

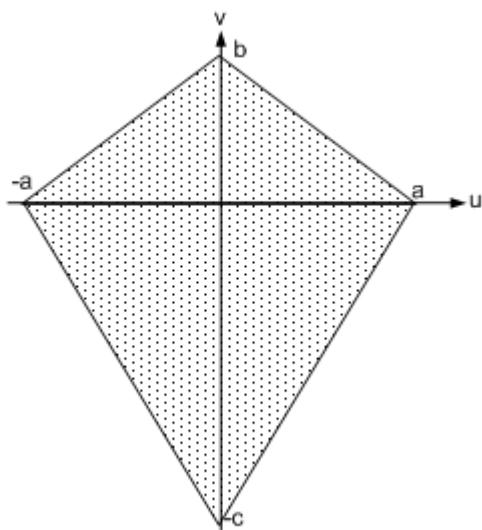
תרגיל בית מס' 2

מועד הגשה: עד 25.12.16 בשעה 23:59. הגשה אלקטרוני דרכן Moodle.

שאלה מס' 1

חלקיק שאלת זו הינם בלתי תלויים.

חלק א'



נתונה תמונה X אשר התמורת הפורייה שלה מתאפשרת מחוץ לתחום הדלטון המתואר בציור הבא. הצירים u ו-v הינם תדרים מרוחביים אופקיים ואנכיים בהתאם, הנוטונים ביחסות של מחזוריים יחידת אורך. ידוע כי מתקיים $c < a < b$.

- א. מהם מרווחי הדגימה הגדולים ביותר הנחוצים בדגימה מלכנית של תמונה זו להבטחת יכולת שחזור מושלמת? הציירו תיאור גרפי של האות הדוגום בתדר.
- ב. מהי ציפוי הדגימה במקום במונחים של מספר דגימות יחידת שטח מרחב?
- ג. מצאו סריג דגימה כליל טוב יותר (בכפיות) מהסדריג המלבני. מהי מטריצת הדגימה המתאימה?
- ד. מהי ציפוי הדגימה במקום עבור הסריג מסעיף ג'? מהי נצילות הדגימה?

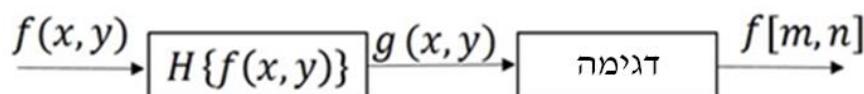
חלק ב'

נתון הדוגם הבא, אשר מפיק כערך הדגימה את המקסימום על פני סביבה בגודל $W \times W$:

$$f[m, n] = \max_{\substack{x \in \Omega_x \\ y \in \Omega_y}} f(x, y)$$

$$\text{כאשר } \Omega_x = \left[m\Delta x - \frac{W}{2}, m\Delta x + \frac{W}{2} \right], \Omega_y = \left[n\Delta y - \frac{W}{2}, n\Delta y + \frac{W}{2} \right]$$

mbטאים את הדוגם כמערכת המורכבת ממסנן ואחריה דגימה נקודתית באופן הבא:



- ה. רשמו ביטוי לפונקציה $g(x, y)$ כפונקציה של $f(x, y)$.
- ו. האם המערכת H שהצעתם הינה לינארית? אם היא קבועה במקום?

שאלה מס' 2

$$F(u, v) = \begin{cases} 1, & |u| + |v| \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

בulet התמרת פורייה $f(x, y)$ נתונה תמונה

a. ציירו את התמונה $F(u, v)$. העזרו בתרגול על התמורות פורייה ומצאו את $f(x, y)$.

דרךה: נזכיר כי

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \xrightarrow{\text{F}} \text{sinc}(u)$$

וכי הנוסחה להtramת תמונה $g(x, y)$ בעלת ציריים מסווגים בזווית θ :

$$g\left(\begin{array}{c} x \\ y \end{array}\right) \xrightarrow{\text{F}} Q\left(\begin{array}{c} u \\ v \end{array}\right), \quad Q = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

b. מצאו את סריג הדגימה המלבני בעל הנצילות הגבוהה ביותר.

a. איירו באופן סכמטי את תmak התמרת הפורייה של האות הדgom.

b. רשמו את מטריצת הדגימה במקום המתאים לסריג זה.

c. חשבו את נצילות הדגימה.

