\cdot3^{1-s}\cdot7^{1-t}$$

$$(s=0,\ 1,\ t=0,\ 1)$$

☜ $x-6$ が奇数になる．

または，

$$x-6=2^5\cdot3^s\cdot7^t,\quad y-2=2^0\cdot3^{1-s}\cdot7^{1-t}$$

$$(s=0,\ 1,\ t=0,\ 1)$$

☜ $y-2$ が奇数になる．

のときを考えればよい．

このような組は 8 組あり，

$(x-6,\ y-2)=(1,\ 672),\ (3,\ 224),\ (7,\ 96),\ (21,\ 32),$
$(32,\ 21),\ (96,\ 7),\ (224,\ 3),\ (672,\ 1)$

であるから,

$(x,\ y)=(7,\ 674),\ (9,\ 226),\ (13,\ 98),\ (27,\ 34),$
$(38,\ 23),\ (102,\ 9),\ (230,\ 5),\ (678,\ 3)$

である.

このうち,

$(102,\ 9)$ は最大公約数が 3, $(230,\ 5)$ は最大公約数が 5,

$(678,\ 3)$ は最大公約数が 3

であり, x と y は互いに素ではない.

一方, 他の 5 組は, x と y が互いに素である.

よって, x と y が互いに素であるような組 $(x,\ y)$ は,

$\boxed{5}$ 組

である.

☜ $(7,\ 674),\ (9,\ 226),\ (13,\ 98),$
$(27,\ 34),\ (38,\ 23).$

第 6 問　図形の性質

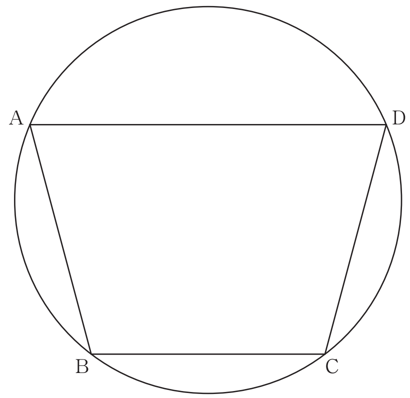
円に内接する台形 ABCD は，AB＝BC＝CD＝4，DA＝6 を満たすとし，点 A から直線 BC に下ろした垂線と直線 BC の交点を H とする．

$$\mathrm{BH} = \boxed{\text{ア}},\quad \mathrm{AH} = \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$$

であり，△ABC の面積は $\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}$ である．

台形 ABCD の対角線 AC，BD の交点を E とする．

参考図



(1) 弧 AB，弧 BC に対する円周角が等しいことに注目すると

$$\frac{\mathrm{CE}}{\mathrm{EA}} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

であり，弧 BC，弧 CD に対する円周角が等しいことに注目すると

$$\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{ED}} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である．

(2) 辺 DA の中点を L，線分 AC と線分 BL の交点を M とし，直線 DM と辺 AB の交点を N とする．△ABD にチェバの定理を用いると

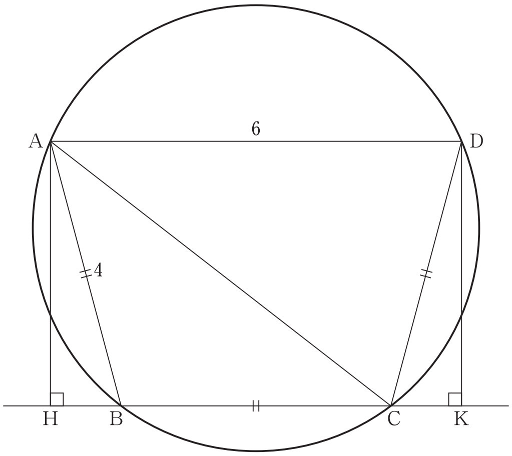
$$\frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{NB}} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

が得られ，△ADE と直線 BL にメネラウスの定理を用いると

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{ME}} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

が得られる．四角形 BEMN の面積は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である．

【解説】 問題



点 D から直線 BC に下ろした垂線と直線 BC の交点を K とすると，△ABH と △DCK は合同であるから，BH＝CK である．

よって，

$$AD = 2BH + BC$$

であり，

$$BH = \frac{AD - BC}{2} = \frac{6-4}{2} = \boxed{1}$$

である．

直角三角形 ABH に三平方の定理を用いると，

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{\boxed{15}}$$

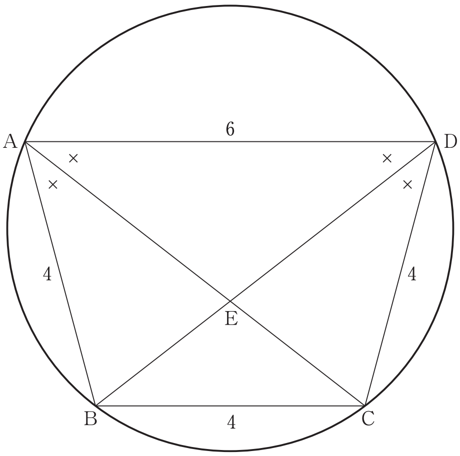
である．

△ABC の面積は，

$$\frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{15} = \boxed{2}\sqrt{\boxed{15}}$$

である．

(1)



弧 AB，弧 BC，弧 CD に対する円周角が等しいから，

$$\angle ADB = \angle CDB = \angle BAC = \angle DAC$$

が成り立ち，線分 DE は $\angle CDA$ を二等分し，線分 AE は $\angle BAD$ を二等分する．

よって，

$$AE : EC = DA : DC = 6 : 4 = 3 : 2,$$

☜ 角の二等分線の定理．

$$DE : EB = AD : AB = 6 : 4 = 3 : 2$$

であるから，

$$\frac{CE}{EA} = \frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$$

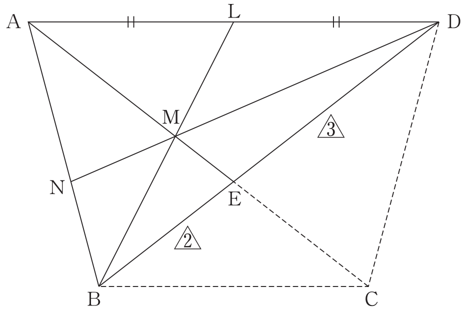
☜ $\triangle AED \backsim \triangle CEB$ を考えてもよい．

であり，

$$\frac{BE}{ED} = \frac{2}{3}$$

である．

(2)

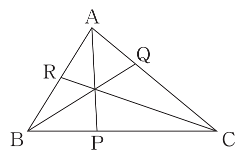


$\triangle ABD$ にチェバの定理を用いると，

$$\frac{AN}{NB} \cdot \frac{BE}{ED} \cdot \frac{DL}{LA} = 1 \quad \cdots ①$$

☜

チェバの定理



$$\frac{AR}{RB} \cdot \frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} = 1.$$

が成り立つ．

ここで，L は辺 DA の中点であるから，

$$\frac{DL}{LA} = 1$$

であり，(1) の結果より，

$$\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{ED}}=\frac{2}{3}$$

である．

よって，① より，

$$\frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{NB}}\cdot\frac{2}{3}\cdot 1=1$$

すなわち

$$\frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{NB}}=\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}}$$

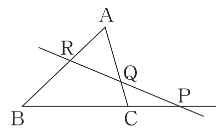
である．

また，△ADE と直線 BL にメネラウスの定理を用いると，

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{ME}}\cdot\frac{\mathrm{EB}}{\mathrm{BD}}\cdot\frac{\mathrm{DL}}{\mathrm{LA}}=1 \qquad \cdots②$$ ☜

が成り立つ．

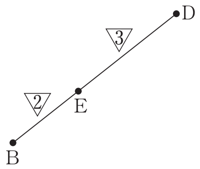
メネラウスの定理



$$\frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RB}}\cdot\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PC}}\cdot\frac{\mathrm{CQ}}{\mathrm{QA}}=1.$$

ここで，$\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{ED}}=\frac{2}{3}$ より，

$$\frac{\mathrm{EB}}{\mathrm{BD}}=\frac{2}{5}$$ ☜



$$\frac{\mathrm{EB}}{\mathrm{BD}}=\frac{2}{5}.$$

であるから，② より，

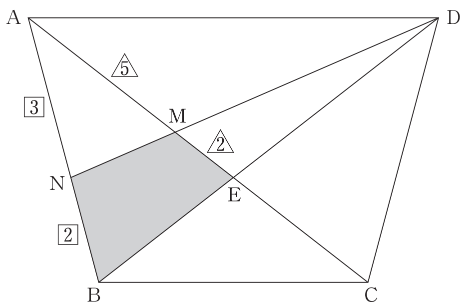
$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{ME}}\cdot\frac{2}{5}\cdot 1=1$$

すなわち

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{ME}}=\frac{\boxed{5}}{\boxed{2}}$$

である．

☜ △ABE と直線 DN にメネラウスの定理を用いてもよい．



四角形 BEMN の面積を S とし，△ABC，△ABE，△ANM の面積をそれぞれ S_1，S_2，S_3 とする．

$$S=S_2-S_3 \qquad \cdots③$$

である．

ここで，

$$\frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{NB}}=\frac{3}{2}\ \text{より}\ \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AB}}=\frac{3}{5},$$

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{ME}}=\frac{5}{2}\ \text{より}\ \frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AE}}=\frac{5}{7}$$

であるから，

$$S_3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} S_2$$

である．

　よって，③ より，

$$S = S_2 - \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} S_2$$

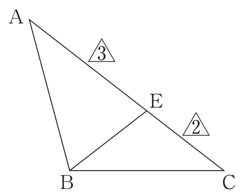
$$= \frac{4}{7} S_2 \qquad \cdots ④$$

である．

　また，

$$\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{EC}} = \frac{3}{2} \text{ より } \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AC}} = \frac{3}{5}$$

☜



であるから，

$$S_2 = \frac{3}{5} S_1 \qquad \cdots ⑤$$

である．

　④，⑤ より，

$$S = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} S_1$$

$$= \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} \cdot 2\sqrt{15}$$

☜　$S_1 = 2\sqrt{15}$.

$$= \frac{\boxed{24}\sqrt{\boxed{15}}}{\boxed{35}}$$

である．

【数 学 ②】

数 学 Ⅱ

【解答・採点基準】 (100点満点)

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第1問	ア	0	2	
	イ	0	2	
	ウ，エオ，カ	4，33，8	3	
	キク，ケ	−2，3	3	
	コ	3	2	
	サ	8	2	
	シス，セ	−1，1	2	
	ソ，タ	1，2	2	
	$\frac{チ}{ツ}$，テ	$\frac{1}{2}$，1	2	
	$\frac{\pi}{ト}$	$\frac{\pi}{6}$	2	
	$\frac{ナ}{ニ}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	2	
	ヌネ	−1	1	
	$\frac{ノハ}{ヒ}$	$\frac{-3}{4}$	3	
	$\frac{フ}{ヘ}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	2	
	第1問 自己採点小計		(30)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第2問	ア，イ	3，3	3	
	ウエ	−1	1	
	オ	3	2	
	カ	1	1	
	キク	−1	2	
	ケ，コ	1，2	3	
	サ，シ	3，3	2	
	ス，セ	2，1	2	
	ソタ，チ，ツ	−2，6，5	3	
	テト	−5	2	
	ナ	3	2	
	ニヌ	−2	3	
	$\frac{ネノ}{ハ}$	$\frac{27}{4}$	4	
	第2問 自己採点小計		(30)	
第3問	ア，イ	3，3	2	
	ウ，エ	2，4	2	
	$\frac{\pi}{オ}$	$\frac{\pi}{2}$	2	
	カ，キ	1，2	2	
	$\sqrt{ク}$	$\sqrt{5}$	2	
	$\frac{ケ}{コ}$	$\frac{1}{2}$	2	
	サシ，ス	−2，9	2	
	$\frac{セソ}{タ}$，チ	$\frac{-1}{2}$，5	2	
	$\frac{ツ}{テ}$，$\frac{トナ}{ニ}$	$\frac{8}{3}$，$\frac{11}{3}$	2	
	$\frac{ヌ}{ネ}$	$\frac{1}{6}$	2	
	第3問 自己採点小計		(20)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第4問	ア	0	1	
	イ	1	1	
	ウ，エ，オ	1，2，1	2	
	カキ	−1	1	
	$\dfrac{ク \pm \sqrt{ケコ}\,i}{サ}$	$\dfrac{1 \pm \sqrt{11}\,i}{2}$	2	
	$\dfrac{シ}{ス}$	$\dfrac{1}{3}$	2	
	$セ \pm ソ\sqrt{タ}$	$5 \pm 2\sqrt{5}$	2	
	チツ，$\dfrac{テ}{ト}$	−1，$\dfrac{1}{3}$	1	
	$ナ - ニ\sqrt{ヌ}$	$5 - 2\sqrt{5}$	2	
	ネ，ノ，ハ	1，2，1	2	
	ヒ	1	2	
	フヘ	−2	2	
第4問 自己採点小計			(20)	
自己採点合計			(100)	

第 1 問　指数関数・対数関数，三角関数

数学Ⅱ・数学B　第 1 問　に同じである．

問題

問題

第 2 問　微分法・積分法

数学Ⅱ・数学B　第 2 問　に同じである．

問題

第 3 問　図形と方程式

O を原点とする座標平面上に 3 直線

$$\begin{cases} \ell_1 : y = x \\ \ell_2 : y = 2x \\ \ell_3 : y = -x + 6 \end{cases}$$

がある．

ℓ_1 と ℓ_3 の交点 A の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}\right)$ であり，ℓ_2 と ℓ_3 の交点 B の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}\right)$ である．

$\angle \mathrm{OAB} = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{オ}}}$ であるから，3 点 O，A，B を通る円 C の中心 D の座標は $\left(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}}\right)$ であり，円 C の半径は $\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である．

直線 AD の傾きは $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ であるから，点 A における円 C の接線 m_1 の方程式は

$$y = \boxed{\text{サシ}}\,x + \boxed{\text{ス}}$$

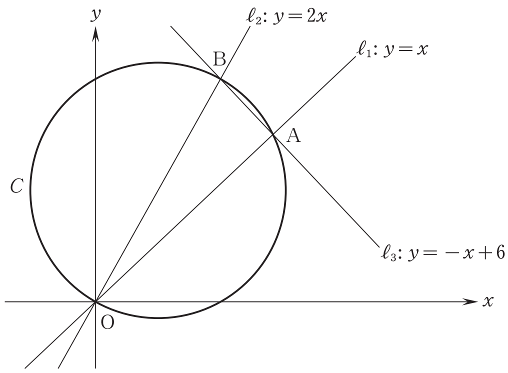
である．

また，点 B における円 C の接線 m_2 の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}x + \boxed{\text{チ}}$$

である．よって，2 直線 m_1 と m_2 の交点 E の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}, \dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}\right)$ であり，三角形 ABE の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である．

【解説】 問題



ℓ_1 と ℓ_3 の交点 A の x 座標は

$$x=-x+6$$

を解いて

$$x=3$$

である．これと $y=x$ より点 A の座標は $(\boxed{3},\ \boxed{3})$ である．また，ℓ_2 と ℓ_3 の交点 B の x 座標も同様にして

$$2x=-x+6$$

より

$$x=2.$$

これと $y=2x$ より点 B の座標は $(\boxed{2},\ \boxed{4})$ である．

次に，ℓ_1 の傾きは 1，ℓ_3 の傾きは -1 であるから，$\ell_1\perp\ell_3$ である．☜

すなわち，$\angle \mathrm{OAB}=\dfrac{\pi}{\boxed{2}}$ である．

直交条件

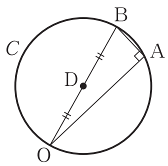
2 直線

$$y=a_1x+b_1$$
$$y=a_2x+b_2$$

が直交するための条件は

$$a_1a_2=-1$$

である．



よって，3 点 O，A，B を通る円 C は直径が OB の円であるから，☜
中心 D は線分 OB の中点であり，その座標は

$$\left(\frac{2}{2},\ \frac{4}{2}\right)=(\boxed{1},\ \boxed{2})$$ ☜

である．また円 C の半径は $\mathrm{OD}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{\boxed{5}}$ である．

中点

異なる 2 点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$ を結ぶ線分の中点の座標は

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2},\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

である．

2 点 A(3, 3)，D(1, 2) を通る直線の傾きは

$$\frac{3-2}{3-1}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$$

であるから，点 A における円 C の接線 m_1 の傾きは，$\mathrm{AD}\perp m_1$ で ☜
あることを考えると -2 である．よって，m_1 の方程式は

接線 m_1 の傾きを k とすると

$$\frac{1}{2}\cdot k=-1$$

より，$k=-2$.

$$y-3=-2(x-3)$$

より

$$y=\boxed{-2}\,x+\boxed{9} \qquad \cdots ①$$

である．また，点 B における円 C の接線 m_2 についても同様にして，$BD \perp m_2$ より，m_2 の傾きは $-\dfrac{1}{2}$ である．よって，m_2 の方程式は

$$y-4=-\frac{1}{2}(x-2)$$

より

$$y=\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}x+\boxed{5} \qquad \cdots ②$$

である．①，② より，2 直線 m_1 と m_2 の交点 E の x 座標は

$$-2x+9=-\frac{1}{2}x+5$$

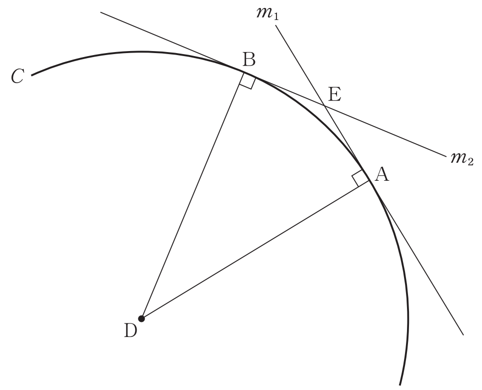
すなわち

$$\frac{3}{2}x=4$$

より

$$x=\frac{8}{3}$$

である．これと ② より，点 E の座標は $\left(\dfrac{\boxed{8}}{\boxed{3}},\ \dfrac{\boxed{11}}{\boxed{3}}\right)$ である．



次に

$$AB=\sqrt{(3-2)^2+(3-4)^2}=\sqrt{2}$$

であり，点 E から ℓ_3 に下ろした垂線の足を H とすると

$$EH=\frac{\left|\dfrac{8}{3}+\dfrac{11}{3}-6\right|}{\sqrt{1^2+1^2}}$$

$$=\frac{1}{3\sqrt{2}}$$

直線の方程式

点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾きが m である直線の方程式は

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

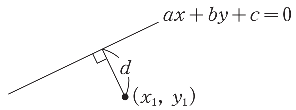
である．

直線 BD，すなわち ℓ_2 の傾きは 2 であるから，接線 m_2 の傾きを k' とすると

$$2\cdot k'=-1$$

より，$k'=-\dfrac{1}{2}$．

点と直線の距離

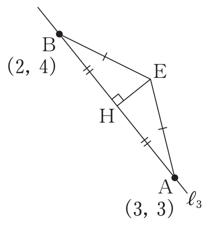


$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

上の公式を

直線 $\ell_3: x+y-6=0$

と点 $E\left(\dfrac{8}{3},\ \dfrac{11}{3}\right)$ として用いた．



また，AE＝BE より点 H は線分 AB の中点であるから

$$H\left(\frac{5}{2},\ \frac{7}{2}\right).$$

よって

$$EH=\sqrt{\left(\frac{5}{2}-\frac{8}{3}\right)^2+\left(\frac{7}{2}-\frac{11}{3}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{18}}=\frac{1}{3\sqrt{2}}$$

として求めてもよい．

であるから，三角形 ABE の面積は

$$\frac{1}{2}\cdot \mathrm{AB}\cdot \mathrm{EH}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{1}{3\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\boxed{1}}{\boxed{6}}$$

である．

第 4 問　高次方程式

k を実数とし，x の 3 次式 $P(x)$ を

$$P(x)=x^3-(k-2)x^2+kx+2k-1$$

とする．

$P(-1)=\boxed{ア}$ であるから，$P(x)$ は

$$P(x)=\left(x+\boxed{イ}\right)\left\{x^2-\left(k-\boxed{ウ}\right)x+\boxed{エ}k-\boxed{オ}\right\}$$

と因数分解できる．

(1)　$k=2$ のとき，x の方程式 $P(x)=0$ の解は

$$\boxed{カキ},\quad \frac{\boxed{ク}\pm\sqrt{\boxed{ケコ}}\,i}{\boxed{サ}}$$

である．

(2)　x の方程式 $P(x)=0$ の異なる実数解の個数がちょうど 2 個となるような k の値は

$$\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}\quad \text{または}\quad \boxed{セ}\pm\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}$$

であり，とくに $k=\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ のとき，その 2 個の実数解は $\boxed{チツ}$ と $\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$ である．

(3)　x の方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもつような k の値の範囲は

$$\boxed{ナ}-\boxed{ニ}\sqrt{\boxed{ヌ}}<k<\boxed{ナ}+\boxed{ニ}\sqrt{\boxed{ヌ}}$$

であり，このときの虚数解を α，β とする．解と係数の関係により

$$\begin{cases}\alpha+\beta=k-\boxed{ネ}\\ \alpha\beta=\boxed{ノ}k-\boxed{ハ}\end{cases}$$

が成り立つ．

$\alpha+\beta=\alpha^3+\beta^3$ を満たすような整数 k の値は $\boxed{ヒ}$ であり，$k=\boxed{ヒ}$ のとき，$\alpha^{2014}+\beta^{2014}=\boxed{フヘ}$ である．

【解説】

問題

$$P(x)=x^3-(k-2)x^2+kx+2k-1$$

であるから

$$\begin{aligned}P(-1)&=(-1)^3-(k-2)\cdot(-1)^2+k\cdot(-1)+2k-1\\&=\boxed{0}\end{aligned}$$

である．これより，$P(x)$ は $x+1$ で割り切れ

$$P(x)=\left(x+\boxed{1}\right)\left\{x^2-\left(k-\boxed{1}\right)x+\boxed{2}k-\boxed{1}\right\}$$

と因数分解できる．

$Q(x)=x^2-(k-1)x+2k-1$ とおくと，$P(x)=0$ は

因数定理

整式 $P(x)$ について

$P(x)$ が $x-\alpha$ を因数にもつ

$\iff P(\alpha)=0.$

$$\begin{array}{r@{\,}l}
 & x^2-(k-1)x+2k-1\\
x+1\,\big) & x^3-(k-2)x^2+kx+2k-1\\
 & x^3+x^2\\ \hline
 & -(k-1)x^2+kx\\
 & -(k-1)x^2-(k-1)x\\ \hline
 & (2k-1)x+2k-1\\
 & (2k-1)x+2k-1\\ \hline
 & 0
\end{array}$$

$$x+1=0 \quad \text{または} \quad Q(x)=0$$

であるから x の3次方程式 $P(x)=0$ の解は

$$-1 \quad \text{または} \quad x\text{の2次方程式 } Q(x)=0 \text{ の解} \qquad \cdots ①$$

である．

(1) $k=2$ のとき，$Q(x)=x^2-x+3$ であるから，$Q(x)=0$ の解は $\dfrac{1\pm\sqrt{11}i}{2}$ である．

したがって，$P(x)=0$ の解は ① より

$$\boxed{-1},\quad \frac{\boxed{1}\pm\sqrt{\boxed{11}}\,i}{\boxed{2}}$$

である．

☜ **2次方程式の解の公式**

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

(2) x の方程式 $P(x)=0$ の異なる実数解の個数がちょうど2個であるとき，その二つの解は，① より -1，γ $(\gamma \neq -1)$ と表され

(i) x の方程式 $Q(x)=0$ が解 -1 と γ をもつ

(ii) x の方程式 $Q(x)=0$ が重解 γ をもつ

の二つの場合が考えられる．

(i)のとき，$Q(-1)=0$ が必要であり

$$\begin{aligned}Q(-1)&=(-1)^2-(k-1)\cdot(-1)+2k-1\\&=3k-1\end{aligned}$$

☜ $Q(x)=x^2-(k-1)x+2k-1$.

より

$$k=\frac{1}{3}.$$

逆にこのとき

$$Q(x)=x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=(x+1)\left(x-\frac{1}{3}\right)$$

より，$Q(x)=0$ の解は -1 と $\dfrac{1}{3}$ であり，$\gamma=\dfrac{1}{3}$ であるから $\gamma \neq -1$ を満たす．

(ii)のとき，x の方程式 $Q(x)=0$ の判別式を D とすると $D=0$ が必要であり

$$\begin{aligned}D&=\{-(k-1)\}^2-4\cdot1\cdot(2k-1)\\&=k^2-10k+5\end{aligned}$$

より

$$k=5\pm2\sqrt{5}.$$

☜ **2次方程式の解の判別**

実数係数の2次方程式

$$ax^2+bx+c=0 \qquad \cdots (*)$$

の判別式 $D=b^2-4ac$ について

$D>0 \iff (*)$ は異なる二つの実数解をもつ．

$D=0 \iff (*)$ は重解をもつ．

$D<0 \iff (*)$ は異なる二つの虚数解をもつ．

逆にこのとき

$$\gamma=\frac{k-1}{2}=2\pm\sqrt{5}$$

であるから，$\gamma \neq -1$ を満たす．

☜ 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が重解をもつとき，その重解は

$$x=-\frac{b}{2a}.$$

(i), (ii) より，求める k の値は

$$\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}} \quad \text{または} \quad \boxed{5} \pm \boxed{2}\sqrt{\boxed{5}}$$

である．とくに $k=\frac{1}{3}$ のとき，2 個の実数解は (i) より

$$\boxed{-1} \quad と \quad \frac{\boxed{1}}{\boxed{3}}$$

である．

(3) ① より，x の方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもつ条件は，x の方程式 $Q(x)=0$ が虚数解をもつことである．よって

$$D<0 \quad すなわち \quad k^2-10k+5<0$$

☜ $D=k^2-10k+5.$

を解いて，k の値の範囲は

$$\boxed{5}-\boxed{2}\sqrt{\boxed{5}}<k<5+2\sqrt{5} \qquad \cdots ②$$

である．このときの虚数解 α，β は x の方程式 $Q(x)=0$ の解であるから，解と係数の関係により

$$\begin{cases} \alpha+\beta=k-\boxed{1} \\ \alpha\beta=\boxed{2}k-\boxed{1} \end{cases} \qquad \cdots ③$$

☜ **解と係数の関係**

2 次方程式

$$ax^2+bx+c=0$$

の二つの解を α，β とすると

$$\begin{cases} \alpha+\beta=-\frac{b}{a} \\ \alpha\beta=\frac{c}{a}. \end{cases}$$

が成り立つ．さらに

$$\alpha+\beta=\alpha^3+\beta^3$$

を変形すると

$$\alpha+\beta=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$$

であるから，これに ③ を代入して

$$k-1=(k-1)^3-3(2k-1)(k-1)$$

が得られる．これを整理すると

$$(k-1)\{(k-1)^2-3(2k-1)-1\}=0$$

$$(k-1)(k^2-8k+3)=0$$

であるから

$$k=1,\ 4\pm\sqrt{13}.$$

k は ② を満たす整数であるから，$k=\boxed{1}$ である．

このとき，$Q(x)=x^2+1$ であるから

$$\alpha^2+1=0 \quad かつ \quad \beta^2+1=0$$

より

$$\alpha^2=\beta^2=-1$$

である．したがって，$k=1$ のとき

$$\begin{aligned} \alpha^{2014}+\beta^{2014} &=(\alpha^2)^{1007}+(\beta^2)^{1007} \\ &=(-1)^{1007}+(-1)^{1007} \\ &=(-1)+(-1) \\ &=\boxed{-2} \end{aligned}$$

である．

数学Ⅱ・数学B

【解答・採点基準】

（100点満点）

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第1問	ア	0	2	
	イ	0	2	
	ウ，エオ，カ	4，33，8	3	
	キク，ケ	−2，3	3	
	コ	3	2	
	サ	8	2	
	シス，セ	−1，1	2	
	ソ，タ	1，2	2	
	$\frac{チ}{ツ}$，テ	$\frac{1}{2}$，1	2	
	$\frac{\pi}{ト}$	$\frac{\pi}{6}$	2	
	$\frac{ナ}{ニ}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	2	
	ヌネ	−1	1	
	$\frac{ノハ}{ヒ}$	$\frac{-3}{4}$	3	
	$\frac{フ}{ヘ}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	2	
第1問　自己採点小計			(30)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第2問	ア，イ	3，3	3	
	ウエ	−1	1	
	オ	3	2	
	カ	1	1	
	キク	−1	2	
	ケ，コ	1，2	3	
	サ，シ	3，3	2	
	ス，セ	2，1	2	
	ソタ，チ，ツ	−2，6，5	3	
	テト	−5	2	
	ナ	3	2	
	ニヌ	−2	3	
	$\frac{ネノ}{ハ}$	$\frac{27}{4}$	4	
第2問　自己採点小計			(30)	
第3問	ア	2	1	
	イ	3	1	
	ウ，エ	3，1	2	
	オ，カ	3，1	2	
	キ，ク，ケ	3，6，1	2	
	コ	4	2	
	$\frac{サシ}{ス}$	$\frac{-1}{4}$	2	
	セ	2	1	
	ソ	2	1	
	タ	5	1	
	チ	1	2	
	ツ	5	2	
	テト	14	1	
第3問　自己採点小計			(20)	

問題番号	解答記号	正　解	配点	自己採点
第4問	$\frac{ア}{イ}$	$\frac{1}{4}$	2	
	$\frac{ウ}{エ}$	$\frac{2}{3}$	2	
	オ	3	2	
	$\frac{カ}{キ}$	$\frac{3}{4}$	2	
	$\frac{ク}{ケ}$	$\frac{4}{9}$	2	
	$\frac{コ}{サ}$	$\frac{2}{3}$	2	
	シ	0	2	
	$\frac{スセ}{ソタ}$	$\frac{17}{18}$	2	
	$\sqrt{チ}$	$\sqrt{3}$	2	
	ツ	2	2	
		第4問　自己採点小計	(20)	
第5問	$\frac{ア}{イ}$	$\frac{1}{4}$	1	
	$\frac{ウ}{エ}$	$\frac{1}{4}$	1	
	$\frac{オ}{カ}$	$\frac{1}{2}$	1	
	$\frac{キ}{クケ}$	$\frac{7}{64}$	2	
	$\frac{コ}{サシ}$	$\frac{1}{16}$	2	
	$\frac{スセ}{ソ}$	$\frac{11}{4}$	2	
	$\frac{タチ}{ツテ}$	$\frac{27}{16}$	2	
	ト	0	1	
	ナ	1	2	
	$\frac{ニヌ}{ネ}$	$\frac{33}{4}$	3	
	$\frac{ノハ}{ヒフ}$	$\frac{81}{16}$	3	
		第5問　自己採点小計	(20)	
		自己採点合計	(100)	

数学Ⅱ・数学B

第１問　指数関数・対数関数，三角関数

〔１〕　関数 $f(x)$ を

$$f(x)=2^{2x+2}-2^{x+5}-2^{x}+8$$

とする．

⑴　$f(3)=$ $\boxed{\text{ア}}$ である．

⑵　$2^{x}=t$ とおく．x がすべての実数をとって変化するとき，t は $t>$ $\boxed{\text{イ}}$ を満たすすべての実数をとり得る．また，$f(x)$ を t を用いて表すと

$$f(x)=\boxed{\text{ウ}}t^{2}-\boxed{\text{エオ}}t+\boxed{\text{カ}}$$

となるから，x の不等式 $f(x)\leqq 0$ を解くと

$$\boxed{\text{キク}}\leqq x\leqq\boxed{\text{ケ}}$$

である．

⑶　二つの曲線

$C_1 : y=2^{x}$

$C_2 : y=3^{-x+n}$

を考える．ただし，n は整数である．

$n=1$ のとき，C_1 と C_2 の共有点の x 座標は $\log_6\boxed{\text{コ}}$ である．

また，C_1 と C_2 の共有点の x 座標を x_1 とするとき，$\boxed{\text{キク}}\leqq x_1\leqq\boxed{\text{ケ}}$ となるような n の値は全部で $\boxed{\text{サ}}$ 個ある．

〔２〕　関数 $g(x)$ を

$$g(x)=-\frac{1}{2}\cos 2x-\sin x-\frac{1}{4}$$

とする．また，以下においては x の値の範囲は $0\leqq x<2\pi$ とする．

⑴　$\sin x=u$ とおくと，u のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{シス}}\leqq u\leqq\boxed{\text{セ}}$ である．

また，$\cos 2x=\boxed{\text{ソ}}-\boxed{\text{タ}}\sin^{2}x$ であるから，$g(x)$ を u を用いて表すと

$$g(x)=\left(u-\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)^{2}-\boxed{\text{テ}}$$

となる．よって，$g(x)$ は

$$x=\frac{\pi}{\boxed{\text{ト}}},\quad \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}\pi \text{ のとき，最小値 } \boxed{\text{ヌネ}}$$

をとる．

⑵　k を実数の定数とし，x の方程式 $g(x)=k$ が異なる３個の実数解をもつとする．

このとき，k の値は $\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ であり，３個の解の和は $\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\pi$ である．

【解説】 **問題**

［1］

$$f(x)=2^{2x+2}-2^{x+5}-2^x+8.$$

(1) $f(3)=2^8-2^8-2^3+8=\boxed{0}$ である．

(2) $2^x=t$ とおく．x がすべての実数をとって変化するとき，t は $t>\boxed{0}$ を満たすすべての実数をとり得る．また，$f(x)$ を t を用いて表すと

$$\begin{aligned}f(x)&=2^2\cdot 2^{2x}-2^5\cdot 2^x-2^x+8\\&=4\cdot(2^x)^2-(2^5+1)\cdot 2^x+8\\&=\boxed{4}t^2-\boxed{33}t+\boxed{8}\end{aligned}$$

☜ $2^{2x+2}=2^2\cdot 2^{2x}$，$2^{x+5}=2^5\cdot 2^x$.

☜ $2^{2x}=(2^x)^2$.

となる．よって，$f(x)\leqq 0$ を満たす t の値の範囲は

$$4t^2-33t+8\leqq 0 \quad かつ \quad t>0$$

$$(4t-1)(t-8)\leqq 0 \quad かつ \quad t>0$$

より

$$\frac{1}{4}\leqq t\leqq 8$$

である．したがって，$f(x)\leqq 0$ は

$$\frac{1}{4}\leqq 2^x\leqq 8$$

$$2^{-2}\leqq 2^x\leqq 2^3$$

☜ $\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}=2^{-2}$.

となり，さらに底である 2 が 1 より大きいことより，x の不等式 $f(x)\leqq 0$ を解くと

$$\boxed{-2}\leqq x\leqq\boxed{3}$$

である．

☜ $a>1$ のとき
$a^M\leqq a^N \iff M\leqq N$.

(3) 二つの曲線

$$C_1: y=2^x$$

$$C_2: y=3^{-x+n}$$

を考える．ただし，n は整数である．

$n=1$ のとき，C_1 と C_2 の共有点の x 座標は

$$2^x=3^{-x+1}$$

の両辺に 3^x をかけて

$$3^x\cdot 2^x=3^x\cdot 3^{-x+1}$$

$$(3\cdot 2)^x=3^{x+(-x+1)}$$

すなわち

$$6^x=3$$

より，$x=\log_6\boxed{3}$ である．また，C_1 と C_2 の共有点の x 座標が x_1 であるから，同様に計算すると

☜ $a>0$，$a\neq 1$，$c>0$，b は実数のとき
$a^b=c \iff b=\log_a c$.

$$6^{x_1}=3^n$$

が成り立つから，$-2\leqq x_1\leqq 3$ となるような整数 n は

$$6^{-2}\leqq 6^{x_1}\leqq 6^3$$

☜ 底である 6 は 1 より大きいから
$$-2\leqq x_1\leqq 3$$
$$\iff 6^{-2}\leqq 6^{x_1}\leqq 6^3.$$

すなわち

$$\frac{1}{36}\leqq 3^n\leqq 216$$

を満たす．よって，$-2\leqq x_1\leqq 3$ となるような整数 n の値は

$$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$$

であるから，全部で $\boxed{8}$ 個ある．

☜ $3^{-4}=\frac{1}{81}$，$3^{-3}=\frac{1}{27}$，
$3^4=81$，$3^5=243$
より
$$3^{-4}<\frac{1}{36}<3^{-3},\ 3^4<216<3^5.$$
さらに底である 3 は 1 より大きいから，
$-3\leqq n\leqq 4$.

