

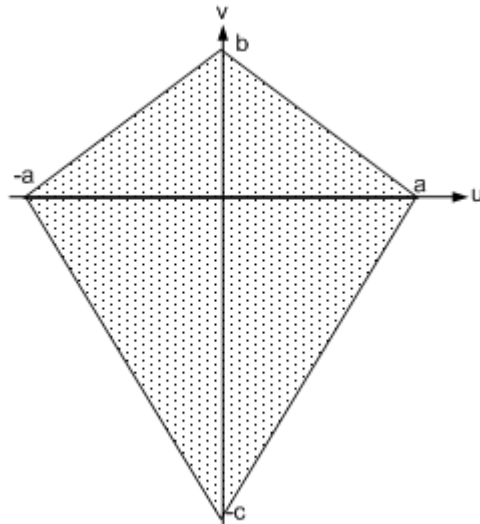
## תרגיל בית מס' 2

מועד הגשה: עד 16.12.25 בשעה 23:59. הגשה אלקטרונית דרך Moodle.

### שאלה מס' 1

חלקי שאלה זו הינם בלתי תלויים.

#### חלק א'



נתונה תמונה  $X$  אשר התמרת הפורייה שלה מתאפסת מחוץ לתחום הדלתון המתואר בציור הבא. הצירים  $u$  ו- $v$  הינם תדרים מרחביים אופקי ואנכי בהתאמה, הנתונים ביחידות של מחזורים ליחידת אורך. ידוע כי מתקיים  $b < a < c$ .

- מהם מרווחי הדגימה הגדולים ביותר הנחוצים בדגימה מלבנית של תמונה זו להבטחת יכולת שחזור מושלמת? הציגו תיאור גרפי של האות הדגום בתדר.
- מהי צפיפות הדגימה במקום במונחים של מספר דגימות ליחידת שטח מרחבי?
- מצאו סריג דגימה כללי טוב יותר (בצפיפות) מהסריג המלבני. מהי מטריצת הדגימה המתאימה?
- מהי צפיפות הדגימה במקום עבור הסריג מסעיף ג'? מהי נצילות הדגימה?

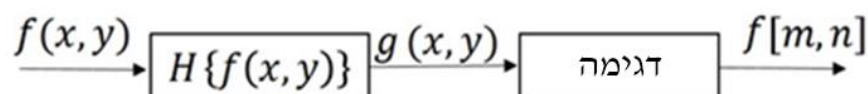
#### חלק ב'

נתון הדוגם הבא, אשר מפיק כערך הדגימה את המקסימום על פני סביבה בגודל  $W \times W$ :

$$f[m, n] = \max_{\substack{x \in \Omega_x \\ y \in \Omega_y}} f(x, y)$$

$$\text{כאשר } \Omega_x = \left[ m\Delta x - \frac{W}{2}, m\Delta x + \frac{W}{2} \right], \Omega_y = \left[ n\Delta y - \frac{W}{2}, n\Delta y + \frac{W}{2} \right]$$

מבטאים את הדוגם כמערכת המורכבת ממסנן ואחריה דגימה נקודתית באופן הבא:



- רשמו ביטוי לפונקציה  $g(x, y)$  כפונקציה של  $f(x, y)$ .
- האם המערכת  $H$  שהצעתם הינה לינארית? האם היא קבועה במקום?

## שאלה מס' 2

נתונה תמונה  $f(x, y)$  בעלת התמרת פורייה

$$F(u, v) = \begin{cases} 1, & |u| + |v| \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

א. ציירו את התמונה  $F(u, v)$ . העזרו בתרגול על התמרות פורייה ומצאו את  $f(x, y)$ .

הדרכה: נזכיר כי

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \xrightarrow{F} \text{sinc}(u)$$

וכי הנוסחה להתמרת תמונה  $q(x, y)$  בעלת צירים מסובבים בזווית  $\theta$ :

$$q\left(\underline{A} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) \xrightarrow{F} Q\left(\underline{A} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}\right), \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

ב. מצאו את סריג הדגימה המלבני בעל הנצילות הגבוהה ביותר.

a. איירו באופן סכמטי את תמך התמרת הפורייה של האות הדגום.

b. רשמו את מטריצת הדגימה במקום המתאימה לסריג זה.

c. חשבו את נצילות הדגימה.