cut מייצרים את התמונה $g(x, y)$ מתוך התמונה $f(x, y)$ באופן הבא:

$$g(x, y) = f(x, y) - \frac{1}{4} f\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) e^{j\pi x}$$

g. חשבו את $G(u, v)$ כתלות ב- $f(u, v)$ ואיירו את $G(u, v)$.

d. מצאו את סריג הדגימה המלבני בעל הנצילות הגבוהה ביותר.

a. איירו באופן סכמטי את תmak האות הדgom.

b. רשמו את מטריצת הדגימה בתדר המתאים לסריג זה.

c. חשבו את נצילות הדגימה.

h. cut מייצרים אותן חדש $g_1(x, y)$ מתוך אותן $g(x, y)$ ע"י שיכפול והזזה של v . קלומר

$$G_1(u, v) = G(u - u_1, v - v_1)$$

$$\tilde{G}(u, v) = G(u, v) + G_1(u, v)$$

a. מצא דוגמה עבור ערכי u_1, v_1 כך שנצלות הדגימה של $\tilde{G}(u, v)$ תהיה 1.

b. איירו באופן סכמטי את תmak האות $\tilde{G}(u, v)$.

c. רשמו את מטריצת הדגימה בתדר המתאים לסריג זה והראו כי הנצילות שווה ל-1.

d. איירו באופן סכמטי את תmak האות הדgom.

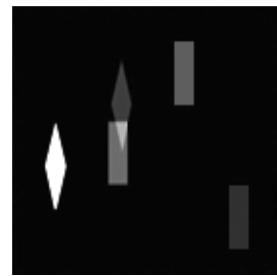
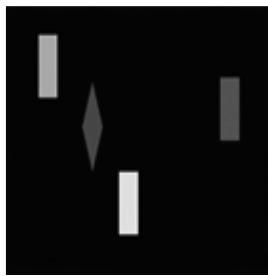
e. מהו מסנן השחזר הנדרש כדי לשחזר בצורה מושלמת את $g(x, y)$?

שאלה מס' 3

חלקי שאלה זו הינם בלתי תלויים.

חלק א'

במפרץ אילת נערכה תחרות בין סירות רצפת-זוכנית לצוללות תיירים. לוויין מצלם תМОנות רמות אפור בגודל 100×100 במהלך התחרות. התМОנות המתקבלות בעלות רקע שחור אחד וכלי השיט מופיעים בהן בגוונים שונים. לכל כלי גוון f ייחודי, כלומר אין שני כלים באותו גוון. הסירות מופיעות בתМОנות מבנים בגודל אחד והצוללות מופיעות כמעוינים בגודל אחד. כאשר שני כלי שוטים חלקיים במקומות שונים, הגוון באזור החיפוי הוא סכום גווני הכלים החופפים. להלן מספר תМОנות כאלו להמחשה:



ידעו שבכל תМОונה יש לכל היוטר 5 כלים שיט, לא תמכנו חיפוי מלאה בין כלי שיט, והתМОנות אינן מגיעות לרווחה.

א. לצרכי תיעוד, יש לשמר את התМОנות הגולמיות Y . פרטו מהלכי דחיסה משמרת לתМОנה Y כזו, לאור מבנה התМОונה. מהו קצב המידע המתתקבל מדחיסה זאת?

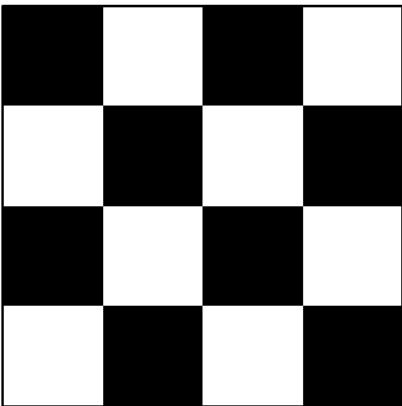
כעת ידוע כי גווני כלי השיט בתМОנה Y מתפלגים לפי הפילוג הבא:

$$p(f) = \begin{cases} 0.3, & f = 39 \\ 0.1, & f = 50 \\ 0.3, & f = 82 \\ 0.2, & f = 136 \\ 0.1, & f = 168 \end{cases}$$

ב. האם כתעת ניתן לשפר את הקצב שהשגתם בסעיף ב'? אם כן פרטו מהלכי דחיסה משמרת חדשה וחשבו מה יהיה השיפור בקצב. אם לא, הסבירו מדוע.