［2］

問題

$$g(x)=-\frac{1}{2}\cos 2x-\sin x-\frac{1}{4}.\quad (0\leqq x<2\pi)$$

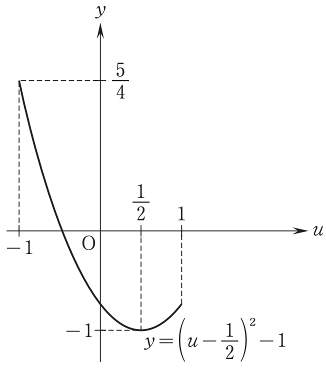
⑴ $\sin x=u$ とおくと，$0\leqq x<2\pi$ より，u のとり得る値の範囲は

$$\boxed{-1}\leqq u\leqq \boxed{1}$$

である．また，$\cos 2x=\boxed{1}-\boxed{2}\sin^2 x$ であるから，$g(x)$ を u を用いて表すと

☜ **2 倍角の公式**
$$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$$
$$=2\cos^2 x-1$$
$$=1-2\sin^2 x.$$

$$\begin{aligned}g(x)&=-\frac{1}{2}\cos 2x-\sin x-\frac{1}{4}\\&=-\frac{1}{2}(1-2\sin^2 x)-\sin x-\frac{1}{4}\\&=-\frac{1}{2}(1-2u^2)-u-\frac{1}{4}\\&=u^2-u-\frac{3}{4}\\&=\left(u-\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}\right)^2-\boxed{1}\end{aligned}$$

☜ 

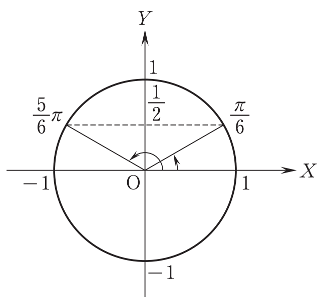
となる．$-1\leqq u\leqq 1$ より，$g(x)$ は

$$u=\frac{1}{2}\quad すなわち\quad \sin x=\frac{1}{2}$$

のとき，最小値 -1 をとる．よって，$g(x)$ は

$$x=\frac{\pi}{\boxed{6}},\ \frac{\boxed{5}}{\boxed{6}}\pi\ のとき，最小値\ \boxed{-1}$$

をとる．

☜ 

(2) k を実数の定数とし，x の方程式

$$g(x)=k \qquad \cdots ①$$

について考える．

u の値が 1 個決まったとき，$0 \leqq x < 2\pi$ において，$u=\sin x$ を満たす x の値は

$-1<u<1$ のとき，　2 個
$u=\pm 1$ のとき，　1 個
$u<-1$，$1<u$ のとき，0 個

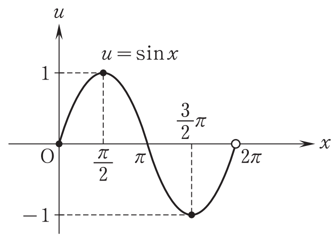
存在する．よって，$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，x の方程式 ① が異なる 3 個の実数解をもつ条件は，u の方程式

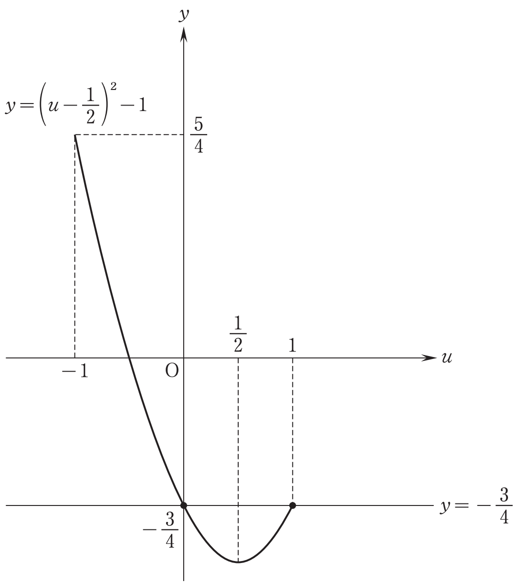
$$\left(u-\frac{1}{2}\right)^2-1=k \qquad \cdots ②$$

が $-1<u<1$ を満たす解を 1 個と，$u=1$ または $u=-1$ である解を 1 個もつことである．このような実数 k の値は，下のグラフより

$$k=\frac{\boxed{-3}}{\boxed{4}}$$

である．

☜




このとき，u の方程式 ② の解は $u=0$，1 であるから

$$\sin x=0 \quad または \quad \sin x=1$$

☜ $u=\sin x$．

を満たす x が方程式 ① の解である．よって，$0 \leqq x < 2\pi$ において

$$x=0,\ \frac{\pi}{2},\ \pi$$

であり，3 個の解の和は $\dfrac{\boxed{3}}{\boxed{2}}\pi$ である．

第 2 問　微分法・積分法

関数 $f(x)$ を

$$f(x)=x^3-3x+1$$

とし，曲線 $y=f(x)$ を C とする．

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は $f'(x)=\boxed{\text{ア}}x^2-\boxed{\text{イ}}$ であるから，$f(x)$ は

$$x=\boxed{\text{ウエ}}\ \text{で極大値}\ \boxed{\text{オ}}$$

$$x=\boxed{\text{カ}}\ \text{で極小値}\ \boxed{\text{キク}}$$

をとる．

また，x の方程式 $f(x)=0$ は負の解を $\boxed{\text{ケ}}$ 個，正の解を $\boxed{\text{コ}}$ 個もつ．

(2) 曲線 C 上の点 $(t,\ f(t))$ における C の接線 ℓ の方程式は

$$y=\left(\boxed{\text{サ}}t^2-\boxed{\text{シ}}\right)x-\boxed{\text{ス}}t^3+\boxed{\text{セ}}$$

である．

以下，k を実数とし，ℓ が点 $\mathrm{A}(2,\ k)$ を通るときを考える．このとき

$$k=\boxed{\text{ソタ}}t^3+\boxed{\text{チ}}t^2-\boxed{\text{ツ}}$$

が成り立つことから，点 A から曲線 C に異なる 3 本の接線が引けるような k の値の範囲は

$$\boxed{\text{テト}}<k<\boxed{\text{ナ}}$$

である．

(3) 曲線 C 上の点 $\left(\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キク}}\right)$ における C の接線を ℓ_1 とする．C と ℓ_1 の共有点の x 座標は $\boxed{\text{カ}}$ と $\boxed{\text{ニヌ}}$ であり，C と ℓ_1 で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である．

【解説】 問題

(1) $f(x)=x^3-3x+1$ より，$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は

$$f'(x)=\boxed{3}x^2-\boxed{3}$$
$$=3(x+1)(x-1)$$

である．よって，$f(x)$ の増減は次のようになる．

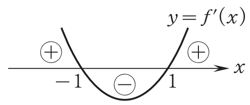
☞ **導関数**

$(x^n)'=nx^{n-1}$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

$(c)'=0$　(c は定数)．

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	3	↘	-1	↗

☞ $f'(x)$ の符号は，$y=f'(x)$ のグラフで確認するとよい．



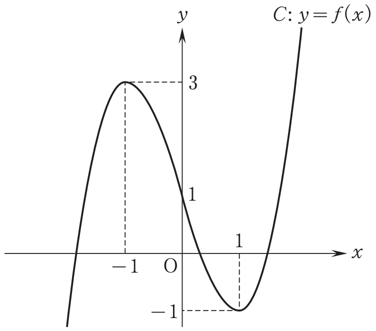
上の表より，$f(x)$ は

$$x=\boxed{-1}\ \text{で極大値}\ \boxed{3}$$

$$x=\boxed{1}\ \text{で極小値}\ \boxed{-1}$$

をとる．

また，曲線 $C: y=f(x)$ のグラフは次のようになる．



方程式 $f(x)=0$ の実数解は

曲線 $C: y=f(x)$ と x 軸の共有点の x 座標

であるから，方程式 $f(x)=0$ は負の解を $\boxed{1}$ 個，正の解を ☜ $f(0)=1$ に注意．

$\boxed{2}$ 個もつ．

(2) 曲線 C 上の点 $(t,\ f(t))$ における C の接線 ℓ の方程式は

$$y-(t^3-3t+1)=(3t^2-3)(x-t)$$

☜ **接線の方程式**

曲線 $C: y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における C の接線の傾きは $f'(t)$ であり，接線の方程式は
$$y-f(t)=f'(t)(x-t).$$

すなわち

$$y=\left(\boxed{3}\,t^2-\boxed{3}\right)x-\boxed{2}\,t^3+\boxed{1}$$

である．ℓ は点 $\mathrm{A}(2,\ k)$ を通るから

$$k=(3t^2-3)\cdot 2-2t^3+1$$

すなわち

$$k=\boxed{-2}\,t^3+\boxed{6}\,t^2-\boxed{5}$$

が成り立つ．

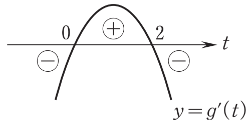
ここで，$g(t)=-2t^3+6t^2-5$ とすると

$$g'(t)=-6t^2+12t=-6t(t-2)$$

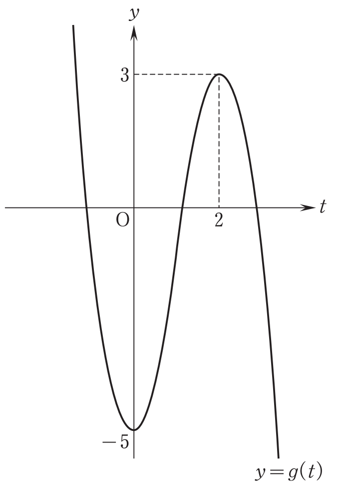
であるから，$g(t)$ の増減は次のようになる．

t	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$g'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(t)$	↘	-5	↗	3	↘

☜



よって，$y=g(t)$ のグラフは次のようになる．



点 A から曲線 C に引ける接線の本数は，t の方程式 $k=g(t)$ の異なる実数解の個数に等しい，すなわち，曲線 $y=g(t)$ と直線 $y=k$ の異なる共有点の個数に等しい．これが 3 個となるような k の値の範囲は

$$\boxed{-5}<k<\boxed{3}$$

である．

(3) 曲線 C 上の点 $(1,\ -1)$ における C の接線が ℓ_1 であるから，ℓ_1 の方程式は

$$y=-1$$

☜ $f'(1)=0$ より，ℓ_1 の傾きは 0 である．

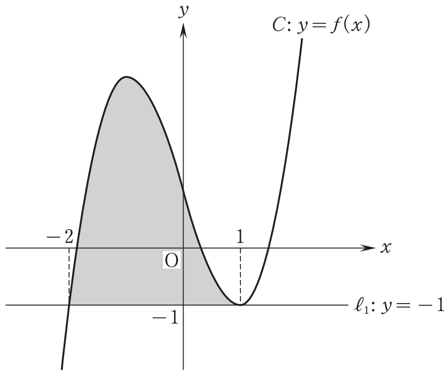
である．また，x の方程式 $f(x)=-1$ を考えると

$$x^3-3x+1=-1$$
$$x^3-3x+2=0$$
$$(x-1)^2(x+2)=0$$

であるから，C と ℓ_1 の共有点の x 座標は

$$1 \text{ と } \boxed{-2}$$

である．よって，C と ℓ_1 で囲まれた図形は，次の図の影の部分である．



したがって，求める面積は

$$\int_{-2}^{1}\{x^3-3x+1-(-1)\}\,dx$$

$$=\int_{-2}^{1}(x^3-3x+2)\,dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+2x\right]_{-2}^{1}$$

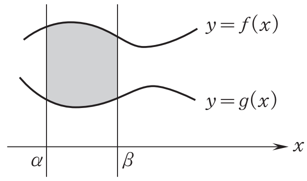
$$=\frac{\boxed{27}}{\boxed{4}}$$

である．

☜ **面積**

区間 $\alpha \leqq x \leqq \beta$ においてつねに $f(x) \geqq g(x)$ ならば二つの曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ および二つの直線 $x=\alpha$，$x=\beta$ で囲まれた図形の面積は

$$\int_{\alpha}^{\beta}\{f(x)-g(x)\}\,dx.$$



第3問　数　列

等差数列 $\{a_n\}$ が

$$\begin{cases} a_1+a_2=7 \\ a_3+a_4=19 \end{cases}$$

を満たしている．このとき，初項は $\boxed{\text{ア}}$ であり，公差は $\boxed{\text{イ}}$ であるから，数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n=\boxed{\text{ウ}}n-\boxed{\text{エ}}$$

である．

(1) 自然数 n に対して

$$\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{n}{2}\left(\boxed{\text{オ}}n+\boxed{\text{カ}}\right)$$

$$\sum_{k=1}^{n}a_ka_{k+1}=n\left(\boxed{\text{キ}}n^2+\boxed{\text{ク}}n+\boxed{\text{ケ}}\right)$$

である．

(2) 数列 $\{b_n\}$ は，初項が $\dfrac{15}{4}$ で，漸化式

$$b_{n+1}=2b_n-4 \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすとする．この漸化式は

$$b_{n+1}-\boxed{\text{コ}}=2\left(b_n-\boxed{\text{コ}}\right) \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

と変形できる．ここで，$c_n=b_n-\boxed{\text{コ}}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とすると，数列 $\{c_n\}$ は初項が

$\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$，公比が $\boxed{\text{セ}}$ の等比数列である．

よって，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n=\boxed{\text{コ}}-\boxed{\text{ソ}}^{\boxed{\text{タ}}}$$

である．ただし，$\boxed{\text{タ}}$ については，当てはまるものを，次の⓪～⑥のうちから一つ選べ．

⓪ n　① $n-1$　② $n+1$　③ $n-2$

④ $n+2$　⑤ $n-3$　⑥ $n+3$

次に，数列 $\{d_n\}$ は

$$d_n=a_n+b_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすとする．

$$d_{n+1}-d_n=b_n-\boxed{\text{チ}} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

であるから，数列 $\{d_n\}$ の項のうち，最大である項は

$$d_{\boxed{\text{ツ}}}=\boxed{\text{テト}}$$

である．

【解説】

問題

等差数列 $\{a_n\}$ の初項を a，公差を d とすると

$$a_n=a+(n-1)d$$

☞ **等差数列の一般項**
初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は
$$a_n=a+(n-1)d.$$

である．これにより，条件

$$\begin{cases} a_1+a_2=7 \\ a_3+a_4=19 \end{cases}$$

は

$$\begin{cases} a+(a+d)=7 \\ (a+2d)+(a+3d)=19 \end{cases}$$

すなわち

$$\begin{cases} 2a+d=7 \\ 2a+5d=19 \end{cases}$$

となるので，この連立方程式を解いて

$$a=2,\ d=3$$

を得る．よって，初項は $\boxed{2}$ であり，公差は $\boxed{3}$ であるから，数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$\begin{aligned} a_n&=2+(n-1)\cdot 3 \\ &=\boxed{3}\,n-\boxed{1} \end{aligned}$$

である．

(1) 自然数 n について

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n}a_k&=\frac{n}{2}(2+3n-1) \\ &=\frac{n}{2}\left(\boxed{3}\,n+\boxed{1}\right) \end{aligned}$$

☞ **等差数列の和**
初項 a，末項 ℓ，項数 n の等差数列の和は
$$\frac{n}{2}(a+\ell).$$

であり

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n}a_ka_{k+1}&=\sum_{k=1}^{n}(3k-1)(3k+2) \\ &=\sum_{k=1}^{n}(9k^2+3k-2) \\ &=9\sum_{k=1}^{n}k^2+3\sum_{k=1}^{n}k-2\sum_{k=1}^{n}1 \\ &=9\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)+3\cdot\frac{1}{2}n(n+1)-2n \\ &=n\left(\boxed{3}\,n^2+\boxed{6}\,n+\boxed{1}\right) \end{aligned}$$

☞ $a_n=3n-1$ より
$a_k=3k-1$,
$a_{k+1}=3(k+1)-1=3k+2$.

☞ **和の公式**
$$\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1),$$
$$\sum_{k=1}^{n}k=\frac{1}{2}n(n+1),$$
$$\sum_{k=1}^{n}1=n.$$

である．

(2) 数列 $\{b_n\}$ は，初項が $\frac{15}{4}$ で，漸化式

$$b_{n+1}=2b_n-4\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)\qquad\cdots①$$

を満たしており，① は

$$b_{n+1}-\boxed{4}=2(b_n-4)\quad(n=1,2,3,\cdots)\qquad\cdots②$$

と変形できる．

ここで，$c_n=b_n-4$ $(n=1,2,3,\cdots)$ とすると，② は

$$c_{n+1}=2c_n\quad(n=1,2,3,\cdots)$$

となるので，数列 $\{c_n\}$ は初項が $c_1=b_1-4=\dfrac{15}{4}-4=\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{4}}$,

公比が $\boxed{2}$ の等比数列である．よって，数列 $\{c_n\}$ の一般項は

$$\begin{aligned}c_n&=-\frac{1}{4}\cdot 2^{n-1}\\&=-\frac{2^{n-1}}{2^2}\\&=-2^{n-3}\end{aligned}$$

である．したがって，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n=4+c_n=4-\boxed{2}^{n-3}\qquad\cdots③$$

であり，$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものは $\boxed{⑤}$ である．

数列 $\{d_n\}$ は

$$d_n=a_n+b_n\quad(n=1,2,3,\cdots)$$

を満たしているから

$$\begin{aligned}d_{n+1}-d_n&=(a_{n+1}+b_{n+1})-(a_n+b_n)\\&=(a_{n+1}-a_n)+b_{n+1}-b_n\\&=3+(2b_n-4)-b_n\\&=b_n-\boxed{1}\quad(n=1,2,3,\cdots)\end{aligned}$$

であり，さらに ③ より

$$d_{n+1}-d_n=4-2^{n-3}-1=3-2^{n-3}\quad(n=1,2,3,\cdots)$$

となる．

ここで，数列 $\{d_n\}$ の項のうち，最大である項を求めよう．

まず

$$d_{n+1}-d_n=0\quad\text{すなわち}\quad 3=2^{n-3}$$

を満たす自然数 n は存在しない．

次に

$$d_{n+1}-d_n>0\quad\text{すなわち}\quad 3>2^{n-3}$$

を満たす自然数 n の範囲は $2^1<3<2^2$ より

$$n-3\leqq 1\quad\text{すなわち}\quad n\leqq 4$$

である．同様にして，$d_{n+1}-d_n<0$ を満たす自然数 n の範囲は $n\geqq 5$ であるから

$$\begin{cases}d_n<d_{n+1}&(1\leqq n\leqq 4\text{ のとき})\\d_n>d_{n+1}&(5\leqq n\text{ のとき})\end{cases}$$

が成り立つ．したがって

$$d_1<d_2<d_3<d_4<d_5>d_6>d_7>\cdots$$

$a_{n+1}=pa_n+q$ $(p\neq 1)$
は，$\alpha=p\alpha+q$ を満たす α を用いて
$a_{n+1}-\alpha=p(a_n-\alpha)$
と変形できる．
① は，$p=2$，$q=-4$ の場合であり，$\alpha=2\alpha-4$ より，$\alpha=4$ である．

等比数列の一般項

初項 a，公比 r の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は
$a_n=ar^{n-1}$.

$c_n=b_n-4$.

$a_{n+1}-a_n=3$（公差）．
また ① より，$b_{n+1}=2b_n-4$.

となるので，数列 $\{d_n\}$ の項のうち，最大である項は

$$
\begin{aligned}
d_{\boxed{5}} &= a_5 + b_5 \\
&= (3\cdot 5 - 1) + (4 - 2^{5-3}) \\
&= \boxed{\ 14\ }
\end{aligned}
$$

である．

第 4 問　ベクトル

OA $=3$, OC $=2$, $\angle$AOC $=\dfrac{\pi}{3}$ である平行四辺形 OABC において，線分 BC を $3:1$ に内分する点を D とし，線分 AB を $2:1$ に内分する点を E とする．以下，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする．

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\vec{a}+\vec{c},\quad \overrightarrow{\mathrm{OE}}=\vec{a}+\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\vec{c}$$

であり，$\vec{a}\cdot\vec{c}=\boxed{\text{オ}}$ である．

直線 AD と直線 OE の交点を P とする．点 P は直線 AD 上にあるから，実数 s を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ と表される．よって

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\left(1-\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}s\right)\vec{a}+s\vec{c}$$

となる．さらに，点 P は直線 OE 上にあるから，実数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=t\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ と表される．したがって

$$s=\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}},\quad t=\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である．

次に，点 P から直線 OC に引いた垂線と直線 OC の交点を H とする．

$\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PH}}=\boxed{\text{シ}}$ であるから

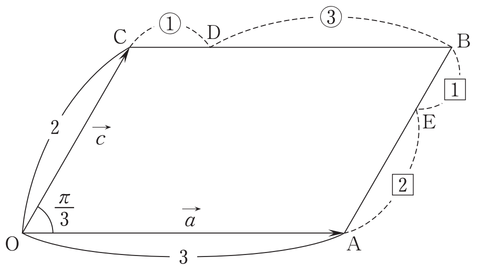
$$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}\vec{c}$$

であり，$\left|\overrightarrow{\mathrm{PH}}\right|=\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である．

点 P を中心とし，点 H を通る円を K とする．点 B は円 K の $\boxed{\text{ツ}}$ にある．$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ．

⓪ 内部　　① 周上　　② 外部

【解説】　問題



上の図より

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}$$
$$=\overrightarrow{\mathrm{OC}}+\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{CB}}$$
$$=\frac{\boxed{1}}{\boxed{4}}\vec{a}+\vec{c},$$

☜ $\overrightarrow{\mathrm{CB}}=\vec{a}$.

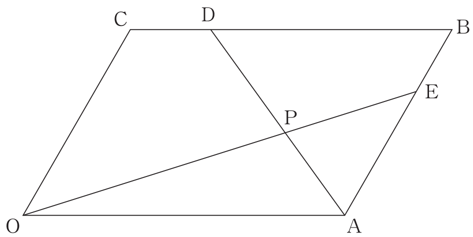
$$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AE}}$$
$$=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$$
$$=\vec{a}+\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}\vec{c}$$

☜ $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{c}$.

である．また
$$\vec{a}\cdot\vec{c}=|\vec{a}||\vec{c}|\cos\frac{\pi}{3}$$
$$=3\times2\times\frac{1}{2}$$
$$=\boxed{3}$$
である．

☜ **内積**

$\vec{0}$ でない二つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を $\theta\ (0\leqq\theta\leqq\pi)$ とすると，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ は
$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta.$$



点 P は直線 AD 上にあるから，実数 s を用いて
$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}$$
$$=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{AD}}$$
$$=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s(\overrightarrow{\mathrm{OD}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})$$
$$=(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$
$$=(1-s)\vec{a}+s\left(\frac{1}{4}\vec{a}+\vec{c}\right)$$

☜ $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\frac{1}{4}\vec{a}+\vec{c}$.

$$=\left(1-\frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}s\right)\vec{a}+s\vec{c} \qquad \cdots ①$$
と表される．さらに，点 P は直線 OE 上にあるから，実数 t を用いて
$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=t\overrightarrow{\mathrm{OE}}$$
$$=t\left(\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{c}\right)$$

☜ $\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{c}$.

$$=t\vec{a}+\frac{2}{3}t\vec{c} \qquad \cdots ②$$
と表される．$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{c}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\not\parallel\vec{c}$ と ①，② より

$$\begin{cases} 1-\dfrac{3}{4}s=t \\ s=\dfrac{2}{3}t \end{cases}$$

が成り立ち，これを解いて

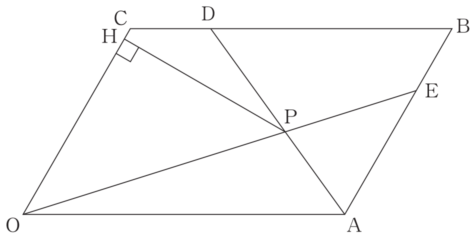
$$s=\frac{\boxed{4}}{\boxed{9}},\quad t=\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$$

☜ $\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\not\parallel\vec{b}$ のとき，
実数 x，x'，y，y' に対して
$$x\vec{a}+y\vec{b}=x'\vec{a}+y'\vec{b}$$
$$\iff \begin{cases} x=x' \\ y=y'. \end{cases}$$

である．$t=\dfrac{2}{3}$ を ② に代入して，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ は

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{4}{9}\vec{c} \qquad \cdots ③$$

と表される．



点 H は直線 OC 上にあるから，実数 k を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=k\vec{c}$ と表される．よって

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{PH}}&=\overrightarrow{\mathrm{OH}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}\\ &=k\vec{c}-\left(\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{4}{9}\vec{c}\right)\\ &=-\frac{2}{3}\vec{a}+\left(k-\frac{4}{9}\right)\vec{c} \qquad \cdots ④\end{aligned}$$

☜ ③ を代入した．

より

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PH}}&=\vec{c}\cdot\left\{-\frac{2}{3}\vec{a}+\left(k-\frac{4}{9}\right)\vec{c}\right\}\\ &=-\frac{2}{3}\vec{a}\cdot\vec{c}+\left(k-\frac{4}{9}\right)|\vec{c}|^2\\ &=-\frac{2}{3}\times3+\left(k-\frac{4}{9}\right)\times2^2\\ &=4k-\frac{34}{9}\end{aligned}$$

☜ $\vec{a}\cdot\vec{c}=3$，$|\vec{c}|=2$．

である．ここで，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}\perp\overrightarrow{\mathrm{PH}}$ より $\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PH}}=\boxed{0}$ であるから

☜ **垂直条件**
$\vec{0}$ でない二つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ において
$$\vec{a}\perp\vec{b} \iff \vec{a}\cdot\vec{b}=0.$$

$$4k-\frac{34}{9}=0$$

より

$$k=\frac{17}{18}.$$

よって，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\dfrac{\boxed{17}}{\boxed{18}}\vec{c}$ であり

$$\overrightarrow{\mathrm{PH}}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$$

$$=-\frac{1}{6}(4\vec{a}-3\vec{c})$$

☜ ④において，$k=\dfrac{17}{18}$ を代入して

$$\overrightarrow{\mathrm{PH}}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\left(\frac{17}{18}-\frac{4}{9}\right)\vec{c}$$

$$=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}.$$

であるから

$$|\overrightarrow{\mathrm{PH}}|^2=\left|-\frac{1}{6}(4\vec{a}-3\vec{c})\right|^2$$

$$=\frac{1}{6^2}|4\vec{a}-3\vec{c}|^2$$

$$=\frac{1}{6^2}\left(16|\vec{a}|^2-24\vec{a}\cdot\vec{c}+9|\vec{c}|^2\right)$$

$$=\frac{1}{6^2}(16\times3^2-24\times3+9\times2^2)$$

☜ $|\vec{a}|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{c}=3$，$|\vec{c}|=2$.

$$=\frac{1}{6^2}\times2^2\times3^2\times(4-2+1)$$

$$=3$$

より，$|\overrightarrow{\mathrm{PH}}|=\sqrt{\boxed{3}}$ である．

円 K は点 P を中心とし，半径が $\sqrt{3}$ の円である．また

☜ 円 K は点 P を中心とし，点 H を通る円であるから，K の半径は $|\overrightarrow{\mathrm{PH}}|=\sqrt{3}$ である．

$$\overrightarrow{\mathrm{PB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$

$$=(\vec{a}+\vec{c})-\left(\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{4}{9}\vec{c}\right)$$

☜ $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}$.

また，③より

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{4}{9}\vec{c}.$$

$$=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{5}{9}\vec{c}$$

$$=\frac{1}{9}(3\vec{a}+5\vec{c})$$

より

$$|\overrightarrow{\mathrm{PB}}|^2=\frac{1}{9^2}|3\vec{a}+5\vec{c}|^2$$

$$=\frac{1}{9^2}\left(9|\vec{a}|^2+30\vec{a}\cdot\vec{c}+25|\vec{c}|^2\right)$$

$$=\frac{1}{9^2}(9\times3^2+30\times3+25\times2^2)$$

$$=\frac{271}{81}>3$$

であるから，$\mathrm{PB}>\sqrt{3}$ となり，点 B は円 K の外部にある．

☜ PB＞(K の半径).

よって，$\boxed{ツ}$ に当てはまるものは $\boxed{②}$ である．

第5問　確率分布

2個のさいころを同時に1回振ったとき

出た目の和が4の倍数のとき1点，

出た目の和を4で割った余りが2のとき2点，

出た目の和を4で割った余りが1または3のとき4点

をもらえるゲームを3回行う．

n 回目のゲームにおける得点を X_n（$n=1, 2, 3$）とし，$S=X_1+X_2+X_3$ とする．

(1)　$X_1=1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$X_1=2$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$，$X_1=4$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である．$S=6$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である．$X_1=1$ かつ $S=6$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である．

(2)　X_1 の期待値(平均) $E(X_1)$ は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ であり，分散 $V(X_1)$ は $\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である．

(3)　確率変数 X_1 と X_2 は互いに $\boxed{\text{ト}}$．確率変数 X_1 と S は互いに $\boxed{\text{ナ}}$．$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを選んでもよい．

⓪　独立である　　　①　独立でない　　　②　排反である

(4)　S の期待値(平均) $E(S)$ は $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ であり，分散 $V(S)$ は $\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である．

【解説】

問題

(1)　2個のさいころを同時に1回振ったときの，出た目に対してもらえる点を表にすると次のようになる．

	1	2	3	4	5	6
1	2	4	1	4	2	4
2	4	1	4	2	4	1
3	1	4	2	4	1	4
4	4	2	4	1	4	2
5	2	4	1	4	2	4
6	4	1	4	2	4	1

この表より，$X_1=1$ となる確率は

$$\frac{9}{36}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{4}},$$

$X_1=2$ となる確率は

$$\frac{9}{36}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{4}},$$

$X_1=4$ となる確率は

$$\frac{18}{36}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}$$

である．

次に，$S=6$ となるのは，X_1，X_2，X_3 の組合せが

$$\{1,\ 1,\ 4\},\ \{2,\ 2,\ 2\}$$

のときであるから，$S=6$ となる確率は

$$_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{\boxed{7}}{\boxed{64}}$$

である．

$X_1=1$ かつ $S=6$ となるのは

$$(X_1,\ X_2,\ X_3)=(1,\ 1,\ 4),\ (1,\ 4,\ 1)$$

のときであるから，$X_1=1$ かつ $S=6$ となる確率は

$$2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\boxed{1}}{\boxed{16}}$$

である．

☞ 余事象を考えて

$$P(X_1=4)$$
$$=1-\{P(X_1=1)+P(X_2=2)\}$$
$$=1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$$
$$=\frac{1}{2}$$

と求めてもよい．

☞ $P(X_1=1)=P(X_2=1)=P(X_3=1)=\frac{1}{4}$，

$P(X_1=2)=P(X_2=2)=P(X_3=2)=\frac{1}{4}$，

$P(X_1=4)=P(X_2=4)=P(X_3=4)=\frac{1}{2}$．

(2) X_1 の期待値(平均) $E(X_1)$ は

$$E(X_1)=1\cdot\frac{1}{4}+2\cdot\frac{1}{4}+4\cdot\frac{1}{2}=\frac{\boxed{11}}{\boxed{4}}$$

であり，分散 $V(X_1)$ は

$$V(X_1)=1^2\cdot\frac{1}{4}+2^2\cdot\frac{1}{4}+4^2\cdot\frac{1}{2}-\left(\frac{11}{4}\right)^2=\frac{\boxed{27}}{\boxed{16}}$$

である．

☞ **期待値(平均)**

確率変数 X がとり得る値を x_1，x_2，…，x_n とし，X がこれらの値をとる確率をそれぞれ p_1，p_2，…，p_n とすると，期待値(平均) $E(X)$ は

$$E(X)=\sum_{k=1}^{n}x_kp_k.$$

☞ **分散**

確率変数 X がとり得る値を x_1，x_2，…，x_n とし，X がこれらの値をとる確率をそれぞれ p_1，p_2，…，p_n とすると，分散 $V(X)$ は

$E(X)=m$ として

$$V(X)=\sum_{k=1}^{n}(x_k-m)^2p_k \qquad \cdots①$$

または

$$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2. \qquad \cdots②$$

ここでは ② を用いた．

(3) $P(X_1=1)=P(X_2=1)=\frac{1}{4}$ であるから

$$P(X_1=1)P(X_2=1)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$$

である．また

$$P(X_1=1,\ X_2=1)=\frac{9\cdot9}{36\cdot36}=\frac{1}{16}$$

である．よって

$$P(X_1=1,\ X_2=1)=P(X_1=1)P(X_2=1)$$

が成り立つ．同様にして

$$P(X_1=m,\ X_2=n)=P(X_1=m)P(X_2=n)$$
$$(m=1,\ 2,\ 4,\ n=1,\ 2,\ 4)$$

が成り立つことがわかるので，確率変数 X_1 と X_2 は互いに独立である．よって，$\boxed{\text{ト}}$ に当てはまるものは $\boxed{⓪}$ である．

次に

$$P(X_1=1)P(S=6)=\frac{1}{4}\cdot\frac{7}{64}=\frac{7}{256}$$

$$P(X_1=1,\ S=6)=\frac{1}{16}$$

より

$$P(X_1=1)P(S=6)\neq P(X_1=1,\ S=6)$$

が成り立つから，確率変数 X_1 と S は互いに独立でない．

よって，$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものは $\boxed{①}$ である．

確率変数の独立

二つの確率変数 X，Y があって，X がとる任意の値 a と，Y がとる任意の値 b について

$P(X=a,\ Y=b)=P(X=a)P(Y=b)$

が成り立つとき，確率変数 X と Y は互いに独立であるという．

(4)

$$\begin{aligned}E(S)&=E(X_1+X_2+X_3)\\&=E(X_1)+E(X_2)+E(X_3)\end{aligned}$$

であり，さらに $E(X_1)=E(X_2)=E(X_3)=\frac{11}{4}$ であるから

$$\begin{aligned}E(S)&=3E(X_1)\\&=3\cdot\frac{11}{4}\\&=\frac{\boxed{33}}{\boxed{4}}\end{aligned}$$

である．

期待値(平均)の性質

X，Y は確率変数，a，b は定数とする．このとき

$E(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$

が成り立つ．

確率変数 X_1 と X_2 と X_3 は互いに独立であるから

$$\begin{aligned}V(S)&=V(X_1+X_2+X_3)\\&=V(X_1)+V(X_2)+V(X_3)\end{aligned}$$

であり，さらに $V(X_1)=V(X_2)=V(X_3)=\frac{27}{16}$ であるから

$$\begin{aligned}V(S)&=3V(X_1)\\&=3\cdot\frac{27}{16}\\&=\frac{\boxed{81}}{\boxed{16}}\end{aligned}$$

である．

分散の性質

X，Y は確率変数，a，b は定数とする．X と Y が互いに独立であるとき

$V(aX+bY)=a^2V(X)+b^2V(Y)$

が成り立つ．

【理　　科】

物理基礎

【解答・採点基準】　(50点満点)

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	A	問1	1	7	4	
		問2	2	2	4	
	B	問3	3	5	4	
		問4	4	2	4	
		問5	5	3	5	
		問6	6	1	4	
第1問　自己採点小計					(25)	
第2問	A	問1	7	7	4	
		問2	8	2	4	
		問3	9	3	3	
		問4	10	2	3	
	B	問5	11	4	4	
		問6	12	5	3	
		問7	13	2	4	
第2問　自己採点小計					(25)	
自己採点合計					(50)	

【解説】

第 1 問　物体の運動とエネルギー　問題

A　物体の運動

問 1　東向きを速度の正の向きとして，列車の速度を v_A，自動車の速度を v_B とする。列車は西から東に向かって速さ(速度の大きさ) 25 m/s で走行しているので，v_A は正で，$v_A = 25$ m/s である。自動車は東から西に向かって速さ 15 m/s で走行しているので，v_B は負で，$v_B = -15$ m/s である。自動車に乗っている人から見た列車の速度，つまり自動車に対する列車の**相対速度**を v_{BA} とすると，v_{BA} は列車の速度 v_A から自動車(観測者)の速度 v_B を引くことによって得られる。

$$\therefore \quad v_{BA} = v_A - v_B = 25 - (-15) = 40 \text{ m/s}$$

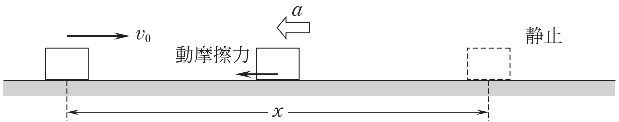
$v_{BA} > 0$ なので，$\underline{東}_{ア}$向きであり，その速さは$\underline{40}_{イ}$ m/s である。

自動車に乗っている人から見ると，長さ 120 m の列車が一定の速さ 40 m/s で通過したので，それに要した時間 t は，**速さを表す式**より，

$$t = \frac{120}{40} = \underline{3.0}_{ウ} \text{秒}$$

$\boxed{1}$ の答　⑦

問 2　摩擦のある床上をすべり出した物体は，やがて静止する。それは，物体が床面から受ける**動摩擦力**により運動を妨げられるからである。動摩擦力の大きさは物体の速さによらず一定であり，また，物体の加速度は力に比例することから，床上をすべっている物体は**等加速度直線運動**をすることがわかる。次図のように，初速度の大きさを v_0，加速度の大きさを a，物体が静止するまでの時間を t，静止するまでにすべった距離を x とする。



初速度の向きを速度と加速度の正の向きとすると，等加速度直線運動の式 $v = v_0 + at$ より，加速度が負であることに注意して $v = 0$ とおくと，$0 = v_0 + (-a)t$

$$\therefore \quad t = \frac{v_0}{a} \quad \cdots ①$$

また，$v^2 - v_0{}^2 = 2ax$ の式より，$v = 0$ とおいて，

$$0^2 - v_0{}^2 = 2(-a)x \qquad \therefore \quad x = \frac{v_0{}^2}{2a} \quad \cdots ②$$

①式より，t は v_0 に比例するから，初速度の大きさ v_0 を 2 倍にすると，物体が静止するまでの時間は $\underline{2}_{エ}$ 倍となる。

