

תרגיל מחשב מס' 1

הוראות כלליות

1. יש לשמר ולטעון את התמונות הקשורות לתרגיל **בספרייה אחת מעל הספרייה** בה נמצאים קבצי הקוד.
2. יש להימנע ככל האפשר משימוש בלולאות בקוד, ולבנות שימוש בכתיב מטריצי.
3. יש להגיש את כל התרגיל כסקריפט/מחברת יחידה. ניתן ורצוי למשש שאלות או חלקיים מהשאלות כפונקציות (לא לשכוח לצרף אותן!!).
4. יש להקפיד לחת כתרת מתאימה לכל תמונה או גרפ, וגם לצירם כאשר זה רלוונטי. יש לדאוג שגרפים ותמונות יוצגו בגודל מספק להבנת תוכנם.
5. יש להפריד ויזואלית בין סעיפים שונים בקוד.
6. יש לתעד את הקוד באופן סביר ובמיוחד במקומות בהן מבצעות פעולות לא טריוויאליות.
7. את התרגיל **יש להגיש אלקטונית דרך Moodle** בצורה הבאה:

יש לשמור את קבצי התרגיל שלכם ללא תמונות קלט/פלט כלשהן, בקובץ ZIP כך:

code1_<ID1>_<ID2>.zip

כאשר <ID1> ו-<ID2> הם מספרי ת.ז. של המתושים. לדוגמה: **code1_012345678_987654321.ZIP** עברו תרגיל של מתושים בעלי מספרי ת.ז. אלו.

קובץ ZIP הנ"ל יכול את הקבצים הבאים:

- א. קובץ **readme.txt** עם שמות המתושים ותעודות הזהות שלהם.
 - ב. סקריפט/מחברת הרצת התרגיל וכל יתר הקוד הרלוונטי הנדרש להשגת כל התוצאות.
 - ג. קובץ PDF ייחד עם תשובות לשאלות התיאורתיות. יש לרשום את פרטי המתושים במסמך.
 - ד. אין צורך להגיש את התמונות או את קבצי העזר שניתנו לכם.
8. **את התרגיל **יש להגיש עד לתאריך 8.1.2026 בשעה 23:59**.**
- אייחור בלתי סביר בהגשה ולא סיבה מוצדקת יפגע בציון התרגיל.
9. התייעצות עם חברים מותרת ואף מומלצת, אולם את הקוד עליים לכתוב בצורה עצמאית. הסגל יתיחס בחומרה המקסימלית להעתקות.
10. שאלות לגבי התרגיל ניתן לרשום בפורום המתאים ב-Moodle או במייל.

בהצלחה!

1. דגימה ומחזר

$$f_1(x, y) = \frac{\sin(\pi \frac{50}{21} y)}{\pi y}, \quad \text{נתונה הפונקציה } f_1(x, y) = \frac{\sin(\pi \frac{50}{21} y)}{\pi y}$$

ברצוננו לדגם את הפונקציה לקבלת תמונה ספרתייה בגודל 201×201 פיקסלים.

- א. דגמו את הפונקציה במרוחך דגימה $\Delta x = \Delta y = 0.1$, ובאופן סימטרי. כלומר יש לדגם בקטע $[-100\Delta, +100\Delta]$.
- ב. הציגו את התמונה המתקבלת כתמונה גווני אפור. הקפידו לנរמל את ערכי התמונה לפני הציגה. הסבירו את התמונה המתקבלת. מהו המחזורי בפיקסלים של החלק המחזורי בפונקציה? כיצד הדבר توأم למחזורי התיאורטי של החלק המחזורי בפונקציה?
- ג. הציגו את התמונה במישור התדר כתמונה גווני אפור (AMPLITUDE בלבד). הסבירו את התמונה המתקבלת. התיחסו בהסבירו למיקום האנרגיה בפיקסלים בתמונה, וכייזה הדבר מתוישב עם התיאוריה.
- ד. חזרו על סעיפים א'-ד' עברו Δ . הסבירו את ההבדלים בין המקרים.
- ה. האם ישן הגבלות על מרוחך הדגימה בפונקציה הנתונה ובגודל התמונה הנתון? אם יש, ציינו מהן. בכל מקרה, נמוקו תשובתכם.

