

クラス		受験番号	
出席番号		氏 名	

#3 高1
数学

2012年度

第3回 全統高1 模試問題 数 学 (100分)

2012年11月実施

試験開始の合図があるまで、この「問題」冊子を開かず、下記の注意事項をよく読むこと。

注 意 事 項

- この「問題」冊子は、7ページである。
- 解答用紙は別冊子になっている。（「受験届・解答用紙」冊子表紙の注意事項を熟読すること。）
- 本冊子に脱落や印刷不鮮明の箇所及び解答用紙の汚れ等があれば試験監督者に申し出ること。
- ①～③は必須問題、④～⑥は選択問題である。④～⑥の3題中、任意の1題を選択して解答すること。（下表の選択パターン以外で解答した場合は、いずれかのパターンにあてはめられた成績集計を行う。）

解 答 用 紙	イ		ロ			
問 題 番 号	①	②	③	④	⑤	⑥
選 択 パ タ ー ン	●	●	●	○		
	●	●	●		○	
	●	●	●			○

●…必須 ○…選択

- 試験開始の合図で「受験届・解答用紙」冊子の数学の解答用紙を切り離し、所定欄に氏名（漢字及びフリガナ）、在学高校名、クラス名、出席番号、受験番号（受験票発行の場合のみ）、選択番号（数学ロの裏面のみ）を明確に記入すること。
- 試験終了の合図で上記5. の 〇 の箇所を再度確認すること。
- 未解答の解答用紙は提出しないこと。
- 答えは試験監督者の指示に従って提出すること。

河合塾

1 【必須問題】 (配点 30点)

次の にあてはまる数や式を求めよ。ただし、カ、キ、クは、選択肢①～⑥の中から一つずつ選び、その番号で答えよ。同じ番号を繰り返し選んでもよい。

(1) $x = \frac{4}{\sqrt{5}-1}$, $y = \frac{4}{\sqrt{5}+1}$ のとき、

$$x+y = \text{ア}, \quad x^3y + xy^3 = \text{イ}$$

である。

(2) k を実数の定数とする。 x の 2 次方程式

$$x^2 - 3x + k = 0$$

が異なる 2 つの実数解をもつような k の値の範囲は、

ウ

である。

(3) 等式

$$5x + 3\sqrt{2} = y + \sqrt{2}x$$

を満たす有理数 x , y の値は、

$$x = \text{エ}, \quad y = \text{オ}$$

である。ただし、 $\sqrt{2}$ は無理数である。

(4) 実数 x , y に対して、2 つの条件 p , q を

$$p: x=1, \quad q: xy=y$$

とすると、

命題 $p \Rightarrow q$ は、カ.

命題 $q \Rightarrow p$ は、キ.

したがって、 p は q であるための ク.

【カ、キ、クの選択肢】

① 真である

- ② 偽である
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件であるが、十分条件ではない
- ⑤ 十分条件であるが、必要条件ではない
- ⑥ 必要条件でも十分条件でもない

2 【必須問題】（配点 70点）

1 2次関数

$$y=2x^2-2x+1$$

の $0 \leq x \leq 2$ における y の最大値, 最小値をそれぞれ求めよ.

(2) 2次関数

$$y=2x^2-4ax+2a^2+a \quad (a \text{ は実数の定数})$$

の $0 \leq x \leq 2$ における y の最大値を M , 最小値を m とする.

(i) a の値で場合分けをして m を求めよ.

(ii) $0 \leq a \leq 2$ のとき, $M-m=4$ となるような a の値をすべて求めよ.

[2] 3つの不等式

$$x^2-6x+8 \leq 0, \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x^2-2x-7 > 0, \quad \dots \textcircled{2}$$

$$x^2-(a-1)x-a^2 \leq 0 \quad \dots \textcircled{3}$$

がある. ただし, a は実数の定数とする.

(1) ① を満たす x の範囲を求めよ.

(2) ① または ② を満たす x の範囲を求めよ.

(3) ① も ② も ③ も満たさない整数 x がちょうど 1 個存在するような a の値の範囲を求めよ.