②式より，x は $v_0{}^2$ に比例するから，初速度の大きさ v_0 を 2 倍

【ポイント】

相対速度

動く物体 A から観測した他の物体 B の速度のことを，A に対する B(A から見た B)の相対速度という。

$$v_{AB} = \underset{(相手)}{v_B} - \underset{(観測者)}{v_A}$$

v_A ：物体 A(観測者)の速度
v_B ：物体 B(相手)の速度
v_{AB}：A に対する B の相対速度

速さを表す式

$$v = \frac{x}{t}$$

v：速さ
x：移動距離
t：経過時間

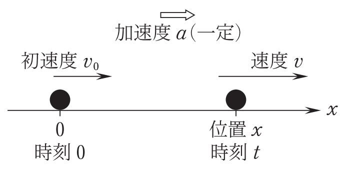
動摩擦力

あらい面上を運動する物体にはたらく面からの摩擦力。その向きは物体の運動を妨げる向きである。

$$F' = \mu' N$$

F'：動摩擦力の大きさ
μ'：動摩擦係数
N ：垂直抗力の大きさ

等加速度直線運動



$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 - v_0{}^2 = 2ax$$

v ：速度
v_0：初速度
a ：加速度
t ：経過時間
x ：変位

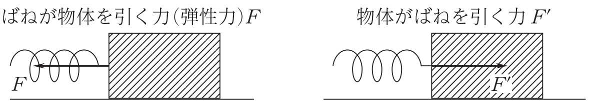
にすると，物体が静止するまでにすべった距離は $2^2=\underline{4}$ オ倍となる。

$\boxed{2}$ の答　②

B　力と運動

問 3　物体は地球から受ける重力，台から受ける垂直抗力，糸から受ける張力，ばねから受ける弾性力(ばねが物体を引く力 F)の 4 つの力でつりあっている。**作用・反作用の法則**より，反作用は物体に力を及ぼした物体(相手)に同時にはたらいている力である。

次図のように，ばねが物体を引く力 F(弾性力)の反作用は，物体がばねを引く力 F' である。

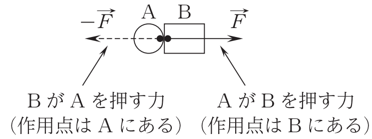


ちなみに，重力の反作用は地球に，垂直抗力の反作用は台に，張力の反作用は糸にはたらいている。糸の張力と弾性力は作用・反作用の関係にある 2 力ではなく，つりあう 2 力である。

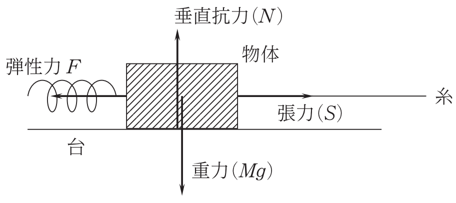
$\boxed{3}$ の答　⑤

作用・反作用の法則

物体 A から物体 B に力 $\vec{F}$ がはたらいているとき，同時に，B から A に，同じ大きさで向きが逆の力($-\vec{F}$ と表せる)が一直線上ではたらいている。



問 4　なめらかな面をもつ台上に静止している物体にはたらく力を矢印で示すと，次図のようになる。



ばねが物体を引く力(弾性力)の大きさ F は，ばねの伸びを x とすると，**フックの法則**より，$F=kx$ である。物体にはたらく垂直抗力の大きさを N，糸の張力の大きさを S とする。

物体について，水平方向での力のつりあいより，

$$kx=S \qquad \cdots①$$

おもりにはたらく力は，次図のように，重力 mg と糸の張力 S の 2 力である。

フックの法則

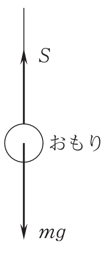
ばねの弾性力の大きさは，伸び(または縮み)の長さに比例する。

$F=kx$

F：弾性力の大きさ

k：ばね定数

x：ばねの伸び(または縮み)の長さ



おもりについて，鉛直方向での力のつりあいより，

$$S=mg \qquad \cdots ②$$

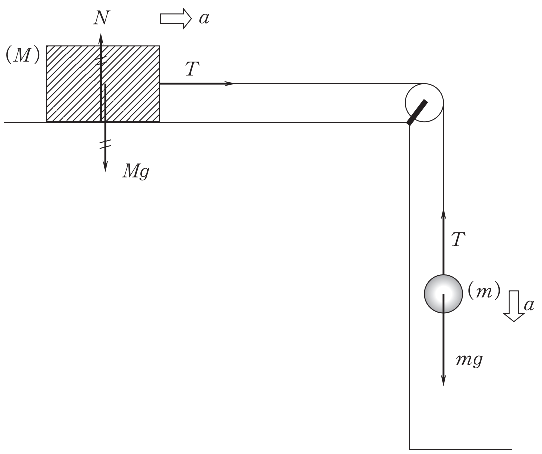
①，②式より S を消去すると，

$$kx=mg$$

$$\therefore \quad \underline{x=\frac{mg}{k}}$$

$\boxed{4}$ の答　②

問 5　物体とばねの接続を切ると，おもりの重力により，おもりと物体は糸の張力を及ぼしあいながら，同じ大きさの加速度で運動を始める。このときの，物体とおもりにはたらく力を矢印で示し，加速度の大きさを a とすると，次図のようになる。



物体にはたらく合力は水平方向右向きの張力 T であるから，水平方向右向きを正の向きとすると，

物体の**運動方程式**：　$Ma=\underline{T}$ カ

おもりにはたらく力は重力 mg と張力 T の 2 力であるから，鉛直方向下向きを正の向きとすると，

おもりの運動方程式：　$ma=\underline{mg-T}$ キ

$\boxed{5}$ の答　③

問 6　物体とおもりが一体となって運動しているときの加速度の大きさ a を求める。**問 5** で求めた運動方程式の各辺を加えると，

$$(M+m)a=mg$$

$$\therefore \quad a=\frac{m}{M+m}g$$

a は一定の大きさであるから，物体とおもりは，等加速度直線運動をする。おもりが床に衝突する直前の物体とおもりの速さを v とすると，初速度 0，加速度 a で距離 h だけ移動したときの速さが v であるから，$v^2-v_0{}^2=2ax$ の式より，

$$v^2-0^2=2ah$$

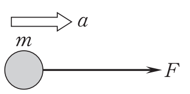
$$\therefore \quad v^2=2\left(\frac{m}{M+m}g\right)h$$

このときの物体とおもりの**運動エネルギー**の和は，

運動方程式

質量 m〔kg〕の物体に F〔N〕の力がはたらくとき，物体の加速度を a〔m/s²〕とすると，

$$ma=F$$



加速度の向きは，力の向きと一致する。いくつかの力が物体にはたらくときは，F は合力とする。

運動エネルギー

運動している物体のもつエネルギー

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

K：運動エネルギー
m：質量
v：速さ

$$\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}(M+m)v^2$$
$$=\frac{1}{2}(M+m)\cdot 2\left(\frac{m}{M+m}g\right)h$$
$$=\underline{mgh}$$

(別解Ⅰ)

物体とおもりのそれぞれについて，**運動エネルギーと仕事の関係**を用いる。物体の運動エネルギーの変化は，張力がする仕事(Th)に等しい。

$$\frac{1}{2}Mv^2-0=Th \qquad \cdots③$$

おもりの運動エネルギーの変化は，重力がする仕事(mgh)と張力がする仕事($-Th$)の和に等しい。

$$\frac{1}{2}mv^2-0=mgh+(-Th) \qquad \cdots④$$

③，④式の各辺を加えると，

$$\frac{1}{2}(M+m)v^2=\underline{mgh}$$

これより，物体とおもりの運動エネルギーの増加はおもりの重力がした仕事に等しいことがわかる。

(別解Ⅱ)

物体とおもり全体の運動を考えると，糸の張力がした仕事は相殺されるので，結果的に，物体とおもりの**力学的エネルギー**の和は保存される。

力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}(M+m)\cdot 0^2+mgh=\frac{1}{2}(M+m)v^2+mg\cdot 0$$
$$\therefore \quad \frac{1}{2}(M+m)v^2=\underline{mgh}$$

これは，おもりの位置エネルギーが，物体とおもりの運動エネルギーに変わったことを示している。

$\boxed{6}$ の答　①

第2問　波(音)と電気　問題

A　気柱の共鳴

問1　空気中を伝わる音波は，空気の密度が高い部分(密部)となったり，空気の密度が低い部分(疎部)になったりする変動が伝わる<u>縦</u>$_{ア}$波(疎密波)である。よって，空気が振動する方向は音波の進行方向と<u>平行</u>$_{イ}$である。また，空気中での**音速**は，気温が上がると<u>大きく</u>$_{ウ}$なる。

$\boxed{7}$ の答　⑦

問2　閉管の気柱で共鳴が起こるのは，管内に伝わる音波の振動数が閉管の固有振動数と一致するときである。このとき，管内には**定常波(定在波)**が生じており，空気が動けない固定端となってい

運動エネルギーと仕事の関係

物体の運動エネルギーの変化は，物体にはたらくすべての力がする仕事の総和に等しい。

$$\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2=W$$

m ：物体の質量
v ：変化後の速さ
v_0 ：変化前の速さ
W ：物体がされた仕事の総和

力学的エネルギー

運動エネルギーと位置エネルギーの和を力学的エネルギーという。

力学的エネルギー保存則

保存力(重力と弾性力)以外の力がする仕事の和が0であれば，物体の力学的エネルギーは一定。

音速

空気中を伝わる音の速さは，温度が高くなるほど大きくなる。

1気圧(1.013×10^5〔Pa〕)，t〔℃〕での音の速さ V〔m/s〕は次式で表される。

$$V=331.5+0.6t$$

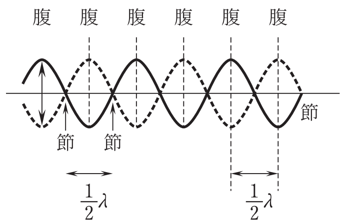
定常波(定在波)

同じ速さで互いに反対の向きに進む，波長，振幅の等しい2つの進行波が重なり合うと，波形が進行しないように見える合成波が生じる。この合成波を定常波という。定常波はまったく振動しない所(節)と大きく振動する所(腹)が交互に並んでいる。

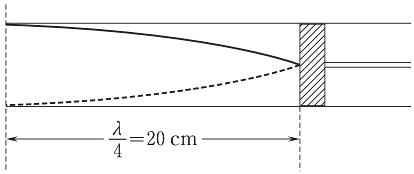
節と節(腹と腹)の間隔は，もとの進行波の波長λの半分に等しい。

る管底(栓の位置)には節が生じ，自由に振動できる自由端となっている開口部(管口の位置)には腹が生じている。スピーカーから出る音波の波長 λ が 80 cm であり，定常波の隣り合う腹と節の距離が $\frac{1}{4}\lambda$ であることから，１回目の共鳴が起きたとき，気柱の長さは $\frac{1}{4}\lambda=\frac{1}{4}\times80=20$ cm となっている。

定常波のモデル図

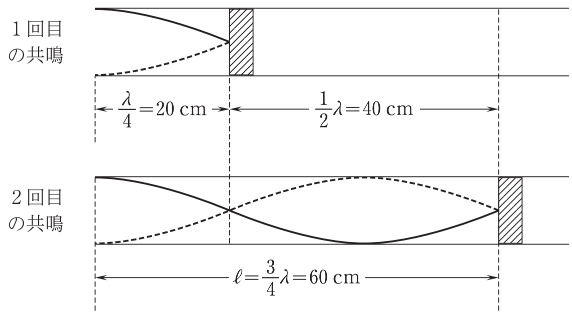


したがって，１回目の共鳴が起きたとき，管内にできる定常波は次図のようになる。



よって，求める図は②である。　　$\boxed{8}$ の答　②

問３　２回目の共鳴が起きたときの管内にできる定常波は，**問２**の解説でもわかるように次図のようになる。



よって，求める長さは，$\ell=\frac{3}{4}\times80=60$cm

$\boxed{9}$ の答　③

問４　音速を V とすると，スピーカーの振動数 f〔Hz〕は，**波の速さを表す式**より，$f=\frac{V}{\lambda}$ と表せる。

波の速さを表す式

$v=f\lambda=\frac{\lambda}{T}$

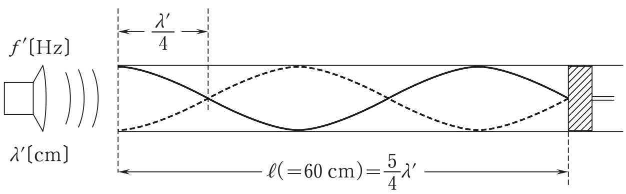
v：波の速さ〔m/s〕

λ：波長〔m〕

f：振動数〔Hz〕

T：周期〔s〕

音速が一定であることから，スピーカーの振動数を大きくしていくと，スピーカーから出る音波の波長は短くなる。スピーカーから出る音波の振動数が f'〔Hz〕，波長が λ'〔cm〕になったとき，再び共鳴が起きたとする。再び共鳴が起きたとき，管内にできる定常波は次図のようになる。



上図より，音波の波長 λ' は，$\dfrac{\lambda'}{4}\times 5=\ell$ より，$\lambda'=\dfrac{4}{5}\ell$

問 3 より，$\ell=\dfrac{3}{4}\lambda$ であるから，$\lambda'=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{3}{4}\lambda=\dfrac{3}{5}\lambda$ となる。

よって，再び共鳴が起こるときのスピーカーの振動数 f' は，

$$f'=\frac{V}{\lambda'}=\frac{5V}{3\lambda}=\underline{\frac{5}{3}}f$$

（参考）

音速を 340 m/s として，実際の数値を求めてみると，スピーカーから出る音波の波長が 80 cm のとき，

$$f=\frac{V}{\lambda}=\frac{340}{0.8}=425\ \mathrm{Hz}$$

気柱の長さ $\ell=60\ \mathrm{cm}$ であることから，

$$\frac{\lambda'}{4}\times 5=\ell \text{ より，} \lambda'=\frac{4}{5}\times 60=48\ \mathrm{cm}$$

よって，再び共鳴が起こるときのスピーカーの振動数 f' は，

$$f'=\frac{V}{\lambda'}=\frac{340}{0.48}=708.3\cdots$$

$$\therefore\quad f'\fallingdotseq 708\ \mathrm{Hz}$$

（別解）

閉管の長さが一定のとき，管内の気柱の固有振動数 f_n は，基本振動数を f_1 とすると，$f_n=(2n-1)f_1$ となる。ここで，n は正の整数（$n=1$，2，…）である。スピーカーの振動数 f〔Hz〕は ℓ〔cm〕の気柱の 3 倍振動数（$3f_1$）であるから，次の共鳴は 5 倍振動数，つまり $5f_1$ で起こる。

よって，再び共鳴が起こるときのスピーカーの振動数 f' は，

$$f'=5f_1=5\cdot\left(\frac{f}{3}\right)=\underline{\frac{5}{3}}f$$

$\boxed{10}$ の答　②

B　電気抵抗と電力

問 5　抵抗線にかかる電圧を V，流れる電流を I とすると，抵抗線 A に対する図 3 のグラフから，$V=12\ \mathrm{V}$ のとき $I=80\ \mathrm{mA}=80\times 10^{-3}\ \mathrm{A}$ であることがわかる。**オームの法則**より，抵抗線 A の抵抗値を R_A とすると，

$$R_A=\frac{V}{I}=\frac{12}{80\times 10^{-3}}=\underline{150}\ \Omega$$

$\boxed{11}$ の答　④

オームの法則

$I=\dfrac{V}{R}$，$V=RI$

I：電流〔A〕

V：電圧〔V〕

R：抵抗値〔Ω〕

問 6　同様にして，抵抗線 B の抵抗値 R_B も求めておくと，

$$R_B=\frac{12}{40\times 10^{-3}}=300\ \Omega$$

$$\therefore\quad \frac{R_A}{R_B}=\frac{1}{2}\qquad \cdots①$$

抵抗線 B の断面の半径を r とすると，抵抗線 A の断面の半径は $2r$ である。A と B の断面積を S_A，S_B とすると，

$S_A=\pi(2r)^2$，$S_B=\pi r^2$ より，

$$\frac{S_A}{S_B}=4 \quad \cdots②$$

抵抗線は同じ材質でできているから A と B の**抵抗率** ρ は等しく，A，B の抵抗値 R_A，R_B はそれぞれ次のように表せる。

$$R_A=\rho\frac{\ell_A}{S_A}，\ R_B=\rho\frac{\ell_B}{S_B}$$

2 式より，

$$\frac{R_A}{R_B}=\frac{\ell_A}{\ell_B}\cdot\frac{S_B}{S_A}$$

①，②式を代入して，

$$\frac{\ell_A}{\ell_B}=\frac{R_A}{R_B}\cdot\frac{S_A}{S_B}=\frac{1}{2}\cdot4=\underline{2}$$

$\boxed{12}$ の答　⑤

問 7　直列接続では合成抵抗は各抵抗の値よりも大きくなる。一方，並列接続では合成抵抗は各抵抗の値よりも小さくなる。よって，抵抗値は C エ の方が大きい。

（別解）

抵抗 C は，抵抗線 A，B の**直列接続**の**合成抵抗**であるから，その抵抗値 R_C は，

$$R_C=R_A+R_B\ (=150+300=450\ \Omega)$$

抵抗 D は抵抗線 A，B の**並列接続**の合成抵抗であるから，その抵抗値 R_D は，

$$\frac{1}{R_D}=\frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_B}$$

$$\therefore\quad R_D=\frac{R_AR_B}{R_A+R_B}\left(=\frac{150\times300}{150+300}=100\ \Omega\right)$$

よって，$R_C>R_B>R_D$（あるいは，$R_C>R_A>R_D$）となり，抵抗 C と D の抵抗値は C エ の方が大きい。

抵抗 C と D に同じ大きさの電圧 V を加えたときの，C と D での**消費電力**をそれぞれ P_C，P_D とすると，

$$P_C=\frac{V^2}{R_C}，\quad P_D=\frac{V^2}{R_D}$$

$R_C>R_D$ であるから，

$$P_C<P_D$$

よって，C と D での消費電力は D オ の方が大きくなる。

$\boxed{13}$ の答　②

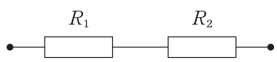
抵抗率

$$R=\rho\frac{\ell}{S}$$

R：抵抗値〔Ω〕
ρ：抵抗率〔Ω･m〕
ℓ：抵抗の長さ〔m〕
S：抵抗の断面積〔m²〕

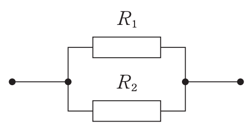
合成抵抗

①直列接続



$R=R_1+R_2$

②並列接続



$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

R：合成抵抗値
R_1，R_2：それぞれの抵抗値

消費電力

$$P=VI=I^2R=\frac{V^2}{R}$$

P：消費電力〔W〕
V：電圧〔V〕
I：電流〔A〕
R：抵抗値〔Ω〕

化学基礎

【解答・採点基準】　(50点満点)

問題番号	設問	解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	問1	1	5	3	
		2	2	3	
	問2	3	5	4	
	問3	4	2	4	
	問4	5	1	3	
	問5	6	3	4	
	問6	7	4	4	
第1問 自己採点小計				(25)	
第2問	問1	8	5	4	
	問2	9	4	4	
	問3	10	5	3	
	問4	11	3	4	
	問5	12	3	3	
		13	2	4	
	問6	14	3	3	
第2問 自己採点小計				(25)	
自己採点合計				(50)	

化学基礎

【解説】

第 1 問　物質の構成，化学結合と結晶　問題

問 1　同族元素，物質の水溶性

a　周期表で，Be，Mg 以外の 2 族元素をアルカリ土類金属元素という。①～⑤のうちでは，⑤カルシウム Ca がアルカリ土類金属元素に該当する。

なお，①アルミニウム Al は 13 族，②ネオン Ne は 18 族，③ケイ素 Si は 14 族，④ナトリウム Na は 1 族元素である。

$\boxed{1}$ …⑤

b　①アルミニウム Al，③銀 Ag を含め，多くの金属は水に溶けない。なお，イオン化傾向が非常に大きい Na，Ca などのアルカリ金属やアルカリ土類金属は，常温の水に水素を発生しながら溶ける。

②エタノール C_2H_5OH は極性分子であり，水によく溶ける。一方，④窒素 N_2 は無極性分子であり，水にほとんど溶けない。一般に，極性分子は極性をもつ水分子と混じりやすく，無極性分子は極性をもつ水分子と混じりにくい。

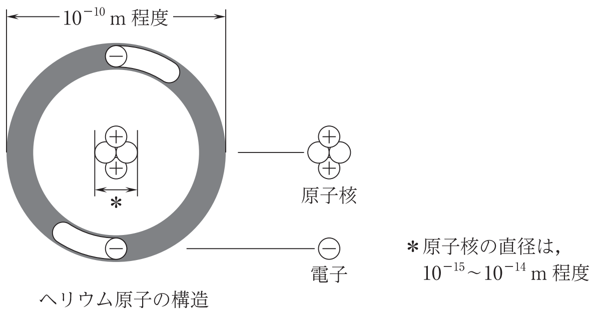
⑤石灰石（炭酸カルシウム）$CaCO_3$ は水に溶けにくいイオン結晶である。イオン結晶の中には，塩化ナトリウム NaCl などのようにイオンに電離して水に溶けるものもあれば，炭酸カルシウムや硫酸バリウム $BaSO_4$ などのように水に溶けにくいものもある。

以上より，水によく溶ける物質は，②エタノール C_2H_5OH である。

$\boxed{2}$ …②

問 2　原子の構造と電子配置

①　正しい。原子は原子核と電子から構成され，原子核の大きさ（直径 10^{-15}～10^{-14} m 程度）は，原子の大きさ（直径 10^{-10} m 程度）と比べて非常に小さい。



ヘリウム原子の構造

②　正しい。陽子と中性子の質量はほぼ等しいが，電子の質量は陽子の質量の約 $\frac{1}{1840}$ と小さい。よって，原子の質量は，原子核に含まれる陽子と中性子の質量の和とほぼ等しい。

【ポイント】

同族元素

アルカリ金属元素：H 以外の 1 族元素
アルカリ土類金属元素：
Be，Mg 以外の 2 族元素
ハロゲン元素：17 族元素
希ガス元素：18 族元素

原子の構造

粒子		電荷	質量比
原子核	陽子	＋1	1836
	中性子	0	1839
電子		－1	1

陽子 1 個のもつ電荷 1.60×10^{-19} C を＋1 で表すと，電子 1 個のもつ電荷は－1 で表される。

原子番号と質量数

質量数
$^{56}_{26}Fe$
原子番号

（原子番号）＝（陽子の数）＝（電子の数）
（質量数）＝（陽子の数）＋（中性子の数）

③　正しい。質量数 1 の水素原子 ^1_1H に含まれる中性子の数は，中性子の数＝質量数－陽子の数より，1－1＝0 個である。

よって，質量数 1 の H 原子の原子核には，中性子は存在しない。

④　正しい。原子の中の電子は，原子核の周囲にいくつかの層をなして存在する。これらの層を電子殻といい，原子核に近い方から順に K 殻，L 殻，M 殻，N 殻，…とよばれる。

⑤　誤り。電子の入った最も外側の電子殻に入っている電子を最外殻電子といい，その数は最大 8 個(ただし，K 殻では 2 個)である。アルカリ金属元素(1 族)の原子の最外殻電子の数は 1 個であり，原子番号 19 のカリウム K 原子の電子配置は，次のようになる。

$_{19}K$：K 殻(2 個)L 殻(8 個)M 殻(8 個)N 殻(1 個)

$\boxed{3}$ …⑤

電子殻

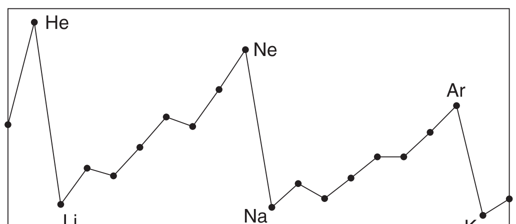
原子核に近いものから順に K，L，M，N 殻…といい，n 番目の電子殻に収容可能な電子の数は $2n^2$ である。

電子殻	K	L	M	N	…
n	1	2	3	4	…
電子数	2	8	18	32	…

問 3　イオン化エネルギー

気体状態の原子から電子 1 個を取り去って，1 価の陽イオンにするのに必要な最小のエネルギーを(第一)イオン化エネルギーといい，この値が小さいほど陽イオンになりやすい。同一周期では原子番号が大きいほど，また，同一族では原子番号が小さいほど，イオン化エネルギーは大きくなる傾向がある。よって，同一周期では，アルカリ金属元素 Li，Na，K の原子が最小の値をとり，希ガス元素 He，Ne，Ar の原子が最大の値をとる。また，原子番号 1～20 では，K が最小，He が最大の値をとる。

図 1 のグラフは，このような性質に一致しており，②(第一)イオン化エネルギーの変化を表している。



$\boxed{4}$ …②

元素の周期律

元素を原子番号の順に並べると，元素の性質が周期的に変化する。

イオン化エネルギー(第一イオン化エネルギー)

原子から電子 1 個を取り去って，1 価の陽イオンにするときに必要なエネルギー。この値が小さい原子ほど，陽イオンになりやすい。

電子親和力

原子が電子 1 個を受け取って，1 価の陰イオンになるときに放出されるエネルギー。この値が大きい原子ほど，陰イオンになりやすい。同一周期では，ハロゲンの原子が最大の値をとる。

電気陰性度

原子が共有電子対を引きつける強さを数値で表したもの。電気陰性度の大きい原子ほど共有電子対を強く引きつける。おもな非金属元素の電気陰性度の大きさは，F＞O＞Cl＞N＞C＞H の順である。

問 4　イオンからなる物質

①～⑥の物質を構成するイオンの種類とその数の比，および組成式を次の表に示す。

イオンからなる物質の組成式

イオンからなる物質は，構成しているイオンの種類とその数の比を示す組成式で表される。

	イオンの種類	数の比	組成式
① 塩化マグネシウム	Mg^{2+}，Cl^-	1：2	$MgCl_2$
② 酸化バリウム	Ba^{2+}，O^{2-}	1：1	BaO
③ 硝酸カリウム	K^+，NO_3^-	1：1	KNO_3
④ 水酸化アルミニウム	Al^{3+}，OH^-	1：3	$Al(OH)_3$
⑤ 炭酸ナトリウム	Na^+，CO_3^{2-}	2：1	Na_2CO_3
⑥ 硫酸鉄(Ⅱ)	Fe^{2+}，SO_4^{2-}	1：1	$FeSO_4$

イオンからなる物質(イオン結晶)では，陽イオンと陰イオンが，

(陽イオンの価数)×(陽イオンの数)

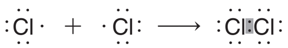
＝(陰イオンの価数)×(陰イオンの数)

の関係で結びつき，結晶全体として電気的に中性になっている。

$\boxed{5}$ …①

問5　分子

①　正しい。塩素 Cl_2 は，2 個の塩素原子が不対電子を 1 個ずつ出し合い，1 組の共有電子対(図中の ▮)をつくって結びついた分子である。

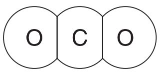


Cl－Cl

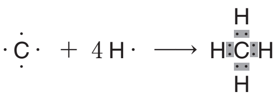
②　正しい。二酸化炭素 CO_2 は，4 個の不対電子をもつ炭素原子 1 個と 2 個の不対電子をもつ酸素原子 2 個が，合計 4 組の共有電子対をつくって結びついた分子である。

なお，二酸化炭素は直線形の分子である。

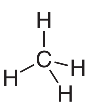
O＝C＝O

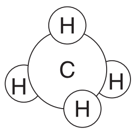


③　誤り。メタン CH_4 は，1 個の炭素原子に 4 個の水素原子がそれぞれ 1 組の共有電子対をつくって結びついた分子であり，非共有電子対をもたない。



なお，メタンは正四面体形の分子である。





④　正しい。アンモニア NH_3 は，1 個の窒素原子に 3 個の水素原子がそれぞれ 1 組の共有電子対をつくって結びついた，三角錐形の分子である。

共有結合

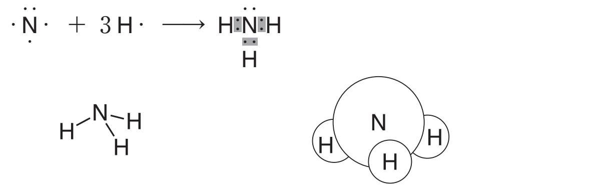
二原子間で不対電子を出し合って電子対を形成し，これを共有して結びつく結合。

共有電子対と非共有電子対

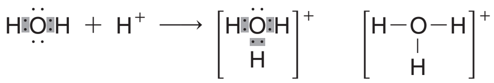
二原子間で共有されている電子対を共有電子対といい，共有結合に関与していない電子対を非共有電子対という。

おもな分子の形

分　子	形
CH_4	正四面体形
CO_2	直線形
NH_3	三角錐形
H_2O	折れ線形



⑤　正しい。水溶液中で水素イオン H^+ は，水分子 H_2O と配位結合で結びつき，オキソニウムイオン H_3O^+ になっている。



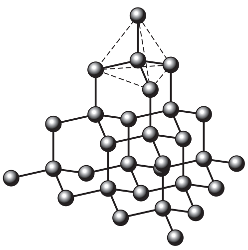
なお，配位結合は，結合のでき方が通常の共有結合と異なるが，できた結合は通常の共有結合とまったく変わらない。すなわち，オキソニウムイオンの3個の O−H 結合は同じ性質をもち，区別することはできない。

配位結合
一方の原子の非共有電子対が，他方の原子に提供されてできる共有結合。

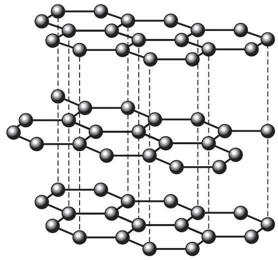
$\boxed{6}$ …③

問6　ダイヤモンドと黒鉛

ダイヤモンドと黒鉛(グラファイト)は，ともに炭素の同素体であり，それぞれ次の構造をもつ結晶である。



ダイヤモンド



黒鉛(グラファイト)

a　両方に当てはまる。ダイヤモンドと黒鉛は，どちらも多数の炭素原子が共有結合で結びついた結晶であり，共有結合の結晶に分類される。

共有結合の結晶
原子が共有結合によって次々と結びついた結晶。非常に硬く，電気を導かない。(ただし，黒鉛は軟らかく，また，電気を導く。)

b　ダイヤモンドのみに当てはまる。ダイヤモンドでは，各炭素原子は4個の炭素原子と共有結合で結びつき，正四面体を単位とする立体網目状の構造を形成している。一方，黒鉛では，各炭素原子は3個の炭素原子と共有結合で結びつき，正六角形網目状の平面構造を形成し，この平面構造が層状に多数積み重なっている。

c　ダイヤモンドのみに当てはまる。共有結合は結びつきが強いため，ダイヤモンドをはじめ，一般に共有結合の結晶は極めて硬い。しかし，黒鉛は，平面構造どうしが弱い分子間力で結びついているため，層状にはがれやすく，軟らかい。

d　黒鉛のみに当てはまる。ダイヤモンドは電気を通さない。一方，黒鉛は，各炭素原子の4個の価電子のうちの1個が平面構造に沿って自由に移動できるため，電気をよく通す。

以上より，ダイヤモンドには当てはまるが，黒鉛には当てはまらないものは，④ **b**・**c** である。

$\boxed{7}$ …④

第 2 問　化学量，酸と塩基，酸化還元　問題

問 1　原子量

銅の原子量は 63.5 であり，これは ^{63}Cu（相対質量 63）と ^{65}Cu（相対質量 65）の相対質量の平均値であるから，^{63}Cu の存在比を x〔%〕とすると，

$$63\times\frac{x}{100}+65\times\frac{100-x}{100}=63.5$$

$$x=75\ \%$$

$\boxed{8}$ …⑤

問 2　酸化物の組成式

M_2O_3 16.0 g 中に含まれる M は 11.2 g，O は（16.0−11.2＝）4.8 g である。

M の原子量を x とすると，M_2O_3 に含まれる M と O の個数の比，すなわち，物質量の比は 2：3 なので，

$$\frac{11.2\ \text{g}}{x\ [\text{g/mol}]}:\frac{4.8\ \text{g}}{16\ \text{g/mol}}=2:3$$

$$x=56$$

〈別解〉

M の原子量を x とすると，M_2O_3（$2x+48$〔g/mol〕）16.0 g の物質量は，

$$\frac{16.0\ \text{g}}{2x+48\ [\text{g/mol}]}$$

生成した M 11.2 g の物質量は，

$$\frac{11.2\ \text{g}}{x\ [\text{g/mol}]}$$

M_2O_3 1 mol を完全に還元すると，2 mol の M が得られるので，

$$\frac{16.0\ \text{g}}{2x+48\ [\text{g/mol}]}:\frac{11.2\ \text{g}}{x\ [\text{g/mol}]}=1:2$$

$$x=56$$

$\boxed{9}$ …④

問 3　酸・塩基の定義

ア　$\underset{\text{酸}}{HCl} + \underset{\text{塩基}}{H_2O} \longrightarrow Cl^- + H_3O^+$　H^+

H_2O は，HCl から H^+ を受け取っているので，塩基としてはたらいている。

イ　$\underset{\text{塩基}}{NH_3} + \underset{\text{酸}}{H_2O} \longrightarrow NH_4^+ + OH^-$　H^+

H_2O は，NH_3 に H^+ を与えているので，酸としてはたらいている。

相対質量
質量数 12 の炭素原子 ^{12}C 1 個の質量を 12 としたときの，他の原子の質量の相対値。

原子量
同位体の相対質量の平均値。

物質量
6.02×10^{23}（アボガドロ数）個の粒子の集団を 1 mol とする。

モル質量
物質 1 mol あたりの質量。その値は，原子量，分子量，式量に g/mol の単位をつけたものに一致する。

$$\text{物質量〔mol〕}=\frac{\text{質量〔g〕}}{\text{モル質量〔g/mol〕}}$$

ブレンステッド・ローリーの酸・塩基の定義
酸　水素イオン H^+ を他に与える物質
塩基　水素イオン H^+ を他から受け取る物質

ウ　$CH_3COOH + H_2O \longrightarrow CH_3COO^- + H_3O^+$

酸　H^+　塩基

H_2O は，CH_3COOH から H^+ を受け取っているので，塩基としてはたらいている。

エ　$HCO_3^- + H_2O \longrightarrow H_2CO_3 + OH^-$

塩基　H^+　酸

H_2O は，HCO_3^- に H^+ を与えているので，酸としてはたらいている。

以上より，H_2O が酸としてはたらいているものは⑤**イ・エ**である。

$\boxed{10}$…⑤

問 4　酸・塩基

① 正しい。酢酸は弱酸であり，0.10 mol/L の酢酸水溶液中の酢酸の電離度は 1 より小さい。一方，塩酸は強酸であり，0.10 mol/L の塩酸中の塩化水素の電離度は 1 である。

よって，0.10 mol/L の酢酸水溶液中の酢酸の電離度は，0.10 mol/L の塩酸中の塩化水素の電離度より小さい。

酸の強弱

強酸　電離度がほぼ 1 である酸

弱酸　電離度が 1 より著しく小さい酸

電離度

$$\frac{\text{電離した酸(塩基)の物質量〔mol〕}}{\text{溶かした酸(塩基)の物質量〔mol〕}}$$

② 正しい。塩酸は 1 価の強酸であり，次のように電離するので，0.10 mol/L の塩酸の水素イオン濃度は，0.10 mol/L である。

$$HCl \longrightarrow H^+ + Cl^-$$

一方，硫酸は 2 価の強酸であり，次のように電離するので，0.10 mol/L の硫酸の水素イオン濃度は，0.10 mol/L より大きい。

$$H_2SO_4 \longrightarrow H^+ + HSO_4^-$$

$$HSO_4^- \rightleftarrows H^+ + SO_4^{2-}$$

よって，0.10 mol/L の塩酸の水素イオン濃度は，0.10 mol/L の硫酸の水素イオン濃度より小さい。

③ 誤り。pH 6 の塩酸を薄めていくと，pH は中性である 7 に限りなく近づくが，塩基性である 8 になることはない。

④ 正しい。塩酸と水酸化ナトリウム水溶液を混合すると次の反応が起こる。

$$HCl + NaOH \longrightarrow NaCl + H_2O$$

HCl と $NaOH$ の物質量は，ともに，

$$0.10\ \text{mol/L} \times \frac{50}{1000}\ \text{L} = 0.0050\ \text{mol}$$

であり，HCl と $NaOH$ は過不足なく反応するので，混合後は塩化ナトリウム $NaCl$ 水溶液となる。$NaCl$ は，強酸である HCl と，強塩基である $NaOH$ の中和により生じる塩であり，その水溶液は中性を示す。

塩の水溶液の性質

強酸と強塩基からなる塩…中性

（ただし，$NaHSO_4$ 水溶液は酸性）

強酸と弱塩基からなる塩…酸性

弱酸と強塩基からなる塩…塩基性

⑤ 正しい。酢酸水溶液と水酸化ナトリウム水溶液を混合すると次の反応が起こる。

$$CH_3COOH + NaOH \longrightarrow CH_3COONa + H_2O$$

CH_3COOH と NaOH の物質量は，ともに，

$$0.10\ \mathrm{mol/L} \times \frac{50}{1000}\ \mathrm{L} = 0.0050\ \mathrm{mol}$$

