クラス		受験番号	
出席番号		氏　　名	

2012年度

第3回　全統高2模試問題

数　　学

2012年11月実施　　　　　　　　　　　　　　（100分）

試験開始の合図があるまで，この「問題」冊子を開かず，下記の注意事項をよく読むこと。

注　意　事　項

1. この「問題」冊子は7ページである。
2. 解答用紙は別冊子になっている。(「受験届・解答用紙」冊子表紙の注意事項を熟読すること。)
3. 本冊子に脱落や印刷不鮮明の箇所及び解答用紙の汚れ等があれば試験監督者に申し出ること。
4. **1 2 3 は必須問題，4 5 6 は選択問題**である。**4 5 6 の3題中，任意の1題を選択**して解答すること。(選択パターン以外で解答した場合は，解答のすべてを無効とする場合がある。)

解答用紙	イ		ロ			
問題番号	1	2	3	4	5	6
選択パターン	●	●	●	○		
	●	●	●		○	
	●	●	●			○

●…必須　○…選択

5. 試験開始の合図で「受験届・解答用紙」冊子の該当する解答用紙を切り離し，所定欄に **氏名**（漢字及びフリガナ），**在学高校名**，**クラス名**，**出席番号**，**受験番号**（受験票発行の場合のみ），**選択番号**（数学ロの裏面のみ）を明確に記入すること。
6. 指定の解答欄外へは記入しないこと。採点されない場合があります。
7. 試験終了の合図で上記5.の ■ の箇所を再度確認すること。
8. **未解答の解答用紙は提出しないこと。**
9. 答案は，試験監督者の指示に従って提出すること。

河合塾

1 【必須問題】（配点　30点）

解説

次の $\boxed{}$ にあてはまる数または式を求めよ．

(1)　$27x^3+y^3$ を因数分解すると，

$$\boxed{}$$

である．

(2)　放物線 $C_1：y=x^2-4x+1$ を x 軸方向に a，y 軸方向に a だけ平行移動した放物線を C_2 とする．C_2 が x 軸に接するとき，C_2 の方程式は，

$$y=\boxed{}$$

である．

(3)　方程式

$$(x^2+x)^2-4(x^2+x)+4=0$$

を解くと，

$$x=\boxed{}$$

である．

(4)　赤球 3 個，白球 3 個の計 6 個の球が入っている袋がある．この中から同時に 4 個の球を取り出すとき，赤球 2 個，白球 2 個が取り出される確率は，

$$\boxed{}$$

である．

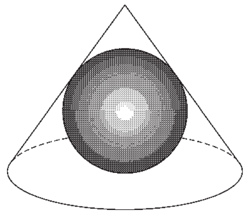
(5)　$\cos\alpha=\dfrac{1}{4}\ \left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ のとき，

$$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\boxed{}$$

である．

((6) は次ページにあります．)

(6) 図のように，底面の半径が3，高さが4である直円錐に球が内接しているとき，球の半径は，



$\boxed{}$

である．

2 【必須問題】（配点　70点）

解説

［1］ x の整式 $P(x)$ を $x+1$ で割ったときの余りは1であり，$(x-1)(x-2)$ で割ったときの余りは $-x+6$ である．

(1) $P(-1)$，$P(1)$，$P(2)$ を求めよ．

(2) $P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割ったときの余りを求めよ．

(3) $P(x)$ を $(x-1)(x+1)(x-2)$ で割ったときの余りを求めよ．

［2］ 座標平面において，連立不等式

$$\begin{cases} y \geqq \dfrac{1}{2}x, \\ y \leqq 3x, \\ x+3y \leqq 10 \end{cases}$$

で表される領域を E とする．

(1) E を図示せよ．

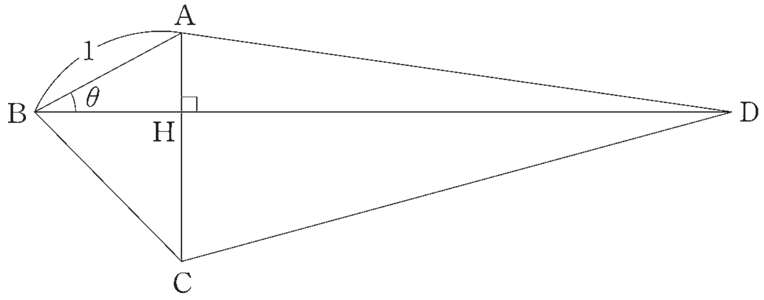
(2) 点 $(x,\ y)$ が E を動くとき，$2x+y$ の最大値，最小値を求めよ．

(3) 点 $(x,\ y)$ が E を動くとき，$(x-2)^2+y^2$ の最大値，最小値を求めよ．

3 【必須問題】（配点　50点）

解説

図のような四角形 ABCD がある．AB$=1$ であり，対角線 AC, BD は点 H で直交し，BH$=$CH，DH$=7$AH である．また，$\angle \mathrm{ABH}=\theta \left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする．



(1)　対角線 AC, BD の長さを $\sin\theta$，$\cos\theta$ を用いて表せ．

(2)　θ が $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で変化するとき，AC の長さの最大値を求めよ．また，そのときの θ の値を求めよ．

(3)　四角形 ABCD の面積を S とする．

（i）　S を $\sin 2\theta$，$\cos 2\theta$ を用いて表せ．

（ii）　θ が $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で変化するとき，S の最大値を求めよ．また，そのときの AC の長さを求めよ．

4 【選択問題(数学Ⅱ　指数関数・対数関数)】(配点　50点)　**解説**

2つの関数

$$f(x)=2^{x+3}-2^{2x},$$

$$g(x)=(\log_3 x)^2-\log_3 x^2$$

がある.

(1)(i)　$2^x=t$ とおくとき, $f(x)$ を t を用いて表せ.

(ii)　x の方程式 $f(x)=-9$ を解け.

(2)　x の不等式 $g(x)\leqq 0$ を解け.

(3)　k は実数の定数とする.

$$\begin{cases} f(x)=k, \\ g(x)\leqq 0 \end{cases} \qquad \cdots(*)$$

を満たす異なる x の個数が2となるような k の値の範囲を求めよ.

また, このとき, (*)を満たす2つの x の値を α, β とする. $\alpha+\beta$ のとり得る値の範囲を求めよ.

5 **【選択問題(数学Ⅱ　微分法)】**（配点　50点） **解説**

3 次関数

$$f(x)=x^3-\frac{3}{2}(p+1)x^2+3px-p^2$$

がある．ただし，p は実数の定数とする．

(1)　$f'(x)$ を求めよ．

(2)　$f(x)$ が $x=1$ で極小値 -5 をとるような p の値を求めよ．

(3)　$p>0$ とする．

正の数 p は $f(x)$ が極値をもつような範囲を変化する．

このとき，$f(x)$ の極大値と極小値の和を $S(p)$ とする．$S(p)$ の最大値とそのときの p の値を求めよ．

6 【選択問題(数学B　平面ベクトル)】(配点　50点)

解説

一辺の長さが1の正六角形ABCDEFがあり，辺ABの中点をMとする．

(1) 内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$ を求めよ．

(2) $\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{ME}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF}$ を用いて表せ．

(3) 内積 $\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{ME}$ を求めよ．また，$\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{ME}$ の大きさ $|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{ME}|$ を求めよ．

(4) 点Mを中心とする半径1の円を K とする．点Pが K 上を動くとき，内積 $\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PE}$ の最大値と最小値を求めよ．また，$\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PE}$ が最大値をとるときの $\overrightarrow{MP}$ を，$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF}$ を用いて表せ．