חלק ב'

- ו. פתחו את הקובץ SpongeBob.mat, הקובץ מכיל מטריצה תלת ממדית בה שני הממדים הראשונים הינם השורות והעמודות בתמונה והמדד השלישי הינו הזמן. צפו סרטון.
- ז. מצאו מהו זמן מחזורי הריצעה של בוב-ספוג (ביחידות של מסגרות frames) לסיבוב ומקר חשבו מהו תדר הסיבוב. הציגו מחזורי ריצה שלם.
- ח. מהו תדר *Nyquist* לדגימה בזמן של סרטון זה? התיחסו לתדר הסיבוב כתדר המקסימלי. העראה: על מנת לבדוק את התהילה, ניתן להכפיל את התדרים שמצאתם ב- N מסגרות לשניה, כך שיתקבל תדר ביחסות של סיבוב לשניה (N הוא קצב המסגרות לשניה בקצב המציג את הסרטון).
- ט. דגמו את הסרטון כך שבוד-ספוג ירוז אחרה. מהו תדר הדגימה המתאים לכך? על מנת לראות את הסרטון טוב יותר, ניתן לשנות את מספר המסגרות לשניה. הסבירו מה מתרחש בדगימה אשר גורם לבוב-ספוג לירוץ אחרה.

2. אינטרפולציה

הערה: בשאלת זו אסור להשתמש בפונקציית ספריה המבצעת אינטרפולציה או בפונקציית סיבוב תМОונות. ניתן לבצע הzzת תМОונה בחלק פיקסלים ע"י שימוש באינטרפולציה בילינארית. באינטרפולציה זו, כאשר מתקבלים ערכי אינדקסים לא שלמים. משתמשים בסכום משוקל של ארבעת הפיקסלים הסמוכים לנקודה לא שלמה. החישוב מתבצע באופן הבא:

$$(*) \quad g(x, y) = [1 - \alpha, \alpha] \begin{bmatrix} f(i, j) & f(i, j+1) \\ f(i+1, j) & f(i+1, j+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - \beta \\ \beta \end{bmatrix}$$

כאשר α ו- β הם קבועים בקטע $[0, 1]$ המהווים את החלק הלא שלם באינדקס.

- א. כתבו פונקציה המבצעת הzzת-[ydx] בעזרת אינטרפולציה בילינארית, אשר ידוע כי ydx בקטע $[0, 1]$.
- ב. היעזרו בפונקציה שמיימשתם בסעיף א' כדי למשת פונקציה אשר מזיזה את התМОונה באינדקס לא שלם כלשהו [dy, dx] (לא דוקא בקטע $[0, 1]$).
- ג. טענו את התМОונה jpg.cameraman והפכו אותה לתМОונת אפור בקטע $[0, 1]$. הפעילו את הפונקציה שמיימשתם בסעיף ג' על תМОונת האפור עם $[170.3, 130.8] = [ydx]$.

הערה: שימו לב כי גודל התМОונה לא אמור להשתנות כתוצאה מהאינטרפולציה הבילינארית.

cut טענו את התМОונה jpg Brad באמצעות הפוקודה `imread`.

- ד. צרו מסכה אשר מכילה את הערך 1 בפנים ואת הערך 0 בחוץ. המסכה תהיה בצורה של חצי עיגול תחתון סביב פנוי הדמות. קראו למסכה זו mask1 והציגו אותה.
- ה. הציגו את התМОונה רק במקומות שבהם ערך המסכה הוא 1. תМОונה זו תקרא brad_win.

- ו. מטריצת ההעתקה הדרישה כדי לסובב תМОונה בזווית כלשהי α היא $\begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$. כתבו פונקציה אשר מקבלת תМОונה כלשהי ומוסבבת אותה בזווית α סביב מרכז התМОונה. שימו לב שכאשר מבצעים את הסיבוב ע"י מעבר על כל האינדקסים בתМОונת המקור יהיו מקרים בהם יהי אינדקסים בתМОונת הסיבוב שלא יקבלו כל ערך, ולכן ייווצרו חרורים בתМОונה המוסבבת. לכן, על מנת לכטוט את כל הפיקסלים בתМОונה החדשה יש להשתמש במטריצה ההפכית למטריצת ההעתקה שיצרתם, ולמצוא את ערך המקור על פי היעד. במקרה

שבו מתקבים אינדקסים לא שלמים יש לעגל אותם לערcis השלים הקיימים ביזור (nearest neighbor). הפעילו את הפונקציה על התמונה של `win_brad`. השתמשו בזווית 60° , 45° ו- 90° . הציגו את התוצאות. מהן הביעות המתקבלות בתמונה המסובבת ומדווע?

2. כת נעדר באינטראקטיבית ביליניארית בתחום סיבוב התמונה. שוב השתמשו במטריצת ההעתקה שמצאתם בסעיף הקודם. כת, כאשר מתקבים ערכי אינדקסים לא שלמים, השתמשו בסכום משוקל של ערכי ארבעת הפיקסלים הסמוכים לנקודה שמצאתם לפני נוסחה (*) שבתחלת השאלה. השוו לתוצאות שקיבלתם בסעיף הקודם. איךו תוצאה טובה יותר ומדווע? האם ישנים מקרים בהם זה לא משנה?