であり，CH_3COOH と NaOH は過不足なく反応するので，混合後は酢酸ナトリウム CH_3COONa 水溶液となる。CH_3COONa は，弱酸である CH_3COOH と，強塩基である NaOH の中和により生じる塩であり，その水溶液は塩基性を示す。

$\boxed{11}$ …③

問 5　酸化還元

与えられた**ア**～**ウ**の反応は，次のとおりである。

ア　$2\,Cu + O_2 \longrightarrow 2\,CuO$

イ　$H_2S + Cl_2 \longrightarrow S + 2\,HCl$

ウ　$2\,Na + 2\,H_2O \longrightarrow 2\,NaOH + H_2$

a　①　正しい。**ア**の反応で，Cu は酸素と結びつき CuO となっているので，Cu は酸化されている。

②　正しい。**イ**の反応で，H_2S は水素を失って S となっているので，H_2S は酸化されている。

③　誤り。**イ**の反応で，Cl の酸化数は 0 から -1 に減少しており，Cl_2 は還元されている。よって，Cl_2 は酸化剤としてはたらいている。なお，S の酸化数は -2 から 0 に増加しており，H_2S が還元剤としてはたらいている。

④　正しい。**ウ**の反応で，Na は次の式のように電子を失っているので，Na は酸化されている。

$$2\,Na \longrightarrow 2\,Na^+ + 2\,e^-$$

$$2\,H_2O + 2\,e^- \longrightarrow 2\,OH^- + H_2$$

$\boxed{12}$ …③

b　反応したナトリウム Na の物質量は，

$$\frac{0.23\ \mathrm{g}}{23\ \mathrm{g/mol}} = 0.010\ \mathrm{mol}$$

化学反応式**ウ**より，反応した Na と発生した H_2 の物質量の比は 2：1 である。よって，発生した H_2 の物質量は，

$$0.010\ \mathrm{mol} \times \frac{1}{2} = 0.0050\ \mathrm{mol}$$

これを，標準状態の体積で表すと，

$$22.4\ \mathrm{L/mol} \times 0.0050\ \mathrm{mol} = 0.112\ \mathrm{L} = 112\ \mathrm{mL}$$

$\boxed{13}$ …②

問 6　金属のイオン化傾向

イオン化傾向の小さい金属イオンを含む水溶液に，それよりイオン化傾向の大きい金属の単体を入れると，イオン化傾向の大きい金属がイオンになって溶け出し，イオン化傾向の小さい金属の単体が析出する。このときに金属樹ができる。

酸化と還元

	酸　化	還　元
O 原子	結びつく	失う
H 原子	失う	結びつく
電　子	失う	得る
酸化数	増加する	減少する

酸化数の決め方

1．単体中の原子：0
2．化合物中の H 原子：$+1$
3．化合物中の O 原子：-2
（ただし，H_2O_2 中では -1）
4．化合物中の原子の酸化数の総和：0
5．単原子イオンの酸化数：イオンの価数
6．多原子イオン中の原子の酸化数の総和：イオンの価数

酸化剤・還元剤

酸化剤　相手を酸化する物質。自身は還元され，酸化数が減少する原子を含む。

還元剤　相手を還元する物質。自身は酸化され，酸化数が増加する原子を含む。

化学反応式の係数と物質量

（反応式中の係数の比）
＝（反応により変化する物質の物質量の比）

一方，イオン化傾向の大きい金属のイオンを含む水溶液に，それよりイオン化傾向が小さい金属の単体を入れても，金属のイオンと単体の反応は起こらない。

① イオン化傾向が Ag＞Au であるため，硝酸銀 $AgNO_3$ 水溶液に金 Au を入れても反応は起こらない。

② イオン化傾向が Fe＞ H_2 であるため，塩酸 HCl に鉄 Fe を加えると次の反応が起こり，水素が発生するが，金属樹は生じない。

$$Fe + 2H^+ \longrightarrow Fe^{2+} + H_2$$

③ イオン化傾向が Zn＞Cu であるため，硫酸銅（Ⅱ）$CuSO_4$ 水溶液に亜鉛 Zn を入れると次の反応が起こり，銅の金属樹（銅樹）ができる。

$$Cu^{2+} + Zn \longrightarrow Cu + Zn^{2+}$$

④ イオン化傾向が Pb＞Cu であるため，酢酸鉛（Ⅱ）$(CH_3COO)_2Pb$ 水溶液に銅 Cu を入れても反応は起こらない。

⑤ イオン化傾向が Zn＞Pb であるため，硫酸亜鉛 $ZnSO_4$ 水溶液に鉛 Pb を入れても反応は起こらない。

$\boxed{14}$ …③

金属のイオン化傾向

金属の単体が水（溶液）中で電子を放出し，陽イオンになろうとする性質。

イオン化傾向が大きい金属の単体ほど水中で電子を放出してイオンになりやすく，イオン化傾向が小さい金属のイオンほど電子を受け取り単体になりやすい。

Li＞K＞Ca＞Na＞Mg＞Al＞Zn＞Fe＞Ni＞Sn＞Pb＞(H_2)＞Cu＞Hg＞Ag＞Pt＞Au

生 物 基 礎

【解答・採点基準】

（50点満点）

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	A	問1	1	② ※	3	
			2	⑥ ※	3	
	B	問2	3	③	2	
		問3	4	⑤	3	
		問4	5	④	3	
		問5	6	④	3	
第1問　自己採点小計					（17）	
第2問	問1		7	①	2	
	問2		8	④	3	
	問3		9	①	3	
	問4		10	②	3	
	問5		11	③	3	
	問6		12	④	3	
第2問　自己採点小計					（17）	
第3問	A	問1	13	④	2	
		問2	14	③	2	
	B	問3	15	①	3	
		問4	16	②	3	
		問5	17	② ※	3	
			18	④ ※	3	
第3問　自己採点小計					（16）	
自己採点合計					（50）	

※の正解は順序を問わない。

【解説】

第1問　ゲノムと細胞周期　問題

Aではゲノムに関する知識問題を，**B**では細胞周期に関する知識問題と考察問題を出題した。

問1　生物が生命活動を営むのに必要な最小限の遺伝情報の1組をゲノムとよび，その生物の配偶子がもつ遺伝情報に相当する。

①ヒトのゲノムは約30億塩基対からなるので，正しい。②ヒトのゲノムには，20000～25000個の遺伝子が含まれていると推定されているので，誤りである。③ヒトでは，ゲノム全体の塩基配列のうち，タンパク質のアミノ酸配列を指定しているのは1～2％程度であるので，正しい。④配偶子である卵と精子はそれぞれゲノムを1組もつ。このため，受精卵は，精子に由来するゲノムと卵に由来するゲノムの2組のゲノムをもつので，正しい。⑤体細胞分裂の際には，母細胞のゲノムが複製され，娘細胞に分配される。このため，体細胞分裂で生じた2個の細胞はいずれも母細胞と同じゲノムをもつので，正しい。⑥多細胞生物のからだを構成する体細胞は，1個の受精卵から体細胞分裂によって生じたものであり，体細胞は受精卵と同じゲノムをもつ。多細胞生物のからだは，形態や機能の異なる多種類の細胞で構成されている。このように，細胞によって形態や機能が異なるのは，細胞によって発現する遺伝子が異なるためであるので，誤りである。

$\boxed{1}$・$\boxed{2}$…②・⑥

問2　体細胞分裂のM期(分裂期)は，前期，中期，後期，終期の四つに分けられる。M期が終了してから次のM期が始まるまでの時期を間期といい，G_1期(DNA合成準備期)，S期(DNA合成期)，G_2期(分裂準備期)に分けられる。体細胞分裂における間期とM期の各期の主な特徴をまとめると次のようになる。

間期		明瞭な核が観察できる。 染色体は細長く，光学顕微鏡では観察できない。
M期	前期	染色体が太く短くなり，光学顕微鏡で観察できるようになる。
	中期	染色体が赤道面に並ぶ。
	後期	染色体が両極に移動する。
	終期	染色体が細長くなる。細胞質分裂が起こる。

$\boxed{3}$…③

問3　細胞周期の各期と細胞あたりのDNA量の関係を図示すると次のようになる。

【ポイント】

ゲノム
　個体の生存や生命活動の維持に必要な遺伝情報の1組

ヒトのゲノム
　約30億塩基対からなり，20000～25000個の遺伝子が含まれる。
　ゲノム全体の1～2％程度がタンパク質のアミノ酸配列を指定している。

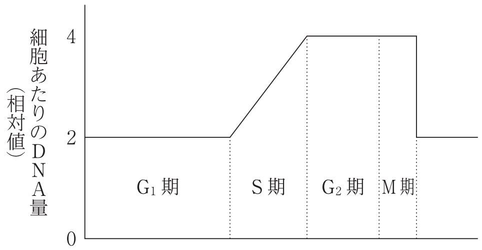
配偶子はゲノムを1組もつ。
受精卵はゲノムを2組もつ。

体細胞は受精卵と同じゲノムをもつ。

細胞の分化は，細胞によって異なる遺伝子が発現することで起こる。

M期各期の染色体
　前期　太く短くなる。
　中期　赤道面に並ぶ。
　後期　両極に移動する。
　終期　細長い糸状になる。

生物基礎



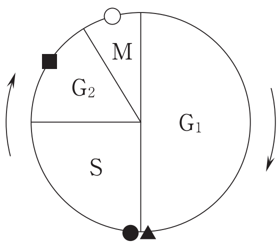
DNAは間期のS期に複製され，その量が2倍になる。図1で，X群の細胞のDNA量(相対値)は2であり，Z群の細胞のDNA量は4であるので，X群にはDNAが合成される前のG_1期の細胞が含まれ，Z群にはDNAが合成された後のG_2期とM期の細胞が含まれることがわかる。また，Y群にはDNA量が2から4の間の細胞が含まれており，これらはDNAを合成中のS期の細胞であることがわかる。 $\boxed{4}$…⑤

DNAは間期のS期に複製される。

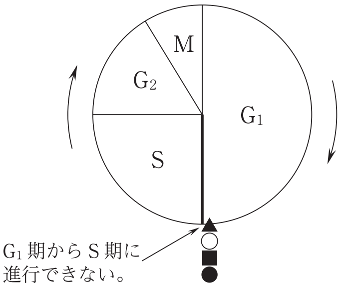
問4　設問文に，「ある時期に分類される細胞の数は，その時期を通過するのに要する時間に比例する」とあるので，細胞周期の長さをT，G_1期の長さをt，全細胞数をN，G_1期の細胞数をnとすると，$\frac{t}{T}=\frac{n}{N}$の関係が成り立ち，$t=T\times\frac{n}{N}$が得られる。この培養細胞の25℃における細胞周期の長さは24時間であり，**実験1**で細胞集団から取り出した1200個の細胞のうちG_1期の細胞(X群の細胞)は，図1より600個であることから，$t=24\times\frac{600}{1200}=$ 12(時間)となる。 $\boxed{5}$…④

細胞周期のある時期に分類される細胞の数は，その時期を通過するのに要する時間に比例する。

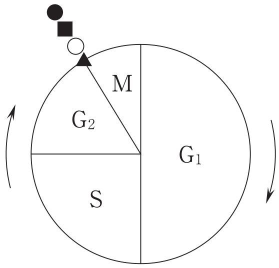
問5　25℃で培養した場合，細胞周期の長さが24時間であり，G_1期の長さが12時間，G_2期の長さが4時間，M期の長さが2時間であるので，S期の長さは$24-(12+4+2)=6$時間である。まず，細胞の培養温度を25℃から39℃に上げて，細胞周期の長さよりも長い30時間培養した後の細胞の状態を考える。次図に示すように，培養温度を上げた時点で，DNAの合成を開始する直前であった細胞を▲，DNAの合成を開始した直後であった細胞を●，G_2期にあった細胞を■，M期にあった細胞を○とする。



問題文に，「この培養細胞は，培養温度を25℃から39℃に上げると，他には影響しないが，G_1期からS期に進行できなくなり，G_1期の終わりで細胞周期が停止する」とある。したがって，培養温度を25℃から39℃に上げてから30時間後には，すべての細胞がG_1期の終わりで停止している(次図)。



培養温度を39℃から25℃に戻すと，G_1期の終わりで停止していたすべての細胞が一斉にS期に進行し，培養温度を25℃に戻してから10時間後には，すべての細胞がG_2期を終えた状態にある（次図）。



このように，培養温度を25℃に戻してから10時間後には，すべての細胞がDNAの合成を終了した状態にあるので，細胞あたりのDNA量が4であるZ群の細胞のみがみられることになる。

$\boxed{6}$ …④

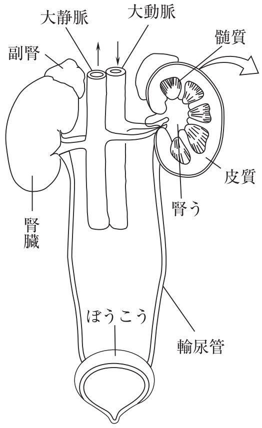
第2問　排出

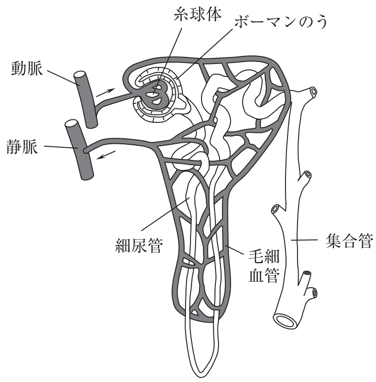
問題

腎臓の構造と尿の生成に関する知識問題と考察問題を出題した。

問1　ネフロンは腎小体（マルピーギ小体）と細尿管（腎細管）からなり，腎小体は糸球体とボーマンのうからなる。糸球体は毛細血管が球状に集まった構造をしており，そのまわりはボーマンのうに取り囲まれている。ボーマンのうからは細尿管が伸びており，細尿管は集合管へと続く。尿は集合管から腎う，輸尿管，ぼうこうを経て体外に排出される。

ネフロン（腎単位）
- 腎小体（マルピーギ小体）
  - 糸球体
  - ボーマンのう
- 細尿管（腎細管）





尿が生成・排出される経路

糸球体
↓
ボーマンのう
↓
細尿管
↓
集合管
↓
腎う
↓
輸尿管
↓
ぼうこう

$\boxed{7}$ …①

問2　ネフロン(腎単位)は尿を生成する単位構造であり，ヒトの腎臓では，１個の腎臓に約100万個のネフロンが存在する。

ヒトの腎臓では，１個の腎臓に約100万個のネフロンが存在する。

$\boxed{8}$ …④

問3　ヒトの腎臓で尿が生成される過程に関与するホルモンとしては，バソプレシンと鉱質コルチコイドがよく知られている。バソプレシンは水の再吸収を促進し，鉱質コルチコイドはナトリウムイオンの再吸収を促進する。なお，インスリンは血糖量を減少させる作用をもつホルモン，糖質コルチコイドは血糖量を増加させる作用をもつホルモン，チロキシンは代謝を促進する作用をもつホルモンである。　$\boxed{9}$ …①

バソプレシン
　水の再吸収を促進する。
鉱質コルチコイド
　ナトリウムイオンの再吸収を促進する。

問4　腎臓に入った血液は，糸球体からボーマンのうにろ過されて原尿となる。この際，健康なヒトでは，血球やタンパク質などのように大きいものはろ過されないので，タンパク質は尿中に排出されない。また，原尿が細尿管を流れる間に，水，無機塩類，グルコースなどは細尿管を取り巻いている毛細血管へ再吸収される。健康なヒトでは，グルコースはすべて再吸収されるので，尿中に排出されない。　$\boxed{10}$ …②

タンパク質
　ろ過されない。

グルコース
　ろ過されるが，その後すべて再吸収される。

問5　設問文にあるように，再吸収率とは「ろ過された量に対する再吸収された量の割合」である。また，問題文に「ろ過される成分の血しょう中濃度と原尿中濃度は等しいものとする」とあるので，ろ過されないタンパク質を除いては，血しょう中濃度と原尿中濃度は等しいと考える。ここで，再吸収率が低い成分ほど尿中に排出される割合が高くなるため，濃縮率(尿中濃度を血しょう中濃度で割った値)は高くなる。表１の各成分について濃縮率を求めると，次表のようになる。

$$濃縮率=\frac{尿中濃度}{血しょう中濃度}$$

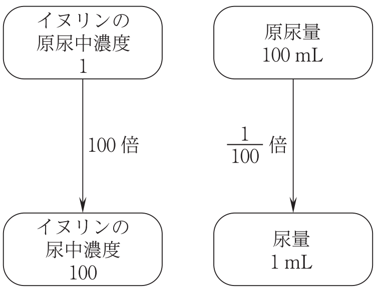
	血しょう中濃度（%）	尿中濃度（%）	濃縮率（倍）
タンパク質	8	0	−
グルコース	0.1	0	−
ナトリウムイオン	0.3	0.35	約 1.17
カリウムイオン	0.02	0.15	7.5
尿　素	0.03	2	約 66.7
尿　酸	0.004	0.05	12.5

したがって，これらの成分の中で濃縮率が最も高い成分，すなわち，再吸収率が最も低い成分は尿素である。 $\boxed{11}$ …③

問 6　イヌリンのように，ろ過されるが再吸収されない物質は，原尿中に含まれる量と尿中に含まれる量が同じになる。したがって，イヌリンの原尿中濃度よりもイヌリンの尿中濃度が高くなるのは，原尿から尿が生成される過程で水が再吸収されて液量が減少した分だけ，イヌリンが濃縮されてその濃度が高くなると考えればよい。例えば，イヌリンの濃縮率が 100 倍であったとすると，原尿から尿が生成される過程で水が再吸収されて液量が $\frac{1}{100}$ 倍に減少したと考えられる(次図)。したがって，一定時間の尿量が 1 mL であれば，その時間のろ過量(原尿量)は，イヌリンの濃縮率に尿量を掛けて，100×1 mL＝100 mL と推定することができる。

イヌリン
　ろ過されるが，再吸収されない。

原尿量＝イヌリンの濃縮率×尿量



$\boxed{12}$ …④

第 3 問　バイオーム　問題

A では植生に関する知識問題を，**B** では熱帯のバイオームに関する知識問題を出題した。

問 1　陸地の多くは植物によって覆われており，地域により様々な種類の植物がみられる。ある地域に植物が生育しているとき，その地域に生育する植物全体をまとめて植生とよぶ。植生は気温，降水量，地形，土壌の状態などの環境要因に影響される。植生の外観的な様子を相観とよび，植生を分類するときにはこれが用いられる。 $\boxed{13}$ …④

植生
　ある地域に生育する植物全体

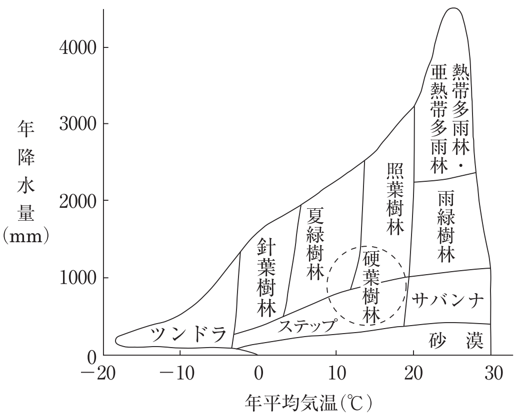
相観
　植生の外観的な様子

問 2　植生を構成する植物のうち，占有している面積が最も大きく，相観を決定づける種を優占種とよぶ。優占種はその地域に適応した特徴的な形態を示すので，同じような環境のもとには同じような相観をもつ植生が成立する。①先駆種は，遷移の初期に現れる生物種である。②固有種は，その地域だけに分布する生物種である。④外来種は，本来の生息場所から別の場所へもち込まれ，その場所に定着した生物種である。　$\boxed{14}$…③

優占種
　植生を構成する植物のうち，占有している面積が最も大きく，相観を決定づける種

問 3　ある地域の植生とそこに生息する動物などを含めた生物のまとまりをバイオーム(生物群系)とよぶ。バイオームは植生の相観によって，森林，草原，荒原に大別される。次図に示すように，世界のバイオームの種類と分布は，主に年平均気温と年降水量の違いに対応している。

バイオームの種類と分布
　主に年平均気温と年降水量の違いに対応している。



上図において，年平均気温が 25 ℃以上である場合，年降水量がおよそ 200 mm 以下の地域では，荒原に分類される砂漠が分布する。したがって，バイオーム**X**は砂漠である。砂漠では，サボテンの仲間などのように乾燥に適応した植物や一年生草本などがまばらに生育する。また，年降水量がおよそ 1000～2500 mm の地域では，森林に分類される雨緑樹林が分布する。したがって，バイオーム**Z**は雨緑樹林である。雨緑樹林は，雨季と乾季がある地域に分布し，雨季に葉をつけ，乾季に落葉するチークなどの落葉広葉樹が優占する。　$\boxed{15}$…①

問 4　上図において，年平均気温が 25 ℃以上である場合，年降水量がおよそ 200～1000 mm の地域では，草原に分類されるサバンナが分布する。したがって，バイオーム**Y**はサバンナである。サバンナでは，年降水量が少ないため森林が形成されず，主にイネの仲間の草本が分布し，そのなかに木本が散在する。なお，①の主にイネの仲間の草本が分布し，木本はほとんど存在しないというのは，草原に分類されるステップの特徴である。　$\boxed{16}$…②

問 5　熱帯多雨林を構成する樹種は，主にフタバガキの仲間などの常緑広葉樹であるので，①は正しい。チークは雨緑樹林の代表的な樹種であるので，②は誤りである。熱帯多雨林を構成する植物

の種類数は非常に多く，つる植物や着生植物なども多いので，③・⑤は正しい。熱帯多雨林では，地表層，草本層，低木層，亜高木層，高木層の上部に大高木層や巨大高木層がみられることが多く，階層構造が発達しているので，④は誤りである。なお，階層構造があまり発達していないというのは針葉樹林の特徴である。熱帯多雨林では，樹高が 50 m を超える高木もみられるので，⑥は正しい。 $\boxed{17}$・$\boxed{18}$…②・④

地 学 基 礎

【解答・採点基準】

(50点満点)

問題番号	設　問	解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	問 1	1	1	4	
	問 2	2	1	3	
	問 3	3	2	3	
第 1 問　自己採点小計				(10)	
第2問	問 1	4	1	4	
	問 2	5	4	3	
	問 3	6	1	3	
第 2 問　自己採点小計				(10)	
第3問	問 1	7	5	3	
	問 2	8	1	4	
	問 3	9	4	3	
第 3 問　自己採点小計				(10)	
第4問	問 1	10	3	3	
	問 2	11	2	4	
	問 3	12	1	3	
第 4 問　自己採点小計				(10)	
第5問	問 1	13	1	4	
	問 2	14	2	3	
	問 3	15	3	3	
第 5 問　自己採点小計				(10)	
自己採点合計				(50)	

【解説】

第１問　地　震　問題

日本はプレートの境界付近に位置し，地下の岩盤にはさまざまな方向から押す力(圧縮力)や引っ張る力(伸張力)などがはたらいている。力を受けた岩盤には歪(ひず)みが蓄積され，岩盤の耐えうる限界を超えると，岩盤内部で破壊が生じ，断層が形成されて地震が発生する。今回は，震度やマグニチュード，日本付近で発生する地震に関する問題を出題した。地震に関する知識は，受験に限らず日常生活でも必要である。しっかりと学習に努めてもらいたい。

問１　震度とマグニチュードに関する基礎的な知識を問う問題である。地震による各地点の揺れ(地震動)の強さを表すのが震度である。日本においては，気象庁の定めた０～７の10階級の震度が用いられている。したがって，**b**の最高震度９が誤りである。０～７だと８階級ととらえがちであるが，震度５と６については，弱と強の二つに分割し，それぞれ独立した階級として数えるため，震度は10階級に分けられている。

震度が各地点での揺れの強さを表すのに対し，地震のエネルギー規模を表すのがマグニチュード(M)である。この値が２大きくなるとエネルギーは1000倍となり，１大きくなると約32倍となる。なお，マグニチュードは震度と異なり，最大値は決まっておらず，観測史上最大値は，1960年のチリ地震の9.5である。

これらのことから，震度が**a**，マグニチュードは**c**となり，正解の組合せは①となる。　$\boxed{1}$…①

問２　日本のようなプレートの沈み込む境界における震源の分布を問う問題である。プレートが沈み込む海溝やトラフでは，さまざまなタイプの地震が発生する。海洋プレートの沈み込みに伴って大陸プレートが引きずり込まれて歪みが蓄積し，それが限界に達すると岩盤が破壊され，大陸プレートが跳ね上がる海溝型地震(プレート境界地震)が発生する。また，沈み込む海洋プレート内では，海溝から大陸側に向かって震源の深度が深くなる深発地震(海洋プレート内地震)も発生している。さらに，プレート運動による力の影響を受けて，内陸では活断層(過去数十万年以内に活動し，今後も活動する可能性のある断層)が活動して内陸地震(内陸地殻内地震)も発生する(図１－１)。ただし，活断層自体は，内陸だけでなく海底にも分布することに注意しよう。

深発地震の震源は，海溝やトラフから沈み込んだプレートの表面や内部を震源として，100～約700 kmの深さで発生していると推定されており，震源の深さは，沈み込んだプレートのおおよその位置を示している。

よって，正解は①である。　$\boxed{2}$…①

【ポイント】

震　度

観測地で観測される地震による揺れの強さ。日本では，０～７の10階級に分けられる。

マグニチュード(M)

地震が放出したエネルギーの規模を表す。Mが１大きくなるとエネルギーは約32倍，Mが２大きくなるとエネルギーは1000倍。

海　溝

海洋プレートが沈み込むところに形成されている溝状の海底地形。最大水深が6000 mより深いところをいう。

プレートの沈み込みで発生する地震

海溝型地震：海溝付近で周期的に発生する巨大地震。

深発地震：沈み込む海洋プレートの表面と内部で発生する，震源の深さが100 kmを超える地震。

内陸地震：大陸プレートの内部で発生する震源の浅い地震。

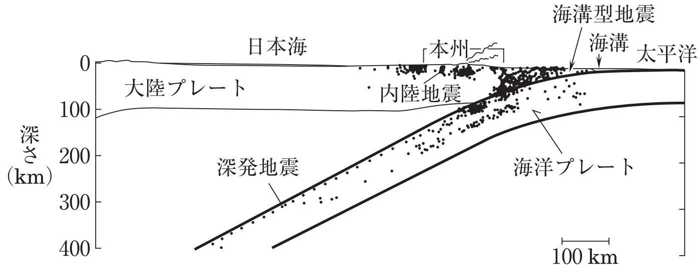


図1－1　東北日本の模式断面図(東西方向)

問3　震源や震央といった用語の理解を問う問題である。地震が発生し，最初に岩盤が破壊されて断層が形成され始めた点を震源，震源直上の地表の点を震央という(図1－2)。図1－2からわかるように，震源の深さは $\sqrt{50^2-40^2}=30$ km となり，正解は②となる。

$\boxed{3}$ …②

震　源

地震が発生した地点。最初に岩盤の破壊が生じ，断層が形成され始めた点。

震　央

震源の直上の地表の点。

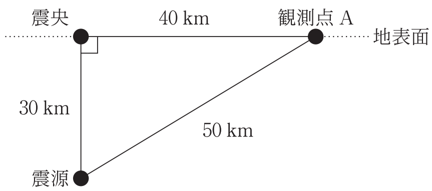


図1－2　震源と震央の関係

第2問　火　山

問題

日本は世界有数の火山国である。地下で発生したマグマが地表に噴出し，火山が噴火する。火山噴火が発生するしくみやマグマの性質による火山地形の違いなどを理解しよう。

問1　マグマから火山ガスが発泡する条件と火山ガスの主成分についての知識問題である。マグマは，マントルの岩石が部分的に融(と)けて発生する。発生したマグマは，周囲の岩石より密度が小さいために上昇し，周囲の岩石の密度と等しくなる地殻中で留まり，マグマだまりを形成する。マグマが上昇するとマグマにかかる圧力が低下($\boxed{ア}$)し，それまでマグマに溶け込んでいた水蒸気($\boxed{イ}$)を主成分とするガス成分がマグマから分離する(発泡する)。発泡したマグマが，マグマだまりからさらに上昇を続けると噴火に至る。

マグマだまりの圧力が低下すると，マグマ中に含まれていたガス成分が発泡することと，火山ガスの主成分は水蒸気(H_2O)であることは覚えておこう。

$\boxed{4}$ …①

火山噴火のきっかけ

ガス成分の発泡。

火山ガスの成分

主成分は水蒸気，その他に二酸化炭素や二酸化硫黄(いおう)を含む。

問2　火山の形状に関する知識問題である。マグマの性質は，SiO_2 質量%により，玄武岩質(塩基性)，安山岩質(中性)，流紋岩質(酸性)に区分される。この性質の違いにより，マグマの粘性(粘り気)や噴火の激しさ，火山の形状も異なる(表2－1)。

マグマの分類

SiO_2 質量%による。

玄武岩質	安山岩質	流紋岩質
45%　～	52%　～	66(63)%～

表２－１　火山活動

マグマの性質	玄武岩質	安山岩質	流紋岩質
粘　性 （流動性）	低　い （流れやすい）	⟷	高　い （流れにくい）
噴火のようす	穏やか	⟷	激しい
火山の形状	盾状火山	成層火山	溶岩ドーム
火山の規模	大規模	中規模	小規模

玄武岩質のマグマが噴火すると，粘性の低い大量の溶岩が流れ出て広がるため，山腹の傾斜が小さい盾状火山が形成される。安山岩質のマグマが噴火すると，粘性のやや高い溶岩と火山灰などの火砕物（火山砕屑物）が積み重なり，成層火山が形成される。流紋岩質のマグマが噴火すると，火山ガスがマグマから抜け出した場合は，粘性の高い溶岩がほとんど流れることなく盛り上がり，山腹の傾斜が大きい溶岩ドーム（溶岩円頂丘）を形成する（図２－１）。　$\boxed{5}$ …④

火山の形状

盾状火山：玄武岩質，大規模，山腹の傾斜が小さい形状。

成層火山：安山岩質，中規模，円錐形の形状。

溶岩ドーム（溶岩円頂丘）：流紋岩質，小規模，ドーム状の形状。

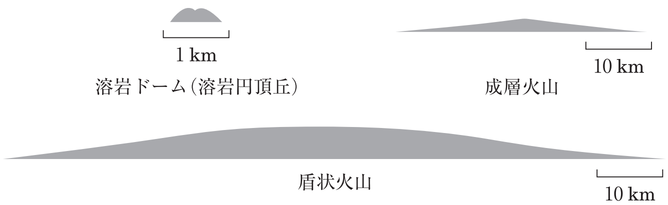


図２－１　火山の形状と規模

問３　岩石に関する知識問題である。火山は，火山砕屑物や溶岩が積み重なって形成される。火山砕屑物は火山灰などからなり，溶岩は火成岩のうちマグマが急激に冷やされて形成される火山岩からなる。よって，すべての岩石が火山岩である選択肢を選べばよい。火成岩についてまとめたものを表２－２に示す。

表２－２　火成岩の分類

マグマの種類				玄武岩質	安山岩質	流紋岩質
分類	火山岩	組織	斑　状	玄武岩	安山岩	流紋岩
	深成岩		等粒状	斑れい岩	閃緑岩	花こう岩

表２－２より，①が正解とわかる。他の選択肢について吟味すると，②，③，④の花こう岩は深成岩であり，③，④の凝灰岩は堆積岩であるので，不適当である。　$\boxed{6}$ …①

第３問　地　質

地学　第３問Ａ　に同じである。　問題

第４問　海　洋

地学　第４問Ａ　に同じである。　問題

第５問　宇　宙

地学　第５問Ａ　に同じである。　問題

物　　理

【解答・採点基準】

（100点満点）

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	問1		1	3	5	
	問2		2	4	5	
	問3		3	3	5	
	問4		4	4	5	
	問5		5	1	5	
	問6		6	2	5	
第1問　自己採点小計					(30)	
第2問	A	問1	1	7	5	
		問2	2	1	4	
	B	問3	3	1	5	
		問4	4	1	4	
		問5	5	2	5	
第2問　自己採点小計					(23)	
第3問	A	問1	1	3	5	
		問2	2	2	3	
			3	6	4	
	B	問3	4	7	4	
		問4	5	4	4	
		問5	6	1	4	
第3問　自己採点小計					(24)	
第4問	A	問1	1	6	5	
		問2	2	4	4	
	B	問3	3	3	5	
		問4	4	3	5	
		問5	5	8	4	
第4問　自己採点小計					(23)	
自己採点合計					(100)	

【解説】

第1問　小問集合 問題

問1　物体が静止しているときは，力のつりあいより，静止摩擦力の大きさは糸の張力の大きさ F に等しい。すなわち，

$R=F$（物体が静止しているとき）

であり，F が大きくなるにつれて R は大きくなる。ただし，静止摩擦力は最大で μN（N：物体が水平面から受ける垂直抗力の大きさ）までの値しか取り得ない。この値を**最大摩擦力**という。

糸の張力の大きさが最大摩擦力を超えると物体はすべり出し，物体は水平面から**動摩擦力**を受ける。すなわち，

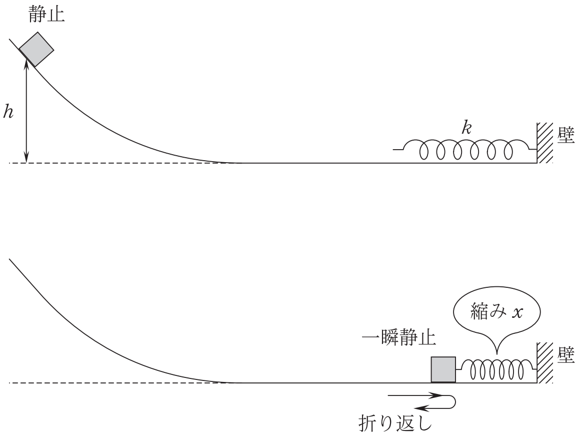
$R=\mu' N$（物体が水平面に対してすべっているとき）

であり，F が大きくなっても R は一定値である。本問では $N=mg$ となること，$\mu'<\mu$ であることに注意すると，F と R の関係を表すグラフは③となる。

$\boxed{1}$ の答　③

問2　ばねの縮みの最大値を x とする。下の2つの図の間で成り立つ**力学的エネルギー保存の法則**の式より，

$$mgh=\frac{1}{2}kx^2 \qquad \therefore \quad x=\sqrt{\frac{2mgh}{k}}$$



$\boxed{2}$ の答　④

問3　-10 ℃の氷がすべて融(と)け，なおかつ，はじめの氷の質量が最大（最大値を m〔g〕とする）の場合には，最終的に全体が0℃，$(m+100)$〔g〕の水になる。このとき，氷が吸収する熱量は次のようになる。

$$\underbrace{m\,[\mathrm{g}]\times 2.1\,[\mathrm{J/(g\cdot K)}]\times 10\,[\mathrm{K}]}_{\text{氷が }-10\text{℃から0℃まで温度上昇する際の吸熱量}}+\underbrace{m\,[\mathrm{g}]\times 334\,[\mathrm{J/g}]}_{\text{0℃の氷が0℃の水に融解する際の吸熱量}}=355m\,[\mathrm{J}]$$

一方，氷を融かすための熱は，はじめ71℃であった100gの水から供給される。その熱量は次のようになる。

$$100\,[\mathrm{g}]\times 4.2\,[\mathrm{J/(g\cdot K)}]\times 71\,[\mathrm{K}]=29820\,[\mathrm{J}]$$

【ポイント】

最大摩擦力

静止摩擦力の大きさには限界があり，その限界値を最大摩擦力という。

$$F_{max}=\mu N$$

F_{max}：最大摩擦力
μ　：静止摩擦係数
N　：垂直抗力

動摩擦力

$$F'=\mu' N$$

F'：動摩擦力
μ'：動摩擦係数
N：垂直抗力

力学的エネルギー

運動エネルギーに位置エネルギーを加えたものを力学的エネルギーという。位置エネルギーには，重力の位置エネルギーやばねの弾性エネルギーがある。

力学的エネルギー保存の法則

保存力（重力やばねの弾性力など）以外の力（非保存力）がはたらいていない，あるいは非保存力が仕事をしない場合には，力学的エネルギーが保存する。

$$E_{前}=E_{後}$$

$E_{前}$：はじめの力学的エネルギー
$E_{後}$：あとの力学的エネルギー

熱量の保存より，

$$29820=355m \qquad \therefore \quad m=\underline{84}〔\mathrm{g}〕$$

$\boxed{3}$ の答　③

問 4　1 サイクルの間に Q_{in}〔J〕の熱を吸収し，外部に対して差し引き W〔J〕の仕事をし，Q〔J〕の熱を外部へ放出する熱機関では，1 サイクルについてエネルギー保存の法則より次の式が成り立つ。

$$Q_{\mathrm{in}}=W+Q$$

熱効率 e は，Q_{in} に対する W の比で与えられるので，

$$e=\frac{W}{Q_{\mathrm{in}}}=\underline{\frac{W}{W+Q}}$$

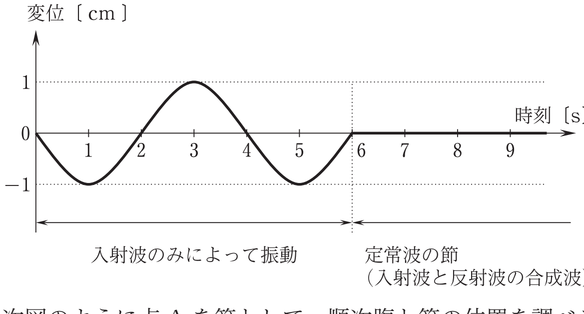
$\boxed{4}$ の答　④

問 5　時刻 0 秒に点 A にあった波の先頭は，時刻 6 秒に点 A に戻ってくる。この 6 秒間に波が進んだ距離は 3+3=6 cm なので，波の伝わる速さ v は，