חלק ב'

נתונה תМОונה בינארית בגודל של 32×32 פיקסלים המופיעה באирו. התМОונה מורכבת מריבועים בגודל 8×8 של אחדים (לבן) ואפסים (שחור). מציעים לדוחות את התМОונה באמצעות עקנון החיזוי וקידוד אנטרופיה של תМОונת ההפרשיות. החזוי המוצע לוקח את הפיקסל משמאל באותה שורה (השהייה של אחד), או 0 בתחלת שורה.



- ג. ציירו איקוותית את תמונה החרשים לפני קידוד אנטרופיה.
- ד. מה תהיה האנטרופיה של התמונה ללא חיזוי?
- ה. מה תהיה האנטרופיה עם סכמת החיזוי המוצעת? האם היא טובת יותר מסעיף ב' נמק.
- ו. הציעו סכמת חיזוי אלטרנטיבית, המביאה לאנטרופיה טובה יותר. הסבירו את תשובתכם.
- ז. האם סכמת החיזוי שהצעתם טובה יותר משימוש במקודד RLC? השוו אנטרופיות והסבירו.

שאלה מס' 4

מפענה מקבל קוד מסווג Run Length בעל רצפים של עד 10 פיקסלים. המפענה יודע שההתמונה שקדודה היא בינארית, את גודל התמונה ושרץף הראשון הוא של 1'.

- א. כמה ביטים נדרשים על מנת לייצג כל סימבול בקוד? הסבירו.

ב. כתת בתמונה יש 81 פיקסלים. הקוד שקיבל המפענה הוא :

2 5 3 1 5 1 1 10 2 3 2 2 1 1 3 1 1 2 7 2 2 1 1 1 2 1 1 1 5 1 3 5 2

רשמו את קצב השידור ואת כמות הביטים בה השתמשו לשידור התמונה. איזה קידוד יותר חסכוני, Run Length כפי שמוגדר בסעיף זה או BitMap?

- ג. תמונה חדשה שיש לקודד היא תמונה שנסרקה בעורת סורק, ולכן ניתן שהיא מוסטת ומסובבת ביחס לציר האופקי. עבור כל אחד משלשות אלגוריתמי הקידוד (**BitMap**, **Run Length**, **Chain Code**)
פרטו האם הם רגילים לסייע (רוטציה) בкопיות של 90 מעלות והאם הם רגילים להזזה (טרנסלציה) בפיקסלים שלמים? כמובן, הסבירו מתי קצב השידור ישנה כתלות בסיבוב והזזה. נמקו.

נתונה התמונה A בגודל 4×3 (הפיקסלים המוקפים במסגרת שחורה) ומסביבה ריפוד :

| | | | | | |
|----|----|----|---|---|---|
| 10 | 10 | 10 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 10 | 9 | 1 | 2 | 1 |
| 10 | 9 | 10 | 2 | 1 | 1 |
| 10 | 10 | 9 | 1 | 2 | 1 |
| 10 | 10 | 10 | 1 | 1 | 1 |

- ד. נסמן ב-B את תוצאה הפעלת מסנן חציון בסביבת 4 על A. רשמו את התמונה B.

ה. עבור סידור שורה של התמונה B , נתון כי המקודד משקיע 4 ביטים בקידוד הפיקסל הראשון של התמונה. שאר הפיקסלים שבתמונה מקודדים לפי קידוד הפרשים $E(n) = x(n) - x(n-1)$.

1. חשבו ורשמו את האנטרופיה של התמונה B .