3. קוונטיזציה וקטוריית אופטימלית

בשאלה זו מומלץ להיעזר בפרק 4, עמוד 7 בחוברת של מייכאל אליעד המופיעה ב-[ebook](#). אין צורך למשח את הקוונטיזר בצורה יعلיה (אבל מומלץ). מי שמעוניין בכך יכול לדלג על מימוש עצמי ולהיעזר בספריית [Scikit-Learn](#).

- א. ממשו קוונטיזר Max-Lloyd לוקטורים עברו תמונות צבע, כאשר:
 - מטריצה תלת-ממדית אשר מייצגת תמונה צבע (RGB).
 - מספר וקטורים מייצגים רצוי (גודל המילון).
 - השיפור היחסי המינימלי.
- ב. מטריצה תלת-ממדית המכילה את התמונה לאחר קוונטיזיה.
- ג. וקטור באורך של מספר האיטרציות, המכיל את העיונות הממוצע שהתקבל בכל איטרציה (עפ"י שגיאה ריבועית).
- ד. מטריצה בגודל ($3 \times X$) המכילה את וקטורי המילון (codebook).

חשבו את העיונות הממוצע D_m בכל איטרציה ואת ערך השיפור היחסי $\frac{|D_m - D_{m+1}|}{D_m} = \epsilon$. קבעו את תנאי העצירה להיות $meps \leq \epsilon$.

הערות לכל סעיף שאלה זו:

- (1) על הערכים של `dataout` להיות שלמים.
- (2) כאשר אתם מתחלים את הקוונטיזר, בחרו את רמות האתחול בצורה אקראית, אך ודאו שהן שייכות לצבעי התמונה המקורי (data) ואין רמות זהות.
- (3) על מנת למשח אלגוריתם איטרטיבי תצטרכו למשולאה. קבעו מראש מספר איטרציות מרבי הגיוני, כך שהקובד יסיים לרוץ מתישהו גם אם יש לכם טעות בתנאי העצירה.

ב. הפעילו את הקונטיזר על התמונה colorful.tif, וביצעו קוונטיזציה ל-6 צבעים ול-15 צבעים כאשר האתחול נעשה בצורה אקראית. חשבו את העיות הממוצע D_m (ע"פ שגיאת ריבועית) בכל איטרציה ואת השיפור היחסי

$$\frac{|D_m - D_{m+1}|}{D_m} = \varepsilon. \text{ קבעו את תנאי העצירה להיות } \varepsilon = 0.02 \text{ meps. הציגו גרפ' של העיות הממוצע כתלות}$$

במספר האיטרציות ואת התוצאות.

ג. חזרו על סעיף ב' מספר פעמיים עבור 6 צבעים (אין צורך להציג את התוצאות). האם בכל פעם מתקבלת אותה תוצאה? הסבירו.

ד. חזרו על סעיף ב' עם אתחול לפי הצבעים: אדום, ירוק, כחול, סגול, צהוב, תכלת, שחור, לבן, אפור:
 $[0.9 \ 0 \ 0 \ 0.9], [0.5 \ 0.5 \ 0.5], [0.7 \ 0.7 \ 0.7], [0.8 \ 0.8 \ 0.8], [0 \ 0 \ 0.9], [0.6 \ 0 \ 0.6], [0.0 \ 0.0 \ 0.0], [0.9 \ 0 \ 0.9], [0.0 \ 0.0 \ 0.0]$
השו את התוצאות בשתי השיטות. היכן ההתקבלה תוצאה טובת יותר? נסו להסביר מדוע. השוו את כמות האיטרציות שנדרשו ע"מ להגיע לתוצאה בשתי השיטות. על מה זה מעיד?

4. דחיסה

א. טענו את התמונה jpg.heisenberg. חשבו ורשמו את האנטרופיה של התמונה בעזרת פונקציית ספרייה מתאימה והסבירו.

ב. כתבו פונקציה שմבצעת קידוד Huffman לתמונה jpg ומחזירה את הוקטור הבינארי code, את המילון המתאים לו dict ואת קצב המידע הממוצע במילון avglen. לצורך כך, הפכו את התמונה לוקטור عمודה, בנו עבורה היסטוגרמה והשיגו וקטור של ערכים ייחודיים בו באמצעות פונקציית ספרייה מתאימה. אז, בנו מילון Huffman לפי האלגוריתם שנלמד בכיתה וקודדו את העמודה באמצעות המילון. אפשר ומומלץ למצוא מימוש טוב לקוד Huffman ברשת (Github), אבל בדקו אותו קודם על מקרה פשוט.

ג. בנו קוד Huffman לתמונה שטענתם, וחשבו את אורק הקוד שהתקבל עבור התמונה. מהויחס הדחיסה המתקבל?