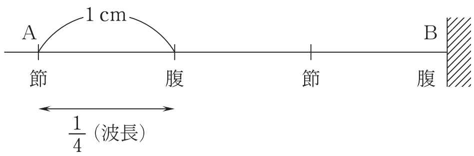
$$v=\frac{6\,\mathrm{cm}}{6\,\mathrm{s}}=\underline{1}_{\text{ア}}\,\mathrm{cm/s}$$

とわかる。

点 A には，時刻 6 秒に反射波が到達し，それ以降は入射波と反射波が合成され，**定常波**が生じる。図 4 を見ると，時刻 6 秒以降は点 A の変位が常に 0 となっており，点 A は定常波の節になっていることがわかる。



次図のように点 A を節として，順次腹と節の位置を調べると，端 B は腹となることがわかる。ここで，節と腹の間隔は $\frac{1}{4}$（波長）=1 cm であることを用いている。したがって，端 B は<u>**自由**</u>$_{\text{イ}}$**端**であることがわかる。



$\boxed{5}$ の答　①

問 6　$\mathrm{R_1}$ を流れる電流を I とすると，$\mathrm{R_2}$ と $\mathrm{R_3}$ は抵抗値が等しいので流れる電流は等しくなり，それぞれ $\frac{I}{2}$ となる（次図）。

熱量の保存

高温物体と低温物体が接触すると，やがて両物体の温度は等しくなり，熱平衡に達する。この際，高温物体から放出された熱量は，低温物体が吸収した熱量に等しい。

熱効率

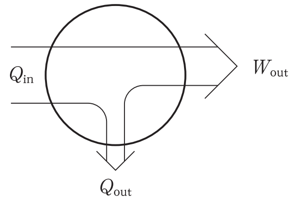
$$e=\frac{W_{\mathrm{out}}}{Q_{\mathrm{in}}}=\frac{Q_{\mathrm{in}}-Q_{\mathrm{out}}}{Q_{\mathrm{in}}}$$

e　：熱効率

W_{out}：熱機関が外部に差し引きする仕事

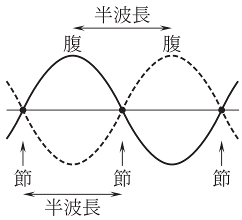
Q_{in}　：熱機関が吸収する熱量

Q_{out}：熱機関が放出する熱量



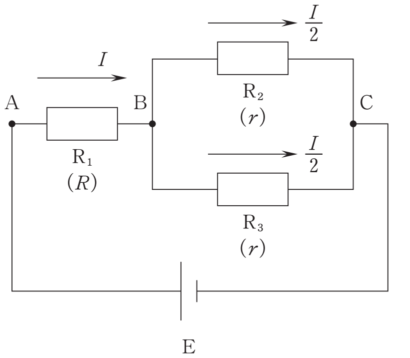
定常波

反対向きに同じ速さで進む波長・振幅の等しい正弦波が重なると，合成波はどちらにも進んでいないように見える。この合成波のことを定常波といい，全く振動しない所(節)と大きく振動する所(腹)が交互に並ぶ。



自由端

媒質が自由に振動できる端。定常波が生じるときには，自由端は腹となる。



消費電力の公式より，

AB 間の消費電力$=RI^2$

BC 間の消費電力$=r\cdot\left(\frac{I}{2}\right)^2+r\cdot\left(\frac{I}{2}\right)^2=\frac{1}{2}rI^2$

となる。これらが等しいので，

$$R=\underline{\frac{r}{2}}$$

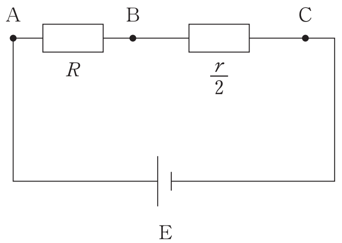
が得られる。

（**別解**）

BC 間の合成抵抗（**並列の合成抵抗**）の値を R_{BC} とすると，

$$\frac{1}{R_{BC}}=\frac{1}{r}+\frac{1}{r} \qquad \therefore \quad R_{BC}=\frac{r}{2}$$

となり，回路は次図と同じである。AB 間の消費電力と BC 間の消費電力が等しくなるためには，R が $\underline{\frac{r}{2}}$ に等しければよい。



$\boxed{6}$ の答　②

並列の合成抵抗

抵抗値 R_1，R_2 の 2 つの抵抗が並列に接続されているとき，次式で表される抵抗値 $R_{並列}$ の 1 つの抵抗に置き換えることができる。

$$\frac{1}{R_{並列}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

第 2 問　物体の運動　問題

A

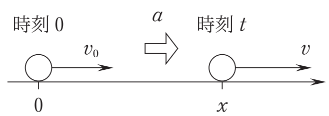
問 1　時刻 $t=0$ における小球 A の速さを v_0〔m/s〕，この運動の加速度を a〔m/s²〕とおく。小球 A は時刻 $t=3$ s に位置 $x=9$ m で一瞬静止して，x 軸負の向きへ折り返して運動していく。**等加速度直線運動の公式**より，

$$0=v_0+a\cdot 3 \qquad \cdots①$$

$$9=v_0\cdot 3+\frac{1}{2}a\cdot 3^2 \qquad \cdots②$$

が成り立つ。①，②を解いて，

等加速度直線運動の公式



速度　$v=v_0+at$

変位　$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$

$v^2-v_0{}^2=2ax$

a ：加速度

v_0：初速度

x ：変位

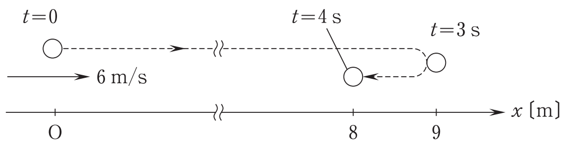
$$v_0=\underline{6}_{\text{ア}}\,\mathrm{m/s} \qquad a=\underline{-2}_{\text{イ}}\,\mathrm{m/s^2}$$

を得る。また，時刻 $t=4\,\mathrm{s}$ における小球の位置 x は，

$$x=v_0\cdot 4+\frac{1}{2}a\cdot 4^2$$

$$=6\cdot 4+\frac{1}{2}(-2)\cdot 4^2=\underline{8}_{\text{ウ}}\,\mathrm{m}$$

となる。この値は時刻 $t=0$ から時刻 $t=4\,\mathrm{s}$ までの走行距離（道のり）を表しているのではなく，$x=9\,\mathrm{m}$ で折り返してから時刻 $t=4\,\mathrm{s}$ で位置 $x=8\,\mathrm{m}$ に戻ってきていることを示している。



なお，図1に示されている時刻 $t=1$，2 s における位置は次のように確かめることができる。

$$t=1\,\mathrm{s}: \qquad x=6\cdot 1+\frac{1}{2}(-2)\cdot 1^2=5\,\mathrm{m}$$

$$t=2\,\mathrm{s}: \qquad x=6\cdot 2+\frac{1}{2}(-2)\cdot 2^2=8\,\mathrm{m}$$

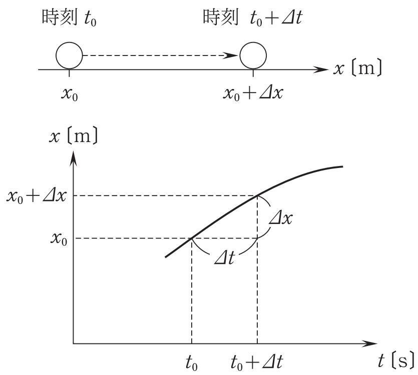
$\boxed{1}$ の答　⑦

問2　$x-t$ グラフの接線の傾きは速度を表す。これは次のようにして理解できる。

次図のように，時刻 t_0〔s〕に位置 x_0〔m〕を通過した小球が，時刻 $t_0+\varDelta t$〔s〕に位置 $x_0+\varDelta x$〔m〕へ達するとする。時間 $\varDelta t$〔s〕が十分に小さいとすれば，小球の速度 v は，

$$v=\frac{\varDelta x}{\varDelta t}$$

と与えられるが，これは $x-t$ グラフの $(t_0,\ x_0)$ における接線の傾きに等しい。



小球Bの速度が0，すなわち図2の曲線の接線の傾きが0となるのは時刻 $t=\underline{t_1}_{\text{エ}}$ である。また，小球Bの速さが最大となる，すなわち図2の曲線の接線の傾きの大きさが最大となるのは時刻 $t=\underline{t_2}_{\text{オ}}$ である。

$\boxed{2}$ の答　①

B

問 3　鉛直方向に着目すると，小球 P は初速度 0，鉛直下向きに大きさ g の加速度で等加速度直線運動を行う。求める時間を t とすると，等加速度直線運動の公式より，

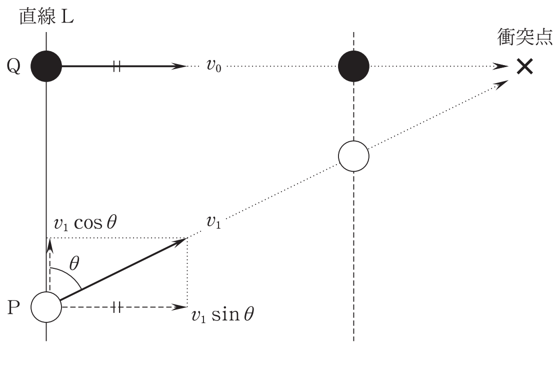
$$H=0\cdot t+\frac{1}{2}gt^2 \qquad \therefore \quad t=\underline{\sqrt{\frac{2H}{g}}}$$

$\boxed{3}$ の答　①

問 4　小球 P と小球 Q は質量が異なるが，質量に関係なく鉛直下向きの加速度の大きさは g である。すなわち，Q の加速度の大きさは P の加速度の大きさの $\underline{1}$ カ 倍である。また，水平方向については，ともに直線 L に対して垂直方向に速さ v_0 の等速度運動を行う。したがって，P から Q を見ると，相対初速度は 0 であり，相対加速度も 0 となるので，Q は<u>静止している</u> キ ように見える。

$\boxed{4}$ の答　①

問 5　小球 P と小球 Q は，鉛直方向に関して全く同じ運動であり，両者の高さは常に等しい。したがって，P，Q を真上から見た次図のように，初速度の直線 L に垂直な成分同士が等しくなっていれば，両者は衝突する。したがって，$\underline{v_1\sin\theta=v_0}$



$v_0=v_1\sin\theta$ の場合には，P と Q の直線 L からの水平距離は常に等しくなる。

（P，Q を真上から見た図）

$\boxed{5}$ の答　②

第 3 問　力と運動　問題

A

問 1　糸の張力の大きさを T_1 とすると，A 端のまわりの**力のモーメント**のつりあいより，

$$mg\cdot a=T_1\cdot(a+b) \qquad \therefore \quad T_1=\underline{\frac{a}{a+b}mg}$$

$\boxed{1}$ の答　③

問 2　糸の張力の大きさを T_2 とする。水平方向と鉛直方向につい

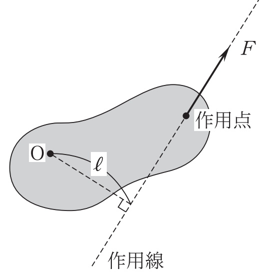
力のモーメント

$$M=F\ell$$

M：力のモーメント

F：力

ℓ：うでの長さ



て力のつりあいの式を立てると，

水平方向： $F=T_2\cos 60°$ …①

鉛直方向： $T_2\sin 60°=mg$ …②

①，②より，

$$T_2=\frac{2}{\sqrt{3}}mg \qquad F=\frac{1}{\sqrt{3}}mg$$

したがって，

$$\frac{F}{mg}=\underline{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

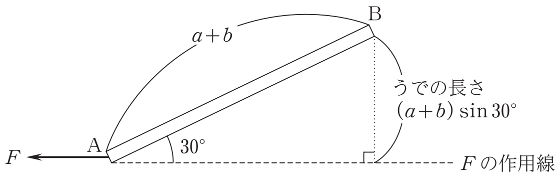
$\boxed{2}$ の答　②

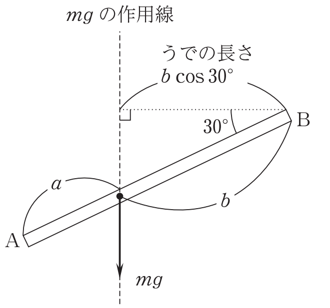
次に，B 端のまわりの力のモーメントのつりあいの式を立てる。次図に示すように，A 端に加えた水平方向の力 F と重力 mg のうでの長さはそれぞれ $(a+b)\sin 30°$，$b\cos 30°$ となるので，

$$F\cdot(a+b)\sin 30°=mg\cdot b\cos 30°$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}mg\right)\cdot(a+b)\frac{1}{2}=mg\cdot b\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore\quad \frac{a}{b}=\underline{2}$$

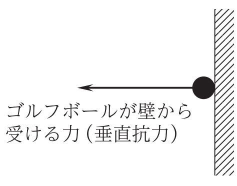




$\boxed{3}$ の答　⑥

B

問 3　なめらかな壁への衝突なので，壁からは摩擦力がはたらかず，次図のように垂直抗力のみがはたらく。**力積**の向きは力の向きに一致しているので，$\underline{⑦}$となる。



$\boxed{4}$ の答　⑦

力積

物体にはたらく力とその作用時間の積を力積という。力積の向きは力の向きに一致する。

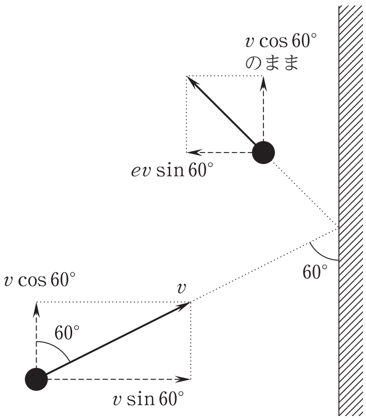
$$\vec{I}=\vec{F}\Delta t$$

$\vec{I}$：力積

$\vec{F}$：物体に作用する力

Δt：力の作用時間

問 4　衝突の際，ゴルフボールは壁面から壁面に対して平行な方向に力を受けないため，壁面に平行な方向の速度成分の大きさは変わらない。また，**固定面への斜め衝突**では，壁面に対して垂直な方向には速度成分の大きさが e 倍になってはね返る。すなわち，衝突前後のゴルフボールの速度は次図のようになっている。

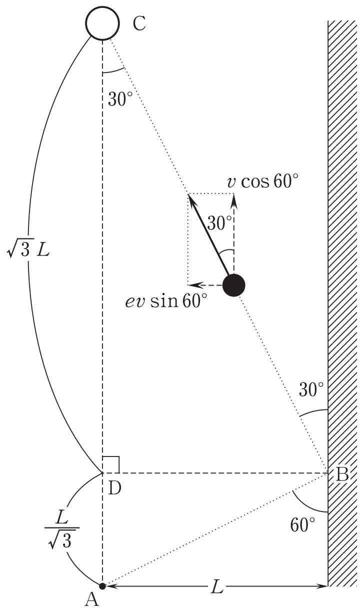


衝突の際，ゴルフボールが壁から受ける力積は，衝突前後のゴルフボールの運動量の変化に等しい。壁面に垂直で壁面に向かう向きを正の向きと定めれば，求める力積の大きさ I は，

$$I=\left|(-mev\sin 60^\circ)-(+mv\sin 60^\circ)\right|=\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}(1+e)mv}$$

$\boxed{5}$ の答　④

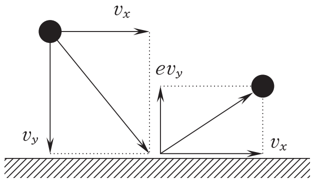
問 5　次図のように，衝突点 B で壁面に立てた法線と線分 AC の交点を D とすると，AD$=\dfrac{L}{\sqrt{3}}$，DC$=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}L-\dfrac{L}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\,L$ となるので，BC と壁面のなす角は 30° であることがわかる。



この図より，e の値は次のように求まる。

固定面への斜め衝突

なめらかな表面をもつ固定面に衝突する場合，摩擦力がはたらかないので平行方向には速度成分が変化せず，垂直方向には速度成分の大きさが e 倍になってはね返る。



$$\frac{ev\sin 60^\circ}{v\cos 60^\circ}=\tan 30^\circ \qquad \therefore\quad e=\underline{\frac{1}{3}}$$

$\boxed{6}$ の答　①

第 4 問　波動　**問題**

A

問 1　図 1 の**縦波**の波長を λ，振動数を f，周期を T とする。図 1 より，$\lambda=12a$ と読み取れるので，**波の基本式**より，

$$f=\frac{V}{\lambda}=\frac{V}{12a}$$

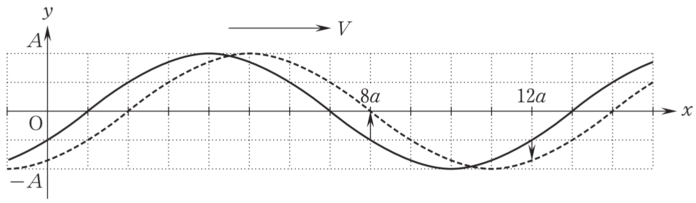
したがって，

$$T=\frac{1}{f}=\underline{\frac{12a}{V}}$$

$\boxed{1}$ の答　⑥

問 2　図 1 の時刻において，つりあいの位置からの変位が x 軸の負の向きに $\frac{A}{2}$，すなわち，$y=-\frac{A}{2}$ となっている媒質は $a \leqq x < 13a$ の範囲に 2 ヶ所あり，その媒質のつりあいの位置は $x=8a$，$12a$ である。

その 2 点における媒質の速度の向きを調べるために，図 1 の時刻から少し時間が経ったときの波形を次図に点線で示す。



つりあいの位置が $x=8a$ の媒質は少し時間が経つと，y 軸の正の向きに変位しており，速度が正であることがわかる。一方，つりあいの位置が $x=12a$ の媒質は，y 軸の負の向きに変位しており，速度が負であることがわかる。

以上より，求める媒質の位置は $x=\underline{8a}$ である。

$\boxed{2}$ の答　④

B

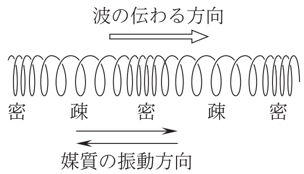
本問のように，管の一端が水面で閉じられており，他端が開いている**閉管の共鳴**の場合，基本振動は管口に腹，水面に節があり，それ以外に腹と節が存在しない振動を指す。

問 3　管 A には次図のように，基本振動による定常波が生じている。管 A に生じている共鳴音の波長を λ_A とすると，$\frac{\lambda_A}{4}$ が 16.0 cm に等しいので，求める音速 V は，波の基本式より，

$$V=f\lambda_A=523\,[\mathrm{Hz}]\times(4\times 0.160\,[\mathrm{m}])\fallingdotseq\underline{335}\,[\mathrm{m/s}]$$

縦波

つるまきばねの振動がばねの長さの方向に伝わっていくように，波の伝わる方向と媒質の振動方向が平行な波を縦波という。媒質の疎密が移動するので疎密波ともいう。

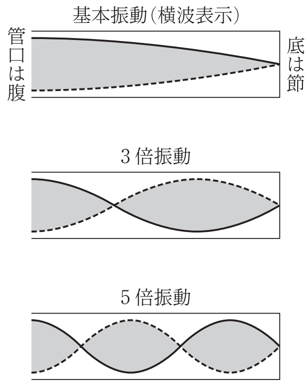


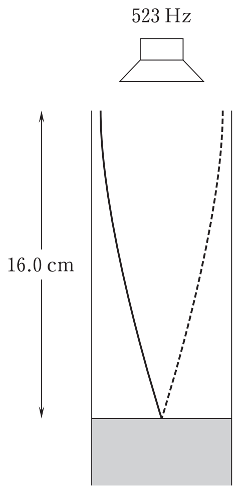
波の基本式

$$v=f\lambda \qquad f=\frac{1}{T}$$

v：波の伝わる速さ
f：振動数
λ：波長
T：周期

閉管の共鳴



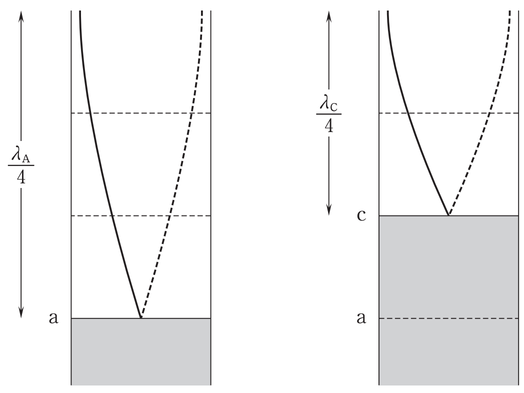


$\boxed{3}$ の答　③

問 4　管 C に生じている共鳴音の波長を λ_C とすると，

$$V=\left(\frac{3}{2}f\right)\lambda_C$$

が成り立つので，$\dfrac{\lambda_C}{\lambda_A}=\dfrac{2}{3}$ である。管 A と管 C に生じている基本振動による定常波の様子は次図のようになる。水面の位置 c は，$\dfrac{\lambda_C}{4}$ が $\dfrac{\lambda_A}{4}$ の $\dfrac{2}{3}$ 倍となる位置である。ここでは基本振動を考えているので管口と水面以外の場所に腹や節は存在しないことに注意しよう。したがって，水面 c の位置は③となる。



管 A　　　　管 C

$\boxed{4}$ の答　③

問 5　**気温と音速の関係**より，気温が上昇すると，音速は増加$_{ア}$する。水面の位置が変わらないとき，音速が増加すると，波の基本式より，基本振動数も増加$_{イ}$することがわかる。ここで，基本振動による共鳴音が聞こえているときには，管口と水面の距離が波長の $\dfrac{1}{4}$ 倍に等しく，波長に変化はないことに注意しよう。

管 A，B，C での基本振動の波長をそれぞれ λ_A，λ_B，λ_C とす

気温と音速の関係

気温が t〔℃〕のときの音速 V〔m/s〕は，次式で与えられることが知られている。

$$V=331.5+0.6t$$

る。また，音速が V から V' と増加したときの管A，B，Cの基本振動数を f_A，f_B，f_C とすれば，音速が増加する前後で波の基本式を立てると，次のようになる。

変化前

$$A：V=f\lambda_A$$

$$B：V=\left(\frac{5}{4}f\right)\lambda_B$$

$$C：V=\left(\frac{3}{2}f\right)\lambda_C$$

変化後

$$A：V'=f_A\lambda_A$$

$$B：V'=f_B\lambda_B$$

$$C：V'=f_C\lambda_C$$

したがって，

$$f_A：f_B：f_C=\frac{V'}{\lambda_A}：\frac{V'}{\lambda_B}：\frac{V'}{\lambda_C}=\frac{V}{\lambda_A}：\frac{V}{\lambda_B}：\frac{V}{\lambda_C}$$

$$=f：\frac{5}{4}f：\frac{3}{2}f=4：5：6$$

すなわち，気温が上昇しても，各管の基本振動数の比$_{ウ}$は変化しない。

5 の答　⑧

化　　学

【解答・採点基準】

（100 点満点）

問題番号	設問	解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	問 1	1	1	3	
		2	2	3	
	問 2	3	5	4	
	問 3	4	3	4	
	問 4	5	2	4	
	問 5	6	5	3	
	問 6	7	5	4	
第 1 問　自己採点小計				(25)	
第2問	問 1	1	5	4	
	問 2	2	4	4	
	問 3	3	3	4	
	問 4	4	2	3	
	問 5	5	3	4	
	問 6	6	1	3	
		7	4	3	
第 2 問　自己採点小計				(25)	
第3問	問 1	1	5	4	
	問 2	2	1	3	
	問 3	3	1	4	
		4	3	3	
	問 4	5	3	3	
	問 5	6	6	4	
	問 6	7	5	4	
第 3 問　自己採点小計				(25)	
第4問	問 1	1	4	3	
	問 2	2	1	3	
	問 3	3	4	4	
	問 4	4	1	4	
		5	6	4	
	問 5	6	6	3	
	問 6	7	2	4	
第 4 問　自己採点小計				(25)	
自己採点合計				(100)	

【解説】

第 1 問　物質の構成(物質の構成粒子，化学結合，結晶) 問題

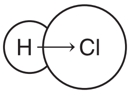
問 1　化学結合，分子の極性

a　金属元素と非金属元素からなる物質では，多くの場合，金属元素の原子が電子を放出して陽イオンに，非金属元素の原子が電子を受け取って陰イオンになり，陽イオンと陰イオンがイオン結合によって結びついている。非金属元素からなる物質では，多くの場合，非金属元素の原子どうしが共有結合で結びついている。金属元素からなる物質では，金属元素の原子が，自由電子による金属結合によって結びついている。

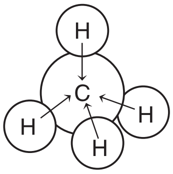
①塩化カルシウム $CaCl_2$ では，カルシウムイオン Ca^{2+} と塩化物イオン Cl^- がイオン結合によって結びついている。②白金 Pt では，白金原子 Pt が金属結合によって結びついている。③一酸化炭素 CO では，炭素原子 C と酸素原子 O が共有結合によって結びついている。④フッ化水素 HF では，水素原子 H とフッ素原子 F が共有結合によって結びついている。⑤酸素 O_2 では酸素原子 O が共有結合によって結びついている。

$\boxed{1}$ …①

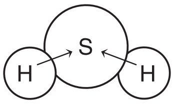
b　①～⑤の分子の形と，結合の極性を示す。共有電子対は → の方向に引きよせられ，結合に極性が生じる。



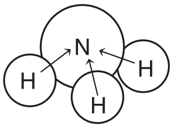
① HCl



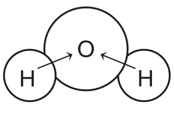
② CH_4



③ H_2S



④ NH_3



⑤ H_2O

このうち，①塩化水素 HCl のような二原子分子は，結合に極性がある場合は，分子全体として極性をもつ。多原子分子のうち，②メタン CH_4 は正四面体形であり，4 個の C−H 結合の極性が打ち消し合うので分子全体として極性をもたない。③硫化水素 H_2S，④アンモニア NH_3，⑤水 H_2O は，いずれも結合の極性が打ち消されないので分子全体として極性をもつ。なお，分子全体として極性のある分子を極性分子，極性のない分子を無極性分子という。

$\boxed{2}$ …②

問 2　原子の構造

$^{37}_{17}Cl$ の原子番号は 17 なので，原子核には$_ア$ $\boxed{17}$ 個の陽子が存在

【ポイント】

イオン結合

陽イオンと陰イオンが静電気力(クーロン力)によって結びついてできる結合。

結合の極性

異なる原子間の共有結合では原子間に電荷のかたよりがある。これを結合の極性という。

無極性分子

極性のない分子。

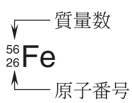
H_2，N_2，CH_4，CO_2 など

極性分子

極性のある分子。

HCl，NH_3，H_2O，H_2S など

原子番号，質量数



(原子番号) = (陽子の数) = (電子の数)

(質量数) = (陽子の数) + (中性子の数)

化学

している。また，質量数 37 より，中性子の数は 37－17＝$_{イ}\boxed{20}$ である。電子殻には 17 個の電子が存在しており，このうち K 殻に 2 個，L 殻に 8 個，M 殻に$_{ウ}\boxed{7}$ 個の電子がそれぞれ存在する。よって，正解は⑤である。

$\boxed{3}$ …⑤

問 3　分子の構造

炭素原子，窒素原子，酸素原子，フッ素原子にはそれぞれ価電子が 4 個，5 個，6 個，7 個存在しており，その電子式は次のように表される。

対になっていない電子を不対電子といい，不対電子を共有することで共有結合が形成される。共有結合をつくっている電子対を共有電子対という。一方，はじめから電子対になっていて，共有結合に使われていない電子対を非共有電子対という。二酸化炭素 CO_2，窒素 N_2，フッ素 F_2 を電子式で表すと次のようになる。（非共有電子対を ‥ で表す。）

	CO_2	N_2	F_2
非共有電子対の数	4	2	6

よって，非共有電子対の数は，多い順に，$F_2 > CO_2 > N_2$ である。

$\boxed{4}$ …③

問 4　第 2 周期の元素とその性質

①　正しい。安定な電子配置をもつ希ガスの原子は陽イオンになりにくく，イオン化エネルギー（第一イオン化エネルギー）が極めて大きい。第 2 周期では，希ガスであるネオンのイオン化エネルギーが最大である。

②　誤り。リチウムなどアルカリ金属の原子は陰イオンになりにくく，電子親和力は小さい。なお，ハロゲンの原子は電子親和力が大きく，陰イオンになりやすい。第 2 周期では，ハロゲンであるフッ素の電子親和力が最も大きい。

③　正しい。一般に，電気陰性度は，希ガスを除いて周期表の右上にある元素ほど大きく，左下にある元素ほど小さい。フッ素は，すべての元素の中で電気陰性度が最も大きい。

④　正しい。第 1 周期から第 3 周期の元素はすべて典型元素である。なお，遷移元素は 3 族から 11 族の元素であり，第 4 周期以降に表れる。

⑤　正しい。第 2 周期の元素のうち，単体が常温・常圧で気体であるものは窒素（N_2），酸素（O_2，O_3），フッ素（F_2），ネオン（Ne）の 4 種類である。

$\boxed{5}$ …②

問 5　結晶の構造（面心立方格子）

面心立方格子の単位格子を二つつないだ構造を考えると，○で表した原子を，●で表した原子 12 個が取り囲んでいること

共有結合

非金属元素の原子が不対電子を出し合い，共有することによって生じる結合

イオン化エネルギー（第一イオン化エネルギー）

原子から電子 1 個を取り去って 1 価の陽イオンにするときに必要なエネルギー。この値が小さい原子ほど陽イオンになりやすい。同一周期では，アルカリ金属の原子の値が最も小さく，希ガスの原子の値が最も大きい。

電子親和力

原子が電子 1 個を受け取って 1 価の陰イオンになるときに放出するエネルギー。この値が大きい原子ほど陰イオンになりやすい。同一周期では，ハロゲンの原子の値が最も大きい。

電気陰性度

原子が共有電子対を引きつける強さを表した数値。周期表で希ガスを除いて，右上にある元素ほど大きくなる。

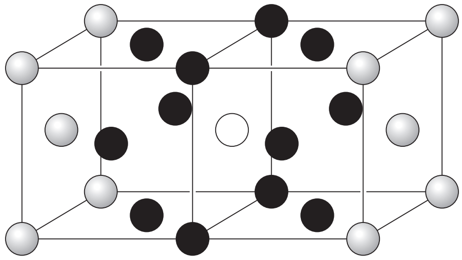
単体の状態（常温・常圧）

気体　H_2，N_2，O_2（O_3），F_2，Cl_2，希ガス（He，Ne，Ar など）

液体　Br_2，Hg

固体　上記以外の単体

がわかる。したがって，配位数は 12 である。



なお，面心立方格子は六方最密構造とともに，同じ大きさの球を最も密に詰めた最密構造である。最密構造では，配位数は 12 である。

$\boxed{6}$ …⑤

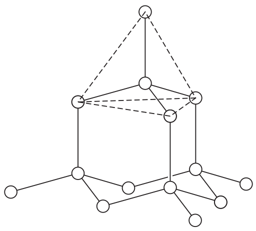
問 6　結晶の分類と性質

① 正しい。アルミニウム Al などの金属結晶は，薄く広げて箔にすることができる性質(展性)や，線状に引き延ばすことができる性質(延性)を示す。

② 正しい。ヨウ素 I_2 の結晶では，分子がファンデルワールス力によって結びついている。なお，ファンデルワールス力は弱いので，分子結晶は一般に融点が低く，ヨウ素のように昇華しやすいものもある。

③ 正しい。塩化ナトリウム NaCl などのイオン結晶の固体は，イオンが自由に動けないため電気を導かないが，融解して液体になると，イオンが動けるため電気を導く。なお，水に溶かした場合も，イオンが動けるため電気を導く。

④ 正しい。ダイヤモンドの結晶は共有結合の結晶に分類され，1 個の炭素原子は 4 個の炭素原子と共有結合している。



⑤ 誤り。二酸化ケイ素 SiO_2 の結晶は共有結合の結晶に分類され，1 個のケイ素原子は 4 個の酸素原子と共有結合している。

なお，結晶を構成するケイ素原子 Si と酸素原子 O の個数の比は 1：2 なので，二酸化ケイ素は組成式 SiO_2 で表される。

面心立方格子

最密構造の一つで，単位格子には 4 個の原子が含まれ，一つの原子は 12 個の原子と接している(配位数 12)。

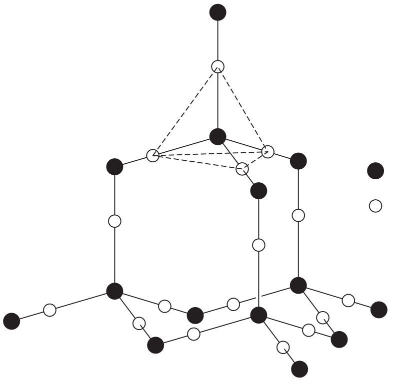
結晶の種類と分類

イオン結晶　陽イオンと陰イオンがイオン結合で結びついた結晶。硬いがもろい。固体状態では電気を導かないが，水溶液や液体は電気を導く。

分子結晶　分子が分子間力(ファンデルワールス力や水素結合)によって結びついた結晶。軟らかくもろい。電気を導かない。

金属結晶　金属原子が自由電子によって結びついた結晶。展性，延性を示し，電気をよく導く。

共有結合の結晶　原子が共有結合によって次々と結びついた結晶。非常に硬く，電気を導かない。(ただし，黒鉛は軟らかく，また，電気を導く。)



$\boxed{7}$ …⑤

問題

第 2 問　水溶液の濃度，酸・塩基，水素イオン濃度と pH，中和反応

問 1　水溶液の濃度

シュウ酸二水和物 $(COOH)_2 \cdot 2H_2O$ (126 g/mol) 0.63 g の物質量は，

$$\frac{0.63\ \mathrm{g}}{126\ \mathrm{g/mol}} = 5.0\times10^{-3}\ \mathrm{mol}$$

$(COOH)_2 \cdot 2H_2O$ の物質量とそれに含まれる $(COOH)_2$ の物質量は等しい。よって，5.0×10^{-3} mol の $(COOH)_2$ が溶けている 100 mL の水溶液のモル濃度は，

$$\frac{5.0\times10^{-3}\ \mathrm{mol}}{\frac{100}{1000}\ \mathrm{L}} = 5.0\times10^{-2}\ \mathrm{mol/L}$$

$\boxed{1}$ …⑤

問 2　酸と塩基の定義

ア　CH_3COO^- は H_2O から H^+ を受け取っているので，塩基としてはたらいている。

$$\underline{CH_3COO^-} + H_2O \rightleftarrows CH_3COOH + OH^-$$

H^+

イ　NH_4^+ は H_2O に H^+ を与えているので，酸としてはたらいている。

$$\underline{NH_4^+} + H_2O \rightleftarrows NH_3 + H_3O^+$$

H^+

ウ　H_2O は CO_3^{2-} に H^+ を与えているので，酸としてはたらいている。

$$CO_3^{2-} + \underline{H_2O} \rightleftarrows HCO_3^- + OH^-$$

H^+

エ　HCO_3^- は H_2O から H^+ を受け取っているので，塩基としてはたらいている。

モル濃度

溶液 1 L に溶解している溶質の物質量〔mol〕で表した濃度。

モル濃度〔mol/L〕

$$= \frac{\text{溶質の物質量〔mol〕}}{\text{溶液の体積〔L〕}}$$

ブレンステッド・ローリーの定義

酸とは水素イオン H^+ を他に与える物質であり，塩基とは水素イオン H^+ を他から受け取る物質である。

$$\underline{HCO_3^-} + H_2O \rightleftarrows H_2CO_3 + OH^-$$

H^+

よって，正解は④(**イ・ウ**)である。

$\boxed{2}$ …④

問 3　酸性・塩基性

①　正しい。ヒトの胃液には塩酸が含まれており，酸性である。よって，pH は 7 より小さい。なお，胃液の pH は 1.5〜2.0 程度である。

②　正しい。セッケンの水溶液は塩基性であり，pH は 9〜10 程度である。

③　誤り。レモン汁には酸が含まれているので，酸性であり，青色リトマス紙を赤変させる。

④　正しい。食酢には酢酸 CH_3COOH などの酸が含まれており，酸性である。よって，水素イオン濃度は 1.0×10^{-7} mol/L より大きい。

⑤　正しい。雨水には二酸化炭素が溶けこんでいるので，pH は 5.6 程度であるが，二酸化硫黄 SO_2 のような硫黄酸化物や NO_2 のような窒素酸化物が大気中で硫酸や硝酸になり，雨水に溶け込むと，pH が 5.6 より小さくなる。このような雨を酸性雨という。

$\boxed{3}$ …③

水溶液の性質と pH の関係(25 ℃)