כעת מייצרים את התמונה  $g(x, y)$  מתוך התמונה  $f(x, y)$  באופן הבא:

$$g(x, y) = f(x, y) - \frac{1}{4} f\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) e^{j\pi x}$$

ג. חשבו את  $G(u, v)$  כתלות ב- $F(u, v)$  ואיירו את  $G(u, v)$ .

ד. מצאו את סריג הדגימה המלבני בעל הנצילות הגבוהה ביותר.

a. איירו באופן סכמטי את תמך האות הדגום.

b. רשמו את מטריצת הדגימה בתדר המתאימה לסריג זה.

c. חשבו את נצילות הדגימה.

ה. כעת מייצרים אות חדש  $g_1(x, y)$  מתוך האות  $g(x, y)$  ע"י שיכפול והזזה של  $G(u, v)$ . כלומר

$$G_1(u, v) = G(u - u_1, v - v_1) \quad \text{ברצוננו לדגום את הסכום:}$$

$$\tilde{G}(u, v) = G(u, v) + G_1(u, v)$$

a. מצא דוגמה עבור ערכי  $u_1, v_1$  כך שנצילות הדגימה של  $\tilde{G}(u, v)$  תהיה 1.

b. איירו באופן סכמטי את תמך האות  $\tilde{G}(u, v)$ .

c. רשמו את מטריצת הדגימה בתדר המתאימה לסריג זה והראו כי הנצילות שווה ל-1.

d. איירו באופן סכמטי את תמך האות הדגום.

e. מהו מסנן השחזור הנדרש כדי לשחזר בצורה מושלמת את  $g(x, y)$ ?

### שאלה מס' 3

חלקי שאלה זו הינם בלתי תלויים.

#### חלק א'

במפרץ אילת נערכה תחרות בין סירות רצפת-זכוכית לצוללות תיירים. לווין מצלם תמונות רמות אפור בגודל  $100 \times 100$  במהלך התחרות. התמונות המתקבלות בעלות רקע שחור אחיד וכלי השיט מופיעים בהן בגוונים שונים. לכל כלי גוון  $f$  ייחודי, כלומר אין שני כלים באותו גוון. הסירות מופיעות בתמונות כמלבנים בגודל אחיד והצוללות מופיעות כמעוינים בגודל אחיד. כאשר שני כלי שיט חופפים חלקית במיקומם, הגוון באזור החפיפה הוא סכום גווני הכלים החופפים. להלן מספר תמונות כאלו להמחשה:



ידוע שבכל תמונה יש לכל היותר 5 כלי שיט, לא תתכן חפיפה מלאה בין כלי שיט, והתמונות אינן מגיעות לרוויה.

א. לצרכי תיעוד, יש לשמור את התמונות הגולמיות  $Y$ . פרטו מהלכי דחיסה משמרת לתמונה  $Y$  כזו, לאור מבנה התמונה. מהו קצב המידע המתקבל מדחיסה זאת?

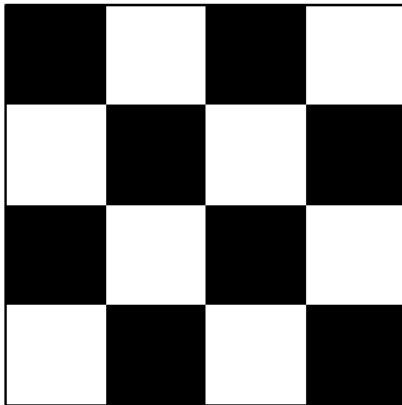
כעת ידוע כי גווני כלי השיט בתמונה  $Y$  מתפלגים לפי הפילוג הבא:

$$p(f) = \begin{cases} 0.3, & f = 39 \\ 0.1, & f = 50 \\ 0.3, & f = 82 \\ 0.2, & f = 136 \\ 0.1, & f = 168 \end{cases}$$

ב. האם כעת ניתן לשפר את הקצב שהשגתם בסעיף ב'? אם כן פרטו מהלכי דחיסה משמרת חדשה וחשבו מה יהיה השיפור בקצב. אם לא, הסבירו מדוע.