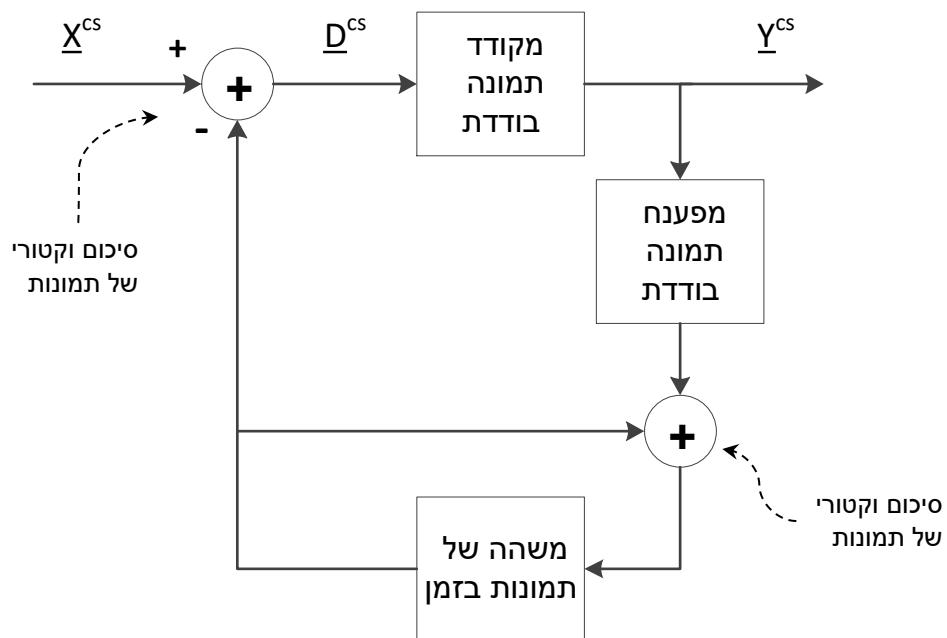
2. חשבו ורשמו את תमונת ההפרשיות של B הנכנסת למקודד.

3. בנו עץ Huffman עבור תומנת ההפרשיות וחשבו את קצב השידור הממוצע.

4. חשבו את יחס הדחיסה הכוללת של התמונה לאחר תהליך זה.

שאלה מס' 5

בחברת Warmer Sisters הוחלט לתכנן מערכת דחיסה חדשה לסרטים מצוירים, המתוארת באירור:



כאשר X^cs היא תמונה מתוק הווידאו בזמן $1 < k \leq k$ בעלת רמת אפור רציפה, מסודרת בסידור עמודה, ו- Y^cs היא התמונה המקודדת בזמן k , גם היא בסידור עמודה.

א. הסבירו את שלבי פעולה המערכת הדחיסת המתוארת, ואת אופי התמונה D^cs (התיחסו לטווח רמות האפור בתמונה D^cs , לשכיחיותם שליהם ולתלוויות ביניהם).

ב. שרטטו והסבירו את סכמת הפענוח המתאימה למערכת הדחיסה הכוללת המתוארת.

נתון כי צפיפות הפילוג של רמת האפור f בתמונה D^cs היא צפיפות סימטרית המקיימת:

$$p_D(f) = \begin{cases} \frac{a}{2} e^{-|f|}, & |f| \leq 10 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ג. מה ערכו של הקבוע a ?

מהנדס אחד בחברה הציע שמקודד התמונה הבודדת יוכל רק קוונטייזר אחד לשתי סיביות של כל פיקסל.

ד. מהו רמות החלטה ורמות הייצוג בקוונטייזר שהציע המנדס?

ה. מהי שגיאת ה-MSE של רמת הייצוג הרביעית?

מהנדס שני בחברה הציע שמקודד התמונות יוכל רק קוונטייזר אופטימלי לשתי סיביות של כל פיקסל במובן

$$\text{מינימום שגיאת ערך מוחלט לרמת האפור} = d(f, \hat{f}) = |f - \hat{f}|.$$

ו. האם קצב המידע בМОצא מקודד התמונה הבודדת שהציע המהנדס השני גדול יותר, קטן יותר או שווה
לקצב המידע בМОצא מקודד התמונה הבודדת שהציע המהנדס הראשון? נמו.

נגיד את $r_k \}_{k=0}^4$ להיות רמות החלטה של הקוונטייזר. ראש צוות המהנדסים הציע מקודד תמונה בודדת

המכיל קוונטייזר לשתי סיביות של כל פיקסל עבורו $r_0 = 0$, וניתן מקום בו באופן ידני את רמות ההחלטה

האי-זוגיות $r_1 < r_2 < r_3 < r_4$, ואחריו מקודד Huffman.

ז. מה צריך להיות ערךן של רמות ההחלטה r_1, r_2, r_3, r_4 , כך שرمות הייצוג המתקבלות מהן יגרמו למקודד ה-Huffman
לייצור קוד בו כל מילוט הקוד באורך זהה? הסבירו.