酸性：$[H^+] > 1\times10^{-7}$ mol/L $> [OH^-]$
　pH<7

中性：$[H^+] = 1\times10^{-7}$ mol/L $= [OH^-]$
　pH＝7

塩基性：$[H^+] < 1\times10^{-7}$ mol/L $< [OH^-]$
　pH>7

問 4　塩基の強弱と価数

①水酸化カリウム KOH は 1 価の強塩基，②水酸化カルシウム $Ca(OH)_2$ は 2 価の強塩基，③水酸化銅(Ⅱ) $Cu(OH)_2$ は 2 価の弱塩基，④アンモニア NH_3 は 1 価の弱塩基である。なお，アルカリ金属およびアルカリ土類金属の水酸化物は強塩基である。

$\boxed{4}$ …②

問 5　水素イオン濃度と pH

a　pH 1 の塩酸の水素イオン濃度は $[H^+] = 1.0\times10^{-1}$ mol/L である。これを水で 10 倍に希釈すると $[H^+]$ は，

$$[H^+] = \frac{1.0\times10^{-1}\ \text{mol/L}}{10} = 1.0\times10^{-2}\ \text{mol/L}$$

b　硫酸は次のように 2 段階で電離する。

$$H_2SO_4 \longrightarrow H^+ + HSO_4^- \quad \cdots\cdots(1)$$

$$HSO_4^- \rightleftarrows H^+ + SO_4^{2-} \quad \cdots\cdots(2)$$

(1)式では H_2SO_4 は完全に電離し，(2)式では HSO_4^- の一部が電離する。

したがって，1.0×10^{-2} mol/L の硫酸の水素イオン濃度 $[H^+]$ は，1.0×10^{-2} mol/L より大きい。

c　1.0×10^{-1} mol/L の酢酸水溶液(電離度 0.010)の水素イオン濃度 $[H^+]$ は，

$$[H^+] = 1.0\times10^{-1}\ \text{mol/L}\times0.010 = 1.0\times10^{-3}\ \text{mol/L}$$

電離度

$$= \frac{\text{電離した電解質の物質量}}{\text{溶解した電解質の物質量}}$$

以上より，水素イオン濃度$[H^+]$は，大きい順に **b** ＞ **a** ＞**c** である。

$\boxed{5}$ …③

問 6　中和反応と量的関係

0.10 mol/L の塩酸 10 mL と過不足なく反応する 0.20 mol/L の水酸化ナトリウム水溶液の体積を v〔mL〕とすると，

$$1 \times 0.10\ \mathrm{mol/L} \times \frac{10}{1000}\ \mathrm{L} = 1 \times 0.20\ \mathrm{mol/L} \times \frac{v}{1000}\ 〔\mathrm{L}〕$$

$$v = 5.0\ \mathrm{mL}$$

a　水酸化ナトリウム水溶液を滴下すると，中和反応により，水素イオンのモル濃度は次第に減少し，5.0 mL のとき，ほぼ 0 になる。よって，①のグラフが適当である。

なお，水酸化ナトリウム水溶液の滴下量を x〔mL〕とすると，中和点までの$[H^+]$と x の関係は次式で表される。

$$[\mathrm{H^+}] = \frac{0.10\ \mathrm{mol/L} \times \frac{10}{1000}\ \mathrm{L} - 0.20\ \mathrm{mol/L} \times \frac{x}{1000}〔\mathrm{L}〕}{\frac{10+x}{1000}〔\mathrm{L}〕}$$

$$= \frac{1.0 - 0.20x}{10+x}〔\mathrm{mol/L}〕$$

したがって，水酸化ナトリウム水溶液の滴下量と水素イオンのモル濃度は比例関係ではないので，グラフは直線にはならない。

$\boxed{6}$ …①

b　ナトリウムイオン Na^+ は水溶液中で電離したままなので，その物質量は，水酸化ナトリウム水溶液の滴下に伴って増加していく。よって，答えは④である。

なお，ナトリウムイオンのモル濃度を$[Na^+]$，水酸化ナトリウム水溶液の滴下量を x〔mL〕とすると，塩酸の体積が 10 mL であることから次式が成り立つ。

$$[\mathrm{Na^+}] = \frac{0.20\ \mathrm{mol/L} \times \frac{x}{1000}〔\mathrm{L}〕}{\frac{10+x}{1000}〔\mathrm{L}〕} = \frac{0.20x}{10+x}\ 〔\mathrm{mol/L}〕$$

したがって，水酸化ナトリウム水溶液の滴下量とナトリウムイオンのモル濃度は比例関係ではないので，グラフは直線にはならない。

$\boxed{7}$ …④

中和反応の量的関係

酸から生じる H^+ の物質量
　＝塩基から生じる OH^- の物質量
したがって，
酸の価数×酸の物質量
　＝塩基の価数×塩基の物質量

第3問　酸化と還元，物質量と化学反応式　問題

問1　酸化還元と酸化剤，還元剤

ア，**イ**における反応前後での酸化数の変化を次に示す。

ア　$2\,\underset{0}{\underline{\mathrm{Mg}}} + \underset{+4}{\underline{\mathrm{C}}}\mathrm{O_2} \longrightarrow 2\,\underset{+2}{\underline{\mathrm{Mg}}}\mathrm{O} + \underset{0}{\underline{\mathrm{C}}}$

還元

酸化

イ　$\underset{+2}{\underline{\mathrm{Cu}}}\mathrm{O} + \underset{0}{\underline{\mathrm{H_2}}} \longrightarrow \underset{0}{\underline{\mathrm{Cu}}} + \underset{+1}{\underline{\mathrm{H_2}}}\mathrm{O}$

酸化

還元

①　正しい。**ア**ではマグネシウム原子 Mg の酸化数は 0 から +2 に増加しており，マグネシウムは酸化されている。

②　正しい。**ア**では炭素原子 C の酸化数は +4 から 0 に減少している。

③　正しい。**イ**では銅原子 Cu の酸化数は +2 から 0 へと減少しており，酸化銅(Ⅱ)CuO は還元されている。

④　正しい。過酸化水素 H_2O_2 を除き，化合物中での酸素原子 O の酸化数は −2 である。**イ**では反応の前後で O の酸化数は，いずれも −2 で変化していない。

⑤　誤り。**イ**では水素原子 H の酸化数は 0 から +1 へと増加しており，水素 H_2 は還元剤としてはたらいている。

$\boxed{1}$ …⑤

問2　酸化数

ア　H_2S 中の硫黄原子 S の酸化数を x とすると，

$(+1)\times2+x=0$ より，$x=-2$

イ　$FeCl_2$ は Fe^{2+} と Cl^- からなる化合物であり，Fe の酸化数は+2 である。

ウ　Na_2SO_4 は Na^+ と SO_4^{2-} からなる化合物であり，SO_4^{2-} の酸化数の総和は −2 である。S の酸化数を x とすると，

$x+(-2)\times4=-2$ より，$x=+6$

エ　MnO_2 中のマンガン原子 Mn の酸化数を x とすると，

$x+(-2)\times2=0$ より，$x=+4$

$\boxed{2}$ …①

問3　酸化還元反応

過酸化水素は，酸化剤として(1)式，還元剤として(2)式のようにそれぞれはたらく。

$$\mathrm{H_2O_2} + 2\,\mathrm{H^+} + 2\,\mathrm{e^-} \longrightarrow 2\,\mathrm{H_2O} \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\mathrm{H_2O_2} \longrightarrow \mathrm{O_2} + 2\,\mathrm{H^+} + 2\,\mathrm{e^-} \quad \cdots\cdots(2)$$

a　硫酸酸性の過酸化水素水にヨウ化カリウム水溶液を加えると，ヨウ素が生成したことから，ヨウ化物イオンは酸化されたこ

酸化と還元

酸化　原子または物質が電子を失う変化。酸化された原子は電子を失い，酸化数が増加する。

還元　原子または物質が電子を得る変化。還元された原子は電子を得て，酸化数が減少する。

酸化数の決め方

1. 単体中の原子は 0
2. 化合物中の H 原子やアルカリ金属原子は +1
3. 化合物中の O 原子は −2（H_2O_2 では −1）
4. 化合物では，構成原子の酸化数の総和は 0
5. 単原子イオンの酸化数はイオンの価数と等しい。
6. 多原子イオンでは，構成原子の酸化数の総和はそのイオンの価数と等しい。

酸化剤と還元剤

酸化剤　相手を酸化する物質。自身は還元されて，酸化数が減少する原子を含む。

還元剤　相手を還元する物質。自身は酸化されて，酸化数が増加する原子を含む。

とがわかる。よって，このとき過酸化水素$_{ア}\boxed{H_2O_2}$が酸化剤としてはたらき，ヨウ化カリウム$_{イ}\boxed{KI}$が還元剤としてはたらいている。

硫酸酸性の過酸化水素水に過マンガン酸カリウム水溶液を加えると酸素が発生したことから，過酸化水素は(2)式のように還元剤としてはたらいたことがわかる。よって，過マンガン酸カリウムが$_{ウ}$$\boxed{\text{酸化剤}}$としてはたらいている。

なお，ヨウ化物イオンが酸化されるときの e^- を含むイオン反応式は(3)式で表される。

$$2I^- \longrightarrow I_2 + 2e^- \quad \cdots\cdots(3)$$

(1)式+(3)式より，次のイオン反応式が得られる。

$$2I^- + H_2O_2 + 2H^+ \longrightarrow I_2 + 2H_2O$$

両辺に $2K^+$，$SO_4{}^{2-}$ を加えて整理すると，硫酸酸性の過酸化水素水にヨウ化カリウム水溶液を加えたときに起こる反応の化学反応式が得られる。

$$2KI + H_2O_2 + H_2SO_4 \longrightarrow I_2 + K_2SO_4 + 2H_2O$$

また，過マンガン酸イオンが酸化剤としてはたらくときの e^- を含むイオン反応式は(4)式で表される。

$$MnO_4{}^- + 8H^+ + 5e^- \longrightarrow Mn^{2+} + 4H_2O \quad \cdots\cdots(4)$$

(4)式×2+(2)×5 式より，次のイオン反応式が得られる。

$$2MnO_4{}^- + 5H_2O_2 + 6H^+ \longrightarrow 2Mn^{2+} + 8H_2O + 5O_2$$

両辺に $2K^+$，$3SO_4{}^{2-}$ を加えて整理すると，硫酸酸性の過酸化水素水に過マンガン酸カリウム水溶液を加えたときに起こる反応の化学反応式が得られる。

$$2KMnO_4 + 5H_2O_2 + 3H_2SO_4 \longrightarrow 2MnSO_4 + K_2SO_4 + 8H_2O + 5O_2$$

$\boxed{3}$ …①

b 硫酸酸性の過酸化水素水にヨウ化カリウム水溶液を加えたときの反応は，次の化学反応式で表される。

$$2KI + H_2O_2 + H_2SO_4 \longrightarrow I_2 + K_2SO_4 + 2H_2O$$

反応式の係数から，反応した過酸化水素の物質量と生成したヨウ素の物質量は等しい。

過酸化水素のモル濃度を x〔mol/L〕とすると，

$$x\,[\text{mol/L}] \times \frac{10}{1000}\,\text{L} = 3.0 \times 10^{-3}\,\text{mol}$$

$$x = 0.30\,\text{mol/L}$$

$\boxed{4}$ …③

問 4　金属のイオン化傾向

ア H_2 よりイオン化傾向の大きい金属の単体に希硫酸や希塩酸を加えると，金属の単体は H^+ に電子 e^- を与えて H_2 が発生する。

イオン化傾向

金属の単体が水(溶液)中で電子を放出し，陽イオンになろうとする性質。イオン化傾向が大きい金属の単体ほど水中で電子を放出してイオンになりやすく，イオン化傾向が小さい金属のイオンほど電子を受け取り単体になりやすい。

Li＞K＞Ca＞Na＞Mg＞Al＞Zn＞Fe＞Ni＞Sn＞Pb＞(H_2)＞Cu＞Hg＞Ag＞Pt＞Au

$Zn + 2H^+ \longrightarrow Zn^{2+} + H_2$

イ　イオン化傾向が Fe＞Cu であるので，Fe は Cu^{2+} に e^- を与えて Cu の単体が生成する。

$Fe + Cu^{2+} \longrightarrow Fe^{2+} + Cu$

ウ　H_2 よりイオン化傾向の小さい Cu，Hg，Ag は，希硫酸や希塩酸とは反応しないが，酸化力の強い濃硝酸とは反応し，NO_2 を発生しながら溶解する。なお，銅と濃硝酸の反応は次の化学反応式で表される。

$Cu + 4HNO_3 \longrightarrow Cu(NO_3)_2 + 2H_2O + 2NO_2$

エ　イオン化傾向の大きい Li，K，Ca，Na などは，常温で水と反応して H_2 を発生しながら溶解する。

$2Na + 2H_2O \longrightarrow 2NaOH + H_2$

$\boxed{5}$…③

問5　物質量

ア　1 mol の塩化アルミニウム $AlCl_3$ には，1 mol のアルミニウムイオン Al^{3+} と 3 mol の塩化物イオン Cl^- が含まれるので，アルミニウムイオンと塩化物イオンは合わせて 4 mol 含まれる。したがって，塩化アルミニウムの物質量は，それに含まれるアルミニウムイオンと塩化物イオンの物質量の和の $\frac{1}{4}$ である。アルミニウムイオンと塩化物イオンの物質量の和は，

$$\frac{2.4\times10^{23}}{6.0\times10^{23}/\text{mol}}=0.40\ \text{mol}$$

塩化アルミニウムの物質量 **a** は，

$$0.40\ \text{mol}\times\frac{1}{4}=0.10\ \text{mol}$$

イ　標準状態での気体のモル体積は 22.4 L/mol であることから，標準状態で 1.4 L のメタン CH_4 の物質量は，

$$\frac{1.4\ \text{L}}{22.4\ \text{L/mol}}=0.0625\ \text{mol}$$

CH_4 分子 1 個には水素原子 H が 4 個含まれるので，水素原子の物質量 **b** は，

$$0.0625\ \text{mol}\times4=0.25\ \text{mol}$$

ウ　5.1 g のアンモニア NH_3（17 g/mol）の物質量は，

$$\frac{5.1\ \text{g}}{17\ \text{g/mol}}=0.30\ \text{mol}$$

NH_3 分子 1 個には窒素原子 N が 1 個含まれるので，窒素原子の物質量 **c** は，0.30 mol である。

よって，**a** ～ **c** の大小関係を正しく表すと，**c** ＞ **b** ＞ **a** となる。

$\boxed{6}$…⑥

問6　混合物の燃焼反応と量的関係

アセチレン C_2H_2 と水素 H_2 は完全燃焼するとき，それぞれ次のように反応する。

$2C_2H_2 + 5O_2 \longrightarrow 4CO_2 + 2H_2O$

$$2H_2 + O_2 \longrightarrow 2H_2O$$

混合気体に含まれるアセチレンを x〔mol〕，水素を y〔mol〕とする。標準状態での気体のモル体積は 22.4 L/mol であることから混合気体全体の物質量について，

$$x\,[\text{mol}]+y\,[\text{mol}]=\frac{22.4\ \text{L}}{22.4\ \text{L/mol}}=1.0\ \text{mol} \qquad \cdots\cdots(1)$$

アセチレン x〔mol〕から CO_2 が $2x$〔mol〕，H_2O が x〔mol〕生じ，水素 y〔mol〕から H_2O が y〔mol〕生じることから，

$$2x\,[\text{mol}] : x+y\,[\text{mol}] = 1 : 2 \qquad \cdots\cdots(2)$$

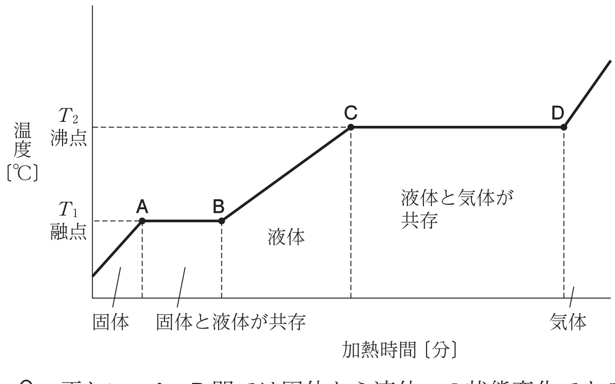
(1)式，(2)式より，$x=0.25$ mol，$y=0.75$ mol

$\boxed{7}$ …⑤

第 4 問　物質の三態，気体，溶液　問題

問 1　物質の三態

氷を加熱したときの加熱時間と温度の関係の概略図を次に示す。氷を加熱していくと，温度 T_1 となる A 点で，融解が始まる。この温度 T_1 を融点といい，氷がすべて液体の水に変化する B 点まで温度は T_1 に保たれる。さらに加熱していくと，液体の水の温度は上昇し，温度 T_2 となる C 点で，液体の内部からも気体が発生する沸騰が始まる。この温度 T_2 を沸点といい，液体の水がすべて水蒸気に変化する D 点まで温度は T_2 に保たれる。さらに加熱すると，水蒸気の温度は上昇する。



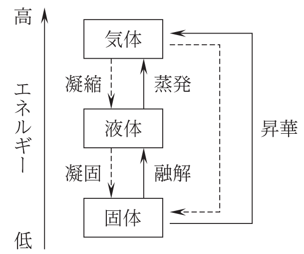
① 正しい。A－B 間では固体から液体への状態変化である融解が起こり，氷と液体の水が共存している。

② 正しい。C－D 間では液体から気体への状態変化である蒸発が起こり，液体の水と水蒸気が共存している。

③ 正しい。温度 T_1 は融点であり，水の融点は 0 ℃ である。なお，A－B 間で融解している間，加えた熱は状態変化に使われるため，温度は一定に保たれる。

④ 誤り。C－D 間では液体の内部からも気体が発生する沸騰が起こり，このときの温度 T_2 は沸点である。沸騰は大気圧と水の飽和蒸気圧が等しくなる温度で起こるので，大気圧が低くなる

状態変化



沸騰と沸点

一般に，液体の飽和蒸気圧が大気圧(外圧)に等しくなったとき，沸騰が起こる。沸騰が起こる温度を，そのときの大気圧(外圧)における沸点という。

と，より低い温度で飽和蒸気圧は大気圧と等しくなるため，沸点は低くなる。例えば，高い山の山頂など大気圧が低い条件下では，水は 100 ℃よりも低い温度で沸騰する。

⑤　正しい。水の質量を 2 倍にすると融解するのに必要な熱量も 2 倍になるので，A－B 間の時間は 2 倍になる。

$\boxed{1}$ …④

問 2　気体の法則

理想気体の状態方程式 $pV = nRT$ より，1 mol の理想気体の圧力 p は次のように表される。

$$p = \frac{RT}{V}$$

温度 T が一定のとき，RT は一定になるので，p と V の関係は反比例となる（ボイルの法則）。この関係を満たすグラフは①または②である。また，体積が v のとき，温度 T_1 における圧力を p_1，温度 T_2 における圧力を p_2 とする。

$$p_1 = \frac{RT_1}{v} \qquad p_2 = \frac{RT_2}{v}$$

$T_1 < T_2$ から，$p_1 < p_2$ となる。この関係を満たすグラフは①である。

$\boxed{2}$ …①

問 3　混合気体

中央のコックを開くと，容器 A 内の酸素と容器 B 内の窒素がそれぞれ拡散し，酸素と窒素の混合気体となる。コックを開く前後で，温度は一定に保たれ，酸素と窒素の物質量も変化がないことから，それぞれの気体についてボイルの法則が成り立つ。

コックを開いた後の酸素の分圧を p_{O_2}〔Pa〕とすると，

$$2.0 \times 10^5\ \text{Pa} \times 2.0\ \text{L} = p_{O_2}\,[\text{Pa}] \times 5.0\ \text{L}$$

$$p_{O_2} = 8.0 \times 10^4\ \text{Pa}$$

一方，コックを開いた後の窒素の分圧を p_{N_2}〔Pa〕とすると，

$$1.0 \times 10^5\ \text{Pa} \times 3.0\ \text{L} = p_{N_2}\,[\text{Pa}] \times 5.0\ \text{L}$$

$$p_{N_2} = 6.0 \times 10^4\ \text{Pa}$$

容器 A 内の圧力は，この混合気体の全圧に等しいので，

$$8.0 \times 10^4\ \text{Pa} + 6.0 \times 10^4\ \text{Pa} = 1.4 \times 10^5\ \text{Pa}$$

$\boxed{3}$ …④

問 4　蒸気圧

a　封入した水は，すべて気体になっているか，一部凝縮して，気体と液体として存在しているかのいずれかである。これは，次のように判断する。

水がすべて気体となったと仮定したときの圧力を p〔Pa〕とし，この温度での水の飽和蒸気圧 $p_{蒸気圧}$〔Pa〕と比較する。

p〔Pa〕$\leqq p_{蒸気圧}$〔Pa〕となるときは，仮定は正しく，水はすべて気体であり，容器内の水蒸気の圧力は p〔Pa〕である。

理想気体の状態方程式

理想気体では次の関係が成り立つ。

$pV = nRT$

p：圧力

V：体積

n：物質量

T：絶対温度

R：気体定数

ボイルの法則

温度一定では，一定物質量の気体の体積 V は圧力 p に反比例する。

pV ＝一定

混合気体の圧力

全圧　混合気体全体が示す圧力

分圧　成分気体が単独で，混合気体と同じ体積を占めたときの圧力

・**全圧＝分圧の総和**（ドルトンの分圧の法則）

・**分圧の比＝物質量の比**

飽和蒸気圧

液体と蒸気が共存し，気液平衡となったとき蒸気が示す圧力。蒸気の圧力がその温度の飽和蒸気圧を超えることはない。

気液平衡

液体物質を密閉容器に入れて放置したとき，単位時間当たりに「蒸発する分子の数＝凝縮する分子の数」となった状態。

一方，p〔Pa〕＞$p_{蒸気圧}$〔Pa〕となるときは，水は一部凝縮し，気液平衡になっており，容器内の水蒸気の圧力は $p_{蒸気圧}$〔Pa〕である。

容積 8.3 L の容器に水 0.050 mol を入れ，60 ℃ に保ったとき，容器内の水がすべて水蒸気となったと仮定すると，このときの圧力 p〔Pa〕は，状態方程式より，

$$p\,[\mathrm{Pa}] = \frac{0.050\ \mathrm{mol} \times 8.3 \times 10^3\ \mathrm{Pa \cdot L/(K \cdot mol)} \times (273+60)\,\mathrm{K}}{8.3\ \mathrm{L}}$$

$$= 1.66 \times 10^4\ \mathrm{Pa} \fallingdotseq 1.7 \times 10^4\ \mathrm{Pa}$$

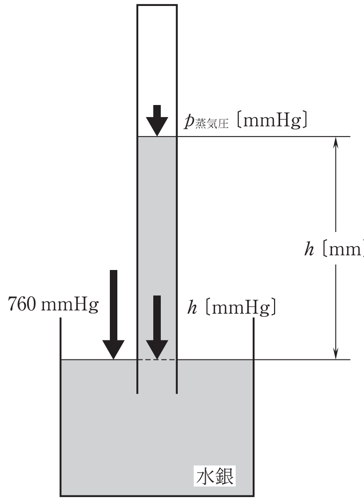
蒸気圧曲線より，60 ℃ における水の飽和蒸気圧は 2.0×10^4 Pa なので，仮定は正しく，封入した水はすべて水蒸気として存在し，その圧力は 1.7×10^4 Pa である。

$\boxed{4}$ …①

蒸気圧曲線

飽和蒸気圧は，温度が高くなるほど大きくなる。飽和蒸気圧と温度の関係をグラフで表した曲線を蒸気圧曲線という。

b　図 4 の状態では水銀柱の上部空間は真空であり，大気圧は 760 mm の水銀柱による圧力(760 mmHg)に等しい。管内の上部空間に少量の液体を注入し，気液平衡になった状態を次の図に示す。



気液平衡では蒸気の圧力は飽和蒸気圧に等しく，これを $p_{蒸気圧}$〔mmHg〕とする。水銀柱の高さを h〔mm〕とすると，圧力のつり合いから，

$p_{蒸気圧}$〔mmHg〕＋h〔mmHg〕＝760 mmHg

h〔mmHg〕＝760 mmHg－$p_{蒸気圧}$〔mmHg〕

これより，25 ℃ における飽和蒸気圧が大きいものほど，水銀柱の高さが低くなることがわかる。蒸気圧曲線より，25 ℃ における飽和蒸気圧は，

ジエチルエーテル＞エタノール＞水

よって，水銀柱の高さは，

水＞エタノール＞ジエチルエーテル

以上より，A が水，B がエタノール，C がジエチルエーテルであり，⑥が正解である。

$\boxed{5}$ … ⑥

問 5　分子の極性と溶解性

一般に，極性の大きい分子どうしや，極性の小さい分子どうしは混じりやすいが，極性の大きい分子と極性の小さい分子は混じりにくい。水とエタノールは極性分子であり，ヘキサンとベンゼンは無極性分子である。よって，**A** は極性分子と無極性分子の組合せであり，混じり合わず，二層に分かれる。一方，**B** は極性分子どうし，**C** は無極性分子どうしの組合せであり，いずれも混合すると均一な溶液となる。よって，正解は⑥である。

$\boxed{6}$ … ⑥

問 6　固体の溶解度

80 ℃で質量パーセント濃度 40 % の硝酸カリウム水溶液 200 g 中の硝酸カリウムの質量は，

$$200\ \mathrm{g} \times \frac{40}{100} = 80\ \mathrm{g}$$

水の質量は，200 g − 80 g = 120 g

20 ℃に冷却したときに，析出する硝酸カリウムを x〔g〕とする。硝酸カリウムが析出している状態では，溶液は 20 ℃の飽和溶液となっているので，溶解度から次式が成立する。

$$\frac{\text{溶質の質量〔g〕}}{\text{溶媒の質量〔g〕}} = \frac{80 - x\ \text{〔g〕}}{120\ \mathrm{g}} = \frac{30}{100} \qquad x = 44\ \mathrm{g}$$

あるいは，

$$\frac{\text{溶質の質量〔g〕}}{\text{溶液の質量〔g〕}} = \frac{80 - x\ \text{〔g〕}}{200 - x\ \text{〔g〕}} = \frac{30}{100 + 30} \qquad x = 44\ \mathrm{g}$$

$\boxed{7}$ … ②

固体の溶解度

一般に固体の溶解度は，「溶媒 100 g に溶ける溶質（無水物）の質量〔g〕の最大値」で表される。固体の溶解度を S〔g/溶媒 100 g〕とすると，飽和溶液では，

$$\frac{\text{溶質の質量〔g〕}}{\text{溶媒の質量〔g〕}} = \frac{S}{100}$$

$$\frac{\text{溶質の質量〔g〕}}{\text{溶液の質量〔g〕}} = \frac{S}{100 + S}$$

生　物

【解答・採点基準】

(100点満点)

問題番号	設問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問		問1	1	1	3	
		問2	2	4	3	
		問3	3	1	3	
		問4	4	2	3	
		問5	5	3	4	
		問6	6	4	4	
第1問　自己採点小計					(20)	
第2問	A	問1	1	4	3	
		問2	2	3	3	
	B	問3	3	1	3	
		問4	4	2	3	
		問5	5	2 ※	4	
			6	4 ※	4	
第2問　自己採点小計					(20)	
第3問	A	問1	1	2	3	
		問2	2	1 ※	3	
			3	5 ※	3	
	B	問3	4	1	3	
		問4	5	4	4	
		問5	6	3	4	
第3問　自己採点小計					(20)	
第4問	A	問1	1	1	3	
		問2	2	2	3	
		問3	3	3	3	
	B	問4	4	2	3	
		問5	5	4	4	
		問6	6	4	4	
第4問　自己採点小計					(20)	
第5問	A	問1	1	3	3	
		問2	2	2	3	
		問3	3	4	4	
	B	問4	4	4	3	
		問5	5	5	3	
		問6	6	7	4	
第5問　自己採点小計					(20)	
自己採点合計					(100)	

※の正解は順序を問わない。

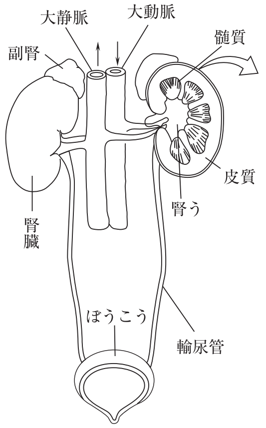
【解説】

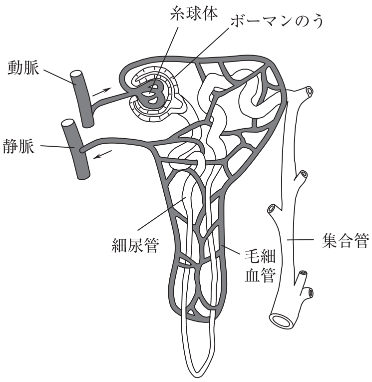
第 1 問　排出

問題

腎臓の構造と尿の生成に関する知識問題と考察問題を出題した。

問 1　ネフロンは腎小体(マルピーギ小体)と細尿管(腎細管)からなり，腎小体は糸球体とボーマンのうからなる。糸球体は毛細血管が球状に集まった構造をしており，そのまわりはボーマンのうに取り囲まれている。ボーマンのうからは細尿管が伸びており，細尿管は集合管へと続く。尿は集合管から腎う，輸尿管，ぼうこうを経て体外に排出される。





$\boxed{1}$…①

問 2　ネフロン(腎単位)は尿を生成する単位構造であり，ヒトの腎臓では，1 個の腎臓に約 100 万個のネフロンが存在する。

$\boxed{2}$…④

問 3　ヒトの腎臓で尿が生成される過程に関与するホルモンとしては，バソプレシンと鉱質コルチコイドがよく知られている。バソプレシンは水の再吸収を促進し，鉱質コルチコイドはナトリウムイオンの再吸収を促進する。なお，インスリンは血糖量を減少させる作用をもつホルモン，糖質コルチコイドは血糖量を増加させる作用をもつホルモン，チロキシンは代謝を促進する作用をもつホルモンである。

$\boxed{3}$…①

問 4　腎臓に入った血液は，糸球体からボーマンのうにろ過されて原尿となる。この際，健康なヒトでは，血球やタンパク質などのように大きいものはろ過されないので，タンパク質は尿中に排出されない。また，原尿が細尿管を流れる間に，水，無機塩類，グルコースなどは細尿管を取り巻いている毛細血管へ再吸収される。健康なヒトでは，グルコースはすべて再吸収されるので，尿中に排出されない。

$\boxed{4}$…②

問 5　設問文にあるように，再吸収率とは「ろ過された量に対する再吸収された量の割合」である。また，問題文に「ろ過される成

【ポイント】

ネフロン(腎単位)
- 腎小体(マルピーギ小体)
  - 糸球体
  - ボーマンのう
- 細尿管(腎細管)

尿が生成・排出される経路

糸球体
↓
ボーマンのう
↓
細尿管
↓
集合管
↓
腎　う
↓
輸尿管
↓
ぼうこう

ヒトの腎臓では，1 個の腎臓に約 100 万個のネフロンが存在する。

バソプレシン
　水の再吸収を促進する。

鉱質コルチコイド
　ナトリウムイオンの再吸収を促進する。

タンパク質
　ろ過されない。

グルコース
　ろ過されるが，その後すべて再吸収される。

分の血しょう中濃度と原尿中濃度は等しいものとする」とあるので，ろ過されないタンパク質を除いては，血しょう中濃度と原尿中濃度は等しいと考える。ここで，再吸収率が低い成分ほど尿中に排出される割合が高くなるため，濃縮率(尿中濃度を血しょう中濃度で割った値)は高くなる。表1の各成分について濃縮率を求めると，次表のようになる。

濃縮率＝$\dfrac{\text{尿中濃度}}{\text{血しょう中濃度}}$

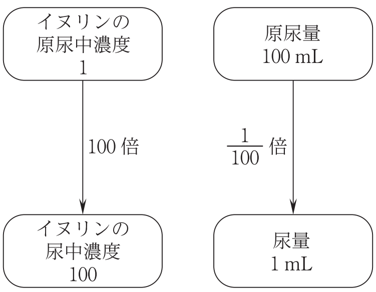
	血しょう中濃度（%）	尿中濃度（%）	濃縮率（倍）
タンパク質	8	0	−
グルコース	0.1	0	−
ナトリウムイオン	0.3	0.35	約1.17
カリウムイオン	0.02	0.15	7.5
尿　素	0.03	2	約66.7
尿　酸	0.004	0.05	12.5

したがって，これらの成分の中で濃縮率が最も高い成分，すなわち，再吸収率が最も低い成分は尿素である。 $\boxed{5}$ …③

問6　イヌリンのように，ろ過されるが再吸収されない物質は，原尿中に含まれる量と尿中に含まれる量が同じになる。したがって，イヌリンの原尿中濃度よりもイヌリンの尿中濃度が高くなるのは，原尿から尿が生成される過程で水が再吸収されて液量が減少した分だけ，イヌリンが濃縮されてその濃度が高くなると考えればよい。例えば，イヌリンの濃縮率が100倍であったとすると，原尿から尿が生成される過程で水が再吸収されて液量が$\frac{1}{100}$倍に減少したと考えられる(次図)。したがって，一定時間の尿量が1 mLであれば，その時間のろ過量(原尿量)は，イヌリンの濃縮率に尿量を掛けて，100×1 mL＝100 mLと推定することができる。

イヌリン
　ろ過されるが，再吸収されない。

原尿量＝イヌリンの濃縮率×尿量



$\boxed{6}$ …④

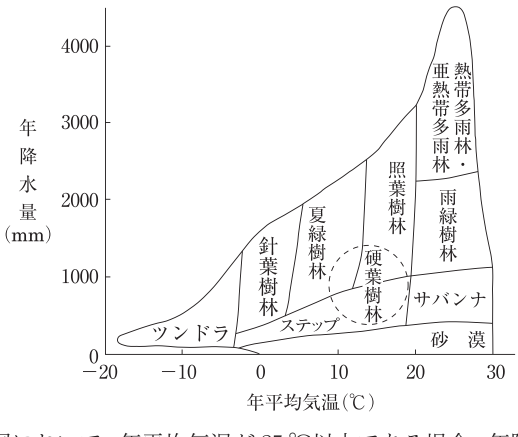
第2問　バイオーム　問題

Aでは植生に関する知識問題を，**B**では熱帯のバイオームに関する知識問題を出題した。

問 1　陸地の多くは植物によって覆われており，地域により様々な種類の植物がみられる。ある地域に植物が生育しているとき，その地域に生育する植物全体をまとめて植生とよぶ。植生は気温，降水量，地形，土壌の状態などの環境要因に影響される。植生の外観的な様子を相観とよび，植生を分類するときにはこれが用いられる。　$\boxed{1}$…④

問 2　植生を構成する植物のうち，占有している面積が最も大きく，相観を決定づける種を優占種とよぶ。優占種はその地域に適応した特徴的な形態を示すので，同じような環境のもとには同じような相観をもつ植生が成立する。①先駆種は，遷移の初期に現れる生物種である。②固有種は，その地域だけに分布する生物種である。④外来種は，本来の生息場所から別の場所へもち込まれ，その場所に定着した生物種である。　$\boxed{2}$…③

問 3　ある地域の植生とそこに生息する動物などを含めた生物のまとまりをバイオーム(生物群系)とよぶ。バイオームは植生の相観によって，森林，草原，荒原に大別される。次図に示すように，世界のバイオームの種類と分布は，主に年平均気温と年降水量の違いに対応している。



上図において，年平均気温が 25 ℃以上である場合，年降水量がおよそ 200 mm 以下の地域では，荒原に分類される砂漠が分布する。したがって，バイオーム**X**は砂漠である。砂漠では，サボテンの仲間などのように乾燥に適応した植物や一年生草本などがまばらに生育する。また，年降水量がおよそ 1000～2500 mm の地域では，森林に分類される雨緑樹林が分布する。したがって，バイオーム**Z**は雨緑樹林である。雨緑樹林は，雨季と乾季がある地域に分布し，雨季に葉をつけ，乾季に落葉するチークなどの落葉広葉樹が優占する。　$\boxed{3}$…①

問 4　上図において，年平均気温が 25 ℃以上である場合，年降水量がおよそ 200～1000 mm の地域では，草原に分類されるサバンナが分布する。したがって，バイオーム**Y**はサバンナである。サバンナでは，年降水量が少ないため森林が形成されず，主にイネの

植生
　ある地域に生育する植物全体
相観
　植生の外観的な様子

優占種
　植生を構成する植物のうち，占有している面積が最も大きく，相観を決定づける種

バイオームの種類と分布
　主に年平均気温と年降水量の違いに対応している。

仲間の草本が分布し，そのなかに木本が散在する。なお，①の主にイネの仲間の草本が分布し，木本はほとんど存在しないというのは，草原に分類されるステップの特徴である。 4 …②

問5 熱帯多雨林を構成する樹種は，主にフタバガキの仲間などの常緑広葉樹であるので，①は正しい。チークは雨緑樹林の代表的な樹種であるので，②は誤りである。熱帯多雨林を構成する植物の種類数は非常に多く，つる植物や着生植物なども多いので，③・⑤は正しい。熱帯多雨林では，地表層，草本層，低木層，亜高木層，高木層の上部に大高木層や巨大高木層がみられることが多く，階層構造が発達しているので，④は誤りである。なお，階層構造があまり発達していないというのは針葉樹林の特徴である。熱帯多雨林では，樹高が 50 m を超える高木もみられるので，⑥は正しい。 5 ・ 6 …②・④