#### חלק ב'

נתונה תמונה בינארית בגודל של  $32 \times 32$  פיקסלים המופיעה באיור. התמונה מורכבת מריבועים בגודל  $8 \times 8$  של אחדים (לבן) ואפסים (שחור). מציעים לדחוס את התמונה באמצעות עקרון החיזוי וקידוד אנטרופיה של תמונת ההפרשים. החזאי המוצע לוקח את הפיקסל משמאל באותה שורה (השהייה של אחד), או 0 בתחילת שורה.



- ג. ציירו איכותית את תמונת ההפרשים לפני קידוד אנטרופיה.
- ד. מה תהיה האנטרופיה של התמונה ללא חיזוי?
- ה. מה תהיה האנטרופיה עם סכמת החיזוי המוצעת? האם היא טובה יותר מסעיף ב'? נמק.
- ו. הציעו סכמת חיזוי אלטרנטיבית, המביאה לאנטרופיה טובה יותר. הסבירו את תשובתכם.
- ז. האם סכמת החיזוי שהצעתם טובה יותר משימוש במקודד RLC? השוו אנטרופיות והסבירו.

#### שאלה מס' 4

מפענח מקבל קוד מסוג Run Length בעל רצפים של עד 10 פיקסלים. המפענח יודע שהתמונה שקודדה היא בינארית, את גודל התמונה ושהרצף הראשון הוא של '1'.

- א. כמה ביטים נדרשים על מנת לייצג כל סימבול בקוד? הסבירו.
- ב. כעת בתמונה יש 81 פיקסלים. הקוד שקיבל המפענח הוא:  
2 5 3 1 5 1 1 10 2 3 2 2 1 1 3 1 1 2 7 2 2 1 1 1 2 1 1 1 5 1 3 5 2
- רשמו את קצב השידור ואת כמות הביטים בה השתמשו לשידור התמונה. איזה קידוד יותר חסכוני, Run Length כפי שמוגדר בסעיף זה או BitMap? נמקו.
- ג. תמונה חדשה שיש לקודד היא תמונה שנסרקה בעזרת סורק, ולכן יתכן שהיא מוסטת ומסובבת ביחס לציר האופקי. עבור כל אחד משלושת אלגוריתמי הקידוד (BitMap, Run Length, Chain Code), פרטו האם הם רגישים לסיבוב (רוטציה) בכפולות של 90 מעלות והאם הם רגישים להזזה (טרנסלציה) בפיקסלים שלמים? כלומר, הסבירו מתי קצב השידור ישתנה כתלות בסיבוב והזזה. נמקו.

נתונה התמונה A בגודל  $3 \times 4$  (הפיקסלים המוקפים במסגרת שחורה) ומסביבה ריפוד:

10	10	10	1	1	1
10	10	9	1	2	1
10	9	10	2	1	1
10	10	9	1	2	1
10	10	10	1	1	1

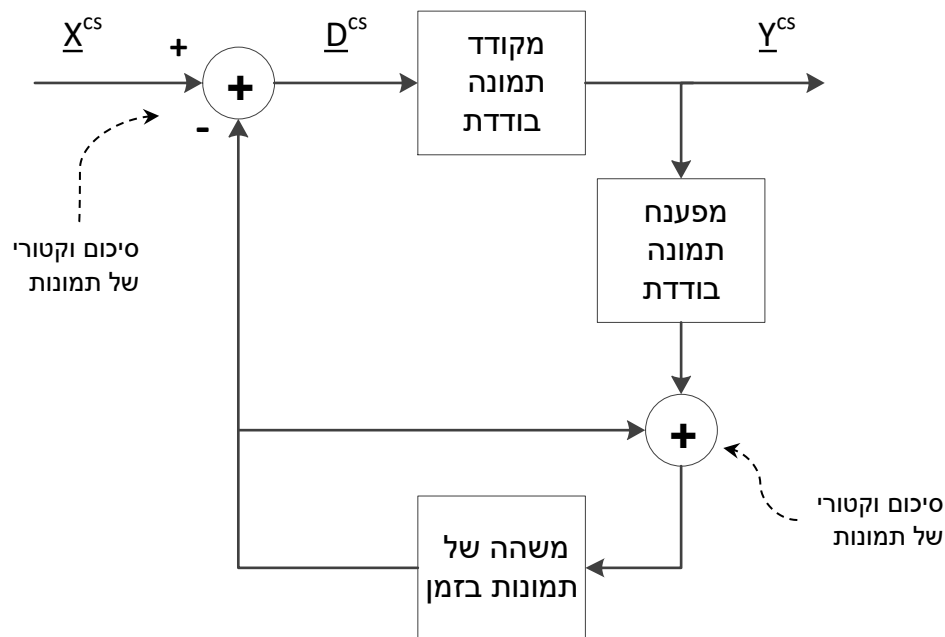
- ד. נסמן ב-B את תוצאת הפעלת מסנן חציון בסביבת 4 על A. רשמו את התמונה B.