ד. פענוו את הקוד ומחזרו את התמונה. חשבו את ה-MSE (שגיאת ריבועית ממוצעת) של התוצאה ביחס לתמונה המקורית. הסבירו את התוצאה.

ה. טענו את התמונה jpg.mauritius (המציגה את דגל מאוריציוס), המירו אותה לתמונה רמות אפור וביצעו את הפעולות הבאות:

- חשבו את האנטרופיה של התמונה.

- מהו קוד המידע המומוצע שהתקבל מבניית קוד Huffman? השו אותו לאנטרופיה והסבירו את התוצאה.
1. כתת ננסת בקידוד הפרשיים:
1. טענו את התמונה scotland.jpg והסבירו אותה לווקטור עמודה באמצעות שיטות הסידור הבאות:
 - סידור עמודה רגיל (Column stack).
 - סידור זיג זג. (הוכיחו לפרטם את הקוד לסידור זה).
 2. עברו כל סידור, חשבו וקטור הפרשיים (עם הפרש של 1) באמצעות הפרש אחריו (האיבר הראשון בווקטור ישאר ללא שינוי) והפכו אותו למטריצה בעלת הממדים המקוריים של התמונה. הցינו את ההיסטוגרמה המתבקשת בכל שיטת סידור. הסבירו את התוצאות.
 3. בנו קוד Huffman עברו כל תמונה הפרשיים באמצעות פונקציה מסעיף ג'. בחנו את קצב המידע המומוצע שהתקבל בכל שיטה. איזו מבחן שיטות הסידור עדיפה ולמה? הסבירו.
2. האם קיימות תמונות אותן לא משתלים לקודד לפי קידוד הפרשיים? הסבירו מדוע.

5. התאמת תבניות

לאורך תרגיל זה השתמש במדד ה-SSD (Sum of Squared Differences) למדידת הדמיון בין תמונות ה-Template (התבנית שנרצה למצוא) ובין התמונה המרכזית. מדד זה נתון על ידי:

$$S[x, y] = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left(T[i, j] - I\left[x + i - \frac{M}{2} - 1, y + j - \frac{N}{2} - 1\right]\right)^2$$

כאשר T היא התבנית, I היא התמונה ו- (N, M) הם ממדיה התבנית. ההתאמנה המיטבית מתקבלת עבור ערך SSD מינימלי.

הערה: על מנת לבצע שימוש נכון במדד ה-SSD הפכו את כל התמונות בתרגיל זה ל-double.

- א. כתבו פונקציה המקבלת תמונה ותבנית ומחשבת את מדד ה-SSD בכל הpixels בתמונה. בקצוות התמונה, היכן שהתבנית מלאה אינה כניסה, אפשר להציג ערך גדול מאוד.
 - ב. טענו את התמונה dog.jpg. תמונה זו מכילה טקסט קצר של Edgar Allan Poe. בסעיף זה עליכם לגלוות מהו גודל הגוף בו כתוב הטקסט. לשם כך השתמשו בתמונות E10.jpg,E11.jpg,E12.jpg,E14.jpg,E16.jpg,E10,jpg,E11,jpg,E12,jpg,E14,jpg,E16,jpg.
 - הցינו את חמישה התמונות ייחדי.
 - ממשו אלגוריתם המשתמש במדד ה-SSD ומוצא לאיזו תמונה מיטבית לטקסט. מה'
- מסקנתכם לגבי גודל הגוף בטקסט?

ג. בסעיף זה עלייכם לגלוות כמה פעמים מופיעה האות **c** בטקסט וכמה פעמים מופיעה האות **C** בטקסט (כולל capitals). חתכו מתוך הטקסט את התבניות הדורשות לחישוב וקחו מסגרת הצמודה לאות כל הניתן (הסתכלו על E16,...,E10 כדוגמה). השתמשו במדד ה-SSD להתראמה, קבעו סף לערכי ה-SSD על מנת להפריד בין התבנית וחוסר התאמת וספרו כמה פעמים מופיעה כל אות. יש לקבוע סף אחד לשתי האותיות וה-capsitals שלhn (תנאי או פונקציה כלשהי הפועלים על ערכי ה-SSD ולא מספר קבוע); בchner את וקטורי ה-SSD על מנת למצוא סף בצורה מתאימה.

- הציגו את התבניות שהן השתמשתם.
- הסבירו את הסף הנבחר.
- רשמו את מספר המופיעים של כל אות בשני הגדים. האם הצלחתם לזהות את כל מופיעי האותיות?

עדרו ל-*Mr. Smoke-too-much* שאינו מסוגל להגיד את האות **C**, להקריא את הטקסט. עשו זאת ע"י זיהוי כל מופיעי האות **C** בטקסט וחלפתם באות **c**. לשם כך השתמשו בתבניות jpg.c , jpg.k. הציגו את הטקסט החדש. האם הוא נראה טבעי?