第3問　細胞と分子　問題

Aでは原核細胞と真核細胞に存在する細胞小器官や構造体に関する知識問題を，**B**ではタンパク質に関する知識問題と考察問題を出題した。

問1 すべての生物は，細胞を基本単位としている。細胞には，核をもたない原核細胞と核をもつ真核細胞がある。原核細胞からなる生物を原核生物とよび，原核生物には，大腸菌，乳酸菌，ネンジュモ(シアノバクテリアの一種)などの細菌類が含まれる。したがって，②が正しい。なお，①アメーバと④ミドリムシはいずれも単細胞の真核生物であり，③ヒドラは多細胞の真核生物である。 1 …②

問2 原核細胞は構造が簡単で，葉緑体やミトコンドリアなどの細胞小器官はみられないが，真核細胞には様々な細胞小器官や構造体が存在する。①植物細胞では細胞膜の外側に細胞壁が存在する。植物細胞の細胞壁の主成分はセルロースであるので，誤りである。②ミトコンドリアは，呼吸によって有機物から生命活動に必要なエネルギーを取り出す。ミトコンドリアには，核内のDNA とは異なる独自の DNA が存在するので，正しい。なお，葉緑体にも，核内の DNA とは異なる独自の DNA が存在する。③葉緑体は，光エネルギーを用いて二酸化炭素と水から有機物を合成する光合成を行う。葉緑体には，クロロフィルとよばれる緑色の光合成色素が存在するので，正しい。④リボソームは，タンパク質合成(翻訳)の場である。リボソームは，rRNA(リボソームRNA)とよばれる RNA とタンパク質の複合体からなるので，正しい。なお，リボソームは原核細胞にも存在する。⑤小胞体は，リボソームで合成されたタンパク質などの物質の輸送に関係する。膜表面に多数のリボソームが付着している小胞体を粗面小胞体とよび，付着していない小胞体を滑面小胞体とよぶので，誤り

原核細胞
　核膜で囲まれた核をもたない。
　葉緑体やミトコンドリアなどの細胞小器官をもたない。
原核生物
　大腸菌，乳酸菌，ネンジュモなど
真核細胞
　核膜で囲まれた核をもつ。
　様々な細胞小器官や構造体が存在する。

植物細胞の細胞壁の主成分はセルロースである。

粗面小胞体
　小胞体の膜表面に多数のリボソームが付着したもの

である。⑥ゴルジ体は，細胞内外への物質の輸送に関係する。粗面小胞体上のリボソームで合成されたタンパク質は，小胞体に取り込まれ，小胞(輸送小胞)を介してゴルジ体へ移動した後，再び小胞(分泌小胞)に包まれる。分泌小胞が細胞膜と融合することで，小胞内のタンパク質が細胞外へと分泌される。このように，ゴルジ体はタンパク質などの細胞外への分泌に関係するので，正しい。 2 ・ 3 …①・⑤

問3 細胞膜に存在し，水の輸送に関係するタンパク質はアクアポリンである。アクアポリンは細胞膜を貫通するタンパク質で，水分子が通過する小孔が存在するチャネルの一種である。なお，②カドヘリンは細胞接着に関係するタンパク質，③クリスタリンは眼の水晶体に含まれるタンパク質，④チューブリンは細胞骨格の一種である微小管を構成するタンパク質である。 4 …①

アクアポリン
細胞膜に存在する膜貫通型タンパク質で，水分子が通過する小孔が存在するチャネルの一種

問4 ヒトを含む脊椎動物の赤血球内には，酸素の運搬に関係するヘモグロビンとよばれるタンパク質が存在する。①ヘモグロビンは，酸素と結合していない状態では暗赤色であるが，酸素と結合すると鮮紅色になるので，誤りである。②ヘモグロビンは，白血球内には存在しないので，誤りである。③・④ヘモグロビンは，α鎖とβ鎖とよばれる2種類のポリペプチド鎖が2本ずつ結合したタンパク質である。タンパク質(ポリペプチド鎖)のアミノ酸配列を一次構造といい，ヘモグロビンのα鎖とβ鎖ではアミノ酸配列が異なるので，③は誤りである。また，タンパク質の立体構造のうち，複数のポリペプチド鎖が組み合わさった立体構造を四次構造といい，ヘモグロビンは4本のポリペプチド鎖が集まって四次構造をつくっているので，④は正しい。 5 …④

酸素と結合していないヘモグロビンは暗赤色であるが，酸素と結合すると鮮紅色の酸素ヘモグロビンになる。

ヘモグロビンは，α鎖とβ鎖の2種類のポリペプチド鎖が2本ずつ結合した四次構造をもつタンパク質である。

問5 ヒトの赤血球の細胞膜にはNa^+とK^+の輸送に関係するナトリウムポンプとよばれる膜タンパク質が存在する。ナトリウムポンプは，ATP分解酵素(Na^+-K^+ ATPアーゼ)としてのはたらきをもち，ATPの分解によって得られるエネルギーを用いて，濃度勾配に逆らってNa^+を細胞外へ排出し，K^+を細胞内へ取り込む。

酵素には最もよくはたらく温度があり，その温度を最適温度という。多くの酵素の最適温度は30～40℃であり，4℃のような低温条件下では酵素の活性は著しく低下する。したがって，**実験1**で，採取したばかりのヒトの赤血球を，血しょうとほぼ同じ塩類組成をもつリンガー液に浮遊させ，4℃で静置すると，ATP分解酵素の活性が低下するため，赤血球外へ排出されるNa^+の量が減少し，赤血球内へ取り込まれるK^+の量も減少する。その結果，拡散によるNa^+とK^+の移動速度の方が大きくなり，赤血球内のNa^+の濃度は上昇し，K^+の濃度は低下するので，③が正しい。 6 …③

ナトリウムポンプ(Na^+-K^+ ATPアーゼ)
ATPの分解によって得られるエネルギーを用いて，濃度勾配に逆らってNa^+を細胞外へ排出し，K^+を細胞内へ取り込む。

酵素の最適温度
酵素の反応速度が最も大きくなる温度
多くの酵素の最適温度は30～40℃である。

第4問　呼吸と発酵　問題

Aでは呼吸と発酵に関する知識問題を，**B**では呼吸の過程ではたらく酵素に関する考察問題を出題した。

問1　酸素を用いてグルコースなどの有機物を分解し，生命活動に必要な ATP を合成する反応を呼吸という。グルコースを基質にした場合の呼吸の過程は，解糖系，クエン酸回路，電子伝達系に分けられ，真核生物の場合，解糖系は細胞質基質で，クエン酸回路はミトコンドリアのマトリックスで，電子伝達系はミトコンドリアの内膜で進行する。したがって，①が正しい。 1 …①

問2　呼吸の反応過程で酸素が消費されるのは，電子伝達系を流れた電子が，最終的に H^+ とともに酸素と結合して水を生じるときである。解糖系やクエン酸回路では酸素は消費されないので，①は誤りであり，②が正しい。クエン酸回路では基質が酸化され，脱水素酵素の補酵素である NAD^+ や FAD，すなわち酸化型補酵素に電子が渡され，NADH や $FADH_2$ という還元型補酵素が生じる。これらの還元型補酵素は電子伝達系に電子を渡すことによって酸化型補酵素に戻り，再びクエン酸回路で利用される。酸素がないときは，電子伝達系が停止するため，還元型補酵素が酸化型補酵素に戻れず，クエン酸回路の反応を進めるのに必要な酸化型補酵素が不足する。このため，酸素がないときは，電子伝達系だけでなくクエン酸回路の反応も停止する。したがって，③・④は誤りである。 2 …②

問3　微生物が酸素のない条件下で有機物を分解し，その過程で ATP を合成する反応を発酵という。**問2**の解説でも述べたように，酸素がないとき，クエン酸回路と電子伝達系の反応は停止する。したがって，発酵では，解糖系のみがはたらき，解糖系で生じた還元型補酵素は，アルコール発酵ではピルビン酸からエタノールが生成される過程で，乳酸発酵ではピルビン酸から乳酸が生成される過程でそれぞれ酸化され，酸化型補酵素に戻る。この再生された酸化型補酵素が利用されることで解糖系が継続的にはたらき，グルコース1分子あたり2分子の ATP が合成される。したがって，アルコール発酵でも乳酸発酵でも，ピルビン酸以降の反応は還元型補酵素を酸化型補酵素に戻すために必要であるが，この過程で ATP は合成されないので，①・②は誤りである。アルコール発酵の過程では，ピルビン酸は脱炭酸酵素のはたらきによってアセトアルデヒドになり，このとき二酸化炭素が発生する。アセトアルデヒドは還元型補酵素によって還元され，最終的にエタノールになる。一方，乳酸発酵では，ピルビン酸が直接還元型補酵素によって還元され乳酸が生じるが，このとき二酸化炭素は発生しない。したがって，③が正しく，④は誤りである。なお，アルコール発酵と乳酸発酵の反応式は次のようになる。

呼吸の過程
- 解糖系
  - 細胞質基質で進行する。
- クエン酸回路
  - ミトコンドリアのマトリックスで進行する。
- 電子伝達系
  - ミトコンドリアの内膜で進行する。

呼吸の反応過程で酸素が消費されるのは，電子伝達系である。

酸素がないときは，電子伝達系だけでなくクエン酸回路の反応も停止する。

発酵
- 酸素のない条件下で有機物が分解され，その過程で ATP が合成される反応

発酵でグルコース1分子あたりに合成される ATP
- アルコール発酵　2分子
- 乳酸発酵　2分子

発酵において，ピルビン酸以降の反応は還元型補酵素を酸化型補酵素に戻すために必要であるが，ATP は合成されない。

アルコール発酵　$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2$（＋2ATP）
乳酸発酵　$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_3H_6O_3$（＋2ATP）

$\boxed{3}$…③

問4　ニワトリの胸筋の細胞内には，様々な酵素が存在しているが，コハク酸から電子を取り出す反応にはたらくのは脱水素酵素である。①カタラーゼは過酸化水素を水と酸素に分解する反応にはたらく。③トリプシンはすい液に含まれる消化酵素で，タンパク質を加水分解する反応にはたらく。④脱炭酸酵素は，基質から二酸化炭素を取り出す反応にはたらく。 $\boxed{4}$…②

問5　**実験1**では，ニワトリの胸筋の細胞内にある脱水素酵素のはたらきによって，基質（コハク酸）から電子が取り出されることを，メチレンブルーの色の変化で確かめている。主室と副室の水溶液を混合すると，コハク酸から水素原子がはずれ，取り出された電子は脱水素酵素の酸化型補酵素であるFADに渡され，還元型補酵素である$FADH_2$が生じる。$FADH_2$のもつ電子は，青色の酸化型メチレンブルーに受け取られ，無色の還元型メチレンブルーが生じる。このとき，ツンベルク管内に酸素が存在すると，無色の還元型メチレンブルーが酸素によって酸化され，青色の酸化型メチレンブルーに戻ってしまうので，脱気してツンベルク管内の酸素をあらかじめ取り除いておく必要がある。したがって，④が正しい。 $\boxed{5}$…④

コハク酸から取り出された電子により，酸化型メチレンブルーが還元されて青色から無色に変化する。

問6　コハク酸が脱水素酵素のはたらきによってフマル酸になる反応は，クエン酸回路の反応の一部である。また，この反応で生じた$FADH_2$のもつ電子は，細胞内の呼吸の反応においては電子伝達系に渡される。したがって，電子を受け取った酸化型メチレンブルーのはたらきは，細胞内での電子伝達系の役割に相当するので，④が正しい。 $\boxed{6}$…④

第5問　DNAの構造と複製　問題

AではDNAの構造に関する知識問題と計算問題を，**B**ではDNAの複製に関する知識問題と考察問題を出題した。

問1　DNAやRNAは，塩基と糖とリン酸が結合したヌクレオチドが多数結合した物質である。DNAを構成するヌクレオチドとRNAを構成するヌクレオチドの塩基や糖を次表にまとめた。

	DNAのヌクレオチド	RNAのヌクレオチド
塩基	アデニン(A) グアニン(G) シトシン(C) チ ミ ン(T)	アデニン(A) グアニン(G) シトシン(C) ウラシル(U)
糖	デオキシリボース	リボース

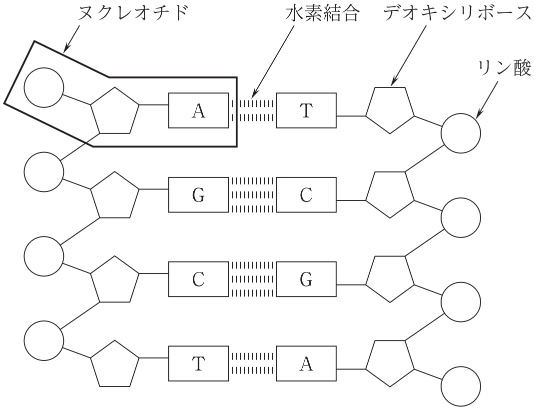
DNAとRNAの構成成分の違い
DNAの塩基にはチミン(T)，RNAの塩基にはウラシル(U)が含まれる。
DNAの糖はデオキシリボース，RNAの糖はリボースである。

DNAは，２本のヌクレオチド鎖が互いの塩基どうしの水素結合によって結合し，二重らせん構造を形成している。なお，S−S(ジスルフィド)結合は，タンパク質が立体構造を形成する際に，特定のアミノ酸どうしで形成される結合である。 $\boxed{1}$ …③

塩基どうしの結合は水素結合である。

問２ DNAの２本のヌクレオチド鎖の間では，アデニン(A)とチミン(T)，グアニン(G)とシトシン(C)がそれぞれ相補的に結合している。次図は，DNAの構造を示した模式図である。

DNAにおける塩基の相補性
アデニン(A)とチミン(T)
グアニン(G)とシトシン(C)



$\boxed{2}$ …②

問３ ２本鎖DNAでは，アデニンとチミン，グアニンとシトシンが相補的に結合するため，２本鎖全体ではアデニンとチミン，グアニンとシトシンの割合はそれぞれ等しい。２本鎖全体でグアニンが占める割合が24％なので，シトシンが占める割合も24％である。２本鎖全体でアデニンとチミンのそれぞれが占める割合をx％とすると，$x+x+24+24=100$が成り立ち，$x=26$となる。すなわち，２本鎖全体でアデニンが占める割合は26％である。一方の鎖でアデニンが占める割合が22％なので，もう一方の鎖でアデニンが占める割合をy％とすると，$(22+y)\div 2=26$が成り立ち，$y=30$となる。したがって，もう一方の鎖でアデニンが占める割合は30％である。 $\boxed{3}$ …④

２本鎖DNAでは，アデニン(A)とチミン(T)，グアニン(G)とシトシン(C)の割合がそれぞれ等しい。

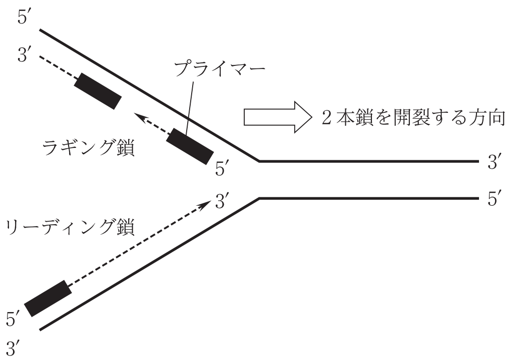
問４ ①DNAポリメラーゼがヌクレオチド鎖を伸長させる際には，ヌクレオチド鎖の3′末端側にしか新たなヌクレオチドを結合させることができない。そのため，ヌクレオチド鎖の伸長は，必ず5′末端側から3′末端側へ向けて起こるので，正しい。②DNAポリメラーゼが新たなヌクレオチド鎖を合成するときには，プライマーとよばれる短いヌクレオチド鎖を起点とし，プライマーの3′末端側に新たなヌクレオチドを結合させる。細胞内でDNAが複製される際には，まずプライマーが合成され，DNAポリメラーゼがプライマーにつなげるようにしてヌクレオチド鎖を伸長していくので，正しい。③DNAを構成する２本のヌクレオチド鎖は，次図のように互いに逆向きに結合している。相補的

ヌクレオチド鎖の伸長方向
5′末端側 → 3′末端側

プライマー
DNAポリメラーゼがヌクレオチド鎖を伸長させる起点となる短いヌクレオチド鎖

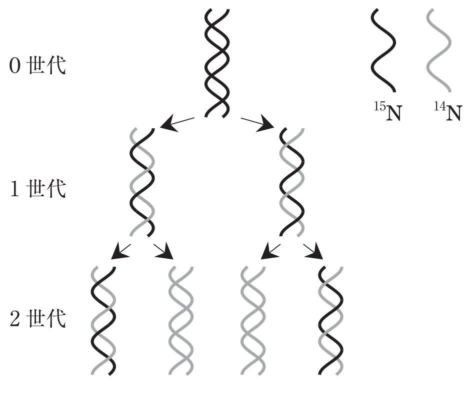
なヌクレオチド鎖の合成は，複製起点(複製開始点)から２本鎖を開裂しながら行われるが，ヌクレオチド鎖の伸長は5′末端側から3′末端側の一方向にしか起こらない。したがって，次図のように，２本鎖を開裂する方向と同じ方向に連続して伸長するヌクレオチド鎖(リーディング鎖)と，開裂する方向と逆方向に不連続に伸長するヌクレオチド鎖(ラギング鎖)が生じるので，正しい。

④真核生物の染色体には複製起点が複数箇所存在し，それぞれの複製起点から両方向にヌクレオチド鎖が伸長するので，誤りである。



$\boxed{4}$ …④

問５　図１の結果から，通常の ^{14}N のみからなるDNAは遠心管の上方に，重い ^{15}N のみからなるDNAは遠心管の下方に検出されることがわかる。新たに合成されるヌクレオチド鎖はすべて ^{14}N を用いて合成されるので，１回分裂した後の１世代の大腸菌がもつDNAは，次図に示すように，一方の鎖が ^{15}N からなり，もう一方の鎖が ^{14}N からなるDNAである。これは，^{14}N のみからなるDNAと ^{15}N のみからなるDNAの中間の密度となる。２回分裂した後の２世代の大腸菌がもつDNAは，次図に示すように，一方の鎖が ^{15}N からなり，もう一方の鎖が ^{14}N からなるDNAと，^{14}N のみからなるDNAが１：１で出現するので，⑤が正しい。



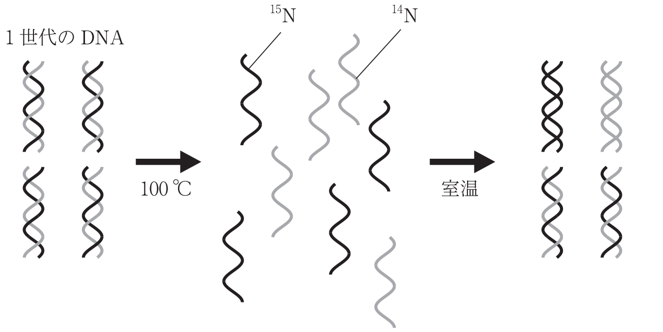
$\boxed{5}$ …⑤

リーディング鎖
　２本鎖DNAを開裂する方向と同じ方向に伸長するヌクレオチド鎖

ラギング鎖
　２本鎖DNAを開裂する方向と逆方向に伸長するヌクレオチド鎖

複製起点(複製開始点)
　真核細胞の染色体には複数箇所存在する。原核細胞の染色体には１箇所しか存在しない。

問6　1世代の大腸菌から抽出したDNAを100℃に加熱して1本鎖に解離させると，^{14}Nからなるヌクレオチド鎖と^{15}Nからなるヌクレオチド鎖が同数得られる。^{14}Nからなるヌクレオチド鎖と^{15}Nからなるヌクレオチド鎖は，密度は異なるが塩基配列は同じであるため，相補的な塩基配列のヌクレオチド鎖どうしは^{14}Nからなるか^{15}Nからなるかにかかわらず，ランダムに結合する。したがって，これを適当な条件下でゆっくりと時間をかけて室温に戻して完全に2本鎖を形成させると，次図に示すように，^{15}NのみからなるDNA，一方の鎖が^{15}Nからなり，もう一方の鎖が^{14}NからなるDNA，^{14}NのみからなるDNAが形成されるので，⑦が正しい。



$\boxed{6}$ …⑦

地　　学

【解答・採点基準】

（100点満点）

問題番号	設　問		解答番号	正解	配点	自己採点
第1問	A	問1	1	①	3	
		問2	2	②	4	
		問3	3	③	3	
	B	問4	4	②	4	
		問5	5	①	3	
		問6	6	④	3	
第1問　自己採点小計					(20)	
第2問	A	問1	1	②	3	
		問2	2	②	3	
		問3	3	②	3	
	B	問4	4	④	4	
		問5	5	④	4	
		問6	6	③	3	
第2問　自己採点小計					(20)	
第3問	A	問1	1	⑤	3	
		問2	2	①	4	
		問3	3	④	3	
	B	問4	4	④	3	
		問5	5	①	3	
		問6	6	③	4	
第3問　自己採点小計					(20)	
第4問	A	問1	1	③	3	
		問2	2	②	4	
		問3	3	①	3	
	B	問4	4	④	3	
		問5	5	③	4	
		問6	6	③	3	
第4問　自己採点小計					(20)	
第5問	A	問1	1	①	4	
		問2	2	②	3	
		問3	3	③	3	
	B	問4	4	①	4	
		問5	5	③	3	
		問6	6	②	3	
第5問　自己採点小計					(20)	
自己採点合計					(100)	

【解説】

第１問　地　球　問題

A　地球の大きさと重力

固体地球分野では，観測方法や観測結果，その解析方法などをしっかり把握しておこう。今回は地球の形，大きさ，重力に関して出題した。

問１　円の大きさや半径は，弧長とその中心角から求めることができる。地球の全周を求める場合，弧長は地表で同一子午線上の２地点間の距離を測定すればよい。問題は中心角である。図１－１に示されるように，太陽の光は地球に平行に入射するので，地球を球形と仮定すると，同一子午線上の２地点における太陽の南中高度の差(θ)は，２地点と地球の中心を結んでできる扇形の中心角と等しくなる。これを利用して，ほぼ同一子午線上にあるシエネとアレキサンドリアの距離と両地点における太陽の南中高度(イ)の差から，最初に地球の全周を算出したのがエラトステネス(ア)である。また，同一子午線上の２地点の中心角(θ)は２地点の緯度差に等しいということも覚えておこう。　1 …①

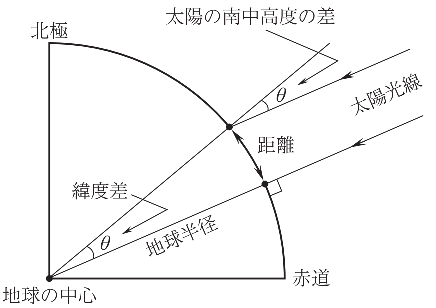


図１－１　太陽の南中高度の差と中心角

問２　もし，地球が完全な球形ならば，緯度差１°あたりの子午線弧の長さはどの緯度でも同じであるが，回転楕円(だえん)体ならば，緯度によって長さに違いが生じる。実際の地球は赤道半径の方が極半径より大きいため，高緯度では地表面の子午線弧の曲がり方は緩やかで，低緯度では曲がり方は急である。赤道付近と極付近のそれぞれでの地表面の子午線弧の曲がりを反映した円は高緯度の方が大きく，緯度差１°あたりの子午線弧の長さは高緯度の方が長い(図１－２)。フランス学士院は，実際に高緯度と低緯度で子午線弧の長さを測定し，その測量結果によって，地球は自転による遠心力によって赤道付近が膨らんだ形であると主張するニュートンの説を証明することとなった。したがって，②が正解である。

地球の形と大きさに最も近い回転楕円体を地球楕円体という。仮に，回転楕円体の中心を頂点とする同一中心角の扇形を考えた場合，極半径が最も短いので極付近の弧長も短くなる。しかし，

【ポイント】

エラトステネスの測定法

同一子午線上の２地点間の距離と太陽の南中高度の差から地球の全周を算出した。

地球楕円体

地球の形と大きさに最も近い回転楕円体。

緯度差1°あたりの子午線弧の長さを地球表面で測定する場合，図1－2に示されるように，鉛直線は回転楕円体である地球の中心では交わらず，低緯度では地球の中心より浅いところ，高緯度では中心より遠いところで交わる。したがって，同じ1°の中心角をもつ扇形の弧は高緯度の方が長い。 $\boxed{2}$ …②

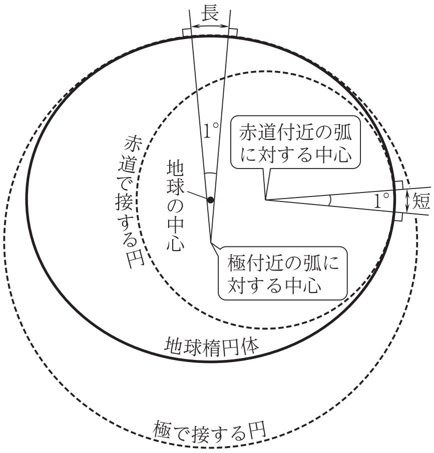


図1－2　地球楕円体と極・赤道で接する円

問3　重力は，万有引力と自転による遠心力との合力である(図1－3)。万有引力は地球の中心までの距離の2乗に反比例し，遠心力は回転半径に比例する。赤道半径が極半径より大きい回転楕円体である地球の場合，万有引力は，中心までの距離が最も小さい極で最大であり，赤道で最小である。また，遠心力は，回転半径が最も大きい赤道で最大である。この結果，それらの合力である重力は極で最大，赤道で最小となる。

また，地球を球形と仮定した場合，回転半径の違いにより遠心力には差が生じるが，地球表面から中心までの距離はどの地点でも等しいので，万有引力の大きさに差はない。そのため，重力の最大値と最小値の差は，回転楕円体の方が球形よりも大きくなる。したがって，③が正解である。 $\boxed{3}$ …③

重　力

万有引力と遠心力の合力。

極で最大，赤道で最小。

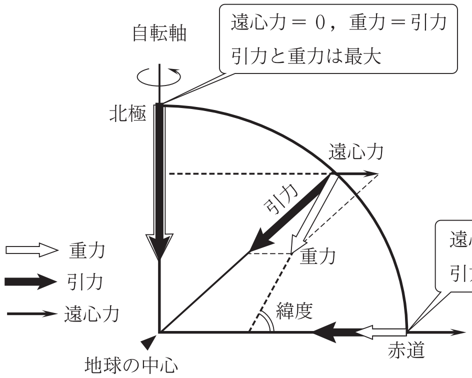


図１－３　地球楕円体上の重力

B　地球の内部構造

地震波の性質や走時曲線による地球の内部構造の推定，および地球内部に関する問題を出題した。

問４　地震波の屈折は，地震波速度の小さい方から大きい方に伝わる場合，直進するよりも境界面に近づく方向に屈折し（図１－４㋐㋓），速度の大きい方から小さい方に伝わる場合はその逆である（図１－４㋑㋒）。P波の速度は，モホロビチッチ不連続面（モホ不連続面，モホ面）では，上層の地殻に比べて下層のマントルの方が大きく，マントル－核境界面ではマントルに比べて外核の方が小さい。したがって，地殻からマントルにP波が入射するときは入射角よりも屈折角が大きくなり（図１－４㋐），外核からマントルへ出るときには，入射角よりも屈折角が大きくなる（図１－４㋓）。したがって，P波は，モホ面では**a**，核とマントルの境界では**d**のように屈折するので，②が正解である。　$\boxed{4}$…②

地震波の屈折

地震波は，地震波速度が異なる不連続面で屈折する。

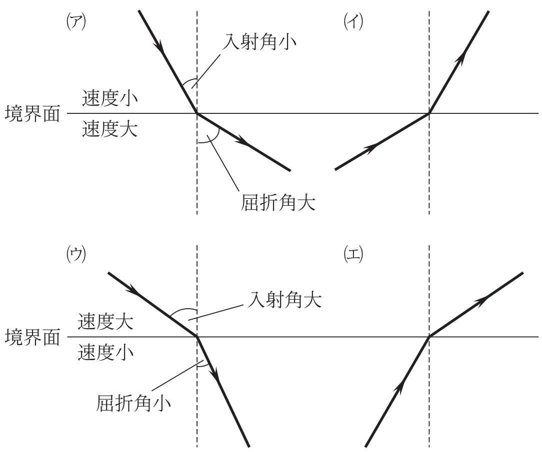


図１－４　地震波の屈折

問５　①　地球内部を伝わるP波の速度は，平均 10 km/s 前後である。地球の直径約 13000 km を伝わるのに約 1300 秒，つまり約

20 数分かかる。したがって，この選択肢が正しく，正解である。

② P波の速度はマントル最深部で最大となり，核に入ると急減する(図１－５)。核の中心部でもマントル最深部の速度よりも小さい。このことは，問題の図１において，角距離 103° までの走時曲線を延長したものより，角距離 143° 以遠の走時曲線が遅れている(上方に位置する)ことからもわかる。したがって，この選択肢は誤りである。

③ 角距離 103° 以遠にＳ波の影が生じるのは，Ｓ波がマントルと核の境界で屈折するためではなく，外核が液体であり，Ｓ波を伝えないためである。したがって，この選択肢は誤りである。

④ 問題の図１で明らかになったのは核の存在であり，外核と内核の境界はこの図からはわからない。液体の外核の深部に固体の内核があることは，弱いＰ波が影の領域内である角距離 110° 付近に観測されたことによって推定された。したがって，この選択肢は誤りである。

$\boxed{5}$ …①

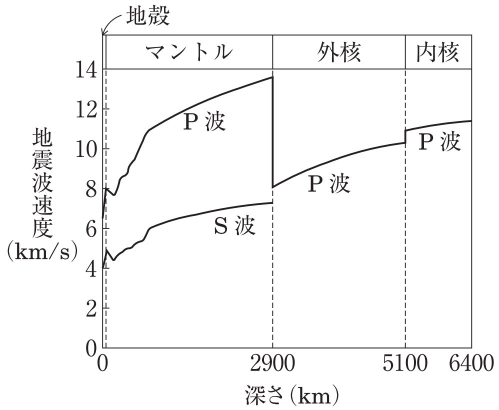


図１－５　地球内部の地震波速度

地震波の影

Ｐ波の影：マントルから外核へ入射するとき，速度が急減するために生じる。

Ｓ波の影：Ｓ波が液体の外核を伝わらないために生じる。

問６ ① 深さ 2900 km は，マントルと核の境界面である。構成物質が同じであれば，問題の図２に示されるような境界での飛躍的な密度の増加は説明できない。この密度の急変は，マントル(岩石質)と核(鉄)の物質の違いが原因である。したがって，この選択肢は正しい。

② 圧力が大きくなれば，その効果で密度は増加する。地球の深部ほど圧力は大きくなるので，マントル内と核内では，それぞれ深くなるほど密度が大きくなっている。したがって，この選択肢は正しい。

③ 外核と内核の密度の急変は，マントルと核の境界面ほどは大きくない。この変化は構成物質の違いではなく，液体から固体への状態変化によるものである。したがって，この選択肢は正しい。

④ 問題の図２から，密度はマントルでは 4～6 g/cm^3，核では

地球の構成物質

マントル…ケイ酸塩からなる岩石。

核…………鉄を主成分とする金属。

10～13 g/cm^3 と読み取れるので，平均すると 7～8 g/cm^3 と考えがちであるが，地球全体の平均密度を求める場合はそれぞれの体積を考慮しなくてはならない。実際は，マントルの体積が地球全体の約 84 ％を占めているため，地球の平均密度は約 5.5 g/cm^3 である。したがって，この選択肢が誤りであり，正解である。

$\boxed{6}$ …④

地球の平均密度
約 5.5 g/cm^3

第 2 問　火成岩と流水の作用　問題

A　マグマと火成岩

結晶分化作用に関する基礎的な知識，火成岩の偏光顕微鏡スケッチの読み取りに関する問題を出題した。

問 1　上部マントルを構成するかんらん岩の部分溶融によって発生した本源マグマは，まわりのマントルより密度が小さいため上昇する。上昇したマグマは，まわりの岩石との密度差が小さくなる地下数 km で滞留し，マグマだまりをつくる。マグマだまりの中でマグマが冷却されると，融点の高い鉱物から順に晶出し，晶出した鉱物はマグマだまりの中で沈殿してマグマから取り除かれていく。そのため残ったマグマの化学組成は，マグマの冷却に伴って徐々に変化していく。この一連の過程を結晶分化作用という。

本源マグマの結晶分化作用において，鉱物は概ね融点の高いものから低いものへ順に晶出する。有色鉱物では，かんらん石 ($\boxed{\text{ア}}$)→輝石→角閃(かくせん)石→黒雲母(うんも)の順に，無色鉱物では，Ca ($\boxed{\text{イ}}$)に富む斜長石→中間組成の斜長石→Na に富む斜長石→カリ長石・石英の順に晶出する。したがって，正解は②である。

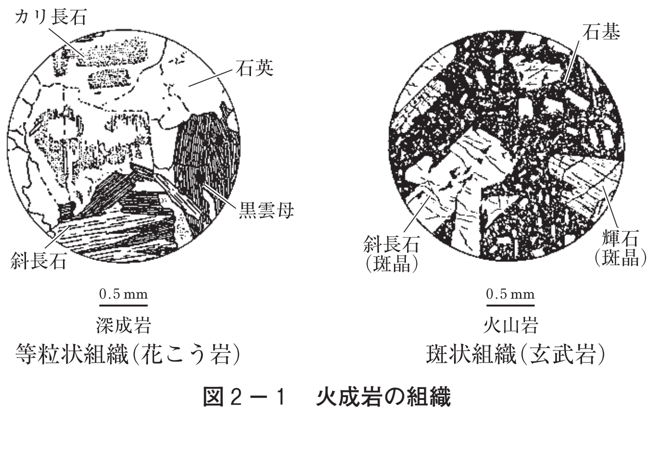
$\boxed{1}$ …②

結晶分化作用
マグマが冷却する過程で概ね融点の高い鉱物から晶出し，残ったマグマの組成が変化すること。

有色鉱物
Fe，Mg を含むケイ酸塩鉱物。かんらん石，輝石，角閃石，黒雲母。

無色鉱物
Fe，Mg を含まないケイ酸塩鉱物。斜長石，カリ長石，石英。

問 2　問題の図 1 では，鉱物がすべて大きく成長した等粒状組織を示していることがわかる。したがって，この火成岩は深成岩である。火山岩の場合は，斑晶(はんしょう)と石基(せっき)からなる斑状組織を示すため深成岩と区別することができる。図 2 − 1 に深成岩と火山岩の顕微鏡スケッチを示す。



深成岩
等粒状組織(花こう岩)

火山岩
斑状組織(玄武岩)

図 2 − 1　火成岩の組織

火成岩
マグマが冷却・固化した岩石。等粒状組織を示す深成岩と斑状組織を示す火山岩がある。

次に岩石を構成する鉱物に着目すると，鉱物**w**のみが有色鉱物で，鉱物**x**，**y**，**z**は無色鉱物である。問題の図１から，有色鉱物が占める面積の割合を読み取ると，10程度である。これが色指数(有色鉱物の体積%)となる。これらの観察結果より，問題の図１の火成岩は，等粒状組織をした色指数10程度の火成岩なので，②の花こう岩が正解である。

なお，より厳密には，鉱物**w**は平行ニコル(開放ニコル)では茶褐色(かっしょく)透明で多色性(たしき)(色の変化)が顕著であり，１方向のへき開が発達していることから黒雲母である。また，鉱物**x**，**y**，**z**は，平行ニコルで無色透明なので３種とも無色鉱物であり，石英，カリ長石，斜長石のどれかである。このうち鉱物**x**は，へき開がないことから石英である。石英は化学的風化に極めて強い鉱物なので，あまり風化することなく，顕微鏡では滑らかに見える。鉱物**y**と**z**は，弱い２方向のへき開があることからどちらも長石である。長石は化学的風化に弱く，粘土鉱物に変化しやすいため，顕微鏡ではざらついて見える。さらに鉱物**y**は他形結晶で，鉱物**z**は半自形結晶である。一般に斜長石は，カリ長石よりも早期に晶出するので，鉱物**y**がカリ長石で，鉱物**z**が斜長石であると推定される。以上の観察結果より，問題の図１の火成岩は黒雲母，石英，カリ長石，斜長石を含み，等粒状組織を示す火成岩なので，岩石名は花こう岩と決定できる。図２－２に火成岩の分類に関する図を示す。

$\boxed{2}$ …②

色指数

火成岩における有色鉱物の体積%。

平行ニコル(開放ニコル)

上方ニコルを入れない状態。岩石組織や鉱物の色，多色性，形，へき開などを観察する。

黒雲母

茶褐色透明，１方向のへき開が顕著。

石　英

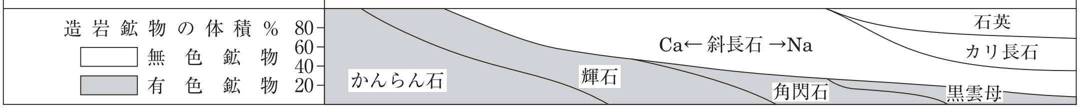
SiO_2，無色透明，自形結晶は六角柱状，へき開は無い。

斜長石

NaとCaが置換する固溶体。弱い２方向のへき開がある。地殻中で最も多い鉱物。

<table>
<tr><td rowspan="2">分類</td><td>火山岩</td><td rowspan="2">組織</td><td>斑状組織</td><td>結晶とガラス</td><td></td><td>玄武岩</td><td>安山岩</td><td colspan="2">流紋岩</td></tr>
<tr><td>深成岩</td><td>等粒状組織</td><td>すべて結晶</td><td>かんらん岩</td><td>斑れい岩</td><td>閃緑岩</td><td>デイサイト</td><td>流紋岩</td></tr>
<tr><td colspan="5">SiO_2 質量%と分類</td><td colspan="5">超塩基性　45%　塩基性　52%　中性　66%　酸性</td></tr>
<tr><td colspan="5">密度 (g/cm^3)</td><td colspan="5">大　3.3　3.0　2.8　2.7　小</td></tr>
<tr><td colspan="5">色指数と色調</td><td colspan="5">大(濃)　70　40　20　小(淡)</td></tr>
</table>

(花こう岩 is printed under 流紋岩 across デイサイト and 流紋岩.)