3 【必須問題】（配点 50点）

数字1が書かれた赤色のカード，数字2が書かれた赤色のカード，数字3が書かれた赤色のカード，数字4が書かれた赤色のカード，数字5が書かれた赤色のカードがそれぞれ2枚ずつある．同様に，数字1が書かれた白色のカード，数字2が書かれた白色のカード，数字3が書かれた白色のカード，数字4が書かれた白色のカード，数字5が書かれた白色のカードがそれぞれ2枚ずつある．このような，赤色と白色のカードに数字が1つずつ記入されたカードを，合計20枚用意しておく．

- (1) 20枚のカードのうち，数字1，2，3，4，5が書かれた赤色と白色のカードをそれぞれ1枚ずつ，合計10枚のカードを箱に入れて，残りの10枚はそのまま残しておく．箱に入っている10枚のカードから同時に2枚のカードを無作為に取り出す操作を1回行う．
- (i) 取り出した2枚のカードがともに赤色のカードである確率を求めよ．
 - (ii) 取り出した2枚のカードに書かれた数字が異なる確率を求めよ．
- (2) 最初に用意した20枚のカードをすべて箱に入れて，箱に入っている20枚のカードから同時に4枚のカードを無作為に取り出す操作を1回行う．
- (i) 取り出した4枚のカードに書かれた数字が4種類である確率を求めよ．
 - (ii) 取り出した4枚のカードに書かれた数字が3種類で，さらに，赤色と白色のカードが両方とも含まれている確率を求めよ．

4 【選択問題（数学Ⅰ 図形と計量）】（配点 50点）

三角形 ABC において,

$$AB=5, BC=6, \cos \angle ABC = \frac{2}{3}$$

である.

(1)(i) 辺 AC の長さを求めよ.

(ii) 三角形 ABC の面積を求めよ.

(2) 三角形 ABC の外接円の, 点 B を含まない弧 AC 上に点 D があり, 線分 AD, 線分 DC の長さは,

$$AD=3l, DC=2l \quad (l \text{ は正の定数})$$

である.

また, 線分 AC と線分 BD の交点を E とする.

(i) $\cos \angle ADC$, および l の値をそれぞれ求めよ.

(ii) 線分 BD の長さを求めよ.

(iii) 三角形 CDE の外接円の半径 R を求めよ.

5 【選択問題（数学A 整数の性質）】（配点 50点）

(1)(i) $117n$ が、ある自然数の平方となるような自然数 n を小さい順に 3 つ求めよ.

(ii) a, b は自然数とする.

$$a^2 - b^2 = 117$$

を満たす a, b の組 (a, b) をすべて求めよ.

(iii) a, b, c は自然数で、 a は $1 \leq a \leq 12$ を満たすとする.

$$(11a + 2b)^2 - (2a + 11b)^2 = c^2$$

を満たす a, b, c の組 (a, b, c) をすべて求めよ.

(2)(i) m は整数とする.

m^2 を 3 で割ったときの余りを、 m を 3 で割ったときの余りで場合分けして求めよ.

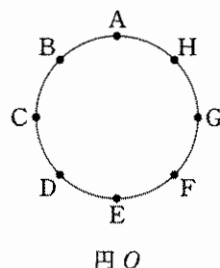
(ii) a, b は自然数とする.

$$a^2b^2 - 2a^2b + 2a^2 = 3^{2012}$$

を満たす a, b の組 (a, b) を求めよ.

6 【選択問題（数学A 場合の数）】（配点 50点）

右の図のように、円 O の周上に異なる 8 個の点 A, B, C, D, E, F, G, H が等間隔で並んでいる。この 8 個の点のうちの 2 点を通る直線の本数を m とおく。



- (1) m の値を求めよ。
- (2) 次に、この m 本の直線から 2 本の直線の組を選ぶ。
 - (i) 点 A で交わるような 2 本の直線の組の総数を求めよ。
 - (ii) 円 O の周上で交わるような 2 本の直線の組の総数を求めよ。
 - (iii) 円 O の内部で交わるような 2 本の直線の組の総数を求めよ。
 - (iv) 円 O の外部で交わるような 2 本の直線の組の総数を求めよ。