ה. עבור סידור שורה של התמונה B, נתון כי המקודד משקיע 4 ביטים בקידוד הפיקסל הראשון של התמונה. שאר הפיקסלים שבתמונה מקודדים לפי קידוד הפרשים  $E(n) = x(n) - x(n-1)$ .

1. חשבו ורשמו את האנטרופיה של התמונה B.
2. חשבו ורשמו את תמונת ההפרשים של B הנכנסת למקודד.
3. בנו עץ Huffman עבור תמונת ההפרשים וחשבו את קצב השידור הממוצע.
4. חשבו את יחס הדחיסה הכולל של התמונה לאחר תהליך זה.

## שאלה מס' 5

בחברת Warner Sisters הוחלט לתכנן מערכת דחיסה חדשה לסרטים מצוירים, המתוארת באיור:



ו- כאשר  $\underline{X}^{CS}$  היא תמונה מתוך הווידאו בזמן  $k > 1$  בעלת רמת אפור רציפה, מסודרת בסידור עמודה, ו-  $\underline{Y}^{CS}$  היא התמונה המקודדת בזמן  $k$ , גם היא בסידור עמודה.

א. הסבירו את שלבי פעולת מערכת הדחיסה המתוארת, ואת אופי התמונה  $D^{CS}$  (התייחסו לטווח רמות האפור בתמונה  $D^{CS}$ , לשכיחויות שלהם ולתלויות ביניהם).

ב. שרטטו והסבירו את סכמת הפענוח המתאימה למערכת הדחיסה הכוללת המתוארת. נתון כי צפיפות הפילוג של רמת האפור  $f$  בתמונה  $D^{CS}$  היא צפיפות סימטרית המקיימת:

$$p_D(f) = \begin{cases} \frac{a}{2} e^{-|f|}, & |f| \leq 10 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ג. מה ערכו של הקבוע  $a$ ?

מהנדס אחד בחברה הציע שמקודד התמונה הבודדת יכיל רק קוונטייזר אחיד לשתי סיביות של כל פיקסל.

ד. מהן רמות ההחלטה ורמות הייצוג בקוונטייזר שהציע המהנדס?

ה. מהי שגיאת ה-MSE של רמת הייצוג הרביעית?

מהנדס שני בחברה הציע שמקודד התמונות יכיל רק קוונטיזר אופטימלי לשתי סיביות של כל פיקסל במובן

$$\text{מינימום שגיאת ערך מוחלט לרמת האפור } d(f, \hat{f}) = |f - \hat{f}|.$$

ו. האם קצב המידע במוצא מקודד התמונה הבודדת שהציע המהנדס השני גדול יותר, קטן יותר או שווה לקצב המידע במוצא מקודד התמונה הבודדת שהציע המהנדס הראשון? נמקו.

נגדיר את  $\{r_k\}_{k=0}^4$  להיות רמות ההחלטה של הקוונטיזר. ראש צוות המהנדסים הציע מקודד תמונה בודדת

המכיל קוונטיזר לשתי סיביות של כל פיקסל עבורו  $r_2 = 0$ , וניתן למקם בו באופן ידני את רמות ההחלטה

האי-זוגיות  $r_1, r_3$ , ואחריו מקודד Huffman.

ז. מה צריך להיות ערכן של רמות ההחלטה  $r_1, r_3$ , כך שרמות הייצוג המתקבלות מהן יגרמו למקודד ה-

Huffman ליצור קוד בו כל מילות הקוד באורך זהה? הסבירו.