※中性岩と酸性岩の境界は63%とする場合もある。

図２－２　火成岩の分類

問３　マグマの中で早期に晶出した鉱物は，液体のマグマ中で結晶が成長するため，鉱物本来の外形を呈する自形結晶となる。後から晶出する鉱物ほど先に晶出した鉱物の隙間で結晶が成長するため，一部だけ鉱物本来の外形を呈する半自形や，他の鉱物の隙間を埋めて結晶が成長するため鉱物本来の外形を呈しない他形となる。問題の図１では，鉱物**w**(黒雲母)が自形，鉱物**z**(斜長石)が半自形，鉱物**x**(石英)と鉱物**y**(カリ長石)が他形である。した

自　形

鉱物本来の外形を呈する結晶で，特徴的な平面で囲まれる。

他　形

鉱物の隙間に晶出した結晶で，鉱物本来の外形を呈しない。

がって w，x，z の晶出順序は w → z → x であり，②が正解である。
$\boxed{3}$ …②

B　流水の作用

流水の三作用(侵食，運搬，堆積)に関する図の読み取り，流水の作用によって河川がつくる地形に関する問題を出題した。

問 4　砕屑物は粒径に基づいて分類される。$\frac{1}{16}$(ウ)mm 以下が泥，$\frac{1}{16}$ mm〜2(エ)mm が砂，2 mm 以上が礫である。
$\boxed{4}$ …④

砕屑物
泥は $\frac{1}{16}$ mm 以下。
砂は $\frac{1}{16}$〜2 mm。
礫は 2 mm 以上。

問 5　次の図２−３は，砕屑物の粒径と流水の平均流速に関するもので，砕屑物の流水中での振舞いを示したものである。図中の破線 P は流速が増加する場合の粒子の振舞い，破線 Q は流速が減少する場合の粒子の振舞いを表しているので，それぞれ独立して考えなければならない。

礫，砂，泥が停止したままの状態であるとき，流速を徐々に大きくしていくと砂の粒径の砕屑物が最初に破線 P を越える領域に入るため，砂が動き始める。もっと大きな流速になり，泥や礫の粒径の砕屑物も破線 P を越える領域に入ると，礫や泥も動き始める。砂より細かい泥が動きにくいのは，泥には粘土鉱物が含まれているために粘性があり，互いに密着しているためである。

流水の三作用
砂が最も侵食・運搬されやすい。また，礫が最も堆積しやすく，泥が最も堆積しにくい。

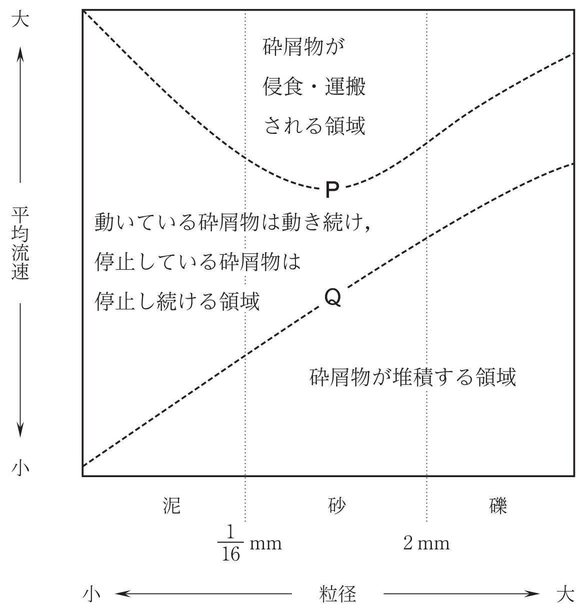


図２−３　流水の作用

次に，礫，砂，泥，すべての粒径の砕屑物が運搬されている状態から流速を徐々に小さくしていくと，粒径の大きい砕屑物から順に破線 Q を下まわる領域に入るため，礫，砂，泥の順に流水中で停止する(堆積する)。

①　動いている砕屑物のうち，流速の減少とともに流水中で最

初に停止する砕屑物は礫である。したがって，この選択肢は誤りである。

②　停止している砕屑物のうち，流速の増加とともに流水中で最も小さい流速で動き始めるのは砂である。したがって，この選択肢は誤りである。

③　流速が極めて大きいと，すべての粒径の砕屑物が運搬される。礫のみが運搬されるというわけではない。したがって，この選択肢は誤りである。

④　泥は，最も堆積しにくいため，洪水の後に流速が小さくなっても懸濁して運搬され続ける。そのため洪水の後，川はしばらくの間濁ったままであることが多いが，その原因の砕屑物は泥である。したがって，この選択肢が正しく，正解である。

$\boxed{5}$…④

問6　平野部では，一般に河川は蛇行(だこう)し，年月とともに蛇行の振幅が大きくなっていく。これは蛇行のカーブの地点で，カーブの内側では流速が小さくなって堆積作用が進み，カーブの外側では流速が大きくなって侵食作用が進むためである。堆積作用が進んだカーブの内側をポイントバー，侵食作用が進んだカーブの外側をカットバンク(攻撃斜面)という(図２－４)。　$\boxed{6}$…③

蛇　行

カーブの内側で堆積作用，外側で侵食作用がはたらく。

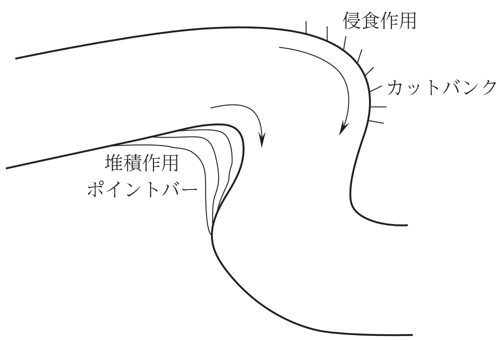


図２－４　河川の蛇行

第3問　地　質　問題

A　地　層

地質・地史分野では，地質断面図や柱状図などの読図問題が出題されることが多い。今回は，地質断面図を題材に問題を出題した。

問1　地層は下位から上位に向かって堆積(たいせき)するため，地層の逆転がないかぎり，上位にある地層は下位にある地層よりも新しい。これを地層累重(るいじゅう)の法則という。問題の図１では，砂岩・泥岩互層よりも上位の泥岩層の方が新しく，泥岩層よりも上位の砂岩層がさらに新しい。

また，地層・岩体や断層は，切っている方が切られているものよりも新しい。問題の図１では，岩脈が砂岩・泥岩互層と泥岩層

地層累重の法則

通常，重なり合う地層のうち，上位にある地層は下位にある地層よりも新しい。

を切っているので，砂岩・泥岩互層と泥岩層が堆積した後，マグマが貫入して岩脈が形成されたとわかる。また，岩脈は不整合面によって切られており，不整合面と砂岩層は断層によって切られているので，岩脈が形成された後に泥岩層や岩脈が侵食を受け，その上に砂岩層が不整合に堆積し，その後に断層が形成されたと判断できる。したがって，⑤が正解である。　$\boxed{1}$…⑤

問2　砕屑物(さいせつ)の粒子が並んでつくる葉理が，地層の層理面に対して斜交している堆積構造を，斜交葉理(クロスラミナ)という。水や風によって砕屑物が移動して形成される。問題の図2のような斜交葉理の場合，葉理が傾いて下がっている方向に水が流れていたと推定することができるので，水は右から左の方向に流れていたと推定される。したがって，①が正解である。

図3－1のような斜交葉理は，水や風の向きや速さが変化する場所でつくられる。切っている葉理が切られている葉理よりも新しいことや，一つの葉理が層理面に対して上位ほど大きな角度をなすことから，斜交葉理を利用して地層の上下を判定することができる。

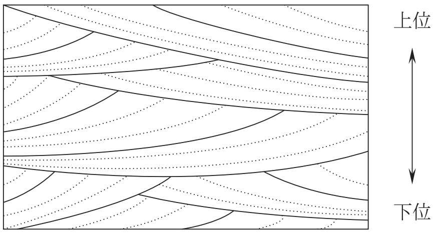


図3－1　斜交葉理(クロスラミナ)

この他の重要な堆積構造として，級化層理(級化成層)がある(図3－2)。これは，1枚の地層(単層)の中で下位から上位に向かって，砕屑物の粒径が次第に小さくなっている堆積構造である。砂や泥が水と混じった乱泥流(混濁流)が，海底などの斜面を流れ下って静かな水底に堆積するとき，大きい粒子から順に堆積することによって形成される。　$\boxed{2}$…①

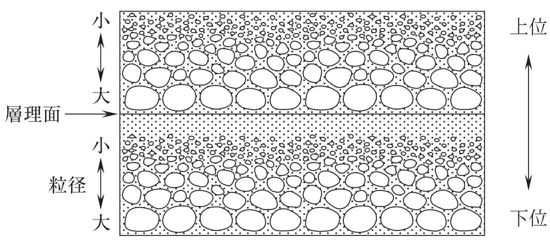


図3－2　級化層理(級化成層)

問3　離れた地域に分布する地層が同じ時代に形成されたものであるかどうかを比較する作業を地層の対比という。

斜交葉理(クロスラミナ)
葉理が地層の層理面に斜交する構造。
水や風によって砕屑物が移動して形成される。

級化層理(級化成層)
単層中で下位ほど粗粒で上位ほど細粒になる堆積構造。

地層の対比
離れた地域に分布する地層を比較して，同じ時代に堆積したものかを判断する作業。

①　特定の時代の地層に限って産出する化石を用いて，地層が堆積した年代を決めることができ，地層の対比に有効である。このような化石を示準化石という。進化速度が速く(種としての生存期間が短く)，広い範囲の地層から多くの個体が産出する化石は，示相化石ではなく，示準化石として有効である。したがって，この選択肢は誤りである。

なお，示相化石とは，地層が堆積した環境を推定できる化石である。生息環境が限られる生物は示相化石として有効である。示相化石の例として，温暖で澄んだ浅海に生息する造礁性サンゴがある。

②・③　石灰質($CaCO_3$)の殻をつくるプランクトンの有孔虫や，ケイ質(SiO_2)の殻をつくる放散虫は，進化速度が速く，世界の海洋に広く生息しているため，示準化石として利用される。放散虫は石灰質ではなくケイ質の殻をつくるので，②の選択肢は誤りである。また，これらのプランクトンは分布域が広く，海洋を隔てた大陸の間での地層の対比にも役立つので，③の選択肢も誤りである。

④　地層の対比には鍵層を用いる方法がある。鍵層の条件は，短期間に広い範囲に形成された，他の地層と区別がつきやすい地層であることである。火山灰層や凝灰岩層は，火山噴火によって短期間に広い地域に堆積して形成され，化石を含まなくても色や鉱物組成から同一性を判定できるものが多いため，鍵層として有効で，地層の対比に利用される。したがって，この選択肢が正しく，正解である。　3 …④

示準化石
地層が堆積した年代を決めることができる化石。地層の対比に役立つ。

示相化石
地層が堆積した当時の環境を推定するのに役立つ化石。
・造礁性サンゴ：温暖で澄んだ浅海。

鍵　層
地層の対比に役立つ地層。
火山灰層や凝灰岩層など。

B　地球の歴史

先カンブリア時代から新生代までの地球の歴史に関する問題を出題した。

問4　地球が誕生した約46億年前から約5.4億年前までを先カンブリア時代といい，このうち，約46億～40億年前を冥王代，40億～25億年前を始生代(太古代)という。

原生代は25(ア)億年前から約5.4億年前までの時代である。約19億年前までに細胞内に核をもつ真核生物が誕生し，その後，多細胞生物が現れた。約5.4億年前には，殻や骨格などのかたい組織をもつ多細胞生物が爆発的に出現した。

原生代後期の約7億年前に，気候が寒冷化して低緯度地域まで氷河に覆われたと考えられている。この現象は，全球凍結(イ)もしくは，全地球凍結，スノーボール・アース仮説などと呼ばれている。したがって，④が正解である。

なお，最終氷期とは，第四紀に繰り返し訪れた氷期のうち，約2万年前に寒冷化のピークを迎えた最後の氷期のことである。第四紀の氷期には高緯度地域や中緯度の山岳地帯が氷河に覆われたが，低緯度地域には氷河は形成されていない。　4 …④

地質時代の区分Ⅰ
先カンブリア時代
・冥王代：約46億～40億年前。
・始生代(太古代)：40億～25億年前。
・原生代：25億～約5.4億年前。

全球凍結(全地球凍結)
原生代初期の約23億～22億年前と原生代後期の約7.5億～6億年前に，地球全体が氷に覆われたと考えられている。

問 5　約 5.4 億年前以降は，生物の大量絶滅が起きた約 2.5 億年前と約 6600 万年前を境に，古生代・中生代・新生代に分けられる。

古生代カンブリア紀には太陽からの紫外線が大量に地上に降り注いでいたが，やがて大気上層にできたオゾン層が紫外線を吸収し，地上に届く紫外線が減少した。シルル紀には，最初の陸上植物の一つであるクックソニアが出現した。したがって，①の選択肢が正しく，正解である。

また，古生代デボン紀には両生類が出現し，脊椎動物として初めて陸上に進出した。石炭紀には爬虫類が出現し，ペルム紀(二畳紀)に発展したと考えられている。したがって，③の選択肢は誤りである。

約 2.5 億年前のペルム紀末に，三葉虫や紡錘虫(フズリナ)を含む海生生物の 90 %以上が絶滅する大量絶滅が起きた。したがって，②の選択肢は誤りである。

中生代最初の三畳紀(トリアス紀)には，恐竜や哺乳類が出現した。また，中生代には鳥類も出現した。約 6600 万年前の白亜紀末に，アンモナイトや恐竜などが絶滅した。この原因としては，巨大な隕石が地球に衝突し，地球表層の環境が激変したとする説が有力である。したがって，④の選択肢は誤りである。

$\boxed{5}$ …①

問 6　中生代から新生代前半は気候が温暖であったが，その後，次第に寒冷化が進行したと考えられている。

①　新生代古第三紀に，南極大陸は他の大陸から完全に分離して独立した大陸となり，南極大陸のまわりを周回する南極周極流(周南極海流)が形成された。このため，赤道域の海流が南極大陸に近づけなくなり，南極大陸は寒冷化して氷床(大陸氷河)が形成された。したがって，この選択肢は正しい。

②　古第三紀にはインド亜大陸がアジア大陸に衝突し，その後，ヒマラヤ山脈とチベット高原が形成されるようになった。このため大気循環のパターンが変化し，アジアではモンスーン気候が生まれた。したがって，この選択肢は正しい。

③　古第三紀の中ごろから進行していた寒冷化は，約 260 万年前に始まる第四紀に顕著となり，やがて，寒冷な氷期と温暖な間氷期が数万～10 万年の周期で繰り返されるようになった。特に，約 80 万～70 万年前以降は，約 10 万年の周期で氷期と間氷期が繰り返されている。新第三紀には氷期と間氷期が繰り返す気候は現れていないので，この選択肢は誤りであり，正解である。

④　第四紀の気候変動の周期は，(1)地球の公転軌道の離心率，(2)地球の自転軸(地軸)の傾き，(3)地軸の向きが回転する歳差運動の三つの周期的な変化を反映していると考えられている。これらの周期を理論的に導いた研究者にちなみ，これをミランコビッチサイクル(ミランコビッチ周期)という。この第四紀の気候変動の

地質時代の区分Ⅱ

・古生代：約 5.4 億～約 2.5 億年前。

・中生代：約 2.5 億～約 6600 万年前。

・新生代：約 6600 万年前～現在。

古生代末の大量絶滅

約 2.5 億年前のペルム紀末に，三葉虫や紡錘虫(フズリナ)を含む海生生物の 90 %以上が絶滅した。

中生代末の大量絶滅

約 6600 万年前の白亜紀末に，アンモナイトや恐竜などが絶滅した。原因として，巨大な隕石の衝突による環境の激変が有力視されている。

周期は，有孔虫の殻の酸素同位体比などによって確かめられた。したがって，この選択肢は正しい。　6 …③

第4問　海洋と大気　問題

A　海　洋

海洋に関しては，その層構造と深層循環，海流，塩類組成と塩分がおもな内容である。海流に関しては，偏西風や貿易風との関係，亜熱帯環流(亜熱帯循環系)の特徴などを理解しておく必要がある。

問1　地学基礎のどの教科書にも掲載されている日本列島付近の海流に関して，図を丁寧に見ているかどうかを確認する問題である。黒潮の流路に関しては，沖縄付近の流路を間違えやすいので，注意深く図を確認してほしい。図4－1のように，黒潮は，台湾東方で東シナ海に入り，九州南方で太平洋に出て，四国から関東の南岸を流れて日本列島から離れる。したがって，③が正解である。　1 …③

黒潮の流路
台湾東方から東シナ海に入り，九州南方で太平洋に流入する。

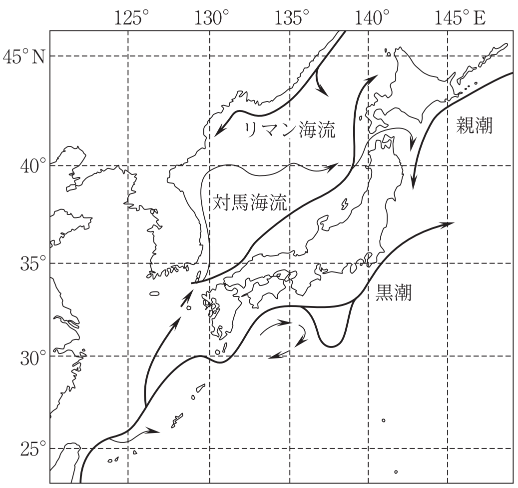


図4－1　日本列島付近の海流

問2　黒潮と親潮の特徴に関する基礎知識を問う問題である。図4－2のように，北太平洋では，北赤道海流→黒潮→北太平洋海流→カリフォルニア海流→北赤道海流という時計回り(右回り)の循環が存在し，亜熱帯環流(亜熱帯循環系)と呼ばれる。北大西洋にも同様の時計回りの循環が存在する。一方，南太平洋，南大西洋，南インド洋には反時計回り(左回り)の亜熱帯環流が存在する。これらの亜熱帯環流では，循環の西側に流速の大きい(ア)海流が流れているという共通した特徴がある。これを西岸強化という。例えば，黒潮や湾流(メキシコ湾流)がこれにあたる。

亜熱帯環流
北半球…時計回り
南半球…反時計回り
西岸強化…環流の西側部分を流れる海流の流速が大きい。

親潮は高緯度の海域の海水を起源とするため，黒潮よりも水温が低い(イ)。また，親潮は流氷が融(と)ける海域の海水が移動してくるので，塩分も低い。黒潮は，低緯度の海水を起源とするた

め，高温である。また，黒潮は蒸発量が降水量を上まわる海域の海水であるため，塩分が高い。黒潮と親潮の海水は東北地方東方の太平洋で出会い，水温の低い親潮由来の海水が黒潮の下へ沈み込んでいく。したがって，②が正解である。 $\boxed{2}$ …②

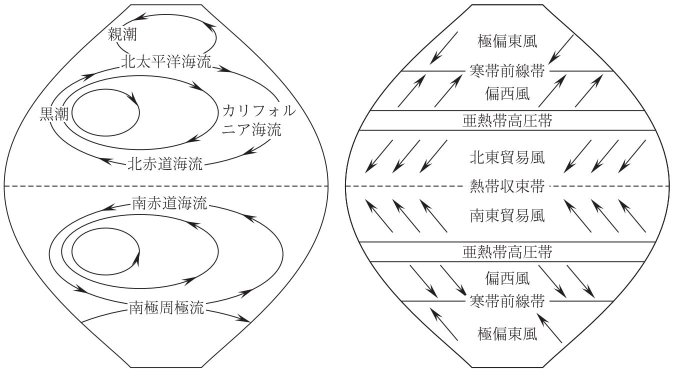


図４－２　海流と風系

問３　海流は定常的に吹く風が成因となって流れる。海流と風系の対応関係を問う知識問題である。図４－２のように，北太平洋の亜熱帯環流のうち，西から東へ流れる海流は北太平洋海流，東から西へ流れる海流は北赤道海流である。これらの海流と風との間には，北太平洋海流－偏西風，北赤道海流－北東貿易風という対応関係がある。したがって，①が正解である。

風が吹いていく向きに海流が流れていないのは，地球の自転の影響が加わるからである。 $\boxed{3}$ …①

B　雲と降水

雲と降水に関しては，相対湿度と露点(露点温度)，雲の分類がおもな学習内容である。相対湿度は中学理科で学習しているが，地学でも計算問題として出題される可能性がある。今回は考察問題として出題した。

問４　大気中の水に関する総合問題である。飽和水蒸気圧(飽和水蒸気量)と気温の関係，露点，相対湿度について，正確に理解しておこう。

①　飽和水蒸気圧は気温が高いほど大きい。よって，飽和水蒸気圧が最も大きい空気塊は最も気温の高いＣである。したがって，この選択肢は誤りである。

②　未飽和の空気塊の温度が低下し，飽和し始める温度を露点という。露点が最も低い空気塊は，水蒸気圧が最も小さいＤである。したがって，この選択肢は誤りである。

③　空気塊の温度が 10 ℃まで低下したとき，単位体積あたり最も多くの水蒸気が凝結する空気塊はＡである。図４－３中のＸがその量である。次に多いのはＣで，凝結量は図４－３中のＹである。したがって，この選択肢は誤りである。

飽和水蒸気圧(飽和水蒸気量)
気温が高いほど大きい。

露　点
未飽和の空気塊の温度が低下し，飽和し始める温度。

なお，図４－３で示されるように，Bは10℃で露点に達し，飽和が始まったばかりなので，凝結する水蒸気は0と考えてよい。また，Dの露点は0℃なので，温度が10℃に低下しても，水蒸気は凝結しない。

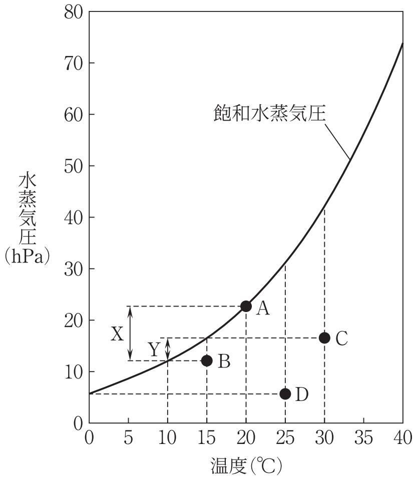


図４－３　温度と水蒸気圧

④　相対湿度は，次式のように表す。

$$相対湿度（\%）=\frac{水蒸気圧}{飽和水蒸気圧}\times 100$$
$$=\frac{水蒸気量}{飽和水蒸気量}\times 100$$

飽和水蒸気圧が高く，水蒸気圧が低いほど相対湿度は小さい。飽和水蒸気圧が最も高いのはCで，水蒸気圧が最も低いのはDなので，問題の図１からそれぞれの飽和水蒸気圧と水蒸気圧を読み取ってCとDの相対湿度を計算すると，Cの相対湿度は，

$$\frac{17}{42}\times 100 \fallingdotseq 40（\%）$$

Dの相対湿度は，

$$\frac{6}{32}\times 100 \fallingdotseq 19（\%）$$

であり，相対湿度はDが最も小さい。

したがって，この選択肢が正しく，正解である。　$\boxed{4}$…④

問５　雨粒の形成に関する計算問題である。体積で比較して，計算すればよいので，これを理解していれば暗算で正解を導き出せる問題である。

雲粒の半径が0.01 mm，雨粒の半径が1 mmなので，雨粒の半径は雲粒の半径の100倍である。球の体積は半径の3乗に比例するので，$1\times 100^3=1\times 10^6$（個）の雲粒が集まると，1個の雨粒になる。したがって，③が正解である。　$\boxed{5}$…③

問６　地学基礎の教科書に写真とともに掲載されている雲の分類に

相対湿度

$$相対湿度（\%）=\frac{水蒸気圧}{飽和水蒸気圧}\times 100$$
$$=\frac{水蒸気量}{飽和水蒸気量}\times 100$$

球の半径と体積

体積は半径の3乗に比例する。

関する知識問題である。寒冷前線と温暖前線に伴い降水をもたらす雲，層状雲と対流雲の分類上の相違点について，知識が身についているかどうかを確認する問題である。

①　寒冷前線の通過に伴う降水は，積乱雲による場合が多い。したがって，この選択肢は誤りである。

②　温暖前線の通過に伴う降水は，乱層雲による場合が多い。したがって，この選択肢は誤りである。

③　雲は，次の表４－１のように分類され，これを十種雲形という。

前線付近で降水をもたらす雲
寒冷前線…積乱雲
温暖前線…乱層雲

降水をもたらす雲
「乱」という文字がついている。

表４－１　雲の分類

<table>
<tr><td rowspan="8">層状雲</td><td rowspan="3">上層雲</td><td>巻　雲</td></tr>
<tr><td>巻積雲</td></tr>
<tr><td>巻層雲</td></tr>
<tr><td rowspan="3">中層雲</td><td>高積雲</td></tr>
<tr><td>高層雲</td></tr>
<tr><td>乱層雲</td></tr>
<tr><td rowspan="2">下層雲</td><td>層積雲</td></tr>
<tr><td>層　雲</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">対流雲</td><td>積乱雲</td></tr>
<tr><td>積　雲</td></tr>
</table>

巻雲は上層雲であり，中層雲の乱層雲よりも高い高度に現れる雲である。したがって，この選択肢が正しく，正解である。

上層雲
「巻」という文字がついている。

④　乱層雲は，中層雲である。積乱雲のように対流圏下層から上層まで垂直方向に発達する対流雲ではなく，水平方向に広がる層状雲であるので，この選択肢は誤りである。　$\boxed{6}$ …③

第５問　宇　宙　問題

A　惑　星

惑星は，木星型惑星と地球型惑星に大きく分けられると同時に，それぞれ固有の特徴をもっており，詳細に調べられている。本問では，それらの惑星の分類と個別の特徴についての基本事項を中心に出題した。

問１　太陽系が形成されるとき，惑星の材料となる物質は，太陽に近い領域では金属・岩石であったが，太陽から遠く低温の領域では氷も材料に加わった。材料の種類とその量に差異があったため，太陽に近い惑星と太陽から遠い惑星で性質に相違が生じた。この結果，惑星は太陽に近い４個の地球型惑星と，太陽から遠い４個の木星型惑星に分類されている。それぞれの特徴をまとめたものが問題の表１であるが，改めてまとめると次の表５－１のようになる。

地球型惑星
おもに岩石・金属からなる小型の惑星。水星・金星・地球・火星の４個。

木星型惑星
おもに水素・ヘリウムからなる分厚い大気をもつ大型の惑星。木星・土星・天王星・海王星の４個。

表5－1　地球型惑星と木星型惑星

	地球型惑星	木星型惑星
半　径	小さい	大きい
質　量	小さい	大きい
密　度	3.9～5.5 g/cm^3	0.7～1.6 g/cm^3
表　面	岩　石	ガ　ス
大　気	水星：なし 金星・火星：CO_2 地球：N_2・O_2	H_2・He
環(リング)	な　し	あ　り
自転周期	長　い	短　い
衛　星	なし・少	多

ア：木星型惑星は，材料に金属・岩石の他に氷も加わったため，質量が大きく重力も強い。その結果，原始太陽系星雲のガスを大量に引きつけ，膨大な大気を纏(まと)うことになった。このため，惑星を見たときの表面は，固体の岩石や氷ではなくガスになっている。

イ：地球型惑星の大気主成分は金星と火星が CO_2，地球は N_2，O_2 であり，水星はほとんど大気をもっていない。一方，木星型惑星の大気は原始太陽系星雲とほぼ同じ組成で，H_2 が主成分である。したがって，正解は①である。　1 …①

問2　地球型惑星の固有の特徴についての問いである。

①　水星も金星も最高表面温度が400℃を超える惑星だが，水星には大気がほとんどないため，温室効果ははたらいていない。水星が高温なのは，単に太陽に最も近いことが理由である。一方，金星は90気圧にも及ぶ二酸化炭素の大気による温室効果のため，460℃を超える高温になっている。したがって，この選択肢は誤りである。

②　地球の自転軸は公転面に垂直な方向に対して23.4°傾いているため，公転に伴って季節変化が生じている。一方，火星の自転軸も，公転面に垂直な方向に対して地球とほぼ同程度(25.2°)傾いているため，やはり地球のように季節変化が生じている。したがって，この選択肢が正しく，正解である。

③　地球の大気中には水滴や氷晶からなる雲が存在している。一方，金星の大気中にも惑星全体をすっぽりと覆(おお)う雲が存在しているが，それは硫酸の液滴からなっている。したがって，この選択肢は誤りである。

④　火星の表面には，流水によってつくられたと考えられる河川の跡や扇状地に見える地形が残されている。また，火星に軟着陸した探査機により，堆積(たいせき)岩と思われる岩石も発見されており，過去には海や湖が存在していたことは確からしい。一方，水星の

原始太陽系星雲
形成直後の原始太陽の周囲に円盤状に広がっていたガス雲。その中で惑星が形成された。

水　星
太陽系最小の惑星で，大気はほとんどない。

金　星
90気圧に及ぶ二酸化炭素の大気をもつ。その温室効果のため，気温は460℃を超える高温である。

火　星
自転軸が，公転面に垂直な方向に対し地球と同程度傾いているので，地球と同様に季節変化が生じている。

金星の雲
硫酸の液滴からなる雲が金星全体を覆っている。

表面は月と同様にほぼ完全にクレーターで覆われており，水が存在したことを示唆する地形は見当たらない。したがって，この選択肢は誤りである。 $\boxed{2}$ …②

問3　木星型惑星の個別の特徴についての問いである。

①　木星は大きさ・質量ともに太陽系最大の惑星である。木星の半径は地球の約11倍である。また，木星の質量は太陽のおよそ $\frac{1}{1000}$ でしかないが，地球の300倍以上，惑星の中で2番目に質量の大きな土星の3倍以上あり，他の惑星と比較して突出して質量が大きい。したがって，この選択肢は正しい。

②　木星型惑星はすべて環(リング)をもっている。土星の環はおもに氷の塊からなっているため，太陽光をよく反射し，幅が広いこととも相まって小型望遠鏡による観察でも確認できる。したがって，この選択肢は正しい。

土星の環
おもに氷の塊からなっており，明るく幅が広いため，たやすく観察できる。

③　他の惑星と異なり，天王星の自転軸は軌道面にほぼ平行になっており，図5－1のようにほぼ横倒しに自転している。惑星は自転軸の方向をほぼ保ったまま公転するので，1回公転する間に2回はどちらかの極が太陽の方向を向くことになるが，極が常時太陽の方向を向いているわけではない。したがって，この選択肢が誤りであり，正解である。

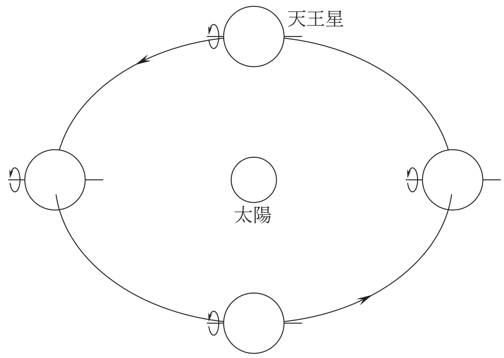


図5－1　天王星の自転と公転

④　惑星を太陽からの距離が近い方から順に並べると，地球型惑星・木星・土星・天王星・海王星となる。したがって，この選択肢は正しい。なお，海王星が太陽から最も遠い惑星であるが，海王星より遠方にも太陽系外縁天体が多数存在しているので，海王星が太陽系の果てというわけではない。 $\boxed{3}$ …③

太陽系外縁天体
海王星軌道の外側に多数分布している小天体。冥(めいおう)王星やエリスが代表的。

B　太　陽

太陽は地球に最も近い距離にある恒星であり，表面や内部の詳細を調べることが可能である。太陽は平均的な恒星であるので，その特徴を知ることは，他の恒星のイメージを得るために重要である。

問4　太陽は典型的な主系列星であり，中心部で水素原子核4個が融合してヘリウム原子核1個に変わる核融合($\boxed{ウ}$)反応によっ

主系列星
中心部で起きている，水素の核融合反応によりエネルギーを発生している恒星。

てエネルギーを発生している。発生したエネルギーは表面まで伝わっていき，そこで大部分が放射のエネルギーとなって宇宙空間に出て行く。残ったエネルギーは，対流を引き起こしたり，磁場を発生させたりすることに消費される。その磁場によって発生するのが黒点で，黒点上空では強力な磁場のエネルギーが集中している。このエネルギーが爆発的に解放された結果，フレア(エ)が発生し，強い紫外線やX線が放射されたり，高エネルギーの荷電粒子が放出され，地球にも大きな影響を与える。

したがって，正解は①となる。核分裂反応は重い原子核が分裂して軽い原子核になる反応であり，プロミネンス(紅炎)は，コロナの中に炎やループの様な形状をして浮いているガス雲である。

4 …①

問5 ① 太陽光は，厚さ約500 kmの光球と呼ばれる層から放射されている。太陽を観察した場合，中央部では光球の層を垂直に見ているので，図5－2のA点のような深いところまで見通すことになる。一方，周辺部では光球の層を斜めに見ているため，同じ距離を見通したとしても，図5－2のB点のような浅いところしか見えていない。光球は深いところほど高温なので，観測される光球面の周辺部では，中央部と比較して低温の部分から放射される光しか見えていないため，中央部より暗く見える。この現象を周辺減光と呼ぶ。したがって，この選択肢は正しい。

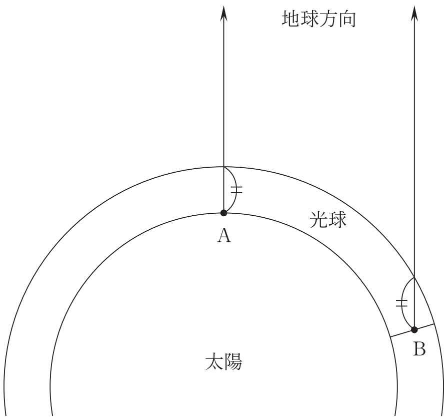


図5－2 太陽の周辺減光

② 太陽スペクトル中には，太陽の表面付近のガスに含まれる原子やイオンが固有の波長の光を吸収するため，暗線(吸収線・フラウンホーファー線)が生じている。例えば，水素原子がつくる $H\alpha$ 線や $H\beta$ 線，ナトリウムのD線などがおもなものである。したがって，この選択肢は正しい。

③ 太陽からの可視光線の大部分は光球から放射されている。コロナは，皆既日食のときに月が太陽を完全に隠したときでないと，肉眼で見ることができない。これは，コロナが希薄な大気で

フレア
黒点上空で磁場のエネルギーが解放されることで起きる爆発現象。地球に大きな影響を与えることがある。

プロミネンス
コロナの中に浮いているガス雲。炎型やループ型の形状である。

周辺減光
光球の中央部より周辺部の方が暗く見える現象。

暗　線
太陽をはじめとする天体のスペクトルの中で，特定の波長で光が吸収され，弱くなっているところ。吸収線・フラウンホーファー線ともいう。

あり，コロナの光が光球から出る光よりはるかに弱いことを意味している。したがってこの選択肢が誤りで，正解である。

④　太陽放射は波長約 0.5 μm でエネルギーが最大となる。これは緑色付近の可視光線にあたり，太陽放射は可視光線で最も強くなっていることがわかる。しかし，可視光線に隣接する波長の電磁波である赤外線と紫外線も放射している。したがって，この選択肢は正しい。　$\boxed{5}$…③

問 6　太陽はゆっくりと自転しており，黒点も自転に伴って見かけの位置が変化していく。自転の方向は，地球から見たときの方角で東から西なので，黒点も東から西に移動していく。太陽はガス体であるため固体の表面をもたず，自転周期は太陽の緯度によって異なっており，低緯度ほど短く，赤道付近で約 27 日，高緯度では約 30 日である。よって，高緯度の黒点より，低緯度の黒点の方が太陽面を一周する時間は短くなる。したがって，高緯度の黒点が一周して元の位置に戻ってきたときには，低緯度の黒点は太陽の中央の経線より西側にきているはずである。この条件を満たすのは②だけなので，②が正解であることがわかる。　$\boxed{6}$…②

太陽の自転

地球から見て東から西に，高緯度では約 30 日，赤道付近では約 27 日で一周する。

MEMO

MEMO